F 1736

R

REFERÁLVA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

1

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 1 p. 1—168 Bucureşti 1966

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRES DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

COMITETUL DE REDACŢIE

Acad. REMUS RĂDULEŢ — *redactor responsabil ;*
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct ;*
Acad. A. AVRAMESCU ;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ;
V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ;
Prof. ŞT. GHEORGHIU ;
Ing. C. APETREI ;
Ing. CS. NAGY ;
Ing. V. PIMSNER ;
Ing. C. A. VASILESCU ;
Ing. ECATERINA ARIE — *secretar de redacţie.*

Preţul unui abonament este de 72 lei pe an.

Pentru a se asigura colecţia completă şi primirea la timp a revistei, reînnoiţi abonamentul dv. pe anul 1966.

În ţară abonamentele se primesc la oficiile poştale, agenţiile poştale, factorii poştali şi difuzorii de presă din întreprinderi şi instituţii.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, Bucureşti, Căsuţa poştală 134—135 sau la reprezentanţii săi din străinătate.

Manuscrisele, cărţile şi revistele pentru schimb, precum şi orice altă corespondenţă se trimit la Comitetul de redacţie pe adresa :

BUCUREŞTI, Şos. Vitan nr. 236

Revista apare de 4 ori pe an.

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 16, nr. 1 1966

SUMAR

Pag.

Energetică generală

T. MICLESCU, Al. PAP, I. NICULESCU şi S. IORDACHE, Consumatorii echivalenţi ai consumatorilor de energie, în modelul matematic al bilanţului energetic general 3

Electroenergetică şi electrotehnică

T. DORDEA, Asupra ecuaţiilor maşinilor electrice de curent alternativ 17
A. ŢUGULEA şi C. FLUERAŞU, Cîmpul magnetic, reactanţele şi cuplul maşinilor sincrone reactive 33
F. SPINEI, Asupra unor teoreme de variaţie în teoria circuitelor electrice . . 55
M. POMÎRLEANU, Construcţia echivalentului cu sarcină unică utilizînd matricea admitanţelor reţelei 73
CONSTANTIN V. BĂLĂ, Predeterminarea caracteristicii magnetice a compensatorului de fază (CF) tip Leblanc 83
NICOLAE TĂTARU, TITU BĂJENESCU şi SORIN GHEŢARU, Un sistem cu optimizare automată pentru reglarea puterii reactoarelor nucleare . . 91

Termoenergetică şi termotehnică

N. DĂNILĂ şi A. LECA, Determinarea împărţirii în trepte a intervalului total de preîncălzire a apei, în ciclurile termice ale centralelor termoelectrice cu supraîncălzire intermediară a aburului 105
N. ANTONESCU şi I. RĂDULESCU, Contribuţii la completarea modelului procesului de stabilizare cu gaze recirculate pentru aprindere 115
N. PĂNOIU, C. CRĂCIUNEANU, G. SINGER, I. CARABOGDAN, Interdependenţa dintre simplexurile geometrice şi regimul de curgere în cazul modelării izotermice monofazice a focarului ciclon conic 123

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 1 p. 1—168 Bucureşti 1966

Pag.

D. GRECOV şi I. IORDACHE, Lungimea flăcărilor difuzive deschise în cazul jeturilor în echicurent şi contracurent 139

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, ION ŞTEFAN şi NICOLAE STOICA, Influenţa condiţiilor exterioare asupra consumului de combustibil la motorul SR-211 (variaţia altitudinii de exploatare) 149

Recenzii 165

CONSUMATORII ECHIVALENȚI AI CONSUMATORILOR DE ENERGIE, ÎN MODELUL MATEMATIC AL BILANȚULUI ENERGETIC GENERAL

DE

T. MICLESCU, AL. PAP, I. NICULESCU şi S. IORDACHE

620.92

În articol se expune modul în care a fost rezolvată problema cuprinderii numărului foarte mare de mici consumatori de energie în modelul matematic al bilanțului energetic general.

1. În problema optimizării bilanțului energetic general a fost propusă o metodologie [1] care a fost aplicată la determinarea unui bilanț energetic general optim la scara economiei naționale [2].

Întocmirea modelului matematic al bilanțului energetic general al anului 1961, [2] a ridicat o serie de probleme importante, inerente la realizarea unei lucrări de asemenea proporții.

În articolul de față se expune modul în care a fost rezolvată una dintre aceste probleme, și anume cuprinderea numărului foarte mare de consumatori de energie în modelul matematic al bilanțului energetic general al anului 1961.

2. Modelul matematic al bilanțului energetic general reprezintă cadrul în care se poate desfășura din punct de vedere tehnic funcționarea sistemului energetic general, iar optimizarea bilanțului energetic general constă în căutarea unui mod de funcționare al sistemului energetic general care reprezintă un optim dintr-un anumit punct de vedere.

Modelul matematic al bilanțului energetic general va fi cu atît mai apropiat de situația reală și deci efectul optimizării va fi cu atît mai puternic, cu cît consumatorii sînt mai bine individualizați.

Totuși, o exagerare în această privință ar face problema de nerezolvat, datorită proporțiilor pe care le-ar atinge. De aceea este indicată

o raionare convenabilă a regiunii economice pe teritoriul căreia se află sistemul energetic general.

În cadrul unui raion, consumatorii răspîndiţi se grupează şi se înlocuiesc cu un *consumator echivalent*, al cărui consum este egal cu suma consumurilor de un anume tip al consumatorilor dispersaţi.

Condiţiile grupării sînt: aceleaşi posibilităţi de a folosi diferite forme de energie sau purtători de energie şi aceleaşi caracteristici ale instalaţiilor utilizatoare pentru fiecare formă de energie sau purtător de energie (randament, cheltuieli specifice şi investiţii specifice). În felul acesta pot fi trataţi cu mult efect micii consumatori, *marile centre industriale tratîndu-se în mod individual ca consumuri concentrate.*

3. Introducerea noţiunii de consumator echivalent conduce la noţiunea de *lanţ energetic echivalent.*

Prin lanţ energetic înţelegem succesiunea de instalaţii de extracţie, ameliorare, transport şi utilizare, intercalate între o sursă de energie primară şi un consumator final, complet determinate din punct de vedere tehnic, economic şi al amplasării [1].

Randamentul lanţului energetic echivalent este acelaşi cu al lanţurilor energetice pe care le înlocuieşte.

Cealaltă mărime caracteristică a lanţului energetic echivalent care trebuie considerată la întocmirea modelului matematic al bilanţului energetic general, c (cheltuielile specifice), cuprinde suma cheltuielilor specifice în instalaţiile lanţului energetic echivalent considerat. La determinarea mărimii c pentru lanţul energetic echivalent apar unele dificultăţi la determinarea componentei (C_t) care reprezintă cheltuielile specifice în instalaţiile de transport.

Cheltuielile specifice în instalaţiile de transport ale lanţului energetic echivalent rezultă dintr-o condiţie de echivalenţă: suma cheltuielilor făcute la transportul formelor şi al purtătorilor de energie de la centrul producător la consumatorii dispersaţi trebuie să fie egală cu cheltuielile de transport de la centrul producător la consumatorul echivalent.

Această condiţie permite determinarea amplasamentului fictiv al consumatorului echivalent în interiorul raionului considerat, deci distanţa de la centrul producător la consumatorul echivalent. Numim această distanţă *lungime echivalentă de transport.*

4. Lucrările pentru întocmirea modelului matematic al bilanţului energetic general al anului 1961 au permis constatarea că cea mai mare parte a transporturilor de combustibil solid şi combustibil lichid se realizează pe calea ferată.

Grupînd într-un consumator echivalent consumatorii dispersaţi din cadrul unei regiuni administrative, determinarea lungimii echivalente de transport se face în ipoteza repartiţiei uniforme a consumurilor consumatorilor dispersaţi, de-a lungul reţelei de cale ferată pe care se efectuează transporturile în regiunea considerată. Calculele făcute au arătat că această ipoteză conduce la o aproximare foarte bună a cazului real (§ 7).

4.1. Notînd prin W_z consumul consumatorului echivalent care înlocuieşte consumatorii dispersaţi în regiunea administrativă z şi prin

L_z lungimea rețelei de cale ferată pe care se efectuează transporturile în regiunea considerată, obținem densitatea liniară de consum σ_z

$$\sigma_z = \frac{W_z}{L_z} \text{ [t/km]}. \tag{1}$$

Dacă considerăm consumatorul echivalent amplasat la o distanță L_{iz} (numită de noi lungime echivalentă de transport) de centrul producător i și dacă notăm prin a'[lei/tkm] cheltuielile specifice de transport, cheltuielile de transport A_{iz} de la sursa i la consumatorul echivalent vor fi

$$A_{iz} = W_z\, a'\, L_{iz} = L_z\, \sigma_z\, a'\, L_{iz} \tag{2}$$

Considerînd, în primă aproximație, că a' nu variază cu distanța, cheltuielile de transport de la sursa i la o secție (tronson) s de lungime l_s, al cărui centru de greutate este situat la distanța d_{is} de centrul producător, se scriu

$$A_{is} = \int_{d_{is}-\frac{ls}{2}}^{d_{is}+\frac{ls}{2}} \sigma_z\, l_s\, a'\, \mathrm{d}l_s = \sigma_z\, a'\, \mathrm{d}_{is}\, l_s\,. \tag{3}$$

Dacă p este numărul tronsoanelor din regiunea consumator z, obținem prin însumare

$$A_{iz} = \sum_{s}^{1,p} A_{is} \tag{4}$$

sau

$$A_{iz} = \sigma_z\, a' \sum_{s}^{1,p} \mathrm{d}_{is}\, l_s\,. \tag{5}$$

Din compararea relațiilor (2) și (5) avem

$$L_{iz} = \frac{1}{L_z} \sum_{s}^{1,p} \mathrm{d}_{is} \cdot l_s\,. \tag{6}$$

Relația (6) permite determinarea aproximativă a lungimii echivalente de transport, însă aproximația este, în anumite condiții, cu totul acceptabilă (§ 4.4).

4.2. Dacă ținem seama că a' (cheltuielile specifice de transport) este funcție de lungimea echivalentă de transport [3]

$$a'_{iz} = C_v \left[1 + \frac{2{,}5}{L_{iz}} \sqrt{35\,(L_{iz} + 35)}\right], \tag{7}$$

relațiile (2), (3), (5) și (6) devin

$$A_{iz} = L_z\, \sigma_z\, C_v\, [L_{iz} + 2{,}5 \sqrt{35\,(L_{iz} + 35)}]\,, \tag{2'}$$

$$A_{is} = \sigma_z\, C_v \left\{ d_{is}\, l_s + \frac{5\sqrt{35}}{3} [\sqrt{(d_{is}+35+0{,}5\, l_s)^3} - \sqrt{(d_{is}+35-0{,}5\, l_s)^3}] \right\}, \tag{3'}$$

$$A_{iz} = \sigma_z C_v \left\{ \sum_s^{1,p} d_{is} l_s + \frac{5\sqrt{35}}{3} \sum_s^{1,p} \sqrt{(d_{is}+35+0{,}5\,l_s)^3} - \sqrt{(d_{is}+35-0{,}5\,l_s)^3} \right\}, \quad (5')$$

$$L_{iz} = E_z + 109{,}375 - \sqrt{218{,}75\,E_z + 19.619{,}14}\,, \quad (6')$$

unde s-a notat

$$E_z = \frac{5\sqrt{35}}{3\,L_z} \sum_s^{1,p} \left[\sqrt{(d_{is}+35+0{,}5\,l_s)^3} - \sqrt{(d_{is}+35-0{,}5\,l_s)^3} \right] + \frac{1}{L_z} \sum_s^{1,p} d_{is} l_s\,. \quad (8)$$

Utilizarea relaţiei (6′) permite determinarea exactă a lungimii echivalente de transport.

4.3. În cheltuielile specifice de transport a' (7) au fost cuprinse şi cheltuielile pentru combustibilul necesar realizării transportului pe calea ferată. Aceste cheltuieli, intervenind în cheltuielile consumatorilor din sectorul „tracţiune feroviară", trebuie scăzute din a' pentru a nu se proceda la duble înregistrări.

Dacă notăm prin a''_{iz} cheltuielile specifice medii pentru combustibil ale căilor ferate, a'_{iz} devine

$$a'_{iz} = C_v \left[1 + \frac{2{,}5}{L_{iz}} \sqrt{35\,(L_{iz}+35)} \right] - a''_{iz}\,. \quad (7')$$

Cu această mărime, după calcule asemănătoare, se obţine

$$L_{iz} = K_{iz} \left[E'_z K_{iz} + 109{,}375\,K_{iz} - \right.$$

$$\left. - \sqrt{218{,}75\,E'_z K_{iz} + 11.962{,}89\,K_{iz}^2 + 7656{,}25} \right], \quad (6'')$$

în care

$$K_{iz} = \frac{C_v}{C_v - a''_{iz}} \quad (9)$$

şi

$$E'_z = E_z - \frac{a''_{iz}}{C_v L_z} \sum_s^{1,p} l_s d_{is}\,. \quad (10)$$

4.4. Calculele necesare determinării lungimii echivalente de transport prin utilizarea relaţiei (6″) sînt destul de laborioase.

Un studiu amănunţit [1]), cu considerarea diverselor valori posibile ale raportului $\frac{a''_{iz}}{C_v}$, conduce la concluzia că eroarea medie care se face la determinarea lui L_{iz} cu relaţia (6′) faţă de aceeaşi mărime calculată cu relaţia (6″) nu depăşeşte 1%.

În cadrul aceluiaşi studiu se demonstrează că erorile care se fac la determinarea lungimii echivalente de transport cu relaţia (6) faţă de acelaşi L_{iz} determinat cu relaţia (6′) sînt direct proporţionale cu l_s şi invers proporţionale cu L_{iz} rezultat, însă nu depăşesc 1,3% pentru condiţiile existente în ţara noastră.

[1]) T. Miclescu, Al. Pap, I. Niculescu şi S. Iordache, *Determinarea cheltuielilor la transportul combustibililor pe calea ferată*, Institutul de energetică, referat, 1963.

Este deci recomandabil, dată fiind eroarea cu totul admisibilă și pentru a reduce volumul de muncă, ca pentru determinarea lungimilor echivalente de transport mai mici decît 150 km să se folosească relația (6'), iar pentru determinarea lungimilor echivalente de transport care depășesc această valoare să se utilizeze relația (6).

4.5. Calculele pentru determinarea lui L_{iz} se conduc tabelar, mărimea d_{is} fiind distanța pe calea ferată, *pe drumul cel mai scurt*, între sursa i și centrul de greutate al tronsonului s.

Practic este mai comod ca în calcule să se lucreze cu mărimile

$L_{1is} = d_{is} - 0{,}5\, l_s$ — distanța pe drumul cel mai scurt, de la centrul producător i la capătul cel mai apropiat al tronsonului s;

$L_{2is} = d_{is} + 0{,}5\, l_s$ — distanța de la centrul producător i la celălalt capăt al tronsonului s.

În acest caz, relația (6) devine

$$L_{iz} = \frac{1}{2L_z} \sum_{s}^{1,p} (L_{1is} + L_{2is})\, l_s\,, \qquad (6''')$$

iar E_z se scrie

$$E_z = \frac{9{,}86}{L_z} \sum_{s}^{1,p} \left[\sqrt{(L_{2is} + 35)^3} - \sqrt{(L_{1is} + 35)^3}\right] + \cdot$$

$$+ \frac{1}{2L_z} \sum_{s}^{1,p} (L_{1is} + L_{2is})\, l_s\,. \qquad (8')$$

5. La întocmirea modelului matematic al bilanțului energetic general al anului 1961, micii consumatori de combustibili solizi au fost grupați pe regiuni administrative.

Cheltuielile de transport de la surse la acești consumatori s-au determinat după metoda expusă.

În anexa 1 se prezintă spre exemplificare, modul în care s-a determinat lungimea echivalentă de transport între Întreprinderea minieră Rovinari și consumatorul echivalent al micilor consumatori de energie din regiunea Banat.

Pentru combustibilii lichizi, teritoriul țării este împărțit în opt baze de desfacere, o bază de desfacere cuprinzînd consumatorii situați pe teritoriul uneia sau al mai multor regiuni administrative.

Au fost deci grupați și înlocuiți cu un consumator echivlent consumatorii de combustibili lichizi situați în interiorul unei baze de desfacere, excepție făcînd numai consumatorii de păcură, care s-au grupat, ca și consumatorii de combustibili solizi, pe regiuni administrative.

Pentru că sursele sînt comune pentru diversele sorturi de combustibil lichid, putem determina distanța echivalentă de transport între o sursă i și o bază de desfacere j (L_{ij}), cunoscînd distanțele echivalente de transport (L_{iz}) între sursa i și regiunile administrative z care compun baza de desfacere j.

Pe lîngă notaţiile deja folosite, notăm încă

W_j — consumul consumatorului echivalent care înlocuieşte consumatorii din baza de desfacere j;

v — numărul regiunilor administrative cuprinse în baza de desfacere j;

$L_j = \sum_{z}^{1,v} L_z$ — lungima reţelei de cale ferată pe care se efectuează transporturile în baza j;

$\sigma_j = \frac{W_j}{L_j}$ — densitatea liniară de consum

şi avem

$$\sigma_j L_z = W_z, \tag{11}$$

$$A_{ij} = L_j \sigma_j C_v \left[L_{ij} + 2{,}5 \sqrt{35 (L_{ij} + 35)}\right]. \tag{12}$$

Pentru că

$$A_{ij} = \sum_{iz}^{1,v} A_{iz}, \tag{13}$$

avem din relaţiile (2'), (12) şi (13)

$$L_{ij} = E_j + 109{,}375 - \sqrt{218{,}75 E_j + 19.619{,}14}, \tag{14}$$

unde

$$E_j = \frac{1}{L_j} \sum_{z}^{1,v} L_z \left[L_{iz} + 2{,}5 \sqrt{35 (L_{iz} + 35)}\right]. \tag{15}$$

6. Cunoscînd lungimea echivalentă de transport, cheltuielile specifice în instalaţiile de transport ale lanţului energetic echivalent C_t [lei/t] se determină cu relaţia

$$C_t = C_v \left[L_{iz} + 14{,}79 \sqrt{L_{iz} + 35}\right] - a''_{iz} L_{iz}. \tag{16}$$

C_v este un coeficient diferit de la combustibil la combustibil şi se determină cunoscînd preţul de cost mediu la transportul pe cale ferată al combustibilului considerat (p) şi distanţa medie de transport a acestuia (d):

$$C_v = \frac{pd}{d + 14{,}79 \sqrt{d + 35}}, \tag{17}$$

7. Ipoteza răspîndirii uniforme a consumatorului echivalent de-a lungul reţelei de cale ferată pe care se efectuează transporturile a fost verificată prin compararea distanţei medii de transport pe calea ferată, calculată în funcţie de repartiţia reală a combustibilului lichid în 1961 şi de lungimile echivalente de transport determinate cu relaţia (6'), cu distanţa medie de transport a combustibilului lichid reală [4]. Abaterea este de 0,3%.

8. Pentru scrierea unora dintre relaţiile cuprinse în modelul matematic al bilanţului energetic general, trebuie să cunoaştem valoarea

lucrului mecanic efectuat pentru transportul combustibilului pe calea ferată.

Această mărime se determină în funcție de profilul traseului fictiv de cale ferată care leagă sursa de consumatorul echivalent (și care are lungimea egală cu lungimea echivalentă de transport, determinată prin metoda expusă), cu alte cuvinte în funcție de rezistența virtuală specifică medie pe traseul considerat.

Prin rezistența virtuală specifică medie pentru locomotiva sau locomotivele trenului, respectiv pentru vagoanele din garnitura trenului, se înțelege rezistența teoretică medie pe care ar întîmpina-o locomotiva sau locomotivele, respectiv vagoanele din garnitura trenului, pentru parcurgerea profilului unei linii imaginare cu declivitate constantă, care echivalează din punctul de vedere al lucrului mecanic — deci al consumului de combustibil — cu profilul real al secției de remorcare considerată.

Lucrul mecanic specific la tracțiunea pe calea ferată, M_{sp} [kcal/t], efectuat la transportul unității de combustibil pe distanța l este dat de relația

$$M_{sp} = 2{,}34 \cdot r \cdot l \,, \tag{18}$$

unde prin r s-a notat rezistența virtuală a traseului.

Lucrul mecanic (M_{iz}) efectuat pentru transportul combustibilului de la sursa i la consumatorul echivalent este deci

$$M_{iz} = 2{,}34\, r_{iz}\, L_{iz}\, W_{iz} \,. \tag{19}$$

Rezistența virtuală specifică medie de-a lungul lungimii ehivalente de transport (r_{iz}) se calculează dintr-o relație de echivalență: lucrul mecanic efectuat pentru transportul combustibilului de la sursă la consumatorul echivalent să fie egal cu suma lucrului mecanic efectuat pentru transportul combustibilului de la sursă la consumatorii dispersați.

Păstrînd ipoteza răspîndirii uniforme a consumului consumatorului echivalent de-a lungul rețelei de cale ferată pe care se efectuează transporturile, lucrul mecanic efectuat pentru transportul combustibilului de la sursa i la tronsonul (secția de remorcare) s va fi

$$M_{is} = 2{,}34\, r_{is}\, d_{is}\, l_s\, \sigma_z \,, \tag{20}$$

unde prin r_{is} s-a notat rezistența virtuală specifică medie pe traseul d_{is}.

Mărimea r_{is} se calculează cu relația

$$r_{is} = \frac{\sum_{s}^{1,t} l_{is} r_s}{\sum_{s}^{1,t} l_{is}} \,, \tag{21}$$

unde

t este numărul tronsoanelor de lungime l_{is} parcurse de la sursă la tronsonul s,

r_s — rezistența virtuală specifică medie pe tronsonul l_{is}, urmărind sensul de la sursă la centrul de greutate al tronsonului considerat.

Din relaţia de echivalenţă

$$M_{iz} = \sum_{s}^{1,p} M_{is} \tag{22}$$

şi din compararea relaţiilor (1), (19), (20) şi (22) deducem

$$r_{iz} = \frac{1}{L_{iz} L_z} \sum_{s}^{1,p} l_{is}\, d_{is}\, r_{is}\,. \tag{23}$$

Practic, rezistenţa virtuală specifică medie de-a lungul lungimii echivalente de transport se determină ca în exemplul de calcul prezentat în anexa 2.

9. Metoda grupării consumatorilor dispersaţi pe suprafaţa unui raion şi înlocuirii lor cu un consumator echivalent permite limitarea dimensiunilor modelului matematic al bilanţului energetic general.

Micii consumatori de energie din sectorul industrial şi gospodăresc social-comunal situaţi în cadrul unui raion pot fi împărţiţi în condiţiile enunţate pe grupe de consumatori, fiecare asemenea grupă constituindu-se apoi în cîte un consumator echivalent.

Numărul de grupe şi deci numărul consumatorilor echivalenţi dintr-un raion, precum şi numărul de raioane în care se împarte regiunea economică pe teritoriul căreia se află sistemul energetic general, sînt funcţie de gradul de detaliere al bilanţului energetic general ce urmează a fi supus optimizării.

Dacă se iau în considerare posibilităţile de rezolvare a modelului matematic cu maşini electronice de calcul determinate, acest grad de detaliere rezultă.

În concluzie, condiţiile concrete de rezolvare a unei probleme de programare liniară de dimensiuni mari determină modul practic de aplicare a metodei expuse la întocmirea modelului matematic al bilanţului energetic general.

ANEXA 1

Pentru determinarea lungimii echivalente de transport între Întreprinderea minieră Rovinari şi consumatorul echivalent al micilor consumatori de energie din regiunea Banat, se reprezintă schematic reţeaua de cale ferată din regiunea considerată.

Aprovizionarea consumatorilor de energie pe drumul cel mai scurt implică împărţirea reţelei de cale ferată într-un număr de sectoare egal cu numărul traseelor feroviare care pătrund în regiune. Punctele care delimitează aceste sectoare sînt egal depărtate de sursă. Dacă în cadrul unui sector există un traseu închis (buclă), acesta se împarte după acelaşi principiu.

Calculele pentru determinarea lungimii echivalente de transport sînt cuprinse în tabela 1.

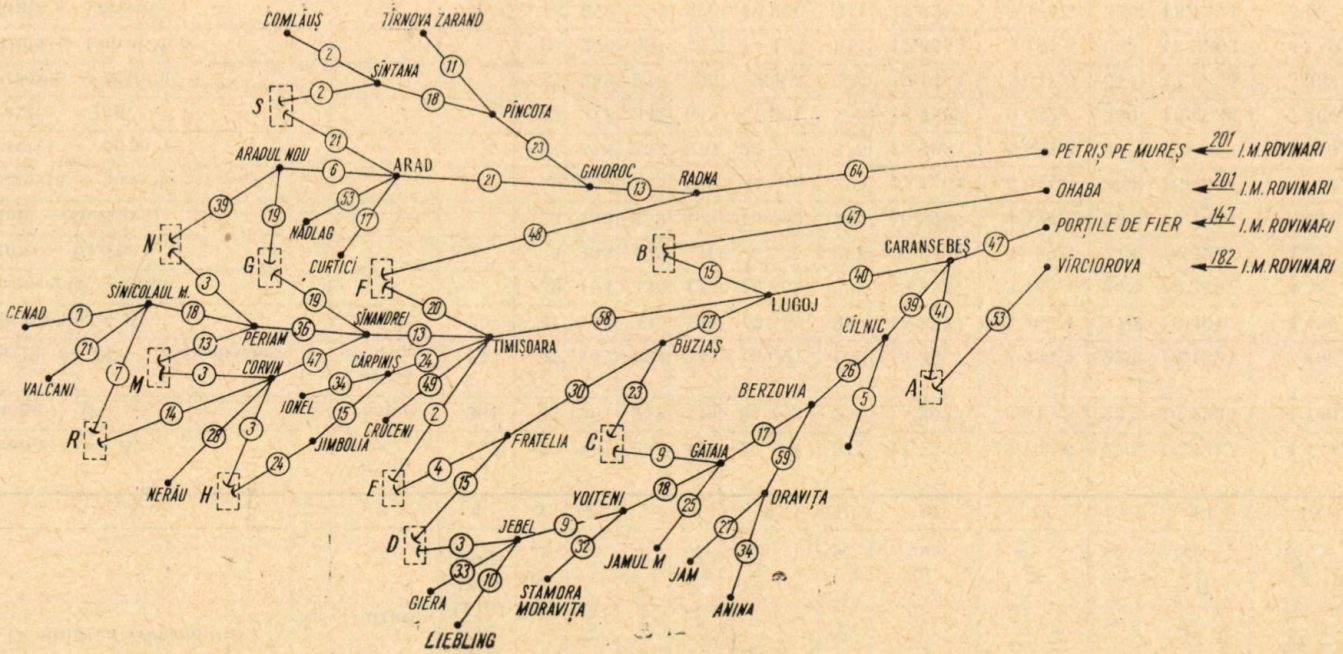


Fig. 1. — Schema rețelei de cale ferată din regiunea Banat.

Tabela 1

Determinarea lungimii echivalente de transport între Întreprinderea minieră Rovinari şi consumatorul echivalent al micilor consumatori de energie din regiunea Banat

Denumirea tronsonului s	Sector			l_s (km)	$L_{1_{is}}$ (km)	$L_{2_{is}}$ (km)	$L_{1_{is}}+L_{2_{is}}$ (6)+(7)	$l_s(L_{1_{is}}+L_{2_{is}})$ (5)×(8)	$L_{1_{is}}+35$	$\sqrt{L_{1_{is}}+35}$	$(L_{1_{is}}+35)\sqrt{L_{1_{is}}+35}$ (10)×(11)	$L_{2_{is}}+35$	$\sqrt{L_{2_{is}}+35}$	$(L_{2_{is}}+35)\sqrt{L_{2_{is}}+35}$ (13)×(14)
	Nr.	Intrare	Dist. de la sursă la intrare (km)											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Vîrciorova — A	1	Vîrciorova	182	53	182	235	417	22 101	217	14,7309	3 196,6	270	16,4317	4 436,6
Ohaba — B	2	Ohaba	201	47	201	248	449	21 103	236	15,3623	3 625,5	283	16,8226	4 760,8
Porţile de Fier — Caransebeş	3	Porţile de Fier	147	47	147	194	341	16 027	182	13,4907	2 455,3	229	15,1327	3 465,4
Caransebeş — A				41	194	235	429	17 589	229	15,1327	3 465,4	270	16,4317	4 436,6
Caransebeş — Cîlnic				39	194	233	427	16 653	229	15,1327	3 465,4	268	16,3707	4 387,3
Cîlnic — Reşiţa				5	233	238	471	2 355	268	16,3707	4 387,3	273	16,5227	4 510,7
Cîlnic — Berzovia				26	233	259	492	12 792	268	16,3707	4 387,3	294	17,1464	5 041,0
Berzovia — Oraviţa				59	259	318	577	34 043	294	17,1464	5 041,0	353	18,7883	6 632,3
Oraviţa — Anina				34	318	352	670	22 780	353	18,7883	6 632,3	387	19,6723	7 613,2
Oraviţa — Iam				27	318	345	663	17 901	353	18,7883	6 632,3	380	19,4936	7 407,6
Berzovia — Gătaia				17	259	276	535	9 095	294	17,1464	5 041,0	311	17,6352	5 484,5
Gătaia — Iamul Mare				25	276	301	577	14 425	311	17,6352	5 484,5	336	18,3303	6 159,0
Gătaia — Voiteni				18	276	294	570	10 260	311	17,6352	5 484,5	329	18,1384	5 967,5
Voiteni — Stamora-Moraviţa				32	294	326	620	19 840	329	18,1384	5 967,5	361	19,0000	6 859,0
Voiteni — Jebel				9	294	303	597	5 373	329	18,1384	5 967,5	338	18,3848	6 214,0
Jebel — Liebling				10	303	313	616	6 160	338	18,3848	6 214,0	348	18,6548	6 491,9
Jebel — Giera				33	303	336	639	21 087	338	18,3848	6 214,0	371	19,2614	7 146,0

Gătaia — C				9	276	285	561	5 049	311	17,6352	5 484,5	320	17,8885	5 724,3
Jebel — D				3	303	306	609	1 827	338	18,3848	6 214,0	341	18,4662	6 297,0
Caransebeş — Lugoj				40	194	234	428	17 120	229	15,1327	3 465,4	269	16,4012	4 411,9
Lugoj — B				15	234	249	483	7 245	269	16,4012	4 411,9	284	16,8523	4 786,0
Lugoj — Buziaş				27	234	261	495	13 365	269	16,4012	4 411,9	296	17,2047	5 092,6
Buziaş — C				23	261	284	545	12 535	296	17,2047	5 092,6	319	17,8606	5 697,5
Buziaş — Fratelia				30	261	291	552	16 560	296	17,2047	5 092,6	326	18,0555	5 886,1
Fratelia — D				15	291	306	597	8 955	326	18,0555	5 886,1	341	18,4662	6 297,0
Fratelia — E				4	291	295	586	2 344	326	18,0555	5 886,1	330	18,1659	5 994,7
Lugoj — Timişoara				58	234	292	526	30 508	269	16,4012	4 411,9	327	18,0831	5 913,2
Timişoara — E				2	292	294	586	1 172	327	18,0831	5 913,2	329	18,1384	5 967,5
Timişoara — Cruceni				49	292	341	633	31 017	327	18,0831	5 913,2	376	19,3907	7 290,9
Timişoara — Cărpiniş				24	292	316	608	14 592	327	18,0831	5 913,2	351	18,7350	6 576,0
Cărpiniş — Ionel				31	316	347	663	20 553	351	18,7350	6 576,0	382	19,5448	7 466,1
Cărpiniş — Jimbolia				15	316	331	647	9 705	351	18,7350	6 576,0	366	19,1311	7 002,0
Timişoara — F				20	292	312	604	12 080	327	18,0831	5 913,2	347	18,6279	6 463,9
Timişoara -Sînandrei				13	292	305	597	7 761	327	18,0831	5 913,2	340	18,4391	6 269,3
Sînandrei — G				19	305	324	629	11 951	340	18,4391	6 269,3	359	18,9473	6 802,1
Sînandrei — Periam				36	305	341	646	23 256	340	18,4391	6 269,3	376	19,3907	7 290,9
Sînandrei — Lovrin				47	305	352	657	30 159	340	18,4391	6 269,3	387	19,6723	7 613,2
Lovrin — H				3	352	355	707	2 121	387	19,6723	7 613,2	390	19,7484	7 701,9
Jimbolia — H				24	331	355	686	16 464	366	19,1311	7 002,0	390	19,7484	7 701,9
Lovrin — Nerău				28	352	380	732	20 496	387	19,6723	7 613,2	415	20,3715	8 454,2
Lovrin — M				3	352	355	707	2 121	387	19,6723	7 613,2	390	19,7484	7 701,9
Periam — N				3	341	344	685	2 055	376	19,3907	7 290,9	379	19,4679	7 378,3
Periam — M				13	341	354	695	9 035	376	19,3907	7 290,9	398	19,7231	7 672,3
Lovrin — R				14	352	366	718	10 052	387	19,6723	7 613,2	401	20,0250	8 030,0
Periam — Sînicolaul Mare				18	341	359	700	12 600	376	19,3907	7 290,9	394	19,8494	7 820,7

Tabela 1 (continuare)

Denumirea tronsonului s	Sector			l_s (km)	$L_{1_{is}}$ (km)	$L_{2_{is}}$ (km)	$L_{1_{is}}+L_{2_{is}}$ (6)+(7)	$l_s(L_{1_{is}}+L_{2_{is}})$ (5)×(8)	$L_{1_{is}}+35$	$\sqrt{L_{1_{is}}+35}$	$(L_{1_{is}}+35)\sqrt{L_{1_{is}}+35}$ (10)×(11)	$L_{2_{is}}+35$	$\sqrt{L_{2_{is}}+35}$	$(L_{2_{is}}+35)\sqrt{L_{2_{is}}+35}$ (13)×(14)
	Nr.	Intrare	Dist. de la sursă la intrare (km)											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Sînicolaul Mare — R				7	359	366	725	5 075	394	19,8494	7 820,7	401	20,0250	8 030,0
Sînicolaul Mare — Valcani				21	359	380	739	15 519	394	19,8494	7 820,7	415	20,3715	8 454,2
Sînicolaul Mare — Cenad				7	359	366	725	5 075	394	19,8494	7 820,7	401	20,0250	8 030,0
Zam — Radna	4	Zam	201	64	201	265	466	29 824	236	15,3623	3 625,5	300	17,3205	5 196,1
Radna — F				48	265	313	578	27 744	300	17,3205	5 196,1	348	18,6548	6 491,9
Radna — Ghioroc Piață				13	265	278	543	7 059	300	17,3205	5 196,1	313	17,6918	5 537,5
Ghioroc Piață — Arad				21	278	299	577	12 117	313	17,6918	5 537,5	334	18,2757	6 104,1
Arad—Aradul Nou				6	299	305	604	3 624	334	18,2757	6 104,1	340	18,4391	6 269,3
Aradul Nou — G				19	305	324	629	11 951	340	18,4391	6 269,3	359	18,9473	6 802,1
Aradul Nou — N				39	305	344	649	25 311	340	18,4391	6 269,3	379	19,4679	7 378,3
Arad — Nădlag				53	305	358	663	35 139	340	18,4391	6 269,3	393	19,8242	7 790,9
Ghioroc Piață-Pîncota				23	278	301	579	13 317	313	17,6918	5 537,5	336	18,3303	6 159,0
Pîncota — Tîrnova — Zărand				11	301	312	613	6 743	336	18,3303	6 159,0	347	18,6279	6 463,9
Pîncota — Sîntana				18	301	319	620	11 160	336	18,3303	6 159,0	354	18,8149	6 660,5
Sîntana — Comlăuș				2	319	321	640	1 280	354	18,8149	6 660,5	356	18,8680	6 717,0
Sîntana — S				2	319	321	640	1 280	354	18,8149	6 660,5	356	18,8680	6 717,0
Arad — S				21	299	320	619	12 999	334	18,2757	6 104,1	355	18,8414	6 688,7
Arad — Curtici				17	299	316	615	10 455	334	18,2757	6 104,1	351	18,7350	6 576,0
Total				1500				858 674			366 185,8			406 381,3

Folosind relația aproximativă (6'''), avem

$$L_{iz} = \frac{858.674}{3\,000} = 286{,}22 \text{ km}.$$

Aceeași mărime calculată cu relația (6'), care permite determinarea exactă a lungimii echivalente de transport, este

$$L_{iz} = 550{,}456 + 109{,}375 - \sqrt{550{,}456 \times 218{,}75 + 19.619{,}14} = 285{,}56 \text{ km},$$

pentru că

$$E_z = \frac{9{,}86}{1\,500}\,(406.381{,}3 - 366.185{,}8) + 286{,}22 = 550{,}456.$$

Se vede că diferența este sub 1%.

ANEXA 2

Pe schema arborescentă a rețelei de cale ferată din regiunea Argeș (obținută conform indicațiilor date la anexa 1) s-au trecut și rezistențele virtuale specifice medii ale tronsoanelor de cale ferată din regiune, precum și rezistențele virtuale specifice medii de-a lungul traseelor de cale ferată dintre sursa aleasă (Întreprinderea minieră Căpeni) și localitățile unde aceste trasee pătrund în regiunea considerată.

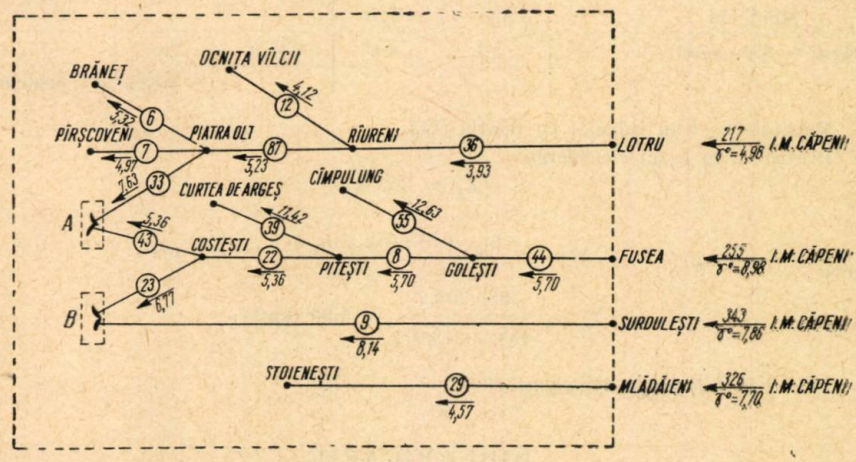


Fig. 2. — Schema rețelei de cale ferată din regiunea Argeș.

Calculele pentru determinarea rezistenței virtuale specifice medii de-a lungul lungimii echivalente de transport între Întreprinderea minieră Căpeni și consumatorul echivalent al consumatorilor de energie din regiunea Argeș sînt cuprinse în tabela 2.

Tabela 2

Determinarea rezistenţei virtuale de-a lungul lungimii echivalente de transport între întreprinderea minieră Căpeni şi consumatorul echivalent al micilor consumatori de energie din regiunea Argeş

Denumirea tronsonului	l_s	r_s	d_{is}	r_{is}	$l_s \cdot d_{is} \cdot r_{is}$
1	2	3	4	5	6
Căpeni — Lotru	217	4.98	—	—	—
Lotru — Rîureni	36	3.93	235	4.90	41.454,0
Rîureni — Ocniţa Vîlcii	12	4.12	259	4.81	14.949,5
Rîureni — Piatra Olt	87	5.23	296,5	4.89	126.140,0
Piatra Olt — Brăneţ	6	5.32	343	4.94	10.166,5
Piatra Olt — Pîrşcoveni	7	4.97	343,5	4.93	11.854,2
Piatra Olt — A	33	7.63	356,5	5.06	59.528,4
Căpeni — Fusea	255	8.98	—	—	—
Fusea — Goleşti	44	5.70	277	8.72	106.279,4
Goleşti — Cîmpulung	55	12.63	326,5	7.97	143.121,3
Goleşti — Feteşti	8	5.70	303	8.46	20.507,0
Feteşti — Curtea de Argeş	39	11.42	326,5	8.60	109.508,1
Feteşti — Costeşti	22	5.36	318	8.32	58.206,7
Costeşti — A	43	5.36	350,5	8.04	121.174,8
Costeşti — B	23	6.77	340,5	8.17	63.983,3
Căpeni — Surdueşti	343	7.86	—	—	—
Surdueşti — B	9	8.14	347,5	7.86	24.582,1
Căpeni — Mlădăeni	326	7.70	—	—	—
Mlădăeni — Stoieneşti	29	4.57	340,5	7.57	74.749,9
				Total	986.205,2

Mărimile r_{is} s-au calculat cu relaţia (21).

Pentru că în cazul considerat

$$L_z = 453 \text{ km}$$

şi

$$L_{is} = 313{,}012 \text{ km},$$

obţinem

$$r_{iz} = \frac{986.205{,}2}{453 \times 313{,}012} = 6{,}95 \text{ (kg/t)}.$$

Primit la redacţie la 30 august 1965.

BIBLIOGRAFIE

1. T. Miclescu, *Consideraţii asupra bilanţului energetic de perspectivă*, St. cerc. energ. *3* (1960).
2. T. Miclescu, Al. Pap, I. Niculescu, S. Iordache, *Aspecte ale întocmirii modelului matematic al bilanţului energetic general*, St. cerc. energ. *3* (1964).
3. G. Lelescu, *Calculul preţului de cost în raport cu distanţa*, Revista căilor ferate, *9* (1962).
4. — *Anuarul statistic al R.P.R.*, Bucureşti, 1962.

ASUPRA ECUAȚIILOR MAȘINILOR ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

DE

T. DORDEA

621.313.3.001.11

S-a admis că pierderile totale în fier ale mașinilor electrice sînt determinate numai de curenți electrici turbionari superficiali. Pe această bază s-a stabilit expresia inducției magnetice în cazul prezenței pierderilor în fier. Cu această expresie s-au scris ecuațiile mașinilor electrice, considerînd pierderile în fier.

1. INTRODUCERE

În studiul funcționării mașinilor electrice, de cele mai multe ori pierderile în fier se neglijează, iar considerarea lor în ecuații nu are un caracter riguros și general.

În lucrare se stabilește mai întîi expresia inducției magnetice din cazul considerării pierderilor în fier și apoi se scriu ecuațiile mașinilor electrice sub o formă generală, valabile pentru toate mașinile de curent alternativ fără colector și pentru orice regim de funcționare.

2. IPOTEZE. PRECIZĂRI

În scrierea ecuațiilor mașinilor electrice se poate ține cont de pierderile totale în fier în două moduri : se admite că pierderile totale în fier au loc fie numai prin istereză magnetică (ciclu eliptic), fie numai prin curenți turbionari.

În primul caz, ecuațiile în care intervin inductivități sînt neliniare, ceea ce constituie un dezavantaj. În cel de-al doilea se poate utiliza legă-

tura liniară dintre inducția magnetică și intensitatea de cîmp magnetic, ceea ce face ca ecuațiile să obțină forme mai simple decît în primul caz.

Deoarece tensiunile electromotoare induse în înfășurările mașinilor electrice nu depind de repartiția inducției magnetice în direcția grosimii tolelor miezului feromagnetic, ci numai de valoarea medie a acesteia în raport cu grosimea, curenții electrici turbionari, reali, volumetrici din tolă se pot înlocui cu curenți turbionari superficiali, care se închid pe suprafața laterală a tolei și provoacă aceeași modificare a inducției medii în raport cu grosimea tolei și aceleași pierderi ca și curenții reali volumetrici. Ecuațiile în care intervin curenții electrici turbionari superficiali sînt mai simple decît cele din cazul considerării curenților reali volumetrici.

Datorită acestui fapt, în cele ce urmează se admite al doilea caz de considerare a pierderilor totale în fier.

Domeniile feromagnetice se consideră cu permeabilitate magnetică constantă.

3. EXPRESIA INDUCȚIEI MAGNETICE ȚINÎND CONT DE PIERDERILE ÎN FIER

Considerăm un circuit magnetic, neomogen și neuniform, care în lungul lui constă din n domenii de formă paralelipipedică, cu permeabilități și dimensiuni geometrice diferite de la domeniu la domeniu. În figura 1 este redat domeniul de ordinul λ. Admitem că grosimea domeniului Δ_λ este mult mai mică decît lățima lui b_λ, astfel încît efectul de margine se poate neglija. Neglijăm de asemenea zonele de trecere de la un domeniu la altul în raport cu lungimea l_λ a domeniului respectiv. În

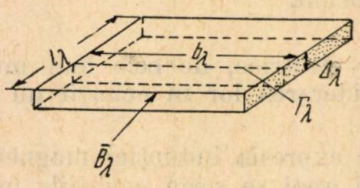


Fig. 1. — Domeniul de ordinul λ al circuitului magnetic neomogen.

figura 1 este reprezentată curba Γ în lungul căreia se închid curenții turbionari superficiali.

Utilizăm următoarele notații pentru mărimile referitoare la domeniul de ordinul λ în momentul t:

$B_{0\lambda}(t)$; $B_\lambda(t)$ — inducția magnetică în cazul absenței curenților turbionari superficiali, respectiv în cazul prezenței acestora;

$B_{w\lambda}(t)$ — inducția magnetică a cîmpului produs numai de curenții electrici turbionari superficiali;

$p_{Fe\lambda}$ — pierderile în fier în unitatea de volum;

ρs_λ — rezistivitatea superficială;

$j_{w\lambda}(t)$ — densitatea curentului electric turbionar superficial;

$u_{ew\lambda}(t)$ — t.e.m. indusă în lungul curbei Γ;

μ_λ — permeabilitatea magnetică.

Pentru domeniile de ordinul λ și ν sînt valabile următoarele ecuații :

$$B_\lambda(t) = B_{0\lambda}(t) + B_{w\lambda}(t),$$

$$\frac{B_\lambda(t)}{B_\nu(t)} = \frac{B_{0\lambda}(t)}{B_{0\nu}(t)} = \frac{B_{w\lambda}(t)}{B_{w\nu}(t)} = \frac{\Delta_\nu \cdot b_\nu}{\Delta_\lambda \cdot b_\lambda}, \tag{1}$$

$$\sum_{\nu=1}^{n} \frac{B_{w\nu}(t) \cdot l_\nu}{\mu_\nu} = \sum_{\nu=1}^{n} j_{w\nu}(t) \cdot l_\nu,$$

$$u_{ew\lambda}(t) = -\Delta_\lambda b_\lambda \frac{\mathrm{d}B_\lambda(t)}{\mathrm{d}t} = 2\,\rho_{s\lambda}(\Delta_\lambda + b_\lambda)\, j_{w\lambda}(t).$$

De aici se obține

$$B_{w\lambda}(t) = -K \frac{\mathrm{d}B_\lambda(t)}{\mathrm{d}t}, \tag{2}$$

unde s-a notat

$$K = \frac{\sum_{\nu=1}^{n} \frac{l_\nu}{2\rho_{s\nu}(\Delta_\nu + b_\nu)}}{\sum_{\nu=1}^{n} -\frac{l_\nu}{\mu_\nu \cdot \Delta_\nu \cdot b_\nu}}. \tag{3}$$

Din prima ecuație, din (1) și din (2) se obține [1])

$$B_\lambda(t) = \sum_{k=0}^{\infty} (-K)^k \frac{\mathrm{d}^k B_{0\lambda}(t)}{\mathrm{d}t^k}. \tag{4}$$

Relația (4) este valabilă și pentru domeniile cu frecvențe diferite (rotoarele mașinilor electrice), cu condiția ca în momentul determinării inducției $B_\lambda(t)$ să se considere o frecvență unică pentru întregul circuit magnetic.

Dacă $B_0(t)$ variază sinusoidal în timp sub forma

$$B_0(t) = B_0 \sin \omega t, \tag{5}$$

atunci se obține pentru $B(t)$ din (4)

$$B(t) = \frac{1}{1 + K^2\omega^2}\left[B_0(t) - K\frac{\mathrm{d}B_0(t)}{\mathrm{d}t}\right]. \tag{6}$$

---

[1]) Expresia exactă este $B_\lambda(t) = C \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{K}} + \sum_{k=0}^{\infty} (-K)^k \frac{\mathrm{d}^k B_{0\lambda}(t)}{\mathrm{d}t^k}$, unde constanta C trebuie determinată din condiții inițiale. Deoarece pentru oțelul electrotehnic $K \approx 10^{-3}$ înseamnă că după cîteva miimi de secundă de la momentul inițial rămîne valabilă expresia (4) și pentru regimurile tranzistorii ale mașinilor electrice care au constante de timp mult mai mari.

Dacă $B_0(t)$ variază nesinusoidal în timp sub forma

$$B_0(t) = \sum_{\nu=1}^{\infty} B_{0\nu} \sin(\nu\omega t - \varphi_\nu), \tag{7}$$

pierderile prin curenţi turbionari se pot determina prin suprapunerea efectelor [5, p. 467]. În acest caz se obţine

$$B(t) = \frac{1}{1 + K_\nu^2 \cdot \omega_\nu^2} \left[B_{0\nu}(t) - K_\nu \frac{\mathrm{d}B_{0\nu}(t)}{\mathrm{d}t} \right], \tag{8}$$

Inducţia magnetică $B(t)$ exprimată prin (4), respectiv (6) şi (8) este diferită de inducţia magnetică reală, medie pe lăţimea tolei la aceeaşi inducţie $B_0(t)$. Ea corespunde numai condiţiei ca pierderile care au loc prin intermediul curenţilor electrici turbionari superficiali să aibă o anumită valoare. Din punctul de vedere al studiului funcţionării maşinilor electrice trebuie ca $B(t)$ să mai îndeplinească o condiţie, şi anume ca ea sau derivata ei în raport cu timpul să aibă o anumită valoare efectivă, medie sau maximă. Această cerinţă poate fi satisfăcută dacă se modifică corespunzător inducţia $B_0(t)$ prin intermediul unui coeficient dependent de pierderile în fier. În consecinţă se poate considera final pentru inducţia $B(t)$ expresia de forma

$$B(t) = K' B_0(t) - K'' \frac{\mathrm{d}B_0(t)}{\mathrm{d}t}, \tag{9}$$

în care K' şi K'' sînt două constante, dependente de pierderile în fier, prin intermediul cărora se pot satisface ambele cerinţe semnalate. Dacă pierderile în fier sînt nule, deci nu au loc curenţi turbionari, atunci $K' = 1$ şi $K'' = 0$.

4. ECUAŢIILE GENERALE ALE MAŞINILOR ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV FĂRĂ COLECTOR

Considerăm cazul unei maşini electrice rotative nesaturate, cu m înfăşurări în stator, m' înfăşurări în rotor şi cu un întrefier variabil oarecum de-a lungul pasului polar.

Utilizăm următoarele notaţii pentru faza statorică de ordinul λ:

u_λ — tensiunea la borne ;
i_λ — curentul electric ;
R_λ — rezistenţa electrică ;
$\psi_{\lambda\sigma}$ — fluxul magnetic de dispersie ;
$\psi_{\lambda w}$ — fluxul magnetic al fazei λ corespunzător curenţilor turbionari superficiali ;
$\psi_{\lambda h o}$, $\psi_{\lambda h} = \psi_{\lambda h o} + \psi_{\lambda w}$ — fluxul magnetic principal (egal cu fluxul util dacă cîmpul magnetic comun al statorului şi rotorului cu sediul în mediul nemagnetic — capetele de bobine — e neglijabil) în cazul absenţei pierderilor în fier, respectiv în cazul prezenţei acestora ;

$\psi_{\lambda 0}$; ψ_λ — fluxul magnetic total în cazul absenței pierderilor în fier, respectiv în cazul prezenței lor ;

$\psi_{\nu\lambda h o}$ — fluxul magnetic principal al fazei λ produs de curentul i_ν din faza ν, căruia îi corespunde inductivitatea principală $L_{\nu\lambda h}$ în cazul absenței pierderilor în fier ;

W_m — energia magnetică a mașinii ;

$L_{\nu\lambda}$ — inductivitatea mutuală între fazele ν și λ, definită în cazul absenței pierderilor în fier ;

p — numărul perechilor de poli ;

τ — pasul polar ;

D — diametrul rotorului ;

ϑ — unghiul electric dintre axa A_r fixă față de rotor și axa A_s fixă față de stator (fig. 2).

M_m — cuplul mecanic la arbore ;

M — cuplul electromagnetic, dezvoltat în mașină ;

J — momentul de inerție ;

$u_{\lambda'}$; $i_{\lambda'}$; $R_{\lambda'}$; $\psi_{\lambda'\sigma}$; $\psi_{\lambda' w}$; $\psi_{\lambda' h o}$; $\psi_{\lambda' h}$; $\psi_{\lambda' o}$; $\psi_{\lambda'}$; $\psi_{\nu\lambda' h o}$; $L_{\nu\lambda' h}$; $L_{\nu\lambda'}$ — — aceleași mărimi referitoare la faza rotorică λ'.

Mărimile referitoare la rotor se notează cu indici cu ($'$). Dacă cîmpul magnetic comun, cu sediul în mediul nemagnetic (capete de bobine), este diferit de zero, în acest caz inductivitățile $L_{\nu\lambda}$ și $L_{\nu\lambda h}$ sînt diferite între ele. Dacă acest cîmp este nul, atunci au loc următoarele relații :

$$L_{\nu\lambda'} = L_{\nu\lambda' h} \; ; \quad L_{\nu'\lambda} = L_{\nu'\lambda h} \, .$$

Dacă este nul cîmpul magnetic care înlănțuie două sau mai multe înfășurări dar numai de aceeași parte a mașinii, atunci au loc egalitățile

$$L_{\nu\lambda} = L_{\nu\lambda h} \; ; \; L_{\nu'\lambda'} = L_{\nu'\lambda' h} \, .$$

Pentru fluxul magnetic al fazei λ, în cazul absenței pierderilor în fier, avem

$$\psi_{\lambda 0} = \sum_{\nu=1}^{m} L_{\nu\lambda} \, i_\nu + \sum_{\nu'=1'}^{m'} L_{\nu'\lambda} \, i_{\nu'} \tag{10}$$

și :

$$\psi_{\lambda h o} = \sum_{\nu=1}^{m} L_{\nu\lambda h} \cdot i_\nu + \sum_{\nu'=1'}^{m'} L_{\nu'\lambda h} \cdot i_{\nu'} \, . \tag{11}$$

Pierderile în fier influențează numai cîmpul magnetic principal prin intermediul curenților turbionari din tole. De influența lor se poate ține cont considerînd o înfășurare generală y, a cărei axă se găsește la distanța x_y față de axa A_s, măsurată pe periferia cercului de diametru D (fig. 2). Această înfășurare poate fi identificată cu o înfășurare statorică sau rotorică, după cum este cazul, cînd lui y i se dă valoarea corespunzătoare.

Pentru această înfășurare generală avem

$$\psi_{y h o} = \sum_{\nu=1}^{m} L_{\nu y h} \cdot i_\nu + \sum_{\nu'=1'}^{m'} L_{\nu' y h} \, i_{\nu'} \tag{12}$$

și

$$\psi_{y h} = \psi_{y h o} + \psi_{\sigma w} \, . \tag{13}$$

Fluxul $\psi_{\nu h}$ se poate determina prin descompunerea cîmpului magnetic principal al mașinii în tuburi elementare de cîmp. Pentru inducția magnetică a fiecărui tub elementar de cîmp este valabilă ecuația (9), constantele K' și K'' fiind aceleași.

Cu acestea, din (9) se obține

$$\psi_{\nu w} = -(1 - K')\ \psi_{\nu h o}\ K''\frac{\mathrm{d}\psi_{\nu h o}}{\mathrm{d}t}. \tag{14}$$

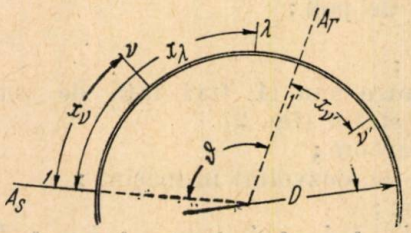


Fig. 2. — Poziția axelor înfășurărilor statorice și rotorice ale unei mașini electrice.

La efectuarea derivatei, x_ν trebuie considerat ca independent de timp.

Din (12) se obține

$$\frac{\mathrm{d}\psi_{\nu h o}}{\mathrm{d}t} = \sum_{\nu=1}^{m} L_{\nu\nu h}\frac{\mathrm{d}i_\nu}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}t}\sum_{\nu=1}^{m} i_\nu\frac{\partial L_{\nu\nu h}}{\partial\vartheta} + \sum_{\nu'=1'}^{m'} L_{\nu'\nu h}\frac{\mathrm{d}i_{\nu'}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}t}\sum_{\nu'=1'}^{m'}\frac{\partial L_{\nu'\nu h}}{\partial\vartheta}. \tag{15}$$

Ținînd cont de (10) — (15), se obține

$$\psi_\lambda = \sum_{\nu=1}^{m} L_{\nu\lambda}\, i_\nu + \sum_{\nu'=1}^{m'} L_{\nu'\lambda}\, i_{\nu'} + [\psi_{\nu w}]\, x_\nu = x_\lambda, \tag{16}$$

$$\psi_{\lambda'} = \sum_{\nu=1}^{m} L_{\nu\lambda'}\, i_\nu + \sum_{\nu'=1'}^{m'} L_{\nu'\lambda'}\, i_{\nu'} + [\psi_{\nu w}]\, x_\nu = \frac{D\vartheta}{2p} + x_{\lambda'}.$$

În acest fel sînt determinate fluxurile magnetice pentru toate înfășurările și se pot scrie ecuațiile dintre curenți și tensiuni. Adoptînd asocierea sensurilor pozitive dintre curenți și tensiuni corespunzător sursei, se obține

$$u_\lambda = -R_\lambda\, i_\lambda - \frac{\mathrm{d}\psi_\lambda}{\mathrm{d}t},$$

$$u_{\lambda'} = -R_{\lambda'}\, i_{\lambda'} - \frac{\mathrm{d}\psi_{\lambda'}}{\mathrm{d}t}. \tag{17}$$

La aceste $m + m'$ ecuații se mai adaugă încă ecuația mișcării rotorului

$$M_m - M = \frac{J}{p}\frac{\mathrm{d}^2\vartheta}{\mathrm{d}t^2}, \tag{18}$$

$$M = p\left(\frac{\partial W_m}{\partial\vartheta}\right) i = \text{const.} \tag{19}$$

și

$$W_m = \frac{1}{2}\cdot\sum_{\nu=1}^{m} i_\nu\,\psi_\nu + \frac{1}{2}\cdot\sum_{\nu'=1'}^{m'} i_{\nu'}\,\psi_{\nu'}. \tag{20}$$

Aceste ecuații sînt valabile pentru orice mașină de curent alternativ fără colector, inclusiv transformatorul electric, și pentru orice regim de funcționare. Ele constituie *ecuațiile generale* ale mașinilor electrice cu considerarea pierderilor în fier.

Dacă în aceste ecuații se face $K' = 1$ și $K'' = 0$, ele obțin forma cunoscută în cazul neglijării pierderilor în fier, stabilită în cadrul teoriei fizice a mașinilor electrice.

5. ECUAȚIILE ÎN CAZURI PARTICULARE

5.1. *Transformatorul electric monofazat cu n înfășurări.* În acest caz, $\vartheta = 0$ și sînt valabile numai ecuațiile (17). Numărul de spire ale înfășurării de ordinul λ este N_λ.

Notînd

$$L_{\nu\lambda\sigma} = L_{\nu\lambda} - L_{\nu\lambda h}, \tag{21}$$

din (16) se obține

$$\psi_\lambda = \sum_{\nu=1}^{n} L_{\nu\lambda\sigma}\, i_\nu + K'\, \psi_{\lambda ho} - K'' \frac{\mathrm{d}\psi_{\lambda ho}}{\mathrm{d}t}, \tag{22}$$

unde

$$\psi_{\lambda ho} = \sum_{\nu=1}^{n} L_{\nu\lambda h}\, i_\nu .$$

Introducînd curentul total al transformatorului, raportat la faza λ, sub forma

$$i_{o\lambda} = \frac{1}{L_{\lambda\lambda h}} \sum_{\nu=1}^{n} L_{\nu\lambda h}\, i_\nu, \tag{23}$$

se obține din (22) pentru ψ_λ expresia

$$\psi_\lambda = \sum_{\nu=1}^{n} L_{\nu\lambda\sigma}\, i_\nu + K'\, L_{\lambda\lambda h}\, i_{o\lambda} - K''\, L_{\lambda\lambda h} \frac{\mathrm{d}i_{o\lambda}}{\mathrm{d}t}. \tag{24}$$

Ținînd cont că $\frac{\psi_{\nu h}}{\psi_{\lambda h}} = \frac{\psi_{\nu ho}}{\psi_{\lambda ho}} = \frac{L_{\nu\lambda h}}{L_{\lambda\lambda h}} = \frac{N_\nu}{N_\lambda}$

și cu notația

$$u_{e\lambda} = \frac{\mathrm{d}\psi_{\lambda h}}{\mathrm{d}t} = -K' \frac{\mathrm{d}\psi_{\lambda ho}}{\mathrm{d}t} + K'' \frac{\mathrm{d}^2 \psi_{\lambda ho}}{\mathrm{d}t^2},$$

adoptînd asocierea sensurilor pozitive corespunzător receptorului pentru înfășurarea 1 și corespunzător sursei pentru înfășurările $\lambda = 2, \ldots, n$, ecuațiile (17) se pot scrie sub forma

$$u_1 = R_1\, i_1 + \sum_{\nu=1}^{n} L_{\nu 1\sigma} \frac{\mathrm{d}i_\nu}{\mathrm{d}t} - u_{e1},$$

$$u_\lambda = -R_\lambda\, i_\lambda - \sum_{\nu=1}^{n} L_{\nu\lambda\sigma} \cdot \frac{\mathrm{d}i_\nu}{\mathrm{d}t} + u_{e\lambda}\ (\lambda = 2, \ldots, n),$$

$$i_{01} = \sum_{\nu=1}^{n} \frac{N_\nu}{N_1} i_\nu,$$

$$u_{e1} = -K' L_{11h} \frac{\mathrm{d}i_{01}}{\mathrm{d}t} + K'' L_{11h} \frac{\mathrm{d}^2 i_{01}}{\mathrm{d}t^2}, \tag{25}$$

$$u_{e\lambda} = \frac{N_\lambda}{N_1} u_{e1}. \qquad (\lambda = 2, \ldots, n)$$

Acestea sînt ecuațiile transformatorului electric cu n înfășurări, scrise în valori momentane, valabile pentru un regim oarecare, nesinusoidal și nestaționar. Dacă tensiunile u_λ ($\lambda = 2, \ldots, n$) pentru cele $n - 1$ secundare nu sînt cunoscute, atunci sistemul de ecuații (25) trebuie completat cu ecuațiile corespunzătoare circuitelor de utilizare.

În cazul unui regim staționar sinusoidal cu pulsația ω, ecuațiile din (25) se pot scrie în mărimi complexe. O formă simplă obține ecuația a patra din (25). Punînd $R_{1m} = \omega^2 K'' L_{11h}$, $L_{1m} = K'' L_{11h}$ și $\bar{Z} = R_{1m} + j\omega L_{1m}$, atunci ea devine

$$\bar{U}_{e1} = -\bar{Z}_{1m} \bar{I}_{01}, \tag{26}$$

$\bar{Z}_{1m}$ fiind impedanța de magnetizare.

Pierderile care au loc în miezul feromagnetic al transformatorului sînt $p_{Fe} = R_{1m} I_{01}^2$, cum rezultă din (25), și, prin urmare, rezistența de calcul R_{1m} corespunde pierderilor în fier.

5.2. ***Mașina de inducție normală.*** Mașina de inducție normală are inductivitățile $L_{\nu\lambda}$, $L_{\nu'\lambda'}$, $L_{\nu\lambda h}$, $L_{\nu'\lambda' h}$ independente de ϑ.

Considerăm regimul staționar ($\omega_1 = \omega_2 + \omega$), simetric, sinusoidal, cînd $\frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}t} = \text{const}$. Mașina este m — fazată în stator și m' — fazată în rotor. În consecință avem

$$u_\lambda = U_1 \sqrt{2} \sin\left[\omega_1 t - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m}\right],$$

$$u_{\lambda'} = U_2 \sqrt{2} \sin\left[\omega_2 t - \varphi_u - (\lambda' - 1)\frac{2\pi}{m'}\right],$$

$$i_\lambda = I_1 \sqrt{2} \sin\left[\omega_1 t - \varphi_1 - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m}\right], \tag{27}$$

$$i_{\lambda'} = I_2 \sqrt{2} \sin\left[\omega_2 t - \varphi_u - \varphi_2 - (\lambda' - 1)\frac{2\pi}{m'}\right],$$

$$\vartheta = \omega t + \vartheta_0.$$

Considerăm cazul în care

$$L_{\nu\lambda'} = L_{\nu\lambda' h} \text{ și } L_{\nu'\lambda} = L_{\nu'\lambda' h}$$

și

$$L_{\nu\lambda\sigma} = L_{11\sigma} \cos\ (\lambda - \nu)\frac{2\pi}{m},$$

$$L_{\nu'\lambda'\sigma} = L_{1'1'\sigma} \cos\ (\lambda' - \nu')\frac{2\pi}{m'},$$

$$L_{\nu\mu h} = L_{1\mu h} \cos\left[\frac{x_\mu}{\tau}\pi - (\nu - 1)\frac{2\pi}{m}\right], \tag{28}$$

$$L_{\nu'\mu h} = L_{1'\mu h} \cos\left[\frac{x_\mu}{\tau}\pi - (\nu' - 1)\frac{2\pi}{m'} - \vartheta\right].$$

Punînd

$$L_{\lambda\lambda} - L_{\lambda\lambda h} = L_\sigma + L_{11\sigma},$$

$$\psi_{\lambda 0} = \psi_{\lambda\sigma} + \psi_{\lambda h\sigma}, \tag{29}$$

$$\psi_{\lambda\sigma} = \left(L_\sigma + \frac{m}{2} L_{11\sigma}\right) i_\lambda = L_{1\sigma}\, i_\lambda,$$

din (11) se obține

$$\psi_{\lambda h\sigma} = \frac{m}{2} L_{11h}\, i_{0\lambda}, \tag{30}$$

$$\psi_{\lambda' h\sigma} = \frac{m'}{2} L_{1'1'h}\, i_{0\lambda'},$$

unde

$$i_{0\lambda} = I_0\sqrt{2}\sin\left[\omega_1 t - \varphi_0 - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m}\right] = i_\lambda + \frac{I_2\sqrt{2}}{k_i}\sin\cdot$$

$$\cdot\left[\omega_1 t + \vartheta_0 - \varphi_u - \varphi_2 - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m}\right], \tag{31}$$

$$k_i = \frac{I_{0'}}{I_0} = \frac{mL_{11'h}}{m' L_{1'1'h}} = \frac{mL_{11h}}{m' L_{1'1h}};\ k_e = \frac{L_{11h}}{L_{11'h}};\ s = \frac{\omega_2}{\omega_1}.$$

Cu acestea (16) devine

$$\psi_\lambda = \psi_{\lambda\sigma} + \psi_{\lambda h} = L_{1\sigma}\, i_\lambda + K'\frac{m}{2} L_{11h}\, i_{0\lambda} - K''\frac{m}{2} L_{11h}\frac{\mathrm{d}i_{0\lambda}}{\mathrm{d}t}. \tag{32}$$

Notăm

$$u_{e\lambda} = -\frac{\mathrm{d}\psi_{\lambda h}}{\mathrm{d}t};\ u_{e\lambda'} = -\frac{\mathrm{d}\psi_{\lambda' h}}{\mathrm{d}t}. \tag{33}$$

Din (17) se obține pentru faza rotorică λ'

$$u_{\lambda'} = -R_2\, i_{\lambda'} - L_{2\sigma}\frac{\mathrm{d}i_{\lambda'}}{\mathrm{d}t} + u_{e\lambda'} \tag{34}$$

sau

$$u'_{\lambda'} = -\frac{R'_2}{s} i'_{\lambda'} - L'_{2\sigma} \frac{\mathrm{d}i'_{\lambda'}}{\mathrm{d}t} + u_{e\lambda}, \tag{34'}$$

unde

$$u'_{\lambda'} = \frac{k_e U_2 \sqrt{2}}{s} \sin\left[\omega_1 t - \varphi_u + \vartheta_0 - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m}\right],$$

$$i'_{\lambda'} = \frac{I_2 \sqrt{2}}{k_i} \sin\left[\omega_1 t - \varphi_u + \vartheta_0 - \varphi_2 - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m}\right], \tag{35}$$

$$R'_2 = k_e k_i R_2 ; \; L'_{2\sigma} = k_e k_i L_{2\sigma},$$

$$L_{1m} = \frac{m}{2} K' L_{11h} ; \; R_{1m} = \frac{m}{2} K'' \omega_1^2 L_{11h}.$$

Adoptînd asocierea sensurilor pozitive corespunzător receptorului pentru faza λ şi sursei pentru faza λ', ecuaţiile (17) obţin forma

$$u_\lambda = R_1 i_\lambda + L_{1\sigma} \frac{\mathrm{d}i_\lambda}{\mathrm{d}t} - u_{e\lambda},$$

$$u'_{\lambda'} = -\frac{R'_2}{s} i'_{\lambda'} - L'_{2\sigma} \frac{\mathrm{d}i'_{\lambda'}}{\mathrm{d}t} + u_{e\lambda}, \tag{36}$$

$$i_{0\lambda} = i_\lambda + i'_{\lambda'},$$

$$u_{e\lambda} = -L_{1m} \frac{\mathrm{d}i_{0\lambda}}{\mathrm{d}t} + \frac{R_{1m}}{\omega_1^2} \frac{\mathrm{d}^2 i_{0\lambda}}{\mathrm{d}t^2},$$

care constituie ecuaţiile maşinii de inducţie cu rotorul redus la stator.

În regim nestaţionar sau în cazul că inductivităţile nu corespund ecuaţiilor (28), atunci ecuaţiile (36) nu mai sînt valabile şi maşina trebuie să fie studiată cu ajutorul ecuaţiilor generale (17), cînd se consideră toate fazele maşinii.

5.3. *Maşina sincronă.* Considerăm cazul unei maşini sincrone m-fazate, cu poli proeminenţi, în regim staţionar, sinusoidal, conform ecuaţiilor (27). Unghiul ϑ este caracterizat prin $\omega = \omega_1$.

Un regim sinusoidal al unei maşini sincrone cu poli proeminenţi, cu permanenţe magnetice diferite după axa longitudinală d şi axa transversală q, este posibil numai atunci cînd repartiţia inducţiei magnetice de-a lungul pasului polar este aceeaşi ca la maşina cu poli plini, diferind însă valorile inducţiei la aceleaşi solenaţii pentru cele două axe.

În figura 3 este reprezentat rotorul unei maşini sincrone cu axele principale d şi q. Este reprezentată numai înfăşurarea de excitaţie E prin care trece curentul $I_E \sqrt{2}$.

Pentru inductivitățile L_σ în $L_{\nu\lambda\sigma}$ avem aceeași situație ca în cazul mașinii de inducție.

În ceea ce privește inductivitatea $L_{1\nu h}$, ea are două valori extreme, L_{11hd} și L_{11hq}, după cum înfășurarea y are axa suprapusă peste axa d, respectiv q.

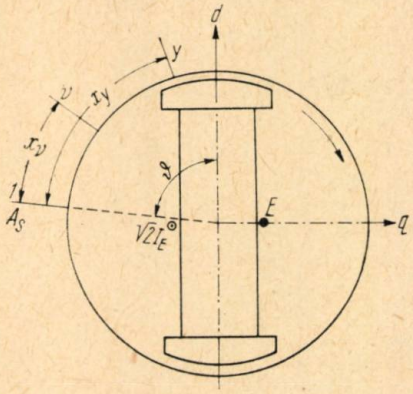


Fig. 3. — Reprezentarea schematică a mașinii sincrone cu axele d și q.

Fluxul ψ_λ se calculează cu fluxurile ψ_{dh0} și ψ_{qh0}, corespunzătoare înfășurării în cazul că este în axa d, respectiv în axa q.
Se obține

$$\psi_{dh0} = -\frac{m}{2} L_{11hd} I_1 \sqrt{2} \sin(\vartheta_0 + \varphi_1) + L_{E1hd} I_E \sqrt{2},$$

$$\psi_{qh0} = -\frac{m}{2} L_{11hq} I_1 \sqrt{2} \cos(\vartheta_0 + \varphi_1), \tag{37}$$

$$\psi_{\lambda h0} = \psi_{dh0} \cos\left[\omega_1 t + \vartheta_0 - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m}\right] -$$

$$- \psi_{qh0} \sin\left[\omega_1 t + \vartheta_0 - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m}\right].$$

Pentru simplificarea scrierii se introduc următoarele notații :

$$i_{E\lambda} = I_E \sqrt{2} \cos\left[\omega_1 t + \vartheta_0 - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m}\right];$$

$$i_{d\lambda} = -I_\alpha \sqrt{2} \cos\left[\omega_1 t + \vartheta_0 - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m}\right];$$

$$I_d = I_1 \sin \psi;$$

$$i_{1\lambda} = I_q \sqrt{2} \sin\left[\omega_1 t + \vartheta_0 - (\lambda - 1)\frac{2\pi}{m}\right];$$

$$I_1 = I_1 \cos \psi;$$

$$
\begin{aligned}
i_{0\lambda} &= i_{d\lambda} + k_E\, i_{E\lambda} + k_q\, i_{q\lambda};\\
u_{e\lambda} &= -\frac{\mathrm{d}\psi_{\lambda h}}{\mathrm{d}t};\\
\psi &= \vartheta_0 + \varphi_1;\\
k_E &= \frac{2}{m}\cdot\frac{L_{E1hd}}{L_{11hd}};\\
k_q &= \frac{K_{11hq}}{L_{11hd}};\\
L_{dm} &= \frac{m}{2}K'\,L_{11hd};\\
R_{dm} &= \frac{m}{2}K''\,\omega_1^2\,L_{11hd}.
\end{aligned}
\tag{38}
$$

De aici rezultă că $\psi_{\lambda h0} = \frac{m}{2}\,L_{11hd}\cdot i_{0\lambda}$. Din (13), (14) și (38) se obține sistemul de ecuații

$$
\begin{aligned}
u_\lambda &= -R_1\,i_\lambda - L_{1\sigma}\frac{\mathrm{d}i_\lambda}{\mathrm{d}t} + u_{e\lambda},\\
u_{e\lambda} &= -L_{dm}\frac{\mathrm{d}i_{0\lambda}}{\mathrm{d}t} + \frac{R_{dm}}{\omega_1^2}\frac{\mathrm{d}^2 i_{0\lambda}}{\mathrm{d}t^2},\\
i_{0\lambda} &= i_{d\lambda} + k_E\,i_{E\lambda} + k_q\,i_{q\lambda},\\
i_{d\lambda} &= -\frac{I_1}{I_E}\sin\psi\cdot i_{E\lambda},\\
i_{d\lambda} &= -\frac{\mathrm{tg}\,\psi}{\omega_1}\cdot\frac{\mathrm{d}i_{q\lambda}}{\mathrm{d}t},\\
i_\lambda &= i_{d\lambda} + i_{q\lambda}.
\end{aligned}
\tag{39}
$$

Lăsînd indicii 1 și λ la o parte, cum se face de obicei, ecuațiile (39), scrise în mărimi complexe cu notațiile $\overline{Z} = R + jX$; $X = \omega L_{1\sigma}$; $\overline{Z}_{dm} = R_{dm} + jX_{dm}$; $X_{dm} = \omega L_{dm}$; $\overline{I}_E = jI_E\frac{\overline{U}}{U}e^{j\vartheta_0}$, se pot reprezenta grafic, cînd se obține diagrama fazorială a mașinii sincrone, dată în figura 4.

Dacă se scrie

$$\overline{U}_{eE} = -\overline{Z}_{dm}\,k_E\,\overline{I}_E;\quad \overline{U}_{ed} = -\overline{Z}_{dm}\,\overline{I}_d;\quad \overline{U}_{eq} = -\overline{Z}_{dm}\,k_q\,\overline{I}_q,$$

se obține diagrama fazorială a mașinii sincrone sub forma reprezentată în figura 5 cu linii pline, iar cu linii întrerupte diagrama obișnuită în cazul neglijării pierderilor în fier ($R_{dm} = 0$).

Cu (39) se poate calcula expresia cuplului electromagnetic al mașinii sincrone, ținînd cont și de pierderile în fier.

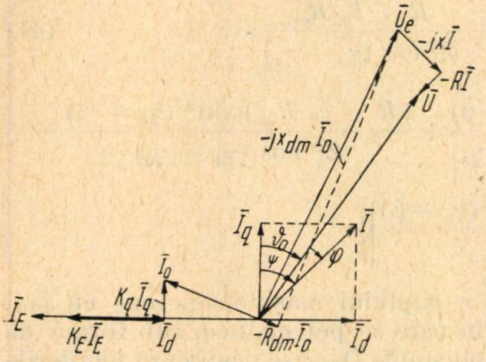


Fig. 4. — Diagrama fazorială a mașinii sincrone corespunzătoare ecuațiilor (39).

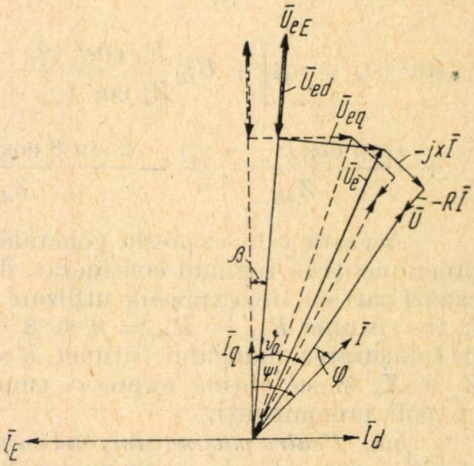


Fig. 5. — Diagrama fazorială a mașinii sincrone prezentată sub forma obișnuită :
——— diagrama exactă
------- diagrama simplificată ($R_{dm} = 0$)

Deoarece $M = \dfrac{pm}{\omega_1}(UI\cos\varphi + RI^2 + R_{dm}I_0^2)$, cu notațiile

$$
\begin{aligned}
R_{qm} &= k_q R_{dm} & X_q &= X + X_{qm} \\
X_{qm} &= k_q X_{dm} & Z_d &= \sqrt{R_d^2 + X_d^2} \\
Z_{qm} &= k_q Z_{dm} & Z_q &= \sqrt{R_q^2 + X_q^2} \\
R_d &= R + R_{dm} & R_{dm} &= X_{dm}\operatorname{tg}\beta \\
R_q &= R + R_{qm} & R_d &= X_d \operatorname{tg}\gamma_d \\
X_d &= X + X_{dm} & R_q &= X_q \operatorname{tg}\gamma_q
\end{aligned}
\qquad (40)
$$

se obține pentru M expresia

$$
M = \frac{pm}{\omega_1 \cos(\gamma_d - \gamma_q)}\left\{U\, U_{eE}\left[\left[\frac{\cos(\gamma_q - \beta)}{Z_d}\sin\vartheta_0 + \right.\right.\right.
$$

$$
\left.\left.\left. + \frac{\sin(\gamma_d - \beta)}{Z_q}\cos\vartheta_0 - 2\left[\frac{R_d\cos(\gamma_q - \beta)}{Z_d^2\cos(\gamma_d - \gamma_q)} - \frac{\sin\beta}{Z_d}\right]\right.\right.\right.
$$

$$\cdot \cos(\vartheta_0 - \gamma_q) + \frac{2(R + k_q R_{mq}) \sin(\gamma_d - \beta)}{Z_q^2 \cos(\gamma_d - \gamma_q)} \sin(\vartheta_0 - \gamma_d)\Big]\Big] +$$

$$+ U^2\Big[\frac{1}{Z_q} \sin(\vartheta_0 - \gamma_d) \cos\vartheta_0 - \frac{1}{Z_d} \cos(\vartheta_0 - \gamma_q) \sin\vartheta_0 +$$

$$+ \frac{R_d}{Z_d^2 \cos(\gamma_d - \gamma_q)} \cos^2(\vartheta_0 - \gamma_q) + \frac{R + k_q R_{qm}}{Z_q^2 \cos(\gamma_d - \gamma_q)} \cdot \tag{41}$$

$$\cdot \sin^2(\vartheta_0 - \gamma_d)\Big] + U_{eE}^2 \frac{R_d \cos^2(\gamma_q - \beta)}{Z_d^2 \cos(\gamma_d - \gamma_q)} + \frac{(R + k_q R_{qm}) \sin^2(\gamma_d - \beta)}{Z_q^2 \cos(\gamma_d - \gamma_q)} +$$

$$+ \frac{\sin\beta \cos(\gamma_d - \gamma_q)}{Z_{dm}} - \frac{2 \sin\beta \cos(\gamma_q - \beta)}{Z_d}\Big]\Big\}.$$

Aceasta este expresia generală a cuplului mașinii sincrone cu poli proeminenți în regimul considerat, din care se pot deduce, sub formă de cazuri particulare, expresiile utilizate obișnuit. Dacă se neglijează pierderile în fier, atunci $R_{dm} = R_{qm} = 0$ și $\beta = 0$. Dacă se neglijează și pierderile în înfășurarea indusului, atunci $R = 0$, rezultă $\gamma_d = \gamma_q = 0$; $Z_d = X_d$, $Z_q = X_q$ și se obține expresia cunoscută a cuplului mașinii sincrone cu poli proeminenți.

5.4. *Pentru mașina sincronă cu poli plini*, ecuațiile și expresia cuplului se obțin din cele ale mașinii cu poli proeminenți, unde se scrie $k_q = 1$, deci $Z_d = Z_q$; $\gamma_d = \gamma_q = \gamma$. Pentru cuplu se obține din (41)

$$M = \frac{pm}{\omega_1}\Big\{U\, U_{eE} \frac{\sin(\vartheta_0 - \gamma + \beta)}{Z_d} + U_{eE}^2\Big[\frac{\sin\gamma}{Z_d} + \frac{\sin\beta}{Z_{dm}} -$$

$$- \frac{2 \sin\beta \cos(\gamma - \beta)}{Z_d}\Big]\Big\}. \tag{42}$$

În acest fel, pe baza relației (9), a fost posibil să se prezinte ecuațiile mașinilor electrice de curent alternativ sub o formă unitară, cu considerarea pierderilor în fier.

Primit la redacție la 25 august 1965

BIBLIOGRAFIE

1. АДКИНС А., *Общая теория электрических машин*, Госэнергоиздат, Москва—Ленинград, 1960.
2. PL. ANDRONESCU, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, Timișoara, 1940.
3. TH. BÖDEFELD, H. SEQUENZ, *Elektrische Maschinen*, Springer-Verlag, Viena, 1962.

4. K. Bonfert, *Betriebsverhalten der Synchronmaschine*, Berlin (Göttingen)-Heidelberg, Springer-Verlag, 1962.
5. K. Kohimann, *Theoretische Elektrotechnik. III. Grundzüge der Theorie elektrischer Maschinen*, Birkhauser, Basel, 1951.
6. Ф. Лайбле, *Теория синхронных машин*. Москва — Ленинград, 1957.
7. W. Nürnberg, *Die Asynchronmaschine*, Springer-Verlag, Berlin, 1963.
8. R. Răduleț, *Bazele teoretice ale electrotehnicii, vol. III*, Litografia învățămîntului, București, 1954.
9. — *Bazele electrotehnicii*. Probleme, vol. I, Editura didactică și pedagogică, București, 1963.
10. R. Richter, *Elektrische Maschinen, IV, Die Induktionsmaschinen*, Birkhauser, Basel, 1954.

CÎMPUL MAGNETIC, REACTANȚELE ȘI CUPLUL MAȘINILOR SINCRONE REACTIVE

DE

ANDREI ȚUGULEA și CEZAR FLUERAȘU

Considerînd desfășurarea liniară a mașinii, în lucrare se determină potențialul vector al cîmpului magnetic din întrefierul mașinii. În acest scop piesele polare se consideră dreptunghiulare iar densitatea pînzei de curent se consideră repartizată sinusoidal; de asemenea se face ipoteza uzuală a fierului nesaturat.

Determinarea potențialului vector se face prin integrarea ecuației Laplace pe subdomenii în condiții de frontieră de tip Neumann.

Cu ajutorul potențialului vector se determină cîmpul și energia magnetică acumulată în întrefier, iar cu ajutorul acesteia se calculează reactanța longitudinală și transversală a mașinii.

Pentru ușurarea calculelor se dau curbe ale acestor reactanțe pentru o gamă largă de valori ale parametrilor de care depind.

Utilizînd teorema forțelor generalizate în cîmpul magnetic, se calculează cîmpul electromagnetic al mașinii.

1. INTRODUCERE

Mașinile reactive sînt mașini sincrone fără înfășurare rotorică și se folosesc în construcție monofazată sau trifazată în diferite acționări [1].

Deși principiul mașinii este cunoscut încă de mult, utilizările ei recente au atras din nou atenția cercetătorilor asupra ei. În particular, prezintă interes determinarea prin calcul a cîmpului magnetic și cu ajutorul lui a reactanței longitudinale X_{ad} și transversale X_{aq}, care intervin în expresia cuplului mașinii și ca parametri esențiali în schema ei echivalentă. Prezintă interes, de asemenea, determinarea raportului optim dintre aceste două reactanțe care asigură atît valoarea maximă a cuplului electromagnetic al mașinii, cît și un factor de putere convenabil [2], [3].

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 1 p. 33—54 București 1966

În literatura de specialitate [3], [4], [5], [6], [7], aceste maşini sînt studiate de obicei pe baza schemei lor echivalente, care presupune cunoaşterea prealabilă a reactanţelor. În acest scop se utilizează fie metode grafice [8] de trasare a liniilor de cîmp, fie metode bazate pe dezvoltarea în serie a permeanţei întrefierului maşinii, obţinîndu-se aproximaţii destul de grosiere [4], [5].

În lucrarea de faţă, autorii îşi propun să studieze cîmpul, reactanţele şi cuplul acestor maşini, integrînd ecuaţiile cîmpului magnetic în condiţii cît mai apropiate de realitate.

Deoarece domeniile de integrare sînt, în general, de formă complexă, în lucrare se utilizează descompunerea acestor domenii în subdomenii [9], fapt care permite, pe de o parte, aplicarea metodei separării variabilelor şi, pe de altă parte, asigură valori ale energiei magnetice care aproximează superior foarte bine valorile reale ale acesteia — şi deci ale reactanţelor.

De asemenea, pentru calculul cuplului maşinii se utilizează teorema forţelor generalizate [10].

2. CALCULUL CÎMPULUI MAGNETIC

Determinarea cîmpului magnetic din interiorul maşinii se poate face în două moduri : folosind potenţialul magnetic scalar sau cel vector. În situaţia de faţă, este mai avantajoasă a doua cale şi de aceea a fost adoptată aceasta.

Problema care trebuie rezolvată este deci determinarea potenţialului magnetic vector $\boldsymbol{A}$, care, după cum se ştie, satisface o ecuaţie de tip Poisson :

$$\Delta \boldsymbol{A} = -\mu \boldsymbol{J} \tag{1}$$

$\boldsymbol{J}$ fiind densitatea de curent.

Pentru simplificare, se va rezolva problema în următoarele condiţii :

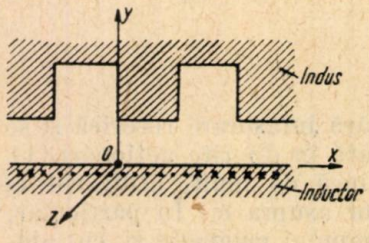


Fig. 1. — Reprezentarea desfăşurată a maşinii sincrone reactive şi alegerea axelor de coordonate.

a) Se va studia maşina desfăşurată, compusă dintr-un inductor neted şi un indus cu crestături de formă dreptunghiulară. Lungimea în direcţia axială se va considera suficient de mare, încît să se poată neglija influenţa capetelor (fig. 1).

În această situaţie, cîmpul va fi plan-paralel, iar potenţialul magnetic vector va avea numai o componentă după axa Oz :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A} &= \boldsymbol{k} A_z = \boldsymbol{k} A \\ A &= A(x, y). \end{aligned} \tag{2}$$

b) Densitatea de curent din înfăşurarea inductorului se va considera repartizată numai la suprafaţa acestuia, ca densitate superficială de curent. Se va presupune că densitatea superficială de curent este repartizată sinu-

soidal în lungul periferiei inductorului, neglijînd astfel armonicele spaţiale care apar datorită faptului că, în realitate, înfăşurarea este concentrată în crestături.

c) Poziţia relativă dintre indus şi pătura de curent de pe inductor se va considera invariabilă în timp, ceea ce corespunde funcţionării maşinii la sincronism. În acest fel se neglijează cîmpurile învîrtitoare de alte turaţii produse de către armonicele curentului din înfăşurarea inductoare.

d) Permeabilitatea magnetică a miezului maşinii se va considera mult mai mare decît cea a aerului, încît se va putea presupune că în interiorul miezului intensitatea cîmpului magnetic este nulă şi că liniile de cîmp sînt normale pe suprafeţele armăturilor acolo unde densitatea superficială de curent este nulă.

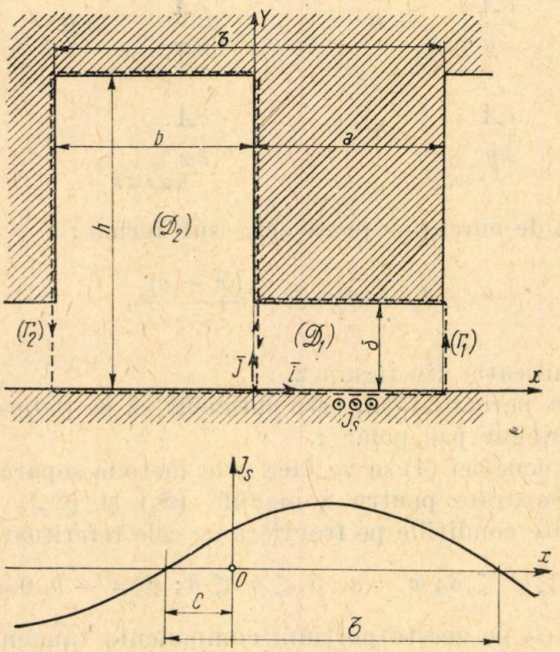


Fig. 2. — Împărţirea în subdomenii pentru determinarea cîmpului magnetic.

Pe suprafaţa inductorului, unde există densitate superficială de curent, componenta tangenţială a intensităţii cîmpului magnetic va satisface relaţia :

$$H_t = \frac{1}{\mu_0} |\operatorname{rot} \boldsymbol{A}|_t = J_S \tag{3}$$

Alegînd axele de coordonate ca în figura 2, rezultă că va trebui integrată ecuaţia :

$$\Delta A = 0 \quad \text{în } (\mathcal{D}_1 + \mathcal{D}_2) \tag{4}$$

cu condițiile pe frontieră :

$$\begin{aligned} |\operatorname{rot} \boldsymbol{A}|_t &= 0 \qquad \text{pe suprafața indusului} \\ |\operatorname{rot} \boldsymbol{A}|_t &= \mu_0 J_S \quad \text{pe suprafața inductorului} \end{aligned} \tag{5}$$

adică o problemă Neumann.

Scriind rotorul în coordonate carteziene, ținînd seama de (2), relațiile (5) devin :

$$\left.\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial y}\right|_{y=0} = -\mu_0 J_S$$

$$\left.\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial y}\right|_{\substack{y=\delta \\ 0 \leqslant x \leqslant a}} = 0 \qquad \left.\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial x}\right|_{\substack{x=0 \\ \delta \leqslant y \leqslant h}} = 0 \tag{5'}$$

$$\left.\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial y}\right|_{\substack{y=h \\ -b \leqslant x \leqslant 0}} = 0 \qquad \left.\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial x}\right|_{\substack{x=-b \\ \delta \leqslant y \leqslant h}} = 0$$

Densitatea de curent se poate scrie sub forma :

$$J_S = J_m \sin \frac{\pi (x + c)}{\tau}, \tag{6}$$

unde c are semnificația din figura 2.

În virtutea periodicității, este suficient să se determine cîmpul în cuprinsul unui singur pas polar τ.

Integrarea ecuației (4) se va face prin metoda separării variabilelor, căutînd soluții separate pentru domeniile $(\mathfrak{D}_1)$ și $(\mathfrak{D}_2)$. În acest scop, trebuie completate condițiile pe frontieră cu cele referitoare la porțiunile :

$$x = 0,\ 0 \leqslant y \leqslant \delta\,;\ x = a,\ 0 \leqslant y \leqslant \delta\,;\ x = -b,\ 0 \leqslant y \leqslant \delta$$

Vom presupune că pe aceste porțiuni componenta tangențială a intensității cîmpului magnetic este constantă :

$$H_y|_{x=0} = \text{const} = M\,;\quad H_y|_{x=a} = -H_y|_{x=-b} = \text{const} = N \tag{7}$$

Valorile celor două constante nu sînt arbitrare, ci trebuie deduse aplicînd legea circuitului magnetic pe curbele (Γ_1) și (Γ_2) din figura 2 :

$$\oint_{\Gamma_1} \boldsymbol{H}\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \oint_{\Gamma_1} H_t.\mathrm{d}s = H_y|_{x=a}.\delta - H_y|_{x=0}.\delta = \int_0^a J_S\,\mathrm{d}x =$$

$$= -\frac{\tau J_m}{\pi}\left[\cos\frac{\pi (c + a)}{\tau} - \cos\frac{\pi c}{\tau}\right] \tag{8}$$

$$\oint_{\Gamma_2} \boldsymbol{H}\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \oint_{\Gamma_2} H_t\,\mathrm{d}s = H_y|_{x=0}.\delta - H_y|_{x=-b}.\delta = \int_b^0 J_s\,\mathrm{d}x = \\ = \frac{\tau J_m}{\pi}\left[\cos\frac{\pi(c-b)}{\tau} - \cos\frac{\pi c}{\tau}\right] \tag{8'}$$

de unde se obține :

$$M = -\frac{\tau J_m}{\pi\delta}\cos\frac{\pi c}{\tau}$$

$$N = \frac{\tau J_m}{\pi\delta}\cos\frac{\pi(c-b)}{\tau} = -\frac{\tau J_m}{\pi\delta}\cos\frac{\pi(c+a)}{\tau} \tag{9}$$

Dar, întrucît :

$$H_y = -\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial A}{\partial x}$$

relațiile (7) și (9) dau :

$$\left.\frac{\partial A}{\partial x}\right|_{\substack{x=0\\ 0\leqslant y\leqslant\delta}} = \frac{\mu_0\tau J_m}{\pi\delta}\cos\frac{\pi c}{\tau}$$

$$\left.\frac{\partial A}{\delta x}\right|_{\substack{x=a\\ 0\leqslant y\leqslant\delta}} = -\left.\frac{\partial A}{\partial x}\right|_{\substack{x=-b\\ 0\leqslant y\leqslant\delta}} = -\frac{\mu_0\tau J_m}{\pi\delta}\cos\frac{\pi(c-b)}{\tau} = \frac{\mu_0\tau J_m}{\pi\delta}\cos\frac{\pi(c+a)}{\tau} \tag{10}$$

Eroarea comisă prin introducerea condițiilor (7) nu este mare, deoarece întrefierul δ al mașinii este relativ mic, iar contribuția porțiunilor respective la energia magnetică totală este de asemenea mică. Energia calculată în aceste condiții este mai mare decît cea reală, diferența nefiind însă mare, după cum rezultă din [9] [1]).

Condițiile pe frontieră sînt date deci de relațiile (5') și (10) și sînt suficiente pentru a determina potențialul magnetic vector pînă la o constantă arbitrară, care apare, după cum se știe, în toate problemele de tip Neumann.

Această constantă arbitrară nu va interveni însă în expresia energiei, deci din acest punct de vedere condițiile pe frontieră sînt suficiente.

2.1. ***Determinarea potențialului magnetic vector din domeniul*** ($\mathfrak{D}_1$). Trebuie determinat potențialul vector

$$A_1 = A_1(x,\ y)$$

[1]) Impunînd condițiile (7), se asigură conservarea componentei tangențiale a intensității cîmpului magnetic la trecerea dintr-un domeniu într-altul, în schimb nu se mai asigură conservarea componentei normale a inducției magnetice. Din punct de vedere fizic, aceasta nu are sens, însă energia calculată separînd domeniul în subdomeniile indicate va fi, după cum am arătat mai sus, foarte apropiată de cea reală.

care satisface ecuația lui Laplace în $(\mathcal{D}_1)$, cu următoarele condiții pe frontieră :

$$\left.\frac{\partial A_1}{\partial y}\right|_{y=0} = -\mu_0 J_m \sin\frac{\pi(x+c)}{\tau} \tag{11}$$

$$\left.\frac{\partial A_1}{\partial y}\right|_{y=\delta} = 0 \tag{11'}$$

$$\left.\frac{\partial A_1}{\partial x}\right|_{x=0} = \frac{\mu_0 \tau J_m}{\pi\delta}\cos\frac{\pi c}{\tau} \tag{11''}$$

$$\left.\frac{\partial A_1}{\partial x}\right|_{x=a} = \frac{\mu_0 \tau J_m}{\pi\delta}\cos\frac{\pi(c+a)}{\tau} \tag{11'''}$$

Se caută o soluție de forma :

$$A_1(x, y) = A_1'(x, y) + A_1''(x, y), \tag{12}$$

în care $A_1'(x, y)$ este o soluție particulară a ecuației lui Laplace, care satisface condițiile (11', 11'', 11''') :

$$A_1'(x, y) = B_1(x^2 - y^2) + C_1 x + D_1 y \tag{13}$$

Se obțin următoarele valori ale coeficienților :

$$B_1 = \frac{\mu_0 \tau J_m}{2\pi a\delta}\left[\cos\frac{\pi(a+c)}{\tau} - \cos\frac{\pi c}{\tau}\right]$$

$$C_1 = \frac{\mu_0 \tau J_m}{\pi\delta}\cos\frac{\pi c}{\tau} \tag{14}$$

$$D_1 = \frac{\mu_0 \tau J_m}{\pi a}\left[\cos\frac{\pi(a+c)}{\tau} - \cos\frac{\pi c}{\tau}\right]$$

Condițiile pe frontieră pentru determinarea funcției $A_1''(x, y)$ rezultă :

$$\left.\frac{\partial A_1''}{\partial y}\right|_{y=0} = -\mu_0 J_m \sin\frac{\pi(x+c)}{\tau} - \left.\frac{\partial A_1'}{\partial y}\right|_{y=0} \tag{15}$$

$$\left.\frac{\partial A_1''}{\partial y}\right|_{y=\delta} = \left.\frac{\partial A_1''}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial A_1''}{\partial x}\right|_{x=a} = 0 \tag{16}$$

Aplicînd metoda separării variabilelor, se caută o soluție de forma :

$$A_1''(x, y) = X(x)\cdot Y(y),$$

obținîndu-se :

$$A_1''(x, y) = \sum_{\lambda} [B_\lambda \sin\lambda x + C_\lambda \cos\lambda x]\,[D_\lambda \operatorname{sh}\lambda y + E_\lambda \operatorname{ch}\lambda y]$$

Din relațiile (16) se deduce :

$$B_\lambda = 0\,;\quad E_\lambda = -D_\lambda \frac{\operatorname{ch}\lambda\delta}{\operatorname{sh}\lambda\delta}\,;\quad \lambda = \frac{n\pi}{a}$$

soluția rămînînd de forma :

$$A_1''(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n \frac{\operatorname{ch}\dfrac{n\pi(y-\delta)}{a}\cos\dfrac{n\pi x}{a}}{\operatorname{sh}\dfrac{n\pi\delta}{a}} \tag{17}$$

Constanta F_n se determină din dezvoltarea condiției pe frontieră (15) în serie Fourier, prelungirea acesteia fiind pară. Rezultă :

$$F_n = -\frac{2\mu_0 a^2 \tau J_m}{\pi^2}\frac{1}{n(n^2\tau^2 - a^2)}\left[(-1)^n \cos\frac{\pi(c+a)}{\tau} - \cos\frac{\pi c}{\tau}\right] \tag{18}$$

În concluzie, soluția pentru domeniul $(\mathcal{D}_1)$ este dată de relația (12), în care A_1' și A''_1 sînt dați de relațiile (13) și (14), respectiv (17) și (18).

2.2. ***Determinarea potențialului magnetic vector din domeniul*** $(\mathcal{D}_2)$. Trebuie determinată o funcție :

$$A_2 = A_2(x, y),$$

care satisface ecuația lui Laplace în $(\mathcal{D}_2)$, cu următoarele condiții pe frontieră :

$$\left.\frac{\partial A_2}{\partial y}\right|_{y=0} = -\mu_0 J_m \sin\frac{\pi(x+c)}{\tau} \tag{19}$$

$$\left.\frac{\partial A_2}{\partial y}\right|_{y=h} = 0 \tag{19'}$$

$$\left.\frac{\partial A_2}{\partial x}\right|_{x=0} = \begin{cases} \dfrac{\mu_0\tau J_m}{\pi\delta}\cos\dfrac{\pi c}{\tau} & \text{pentru } 0 \leqslant y \leqslant \delta \\ 0 & \text{pentru } \delta \leqslant y \leqslant h \end{cases} \tag{19''}$$

$$\left.\frac{\partial A_2}{\partial x}\right|_{x=-b} = \begin{cases} \dfrac{\mu_0\tau J_m}{\pi\delta}\cos\dfrac{\pi(c-b)}{\tau} & \text{pentru } 0 \leqslant y \leqslant \delta \\ 0 & \text{pentru } \delta \leqslant y \leqslant h \end{cases} \tag{19'''}$$

Ca și mai sus, se separă o soluție particulară :

$$A_2' = A_2'(x, y)$$

care să satisfacă pe frontieră condiții corespunzînd valorilor medii ale celor de la (19):

$$\left.\frac{\partial A_2'}{\partial y}\right|_{y=0} = -\frac{\mu_0 J_m}{b}\int_{-b}^{0} \sin\frac{\pi(x+c)}{\tau}\,dx =$$

$$= -\frac{\mu_0 \tau J_m}{\pi b}\left[\cos\frac{\pi(c-b)}{\tau} - \cos\frac{\pi c}{\tau}\right]$$

$$\left.\frac{\partial A_2'}{\partial y}\right|_{y=b} = 0 \tag{20}$$

$$\left.\frac{\partial A_2'}{\partial x}\right|_{x=0} = \frac{\delta}{h}\frac{\mu_0 \tau J_m}{\pi\delta}\cos\frac{\pi c}{\tau} \qquad 0 \leqslant y \leqslant h$$

$$\left.\frac{\partial A_2'}{\partial x}\right|_{x=-b} = \frac{\delta}{h}\frac{\mu_0 \tau J_m}{\pi\delta}\cos\frac{\pi(c-b)}{\tau} \qquad 0 \leqslant y \leqslant h$$

Soluția A_2' va fi de forma:

$$A_2' = B_2(x^2 - y^2) + C_2 x + D_2 \tag{21}$$

în care coeficienții, obținuți ținînd seama de (20), sînt:

$$B_2 = \frac{\mu_0 \tau J_m}{2\pi b h}\left[\cos\frac{\pi c}{\tau} - \cos\frac{\pi(c-b)}{\tau}\right]$$

$$C_2 = \frac{\mu_0 \tau J_m}{\pi h}\cos\frac{\pi c}{\tau} \tag{22}$$

$$D_2 = \frac{\mu_0 \tau J_m}{\pi b}\left[\cos\frac{\pi c}{\tau} - \cos\frac{\pi(c-b)}{\tau}\right]$$

Restul condițiilor pe frontieră vor fi satisfăcute de către funcții $A_2''(x, y)$ și $A_2'''(x, y)$, și anume:

$$\left.\frac{\partial A_2''}{\partial y}\right|_{y=0} = -\mu_0 J_m \sin\frac{\pi(x+c)}{\tau} - \left.\frac{\partial A_2'}{\partial y}\right|_{y=0}$$

$$\left.\frac{\partial A_2''}{\partial y}\right|_{y=h} = 0 \tag{23}$$

$$\left.\frac{\partial A_2''}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial A_2''}{\partial x}\right|_{x=-b} = 0$$

respectiv :

$$\left.\frac{\partial A_2'''}{\partial y}\right|_{y=0} = \left.\frac{\partial A_2'''}{\partial y}\right|_{y=h} = 0$$

$$\left.\frac{\partial A_2'''}{\partial x}\right|_{x=0} = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 \tau J_m}{\pi h} \cos\dfrac{\pi c}{\tau} - \left.\dfrac{\partial A_2'}{\partial x}\right|_{x=0} & 0 \leqslant y \leqslant \delta \\ -\left.\dfrac{\partial A_2'}{\partial x}\right|_{x=0} & \delta \leqslant y \leqslant h \end{cases} \tag{24}$$

$$\left.\frac{\partial A_2'''}{\partial x}\right|_{x=-b} = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 \tau J_m}{\pi h} \cos\dfrac{\pi (c-b)}{\tau} - \left.\dfrac{\partial A_2'}{\partial x}\right|_{x=-b} & 0 \leqslant y \leqslant \delta \\ -\left.\dfrac{\partial A_2'}{\partial x}\right|_{x=-b} & \delta \leqslant y \leqslant h \end{cases}$$

Soluțiile rezultă aplicînd metoda separării variabilelor :

$$A_2'' = \sum_{n=1}^{\infty} G_n' \frac{ch\dfrac{n\pi(y-h)}{b} \cos\dfrac{n\pi x}{b}}{sh\dfrac{n\pi h}{b}} \tag{25}$$

în care :

$$G_n' = \frac{2\mu_0 b^2 \tau J_m}{\pi^2} \frac{1}{n(b^2 - n^2\tau^2)} \left[(-1)^n \cos\frac{\pi(c-b)}{\tau} - \cos\frac{\pi c}{\tau}\right], \tag{26}$$

respectiv :

$$A_2''' = \sum_{n=1}^{\infty} G_n'' \left[\cos\frac{\pi c}{\tau} ch\frac{n\pi(x+b)}{h} - \cos\frac{\pi(c-b)}{\tau} ch\frac{n\pi x}{h}\right] \cos\frac{n\pi y}{h} \tag{27}$$

în care :

$$G_n'' = \frac{2\mu_0 h \tau J_m}{\pi^3 \delta} \frac{1}{n^2} \frac{\sin\dfrac{n\pi\delta}{h}}{\operatorname{sh}\dfrac{n\pi b}{h}} \tag{28}$$

Soluția pentru domeniul $(\mathcal{D}_2)$ va fi deci :

$$A_2(x, y) = A_2'(x, y) + A_2''(x, y) + A_2'''(x, y) \tag{29}$$

funcțiile A_2', A_2'', A_2''' fiind date de relațiile (21), (22), (25), (26), respectiv (27), (28).

3. DETERMINAREA REACTANȚELOR MAȘINII

Reactanța unei faze este dată de relația:

$$X = X_a + X_\sigma$$

în care prin X_a se înțelege reactanța corespunzătoare cîmpului magnetic din spațiul dintre inductor și indus, iar prin X_σ reactanța de dispersie corespunzătoare dispersiilor în crestătură și la capetele de bobină. Reactanța de dispersie X_σ se calculează cu formulele uzuale, date în orice lucrare de specialitate [8]. În lucrarea de față se determină reactanța X_a, în care scop se va calcula energia W_{ma} a cîmpului magnetic din spațiul dintre inductor și indus, din care, folosind relația cunoscută:

$$W_{ma} = \frac{1}{2} m L_a I^2 = \frac{1}{2} m \frac{X_a}{\omega} I^2, \tag{30}$$

rezultă reactanța.

În această relație, m reprezintă numărul de faze, I este valoarea efectivă a intensității curentului dintr-o fază, iar $\omega = 2\pi f$ pulsația.

S-a presupus, prin aceasta, că înfășurările tuturor fazelor sînt identice.

Energia W_{ma} a cîmpului este dată, după cum se știe, de relația:

$$W_{ma} = \frac{1}{2} \int_{V_\Sigma} \boldsymbol{B}\boldsymbol{H}\, \mathrm{d}v = \frac{1}{2} \int_{V_\Sigma} \boldsymbol{A}\boldsymbol{J}\, \mathrm{d}v + \frac{1}{2} \oint_{\Sigma} (\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{H})\, \boldsymbol{n}\, \mathrm{d}A \tag{31}$$

unde $\boldsymbol{n}$ este normala exterioară a suprafeței Σ care mărginește domeniul V_Σ.

În cazul de față, întrucît cîmpul magnetic este considerat nul în interiorul armăturilor, întreaga energie magnetică va fi localizată în spațiul dintre inductor și indus. Deoarece aici nu există densitate de curent, termenul în care apare aceasta în relația (31) va fi nul.

Datorită periodicității soluției, se poate calcula energia numai pe cuprinsul unui pas polar, energia totală obținîndu-se prin multiplicarea acesteia cu numărul de poli ai mașinii.

Cîmpul fiind plan-paralel, integrala de suprafață din (31) se poate transforma în integrală de contur, obținîndu-se:

$$W_{ma} = \frac{1}{2} \left[\oint_{\Gamma_1} (\boldsymbol{H}_1 \times \boldsymbol{A}_1)\, \boldsymbol{n}\, \mathrm{d}s + \oint_{\Gamma_2} (\boldsymbol{H}_2 \times \boldsymbol{A}_2)\, \boldsymbol{n}\, \mathrm{d}s \right] 2pl \tag{32}$$

în care (Γ_1) și (Γ_2) sînt contururile care mărginesc subdomeniile $(\mathcal{D}_1)$ și $(\mathcal{D}_2)$ (vezi fig. 2), $\boldsymbol{n}$ este un vector unitar normal pe contur și orientat către interiorul domeniului, p este numărul de perechi de poli, iar l lungimea mașinii.

Din relația:

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{\mu_0} \operatorname{rot} \boldsymbol{A}$$

și ținînd seama de (2), scriind expresia rotorului în coordonate carteziene, se obține:

$$W_{ma} = -\frac{1}{2\mu_0}\left[\oint_{\Gamma_1}\left(\boldsymbol{i}\,A_1\frac{\partial A_1}{\partial x} + \boldsymbol{j}\,A_1\frac{\partial A_1}{\partial y}\right)\boldsymbol{n}\,ds + \oint_{\Gamma_2}\left(\boldsymbol{i}\,A_2\frac{\partial A_2}{\partial x} + \boldsymbol{j}\,A_2\frac{\partial A_2}{\partial y}\right)\boldsymbol{n}\,ds\right]2pl \tag{33}$$

Cele două integrale care apar în această relație se calculează pe porțiuni, iar relația (33) devine:

$$W_{ma} = \frac{1}{2\mu_0}\left[-\int_0^a\left(A_1\frac{\partial A_1}{\partial y}\right)\Big|_{y=0}dx - \int_0^\delta\left(A_1\cdot\frac{\partial A_1}{\partial x}\right)\Big|_{x=0}dy + \int_0^\delta\left(A_1\frac{\partial A_1}{\partial x}\right)\Big|_{x=a}dy - \int_{-b}^0\left(A_2\frac{\partial A_2}{\partial y}\right)\Big|_{y=0}dx + \int_0^\delta\left(A_2\frac{\partial A_2}{\partial x}\right)\Big|_{x=0}dy - \int_0^\delta\left(A_2\frac{\partial A_2}{\partial x}\right)\Big|_{x=-b}dy\right]2pl \tag{34}$$

Efectuînd calculele, se obține pentru energie următoarea expresie:

$$W_{ma} = W_1\cos^2\beta + W_2\sin^2\beta + W_3\cos 2\beta + W_0 \tag{35}$$

Coeficienții W_1, W_2, W_3 și W_0 sînt dați de relațiile:

$$W_1 = \frac{8\mu_0\,pl\,\tau^2J_m^2}{\pi^3}\left\{\frac{\alpha^3k}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{[(2n+1)^2-\alpha^2]^2} + (1-\alpha)^2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n\,\mathrm{cth}\,2n\,\pi\lambda}{[(2n)^2-(1-\alpha)^2]^2} + \frac{1}{2\pi\lambda(1-\alpha)^2}\right\}\cos^2\frac{\pi\alpha}{2}$$

$$W_2 = \frac{8\mu_0\,pl\,\tau^2J_m^2}{\pi^3}\left\{\frac{\alpha^3k}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{[(2n)^2-\alpha^2]^2} + (1-\alpha)^2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n+1)\,\mathrm{cth}\,(2n+1)\,\pi\lambda}{[(2n+1)^2-(1-\alpha)^2]^2} + \frac{k}{2\pi\alpha}\right\}\sin^2\frac{\pi\alpha}{2}$$

$$W_3 = \frac{8\mu_0\,pl\,\tau^2J_m^2}{\pi^3}\left\{\frac{k\sin\pi\alpha}{8} - \frac{\sin\pi\alpha}{8\lambda(1-\alpha)} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{k\lambda^2(1-\alpha)^2}{4\pi n^2}\sin\frac{n\pi}{k\lambda(1-\alpha)}\left[\frac{k}{n\pi}\sin\frac{n\pi}{k\lambda(1-\alpha)} - \frac{\lambda(1-\alpha)}{n^2+\lambda^2(1-\alpha)^2}\right]\frac{1+\cos\pi\alpha\ \mathrm{ch}\frac{n\pi}{\lambda}}{\mathrm{sh}\frac{n\pi}{\lambda}} - \frac{n}{n^2+\lambda^2(1-\alpha)^2}\sin\pi\alpha\right\} \tag{36}$$

$$W_0 = \frac{8\mu_0 pl\tau J_m^2}{\pi^3}\left\{\sum_{u=1}^{\infty}\frac{k\lambda^2(1-\alpha)^2}{4\pi n^2}\sin\frac{n\pi}{k\lambda(1-\alpha)}\left[\frac{k}{n\pi}\sin\frac{n\pi}{k\lambda(1-\alpha)} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{\lambda(1-\alpha)}{n^2+\lambda^2(1-\alpha)^2}\right]\left(\frac{\cos\pi\alpha}{\operatorname{sh}\frac{n\pi}{\lambda}} + \operatorname{cth}\frac{n\pi}{\lambda}\right)\right\}$$

S-au folosit următoarele notaţii:

$\alpha = \frac{a}{\tau}$ — lăţimea dintelui raportată la pasul polar;

$k = \frac{\tau}{\delta}$ — raportul dintre pasul polar şi întrefier;

$\lambda = \frac{h}{b}$ — raportul dintre adîncimea şi lăţimea crestăturii.

$$\beta = \frac{\pi\left(c + \frac{a}{2}\right)}{\tau} = \frac{\pi(2c+a)}{2\tau}$$

Relaţiile de mai sus sînt scrise considerînd întrefierul mic în raport cu celelalte dimensiuni, încît s-au făcut aproximaţiile:

$$\operatorname{sh}\frac{n\pi\delta}{h} \approx \frac{n\pi\delta}{h}, \quad \operatorname{ch}\frac{n\pi\delta}{h} \approx 1, \text{ valabile pentru } n \text{ mic.}$$

Aceste aproximaţii sînt justificate datorită faptului că termenii respectivi figurează în serii foarte convergente $\left(\text{ca } \frac{1}{n^4}\right)$ în care pentru calcul se iau în consideraţie doar primii cîţiva termeni. Nu s-au putut face aceleaşi simplificări în seriile care apar în expresiile lui W_3 şi W_0, acestea fiind mai slab convergente.

Totuşi, aceste serii se pot suma (vezi anexa), obţinîndu-se:

$$W_3 = \frac{8\mu_0 pl\tau^2 J_m^2}{\pi^3}\left\{\frac{k\sin\pi\alpha}{8} + \left[\frac{1}{2}\ln k\lambda(1-\alpha) - \frac{1}{4}\frac{\lambda^2(1-\alpha)^2}{1+\lambda^2(1-\alpha)^2} - \right.\right.$$

$$\left. - 0{,}34\right]\cos\pi\alpha - \left[\frac{1}{8\lambda(1-\alpha)} + 0{,}41\,\lambda(1-\alpha) + \frac{1}{4}\frac{\lambda^3(1-\alpha)^3}{1+\lambda^2(1-\alpha)^2} - \right.$$

$$\left.\left. - \frac{0{,}62}{k}\right]\sin\pi\alpha + \frac{1}{4}\frac{1}{1+\lambda^2(1-\alpha)^2}\frac{1}{\operatorname{sh}\frac{\pi}{\lambda}}\right\} \qquad (36')$$

$$W_0 = \frac{8\mu_0 pl\tau^2 J_m^2}{\pi^3}\left[\frac{1}{4}\frac{1}{1+\lambda^2(1-\alpha)^2}\frac{1}{\operatorname{sh}\frac{\pi}{\lambda}}\cos\pi\alpha + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2}\ln k\lambda(1-\alpha) - \frac{1}{4}\frac{\lambda^2(1-\alpha)^2}{1+\lambda^2(1-\alpha)^2} - 0{,}34\right]$$

În relația (35) s-a scos în evidență parametrul β, care, după cum se poate vedea în figura 2, are o semnificație simplă: el reprezintă decalajul

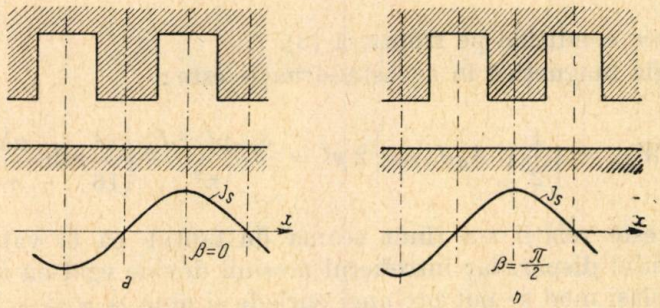


Fig. 3. — Poziții particulare ale indusului față de pînza de curent de la inductor.

dintre axul dintelui indusului și punctul de pe inductor în care densitatea de curent este nulă. Dînd lui β valorile particulare:

$$\beta = 0 \quad \text{și} \quad \beta = \frac{\pi}{2},$$

se obțin situațiile ilustrate în figura 3, în care s-a reprezentat și repartiția densității de curent J_s în lungul inductorului.

În primul caz ($\beta = 0$) se va determina reactanța longitudinală X_{ad}, iar în cel de-al doilea ($\beta = \pi/2$), reactanța transversală X_{aq}.

Din relațiile (30) și (35) se obține deci:

$$\begin{aligned} X_{ad} &= \frac{2\omega}{mI^2} W_{ma}\Big|_{\beta=0} = \frac{2\omega}{mI^2}(W_1 + W_3 + W_0) \\ X_{aq} &= \frac{2\omega}{mI^2} W_{ma}\Big|_{\beta=\pi/2} = \frac{2\omega}{mI^2}(W_2 - W_3 + W_0) \end{aligned} \tag{37}$$

Cu expresiile coeficienților W_1, W_2, W_3, W_0 date de relațiile (36), (36′) s-au calculat, pentru valori uzuale ale parametrilor α, k, λ, reactanțele definite de relațiile (37).

Deoarece soluțiile prezentate mai sus sînt deduse completînd condițiile exacte pe frontieră (5′) cu unele aproximative (10), este de așteptat ca valorile date de relațiile (36), (36′) să fie suficient de exacte pentru valori ale parametrului α nu prea mari și nu prea mici. Cum însă intere-

seazǎ și reactanțele pentru valori mici ale lui α, s-au prelungit curbele calculate cu (36), (36') pentru $0{,}2 \leqslant \alpha \leqslant 0{,}6$, pînă în punctul corespunzător valorii $\alpha = 0$, obținut considerînd soluția pentru indusul neted.

Soluția în acest caz pentru potențialul magnetic vector este :

$$A_0 = \frac{\mu_0 \tau J_m}{\pi} \frac{\sin \frac{\pi(x+c)}{\tau} \operatorname{ch} \frac{\pi(y-h)}{\tau}}{\operatorname{sh} \frac{\pi h}{\tau}} \tag{38}$$

care satisface condițiile pe frontieră (5).

Energia magnetică în această situație este :

$$W_{ma} = \left[\frac{1}{2}\int_0^{\tau} A_0 J_S \, dx\right] 2pl = \frac{8\mu_0 pl\tau^2 J_m^2}{\pi^3}\left(\frac{\pi^2}{16} \operatorname{cth} \frac{\pi h}{\tau}\right) \tag{39}$$

În aceste relații s-a ținut seama de faptul că la valoarea $\alpha = 0$ dinții rotorului dispar, iar întrefierul mașinii devine egal cu h.

În același mod se pot prelungi curbele și pînă la $\alpha = 1$, însă această situație nu prezintă importanță practică, de aceea s-au considerat numai valori ale parametrului α cuprinse între 0 și 0,6.

Rezultatele calculelor sînt cuprinse în tabelele (1) și (2) valoarea reactanței fiind dată de :

$$\begin{aligned} X_{ad} &= C_x k_{ad} \\ X_{aq} &= C_x k_{aq} \end{aligned} \tag{40}$$

în care mărimile k_{ad} și k_{aq} se iau din tabelă, iar coeficientul C_x este dat de formula :

$$C_x = \frac{32}{\pi^2} \mu_0 f \frac{pl\tau^2}{m} \left(\frac{J_m}{I}\right)^2, \tag{41}$$

care, în sistemul MKSA raționalizat, devine :

$$C_x = 40{,}76\ 10^{-7} f \frac{pl\tau^2}{m} \left(\frac{J_m}{I}\right)^2 \quad [\Omega] \tag{42}$$

Raportul $\left(\frac{J_m}{I}\right)$ dintre valoarea maximă a primei armonice a densității pînzei de curent de pe suprafața inductorului și valoarea efectivă a intensității curentului electric din înfășurare depinde de tipul înfășurării de pe inductor.

Spre exemplu, pentru o înfășurare cu m faze, într-unul sau două straturi, cu număr întreg de crestături pe pol și fază, rezultă [8]:

$$\frac{J_m}{I} = \frac{m\sqrt{2}}{\tau}\,\frac{n\,S}{c}\,\xi_1$$

unde S reprezintă numărul de bobine dintr-un grup pe o fază, c este numărul de căi de curent, n este numărul de spire al unei bobine, iar ξ_1 factorul de înfășurare corespunzător fundamentalei.

Trebuie remarcat că, în definirea parametrului k, prin δ se înțelege întrefierul de calcul, determinat prin înmulțirea celui real cu coeficientul lui Carter.

Cu valorile din tabelele (1) și (2) s-au trasat în figura 4 curbele:

$$k_{ad} = f(\alpha, k)$$

$$k_{aq} = f(\alpha, k)$$

pentru $\lambda = \frac{h}{b} = 1$.

Tabela 1

Valorile coeficientului k_{ad}

α	$k = 50$			$k = 100$			$k = 150$			$k = 200$		
	λ			λ			λ			λ		
	0,5	1	1,5	0,5	1	1,5	0,5	1	1,5	0,5	1	1,5
0	0,67	0,616	0,616	0,67	0,616	0,616	0,67	0,616	0,616	0,67	0,616	0,616
0,2	6,03	6,25	6,38	10,37	10,63	10,72	14,47	14,7	14,8	18,41	18,7	18,8
0,3	7,35	7,53	7,62	13,4	13,6	13,65	19,22	19,4	19,48	24,94	25,14	25,2
0,4	8,32	8,5	8,52	15,72	15,90	15,93	22,88	23,05	23,09	30,06	30,23	30,27
0,5	9,09	9,25	9,25	17,6	17,73	17,74	25,94	26,08	26,09	34,22	34,34	34,37
0,6	9,57	9,69	9,69	18,84	18,95	18,96	27,98	28,09	28,11	37,1	37,21	37,23

Tabela 2

Valorile coeficientului k_{aq}

α	$k = 50$			$k = 100$			$k = 150$			$k = 200$		
	λ			λ			λ			λ		
	0,5	1	1,5	0,5	1	1,5	0,5	1	1,5	0,5	1	1,5
0	0,67	0,616	0,616	0,67	0,616	0,616	0,67	0,616	0,616	0,67	0,616	0,616
0,2	1,14	1,21	1,35	1,32	1,38	1,53	1,49	1,55	1,69	1,6	1,7	1,84
0,3	1,68	1,78	1,97	2,24	2,35	2,54	2,67	2,79	2,99	3,21	3,31	3,5
0,4	2,51	2,62	2,84	3,75	3,83	4,05	4,84	4,96	5,17	5,92	6,02	6,24
0,5	3,51	3,66	3,87	5,69	5,82	6,04	7,56	7,7	7,91	9,62	9,74	9,97
0,6	4,57	4,74	4,94	7,77	7,92	8,12	10,7	10,88	11,07	13,63	13,8	13,99

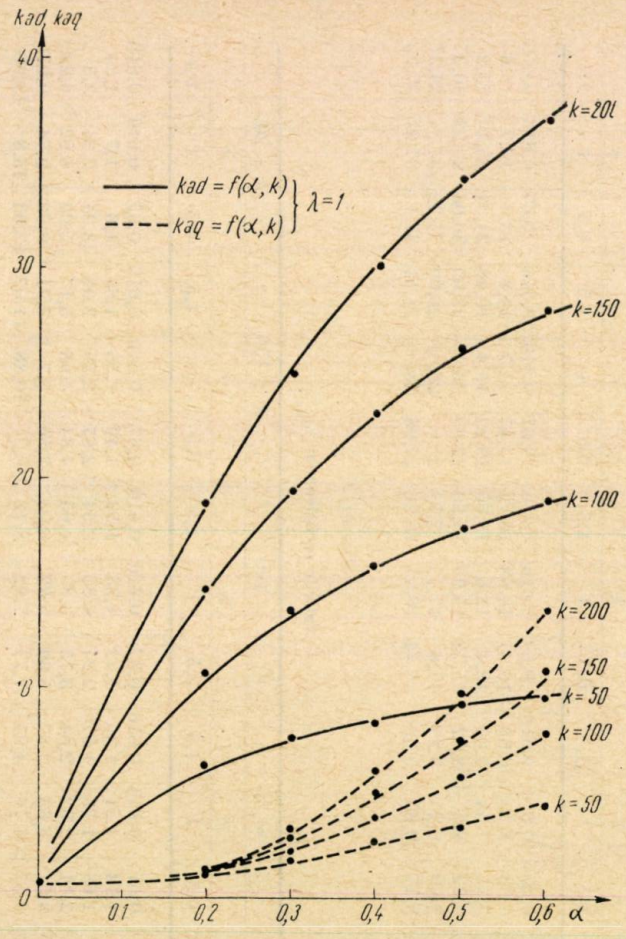


Fig. 4. — Curbele $k_{ad}=f(\alpha, k)$, şi $k_{aq}=f(\alpha, k)$ pentru $\lambda=1$. cu linie groasă s-au reprezentat curbele k_{ad}, iar cu linie subțire curbele k_{aq}.

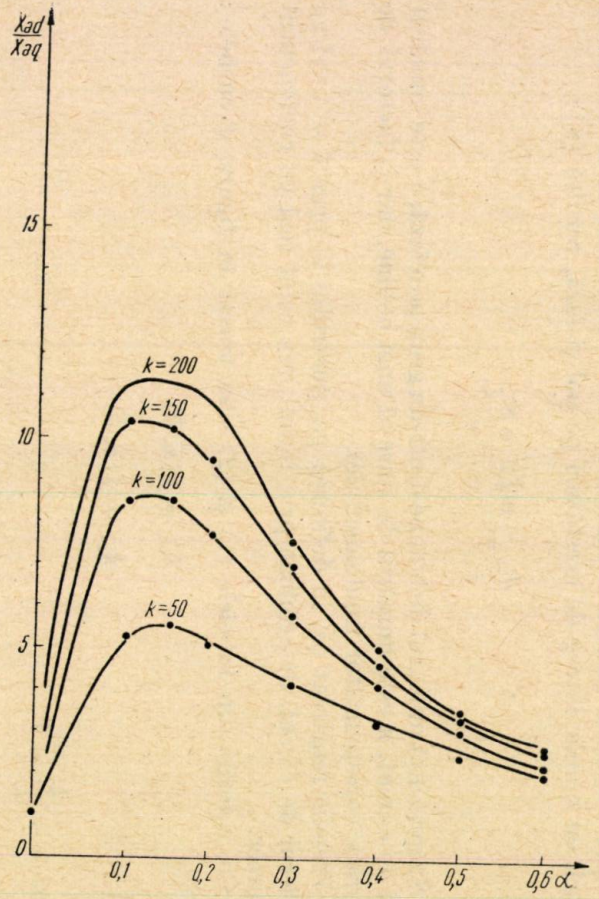


Fig. 5. — Raportul $\frac{X_{ad}}{X_{aq}}$, în funcție de parametrii α și k, pentru $\lambda = 1$.

4. CUPLUL MOTORULUI SINCRON REACTIV

Vom ilustra aplicarea teoremei forțelor generalizate în cîmpul magnetic pentru calculul cuplului unei mașini sincrone reactive, alimentată de la o rețea cu tensiunea U, rezistența înfășurării fiind considerată neglijabilă.

Energia cîmpului magnetic este dată de relația:

$$W_m = W_{ma} + W_\sigma, \tag{43}$$

în care W_{ma} este dată de relația (35), iar W_σ reprezintă energia înmagazinată în cîmpul de dispersie.

În cazul mașinii desfășurate studiate mai sus, forța ce se va exercita asupra indusului este dată de relația:

$$F = -\left(\frac{\partial W_m}{\partial c}\right)_{\Phi = \text{const}}, \tag{44}$$

în care c este coordonata care definește poziția axului dintelui rotoric față de axul cîmpului magnetic învîrtitor (fig. 2).

Efectuînd derivarea, rezultă:

$$\begin{aligned} F &= \frac{\pi}{\tau}[2W_1 \cos\beta \sin\beta - 2W_2 \sin\beta \cos\beta + 2W_3 \sin 2\beta] = \\ &= \frac{\pi}{\tau}(W_1 - W_2 + 2W_3) \sin 2\beta = \frac{\pi}{\tau}(W_d - W_q) \sin 2\beta \end{aligned} \tag{45}$$

unde W_d și W_q reprezintă valoarea energiei magnetice în cele două poziții particulare.

Dar

$$\begin{aligned} W_d &= \frac{1}{2} m \frac{U^2}{\omega X_d} \\ W_q &= \frac{1}{2} m \frac{U^2}{\omega X_q} \end{aligned} \tag{46}$$

încît se obține:

$$|F| = \frac{1}{2} m \frac{U^2}{\omega} \frac{\pi}{\tau}\left[\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right] \sin 2\beta \tag{47}$$

În cazul mașinii reale, cu mișcare de rotație, cuplul este:

$$M = -\left(\frac{\partial W}{\partial \beta'}\right)_{\Phi = \text{const}}, \tag{48}$$

unde β' reprezintă unghiul geometric dintre axul cîmpului magnetic învîrtitor și axul dintelui de pe rotor. În cazul unei mașini cu p perechi de poli, relația dintre unghiul β' și unghiul electric β de mai sus este:

$$\beta = \beta' \cdot p, \tag{49}$$

încît expresia cuplului, ținînd seama și de (46), devine:

$$r = \frac{m U^2}{2\omega} p \left[\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right] \sin 2\beta \tag{50}$$

Însă

$$\omega = 2\pi f,$$

iar

$$f = p n$$

n fiind turația mașinii în rotații pe secundă, încît se obține expresia cuplului:

$$M = \frac{m}{2\pi n} \frac{U^2}{2} \left[\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right] \sin 2\beta \tag{51}$$

cunoscută din literatură [8].

5. CONCLUZII

Din rezultatele obținute se desprind următoarele concluzii:

a) Determinarea reactanțelor X_{ad} și X_{aq} ale mașinii sincrone reactive se poate face integrînd ecuațiile cîmpului magnetic (cu ajutorul potențialului magnetic vector) în condiții pe frontieră apropiate de cele reale. Acest mod de a pune problema este, fără îndoială, cel mai adecvat și aproximează mult mai bine situația reală decît alte metode [4, 5].

b) Analizînd rezultatele concretizate în tabelele (1) și (2) și în figura 4, se observă că valorile reactanțelor X_{ad} și X_{aq} depind de raportul α dintre lățimea (a) a dinților de pe rotor și pasul polar (τ) și de raportul k dintre pasul polar și întrefier, în sensul că cresc o dată cu creșterea acestor parametri.

Parametrul λ, egal cu raportul dintre adîncimea crestăturii și lățimea sa, are o influență mică asupra valorilor reactanțelor, pentru valori ale sale cuprinse între limitele considerate. De altfel, acestea sînt și limitele între care se încadrează majoritatea situațiilor întîlnite în practică.

c) Din figura 5 rezultă că maximul raportului $\frac{X_{ad}}{X_{aq}}$ are loc pentru valori ale parametrului α cuprinse între $0{,}1 \div 0{,}3$.

d) Valorile raportului $\frac{X_d}{X_q} = \frac{X_{ad} + X_\sigma}{X_{aq} + X_\sigma}$ vor fi evident mai mici decît cele reprezentate în figura 5, datorită reactanțelor de dispersie,

însă valorile optime ale parametrului α nu vor varia substanțial, așa cum rezultă și din lucrarea [4].

e) Ținînd seama de faptul că valorile reactanțelor sînt influențate puțin de valorile parametrului λ, curbele din figura 4 trasate pentru $\lambda = 1$ pot fi utilizate în proiectare.

Pentru valori mult diferite ale acestui parametru se pot utiliza relațiile de calcul (36).

f) Pentru a se putea studia variația reactanțelor în funcție de parametrul α la adîncime constantă a crestăturii, în anexa II sînt prezentate și relațiile de calcul în funcție de parametrul $\eta = \frac{h}{\tau}$.

ANEXA I

Sumarea seriilor din relația (36)

Seriile care apar în expresiile coeficienților W_1 și W_2 (relația (36)) sînt foarte puternic convergente, încît sumarea acestor serii s-a făcut calculîndu-se primii doi termeni, ceilalți fiind neglijabili.

Seriile care figurează în expresiile coeficienților W_3 și W_0 sînt slab convergente, de aceea sumarea lor nu s-a putut face în același mod.

Se observă însă că pentru $\lambda \leqslant 1{,}5$,

$$\operatorname{cth} \frac{n\pi}{\lambda} \approx 1,$$

iar termenii care au ca factor pe

$$\frac{1}{\operatorname{sh} \frac{n\pi}{\lambda}}$$

devin neglijabili pentru $n > 1$, de aceea vor rămîne de însumat seriile:

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \sin^2 \frac{n\pi}{k\lambda(1-\alpha)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \sin^2 n\varphi; \qquad \varphi = \frac{\pi}{km(1-\alpha)}$$

$$S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 [n^2 + \lambda^2 (1-\alpha)^2]} \sin \frac{n\pi}{k\lambda(1-\alpha)} \tag{I.1}$$

$$S_3 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n [n^2 + \lambda^2 (1-\alpha)^2]} \sin \frac{n\pi}{k\lambda(1-\alpha)}$$

Sumarea seriei S_1 se face în modul următor:

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\varphi}{n^3} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos 2n\varphi}{2n^3} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2n\varphi}{n^3}. \tag{I.2}$$

Dar,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^3} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} + \int_0^x dx \int_0^x \ln\left(2 \sin \frac{x}{2}\right) dx$$

Folosind această relație și relația :

$$\int_0^x \ln \sin x \, dx = x \ln x - x - \frac{x^3}{18} - \frac{x^5}{900} \cdots ,$$

iar în cazul nostru valoarea lui $x = 2\varphi$ fiind foarte mică, se obține, neglijînd termenii de ordin superior :

$$S_1 = \frac{2\pi^2}{k^2\lambda^2 (1-\alpha)^2} \ln k\lambda (1-\alpha) - \frac{1{,}36\, \pi^2}{k^2\lambda^2 (1-\alpha)^2} \tag{I.3}$$

Seria S_2 este puternic convergentă $\left(\text{ca } \frac{1}{n^3}\right)$, încît sumarea sa s-a făcut calculînd direct primii termeni.

Pentru sumarea seriei S_3, observînd că

$$\lambda^2 (1-\alpha)^2 \ll n^2 \qquad \text{pentru } n \geqslant 2$$

se poate scrie :

$$S_3 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \sin \frac{n\pi}{k\lambda (1-\alpha)} - \sin \frac{\pi}{k\lambda (1-\alpha)} + \frac{1}{1+\lambda^2 (1-\alpha)^2} \sin \frac{\pi}{k\lambda (1-\alpha)} \tag{I.4}$$

Seria $S_3' = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \sin n\varphi$ este cunoscută și are ca sumă :

$$S_3 = \frac{1}{12} [\varphi^3 - 3\pi\varphi^2 + 2\pi^2 \varphi] , \tag{I.5}$$

care, pentru φ mic, devine :

$$S_3 = \frac{\pi^3}{12} \frac{2k\lambda (1-\alpha) - 3}{k^2\lambda^2 (1-\alpha)^2} \tag{I.5'}$$

Înlocuind aceste valori în expresiile lui W_3 și W_0 din (36), au rezultat expresiile (36'), cu care s-au efectuat calculele numerice.

ANEXA II

Valorile reactanțelor în funcție de parametrii α, k, $\eta = \frac{h}{\tau}$

În relațiile (36), (36'), s-a scos în evidență, pe lîngă parametrii α și k, și parametrul λ, care poate fi considerat drept un „coeficient de formă" al crestăturii.

Pentru a scoate în evidență influența adîncimii crestăturii asupra valorilor reactanțelor, este mai avantajos uneori să se înlocuiască acest parametru (a cărui valoare constantă,

atunci cînd α variază, defineşte crestături asemenea, deci cu adîncimi diferite), cu un parametru η, definit astfel:

$$\eta = \frac{h}{\tau}$$

Cu acest nou parametru, relaţiile (36) şi (36') devin:

$$W_1 = \frac{8\mu_0 pl\tau^2 J_m^2}{\pi^3}\left\{\frac{\alpha^3 k}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{[(2n+1)^2-\alpha^2]^2}+\right.$$

$$\left.+(1-\alpha)^2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n\,\mathrm{cth}\dfrac{n\pi\eta}{1-\alpha}}{[(2n)^2-(1-\alpha)^2]^2}+\frac{1}{2\pi\eta(1-\alpha)}\right\}\cos^2\frac{\pi\alpha}{2}$$

$$W_2 = \frac{8\mu_0 pl\tau^2 J_m^2}{\pi^3}\left\{\frac{\alpha^3 k}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{[(2n)^2-\alpha^2]^2}+\right.$$

$$\left.+(1-\alpha)^2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n+1)\,\mathrm{cth}\dfrac{n\pi\eta}{1-\alpha}}{[(2n+1)^2-(1-\alpha)^2]^2}+\frac{k}{2\pi\alpha}\right\}\sin^2\frac{\pi\alpha}{2} \qquad (36'')$$

$$W_3 = \frac{8\mu_0 pl\tau^2 J_m^2}{\pi^3}\left[\frac{k\sin\pi\alpha}{8}+\left(\frac{1}{2}\ln k\eta-\frac{1}{4}\frac{\eta^2}{1+\eta^2}-0{,}34\right)\cos\pi\alpha-\right.$$

$$\left.-\left(\frac{1}{8\eta}+0{,}41\,\eta+\frac{1}{4}\frac{\eta^3}{1+\eta^2}-\frac{0{,}62}{k}\right)\sin\pi\alpha+\frac{1}{4}\frac{1}{1+\eta^2}\frac{1}{\mathrm{sh}\dfrac{\pi(1-\alpha)}{\eta}}\right.$$

$$W_0 = \frac{8\mu_0 pl\tau^2 J_m^2}{\pi^3}\left[\frac{1}{4}\frac{1}{1+\eta^2}\frac{1}{\mathrm{sh}\dfrac{\pi(1-\alpha)}{\eta}}\cos\pi\alpha+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\ln k\eta-\frac{1}{4}\frac{\eta^2}{1+\eta^2}-0{,}34\right]$$

Alura curbelor din figura 4, trasate pentru λ = const., nu se modifică substanţial dacă sînt trasate pentru η = const., ceea ce justifică afirmaţia că adîncimea crestăturii nu are mare influenţă asupra valorilor reactanţelor, atunci cînd ea variază între anumite limite.

Primit la redacţie la 5 mai 1965

BIBLIOGRAFIE

1. M. SAND, *Maşini electrice speciale*, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1963.
2. Ю. Н. ПЕТРОВ, *Электрические машины*, ГЭИ, Москва, 1963.
3. У. С. ЧЕЧЕТ, *Электрические микромашины автоматических устройств*, Изд. „Энергия", 1964.
4. P. I. LAWRENSON, *Theory and performance of polyphase reluctance machines*, Proc. of the IEE, III, 8, august, 1 435 (1964).
5. C. Y. LIN, *Characteristics of reluctance machines*, Trans. AIEE **70**, *3*, 1 971 (1951).
6. — *Equivalent circuits of reluctance machines*, ibid., **71**, *3*, 1 (1952).
7. P. H. TRICKEY, *Performance calculations on polyphase reluctance motors (synchronous motors without field excitations*, ibid., **65**, 1991 (1964).
8. RICHTER, *Maşini electrice*, vol. I, Edit. tehnică, Bucureşti, 1958.
9. A. ŢUGULEA, *Calculul prin încadrare al permeanţelor în cîmpuri cu simetrie*, disertaţie, Bucureşti, 1957.

ASUPRA UNOR TEOREME DE VARIAȚIE ÎN TEORIA CIRCUITELOR ELECTRICE

DE

F. SPINEI

621.3.014.1

În lucrare se studiază problema variațiilor parametrilor unui circuit electric. Se obțin expresii originale pentru determinarea variațiilor potențialelor nodurilor, pentru determinarea variației diferenței de potențial între două noduri ale rețelei. Se determină relații originale care permit determinarea variațiilor impedanțelor și admitanțelor de transfer între laturi și între noduri.
În baza acestor relații, se propune o metodă de calcul al rețelelor electrice ușor de programat la mașini de calcul, bazată pe sinteza matricii impedanțelor sau admitanțelor de transfer.

1. INTRODUCERE

În studiul circuitelor electrice liniare se întîlnește adeseori problema determinării unor noi regimuri de funcționare a unui circuit, produse de variații ale elementelor care compun circuitul, regimul inițial de funcționare al circuitului fiind cunoscut.

Problema este importantă pentru o serie de cazuri practice care apar în studiul rețelelor electrice, la scheme de măsuri electrice etc.

În lucrare se consideră o rețea cu n noduri, notate $1, 2, \ldots, k, \ldots, n$, și l laturi, notate $12, 23, \ldots, jk, \ldots, n-1, n$. Pentru prescurtare s-a notat coeficientul general jk al unei laturi cu α.

În cele ce urmează s-a notat:

$\underline{Y}_{\alpha\beta}$ — admitanța de transfer dintre două laturi;
$\underline{Z}_{\alpha\beta}$ — impedanța de transfer dintre două laturi;
$\underline{Z}_{jk}$ — impedanța de transfer dintre două noduri.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, nr. 1, p. 55—71 București 1966

S-au utilizat următoarele forme matriciale pentru ecuațiile de funcționare ale rețelei :

$$[\underline{I}] = [\underline{Y}] \cdot [\underline{E}] \tag{1.1}$$

unde

$[\underline{I}] = [\underline{I}_\alpha] = [\underline{I}_{jk}]$ este matricea coloană a curenților din laturi (l elemente);

$[\underline{Y}] = [\underline{Y}_{\alpha,\beta}] = [\underline{Y}_{jk,pq}]$ — matricea pătrată a admitanțelor de transfer dintre laturi (l^2 elemente);

$[\underline{E}] = [\underline{E}_\alpha] = [\underline{E}_{jk}]$ — matricea coloană a t.e.m. de laturi (l elemente)

$$[\underline{U}] = [\underline{Z}] \cdot [\underline{J}] \tag{1.2}$$

corespunzătoare rețelei având numai surse de curent.

$$[\underline{V}] = [\underline{Z}] \cdot [\underline{J}] \tag{1.3}$$

Prima soluție a problemei s-a referit la variația curentului dintr-o latură oarecare β a circuitului, cînd impedanța din latura α variază [7], [10]:

$$\Delta \underline{I}_\beta = -\frac{\underline{Y}_{\beta\alpha} \cdot \Delta \underline{Z}_\alpha}{1 + \underline{Y}_{\alpha\alpha} \cdot \Delta \underline{Z}} \underline{I}_\alpha = \frac{\underline{Y}_{\beta\alpha}}{\underline{Y}_{\alpha\alpha}} \left(\frac{1}{1 + \underline{Y}_{\alpha\alpha} \cdot \Delta \underline{Z}_\alpha} - 1 \right) \underline{I}_\alpha , \tag{1.4}$$

în care

$$\Delta \underline{Z}_\alpha = \underline{Z}'_\alpha - \underline{Z}_\alpha ,$$

$$\Delta \underline{I}_\beta = \underline{I}'_\beta - \underline{I}_\beta ,$$

mărimile accentuate corespunzînd noului regim de funcționare (sursele de tensiune se presupun aceleași, întrucît influența variației lor se face simplu, cu relația (1.1)).

Relația (1.4) se întîlnește sub denumirea de teorema variației. Teorema a fost extinsă pentru 2, 3 și mai apoi pentru n impedanțe variabile [1], [2], [8]. În acest ultim caz, relația care stabilește variațiile de curent este :

$$[\Delta \underline{I}] = -([1] + [\underline{Y}] \cdot [\Delta \underline{Z}])^{-1} \cdot [\underline{Y}] \cdot [\Delta \underline{Z}] \cdot [\underline{I}] \tag{1.5}$$

sau :

$$[\Delta \underline{I}] = ([1] + [\underline{Y}] \cdot [\Delta \underline{Z}])^{-1} \cdot [\underline{I}] - [\underline{I}) \tag{1.6}$$

în care

$[1]$ este matrice unitate cu l linii și l coloane,

$[\Delta Z]$ este matrice diagonală ($l \cdot l$), determinată de variațiile impedanțelor laturilor.

De asemenea se stabilesc, pe baza unor raționamente similare, relații în cazul existenței impedanțelor de cuplaj.

În lucrarea de față se urmărește completarea sistematică a „problemei variației", stabilindu-se modul de punere a problemei și relații originale de calcul pentru :

a) determinarea variațiilor diferențelor de potențial,

b) determinarea variațiilor potențialelor nodurilor,

c) determinarea variației impedanțelor și admitanțelor de transfer între laturi, respectiv între noduri, funcție de mărimile lor inițiale și de variațiile elementelor laturilor.

În încheiere se propune o metodă de calcul al rețelelor electrice avantajoasă în multe cazuri practice, ușor de programat la mașini de calcul, bazată pe sinteza matricii impedanțelor sau admitanțelor de transfer latură-latură pornind de la o buclă a rețelei, respectiv de la un nod, celelalte fiind scurtcircuitate. De asemenea, se dau cîteva exemple de aplicații ale relațiilor stabilite în lucrare.

2. VARIAȚIILE DIFERENȚELOR DE POTENȚIAL

a) Variația admitanței unei laturi

Ne vom referi la ecuațiile de funcționare ale rețelei scrise sub forma (1.2). Să considerăm că admitanța laturii α devine

$$\underline{Y}'_\alpha = \underline{Y}_\alpha + \Delta\underline{Y}_\alpha . \tag{2.1}$$

Modificarea laturii α este echivalentă cu introducerea în paralel cu latura α a sursei de curent (fig. 1) :

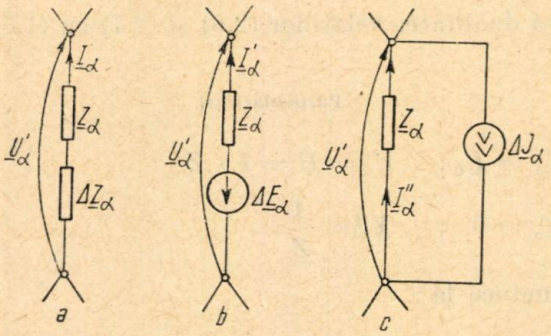


Fig. 1

$$\Delta\underline{J}_\alpha = -\underline{U}'_\alpha \cdot \Delta\underline{Y}_\alpha . \tag{2.2}$$

Rezultă, în baza teoremei superpoziției

$$\Delta\underline{U}_\alpha = \underline{Z}_{\alpha\alpha} \cdot \Delta\underline{J}_\alpha = -\underline{U}'_\alpha \cdot \underline{Z}_{\alpha\alpha} \cdot \Delta\underline{Y}_\alpha . \tag{2.3}$$

Dar $\underline{U}'_\alpha = \underline{U}_\alpha + \Delta\underline{U}_\alpha$, deci relația (2.7), devine

$$\Delta\underline{U}_\alpha = -\frac{\underline{Z}_{\alpha\alpha}\cdot\Delta\underline{Y}_\alpha}{1+\underline{Z}_{\alpha\alpha}\cdot\Delta\underline{Y}_\alpha}\,\underline{U}_\alpha. \tag{2.4}$$

Deoarece $\Delta\underline{U}_\beta = \frac{\underline{Z}_{\alpha\beta}}{\underline{Z}_{\alpha\alpha}}\,\Delta\underline{U}_\alpha$, relația se poate scrie în general

$$\Delta\underline{U}_\beta = -\frac{\underline{Z}_{\alpha\beta}\cdot\Delta\underline{Y}_\alpha}{1+\underline{Z}_{\alpha\alpha}\cdot\Delta\underline{Y}_\alpha}\,\underline{U}_\alpha = \frac{\underline{Z}_{\alpha\beta}}{\underline{Z}_{\alpha\alpha}}\left(\frac{1}{1+\underline{Z}_{\alpha\alpha}\cdot\Delta\underline{Y}_\alpha}-1\right)\underline{U}_\alpha \tag{2.5}$$

Se observă dualitatea relațiilor (2.5) și (1.4).

b) Variația tuturor admitanțelor laturilor

Regimul de funcționare inițial al rețelei este definit de ecuațiile (1.2). Modificările admitanțelor laturilor sînt echivalente cu introducerea în paralel cu laturile a unor surse de curent definite de relația (2.2). Se obține:

$$[\Delta\underline{U}] = -([1]+[\underline{Z}]\cdot[\Delta\underline{Y}])^{-1}\cdot[\underline{Z}]\cdot[\Delta\underline{Y}]\cdot[\underline{U}] \tag{2.6}$$

sau

$$[\Delta\underline{U}] = ([1]+[\underline{Z}][\Delta\underline{Y}])^{-1}[\underline{U}] - [\underline{U}]. \tag{2.7}$$

S-a notat:

$[1]$ — matricea unitate $(l\cdot l)$,

$[\Delta\underline{Y}]$ — matricea diagonală $(l\cdot l)$ determinată de variațiile admitanțelor laturilor.

Se observă dualitatea relațiilor (2.6) și (2.7) cu (1.5), respectiv (1.6).

Particularizări

Pentru $\underline{U}_\alpha = \underline{U}_0$; $\quad \underline{U}'_\alpha = \underline{U} = \underline{I}\cdot\underline{Z}$

$$\underline{Y}_\alpha = 0 \;; \quad \underline{Y}'^{-1}_\alpha = \frac{1}{\underline{Z}}$$

relația (2.4) conduce la:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_{\alpha\alpha}+\underline{Z}}, \tag{2.8}$$

ceea ce reprezintă teorema lui Thévenin.

Se observă că variațiile diferențelor de potențial corespunzătoare laturilor depind de structura inițială a rețelei și de diferențele de potențial corespunzătoare laturilor a căror valoare se modifică.

3. VARIAȚIILE POTENȚIALELOR NODURILOR

a) Variația admitanței unei laturi

Regimul de funcționare al rețelei este dat sub forma ecuațiilor (1.3). Între două noduri se consideră o singură latură (echivalentă dacă sînt mai multe).

După (2.2), modificarea admitanței laturii care unește nodul k cu nodul j este echivalentă cu introducerea a două surse de curent, una în nodul k, alta în nodul j, determinate de relația

$$\Delta \underline{J}_k = -\Delta \underline{J}_j \doteq -(\underline{V}'_k - \underline{V}'_j) \cdot \Delta \underline{Y}_{kj} = \Delta \underline{J} \tag{3.1}$$

sau

$$\Delta \underline{J} = -[(\underline{V}_k - \underline{V}_j) + (\Delta \underline{V}_k - \Delta \underline{V}_j)] \cdot \Delta \underline{Y}_{kj}. \tag{3.2}$$

Potențialele nodurilor vor varia fiecare cu:

$$\begin{aligned}
&\Delta \underline{V}_1 = (\underline{Z}_{1k} - \underline{Z}_{1j}) \cdot \Delta \underline{J};\\
&\vdots\\
&\Delta \underline{V}_k = (\underline{Z}_{kk} - \underline{Z}_{kj}) \cdot \Delta \underline{J};\\
&\vdots\\
&\Delta \underline{V}_j = (\underline{Z}_{jk} - \underline{Z}_{jj}) \cdot \Delta \underline{J};\\
&\vdots\\
&\Delta \underline{V}_{n-1} = (\underline{Z}_{n-1,k} - \underline{Z}_{n-1,j}) \cdot \Delta \underline{J}.
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Rezultă, deoarece $\underline{Z}_{kj} = \underline{Z}_{jk}$

$$\Delta \underline{V}_k - \Delta \underline{V}_j = (\underline{Z}_{kk} - 2\,\underline{Z}_{kj} + \underline{Z}_{jj}) \cdot \Delta \underline{J}. \tag{3.4}$$

Ținînd seama de relațiile (3.2) și (3.4), rezultă pentru $\Delta \underline{J}$ expresia

$$\Delta \underline{J} = -\frac{(\underline{V}_k - \underline{V}_j) \cdot \Delta \underline{Y}_{kj}}{1 + (\underline{Z}_{kk} - 2\,\underline{Z}_{kj} + \underline{Z}_{jj}) \cdot \Delta \underline{Y}_{kj}}. \tag{3.5}$$

Variația potențialului unui nod oarecare q va fi

$$\Delta \underline{V}_q = -\frac{(\underline{Z}_{qk} - \underline{Z}_{qj}) \cdot \Delta \underline{Y}_{kj}}{1 + (\underline{Z}_{kk} - 2\,\underline{Z}_{kj} + \underline{Z}_{jj}) \cdot \Delta \underline{Y}_{kj}} (\underline{V}_k - \underline{V}_j). \tag{3.6}$$

b) Variația tuturor admitanțelor laturilor

Noul regim de funcționare este caracterizat de ecuațiile

$$[\underline{V}'] = [\underline{Z}] \cdot [\underline{J}'] \tag{3.7}$$

sau

$$[\underline{V}] + [\Delta \underline{V}] = [\underline{Z}] \cdot [\underline{J}] + [\underline{Z}] \cdot [\Delta \underline{J}]. \tag{3.8}$$

Ţinînd seama de (1.3) rezultă

$$[\Delta \underline{V}] = [\underline{Z}] \cdot [\Delta \underline{J}]. \tag{3.9}$$

Pentru nodul k

$$\Delta \underline{J}_k = -\underline{V}_k \sum_{j=1}^{n} \Delta \underline{Y}_{kj} + \sum_{j=1}^{n} \underline{V}_j \cdot \Delta \underline{Y}_{kj} - \Delta \underline{V}_k \sum_{j=1}^{n} \Delta \underline{Y}_{kj} + \sum_{j=1}^{n} \Delta \underline{V}_j \cdot \Delta \underline{Y}_{kj} \tag{3.10}$$

pentru $k \neq j$.

Rezultă

$$[\Delta \underline{J}] = -[\Delta \underline{Y}]([\underline{V}] + [\Delta \underline{V}]), \tag{3.11}$$

unde $[\Delta \underline{Y}]$ este o matrice simetrică, avînd termenii de forma

$$[\Delta \underline{Y}] =_k \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & & k & & n-1 \\ \hline \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \hline -\Delta \underline{Y}_{k1} & \cdots & \sum\limits_{j \neq k} \Delta \underline{Y}_{kj} & \cdots & -\Delta \underline{Y}_{k,n-1} \\ \hline \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \hline \end{array} \tag{3.12}$$

Substituind $[\Delta \underline{J}]$ în (3.9), se obţine

$$[\Delta \underline{V}] = -[\underline{Z}] \cdot [\Delta \underline{Y}] ([\underline{V}] + [\Delta \underline{V}]. \tag{3.13}$$

Explicitînd pe $[\Delta \underline{V}]$, se obţine

$$[\Delta \underline{V}] = -([1] + [\underline{Z}] \cdot [\Delta \underline{Y}])^{-1} \cdot [\underline{Z}] \cdot [\Delta \underline{Y}] \cdot [\underline{V}] \tag{3.14}$$

sau

$$[\Delta \underline{V}] = ([1] + [\underline{Z}] \cdot [\Delta \underline{Y}])^{-1} \cdot [\underline{V}] - [\underline{V}]. \tag{3.15}$$

Particularizări

1. Între nodurile k, j, se conectează o impedanţă $\underline{Z}$. Deci sîntem în cazul:

$$\underline{Y}_{jk} = \underline{Y}_0; \quad \underline{Y}'_{jk} = \underline{Y}_0 + \frac{1}{\underline{Z}}; \quad \Delta \underline{Y}_{jk} = \frac{1}{\underline{Z}};$$

$$\underline{V}_k = \underline{V}_{k0}; \quad \underline{V}_j = \underline{V}_{j0}; \quad \underline{V}'_k - \underline{V}'_j = \underline{U}; \quad \underline{V}_{k0} - \underline{V}_{j0} = \underline{U}_0.$$

După (3.6) rezultă

$$\underline{U} - \underline{U}_0 = \frac{(\underline{Z}_{kk} - 2\,\underline{Z}_{kj} + \underline{Z}_{jj})\,\dfrac{1}{\underline{Z}}}{1 + (\underline{Z}_{kk} - 2\,\underline{Z}_{kj} + \underline{Z}_{jj})\,\dfrac{1}{\underline{Z}}}\,U_0.$$

Se poate arăta cu uşurinţă că

$$\underline{Z}_e = \underline{Z}_{kk} - 2\,\underline{Z}_{ki} + \underline{Z}_{jj}, \tag{3.16}$$

unde $\underline{Z}_e$ este impedanţa echivalentă a reţelei dintre nodurile k şi j, fără latura directă $\underline{Z}$. Se poate deci scrie

$$\underline{U} = \underline{U}_0 \frac{\underline{Z}}{\underline{Z} + \underline{Z}_e}, \tag{3.17}$$

relaţie care reprezintă teorema lui Thévenin.

Se poate găsi şi teorema lui Norton, operînd în expresia finală trecerea la limită pentru $Y_{jk} = \infty$.

2. În cazul cînd variază admitanţa laturii kn, variaţiile potenţialelor nodurilor vor fi

$$\Delta\underline{V}_q = -\frac{\underline{Z}_{qk} \cdot \Delta\underline{Y}_{kn}}{1 + \underline{Z}_{kk} \cdot \Delta\underline{Y}_{kn}}\,\underline{V}_k. \tag{3.18}$$

Relaţia (3.18) se poate identifica cu (2.9), deoarece aici $\underline{V}_q$, $\underline{V}_k$ sînt raportate la nodul n de potenţial constant (egal cu zero).

4. VARIAȚIILE ADMITANȚELOR DE TRANSFER DINTRE LATURI

a) Variaţia impedanţei unei laturi

Reţeaua considerată, modificîndu-şi structura, se va caracteriza prin alte admitanţe de transfer, diferite de cele iniţiale. În special în cazul unei singure laturi este de preferat o soluţie directă pentru determinarea acestor admitanţe. Pentru noua reţea se poate scrie succesiv :

$$\underline{I}'_\beta = \sum_{\gamma=12}^{n-1,n} \underline{Y}'_{\beta\gamma} \cdot \underline{E}_\gamma = \underline{I}_\beta + \Delta\underline{I}_\beta. \tag{4.1}$$

Întrucît $\underline{I}_\beta = \sum_\gamma \underline{Y}_{\beta\gamma} \cdot \underline{E}_\gamma$, rezultă, identificînd coeficienţii lui $\underline{E}_\gamma$, care poate avea orice valoare

$$\Delta\underline{Y}_{\beta\gamma} = -\frac{\underline{Y}_{\alpha\beta} \cdot \underline{Y}_{\alpha\gamma} \cdot \Delta\underline{Z}_\alpha}{1 + \underline{Y}_{\alpha\alpha} \cdot \Delta\underline{Z}_\alpha}. \tag{4.2}$$

b) **Variația impedanței tuturor laturilor**

Folosind scrierea matricială (1.6) a variațiilor de curent pe laturi, se poate scrie:

$$[\underline{I}'] = ([1] + [\underline{Y}] \cdot [\Delta \underline{Z}])^{-1} \cdot [\underline{I}]. \tag{4.3}$$

Dar

$$[\underline{I}'] = [\underline{Y}'] \cdot [\underline{E}] \text{ și } [\underline{I}] = [\underline{Y}] \cdot [\underline{E}], \tag{4.4}$$

deci

$$[\underline{Y}'] = ([1] + [\underline{Y}] \cdot [\Delta \underline{Z}])^{-1} \cdot [\underline{Y}]. \tag{4.5}$$

Particularizări

1. În cazul scurtcircuitării laturii α, se poate scrie:

$$\Delta \underline{Y}_{\beta\gamma} = + \frac{\underline{Y}_{\alpha\beta} \cdot \underline{Y}_{\alpha\gamma} \cdot \underline{Z}}{1 - \underline{Y}_{\alpha\alpha} \cdot \underline{Z}}. \tag{4.6}$$

2. În cazul conectării unei impedanțe $\underline{Z}$ între două noduri scurtcircuitate, se poate scrie

$$\Delta \underline{Y}_{\beta\gamma} = - \frac{\underline{Y}_{\alpha\beta} \cdot \underline{Y}_{\alpha\gamma} \cdot \underline{Z}}{1 + \underline{Y}_{\alpha\alpha} \underline{Z}}. \tag{4.7}$$

Pentru $\alpha = \beta = \gamma$ se obține relația evidentă:

$$\underline{Y}'_{\alpha\alpha} = \underline{Y}_{\alpha\alpha} - \frac{\underline{Y}^2_{\alpha\alpha} \cdot \underline{Z}}{1 + \underline{Y}_{\alpha\alpha} \cdot \underline{Z}} = \frac{\underline{Y}_{\alpha\alpha}}{1 + \underline{Y}_{\alpha\alpha} \underline{Z}} = \frac{1}{\frac{1}{\underline{Y}_{\alpha\alpha}} + \underline{Z}}. \tag{4.8}$$

3. În cazul deconectării laturii α se pot stabili cu ușurință relațiile:

$$\Delta \underline{Y}_{\beta\gamma} = - \frac{\underline{Y}_{\alpha\beta} \cdot \underline{Y}_{\alpha\gamma}}{\underline{Y}_{\alpha\alpha}}, \tag{4.9}$$

$$\underline{Y}'_{\beta\gamma} = \frac{\underline{Y}_{\beta\gamma} \cdot \underline{Y}_{\alpha\alpha} - \underline{Y}_{\alpha\beta} \cdot \underline{Y}_{\alpha\gamma}}{\underline{Y}_{\alpha\alpha}}, \tag{4.10}$$

cu particularizările evidente

$$\underline{Y}'_{\alpha\beta} = 0; \quad \underline{Y}'_{\alpha\gamma} = 0; \quad \underline{Y}'_{\alpha\alpha} = 0.$$

Se poate arăta cu ușurință că relațiile (4.9) și (4.10) sînt valabile independent de impedanța $\underline{Z}_\alpha$, care poate fi nulă sau poate avea o valoare

oarecare [1]. Se poate conchide de aici că, pentru o rețea dată, independent de valoarea impedanței laturii α ($\underline{Z}_\alpha$), avem relația :

$$\frac{\underline{Y}_{\beta\gamma} \cdot \underline{Y}_{\alpha\alpha} - \underline{Y}_{\alpha\beta} \cdot \underline{Y}_{\alpha\gamma}}{\underline{Y}_{\alpha\alpha}} = \text{const.} \tag{4.11}$$

5. VARIAȚIILE IMPEDANȚELOR DE TRANSFER DINTRE LATURI

a) Variația admitanței unei laturi

Rețeaua considerată, modificîndu-și structura, se va caracteriza prin alte impedanțe de transfer, diferite de cele inițiale. În special în cazul unei singure laturi este de preferat o soluție directă pentru determinarea noilor impedanțe. Pentru noua rețea, pe baza relației (2.5), se poate scrie succesiv

$$\underline{U}_\beta + \Delta\underline{U}_\beta = \underline{U}'_\beta = \sum_{\gamma=12}^{n-1,n} \underline{Z}'_{\beta\gamma} \cdot \underline{J}_\gamma . \tag{5.1}$$

Deoarece $\underline{U}_\beta = \sum_\gamma \underline{Z}_{\beta\gamma} \cdot \underline{J}_\gamma$ rezultă, identificînd coeficienții lui $\underline{J}_\gamma$ care poate avea o valoare oarecare,

$$\Delta\underline{Z}_{\beta\gamma} = -\frac{\underline{Z}_{\alpha\beta} \cdot \underline{Z}_{\alpha\gamma} \cdot \Delta\underline{Y}_\alpha}{1 + \underline{Z}_{\alpha\alpha} \cdot \Delta\underline{Y}_\alpha} . \tag{5.2}$$

b) Variația admitanței tuturor laturilor

Utilizînd scrierea matricială a variațiilor diferențelor de potențial corespunzătoare laturilor (2.7), se poate scrie :

$$[\underline{U}'] = ([1] + [\underline{Z}] \cdot [\Delta\underline{Y}])^{-1} \cdot [\underline{U}]. \tag{5.3}$$

Dar

$$[\underline{U}'] = [\underline{Z}'] \cdot [\underline{J}] \quad \text{și} \quad [\underline{U}] = [\underline{Z}] \cdot [\underline{J}],$$

deci

$$[\underline{Z}'] = ([1] + [\underline{Z}] \cdot [\Delta\underline{Y}])^{-1} \cdot [\underline{Z}]. \tag{5.4}$$

Particularizări

1. În cazul deconectării laturii α se poate scrie

$$\Delta\underline{Z}_{\beta\gamma} = +\frac{\underline{Z}_{\alpha\beta} \cdot \underline{Z}_{\alpha\gamma}}{\underline{Z} - \underline{Z}_{\alpha\alpha}} , \tag{5.5}$$

[1] Se consideră regimul 1 cu $\underline{Z}_\alpha = 0$ și un regim 2 cu $\underline{Z}_\alpha = \underline{Z}$, determinat cu ajutorul relației (4.7) din regimul 1. Din ambele regimuri se face trecerea la regimul cu $\underline{Z}_\alpha = \infty$, obținîndu-se expresii identice pentru noile admitanțe de transfer.

2. În cazul conectării impedanței $\underline{Z}$ între două noduri în gol, se poate scrie

$$\Delta \underline{Z}_{\beta\gamma} = - \frac{\underline{Z}_{\alpha\beta} \cdot \underline{Z}_{\alpha\gamma}}{\underline{Z} + \underline{Z}_{\alpha\alpha}}. \tag{5.6}$$

Pentru $\alpha = \beta = \gamma$ se obține relația evidentă

$$\underline{Z}'_{\alpha\alpha} = \underline{Z}_{\alpha\alpha} - \frac{\underline{Z}^2_{\alpha\alpha}}{\underline{Z} + \underline{Z}_{\alpha\alpha}} = \frac{\underline{Z}_{\alpha\alpha} \cdot \underline{Z}}{\underline{Z} + \underline{Z}_{\alpha\alpha}}. \tag{5.7}$$

În cazul scurtcircuituării laturii α se pot stabili cu ușurință relațiile

$$\Delta \underline{Z}_{\beta\gamma} = - \frac{\underline{Z}_{\alpha\beta} \cdot \underline{Z}_{\alpha\gamma}}{\underline{Z}_{\alpha\alpha}}, \tag{5.8}$$

$$\underline{Z}'_{\beta\gamma} = \frac{\underline{Z}_{\beta\gamma} \cdot \underline{Z}_{\alpha\alpha} - \underline{Z}_{\alpha\beta} \cdot \underline{Z}_{\alpha\gamma}}{\underline{Z}_{\alpha\alpha}}, \tag{5.9}$$

cu particularizările evidente : $\underline{Z}'_{\alpha\beta} = 0$; $\underline{Z}'_{\alpha\gamma} = 0$; $\underline{Z}'_{\alpha\alpha} = 0$.

Se poate arăta cu ușurință că relațiile (5.8) și (5.9) sînt valabile independent de impedanța $\underline{Z}_\alpha$, care poate fi oarecare, chiar infinită [2]. Se poate conchide de aici că pentru o rețea dată, independent de valoarea impedanței laturii α ($\underline{Z}_\alpha$), avem relația

$$\frac{\underline{Z}_{\beta\gamma} \cdot \underline{Z}_{\alpha\alpha} - \underline{Z}_{\alpha\beta} \cdot \underline{Z}_{\alpha\gamma}}{\underline{Z}_{\alpha\alpha}} = \text{const.} \tag{5.10}$$

6. VARIAȚIILE IMPEDANȚELOR DE TRANSFER DINTRE NODURI

a) Variația admitanței unei laturi

În cazul variației admitanței unei singure laturi a rețelei, noile impedanțe de transfer se pot determina direct, ca și în cazurile precedente. Pentru noua rețea, pe baza relației (3.6), se poate scrie succesiv

$$\underline{V}_q + \Delta \underline{V}_q = \underline{V}'_q = \sum_{p=1}^{n-1} \underline{Z}'_{qp} \cdot \underline{J}_p. \tag{6.1}$$

Deoarece $\underline{V}_q = \sum_p \underline{Z}_{qp} \cdot \underline{J}_p$ rezultă, identificînd coeficienții lui $\underline{J}_p$ care poate avea o valoare oarecare,

$$\Delta \underline{Z}_{pq} = - \frac{(\underline{Z}_{qk} - \underline{Z}_{qj}) \, (\underline{Z}_{pk} - \underline{Z}_{pj}) \cdot \Delta \underline{Y}_{kj}}{1 + (\underline{Z}_{kk} - 2\,\underline{Z}_{kj} + \underline{Z}_{jj}) \cdot \Delta \underline{Y}_{kj}}. \tag{6.2}$$

---

[2]) Se consideră regimul 1 cu $\underline{Z}_\alpha = \infty$ și un regim 2 cu $\underline{Z}_\alpha = \underline{Z}$, determinat cu ajutorul relației (5.6) din regimul 1. Din ambele regimuri se face trecerea la regimul cu $\underline{Z}_\alpha = 0$, obținîndu-se expresii identice pentru noile impedanțe de transfer.

b) **Variația admitanței tuturor laturilor**

Utilizînd scrierea matricială a variațiilor potențialelor nodurilor (3.15) se poate scrie:

$$[\underline{V}'] = ([1] + [\underline{Z}] \cdot [\Delta \underline{Y}])^{-1} \cdot [\underline{V}]. \tag{6.3}$$

Dar

$$[\underline{V}'] = [\underline{Z}'] \cdot [J] \text{ și } [\underline{V}] = [\underline{Z}] \cdot [J],$$

deci

$$[\underline{Z}'] = ([1] + [\underline{Z}] \cdot [\Delta \underline{Y}])^{-1} \cdot [\underline{Z}]. \tag{6.4}$$

Particularizări

1. Dacă $j = n$, adică variază admitanța dintre nodul k și nodul n ($V_n = 0$), atunci relația (6.2) devine

$$\Delta \underline{Z}_{pq} = -\frac{\underline{Z}_{qk} \cdot \underline{Z}_{pk} \cdot \Delta \underline{Y}_{kn}}{1 + \underline{Z}_{kk} \cdot \Delta \underline{Y}_{kn}}. \tag{6.5}$$

2. Conectarea unei impedanțe Z între două noduri k și j, nelegate inițial direct, reprezintă situația

$$\underline{Y}_{kj} = 0; \quad \Delta \underline{Y}_{kj} = \frac{1}{\underline{Z}}.$$

Substituind în (6.2), rezultă

$$\Delta \underline{Z}_{pq} = -\frac{(\underline{Z}_{qk} - \underline{Z}_{qj})(\underline{Z}_{pk} - \underline{Z}_{pj})}{\underline{Z} + (\underline{Z}_{kk} - 2\underline{Z}_{kj} + \underline{Z}_{jj})}. \tag{6.6}$$

Pentru $p = k$; $q = j$, se găsește

$$\underline{Z}'_{kj} = \underline{Z}_{kj} + \Delta \underline{Z}_{kj} = \frac{\underline{Z}_{kj}(\underline{Z} - \underline{Z}_{kj}) + \underline{Z}_{kk} \cdot \underline{Z}_{jj}}{\underline{Z} + (\underline{Z}_{kk} - 2\underline{Z}_{kj} + \underline{Z}_{jj})}. \tag{6.7}$$

Relația (6.6) se găsește în literatură, determinată pe căi diferite [3], [4].

3. Deconectarea unei impedanțe Z, legată între nodurile k și j, revine, analog ca mai sus, la

$$\Delta \underline{Z}_{pq} = +\frac{(\underline{Z}_{qk} - \underline{Z}_{qj})(\underline{Z}_{pk} - \underline{Z}_{pj})}{\underline{Z} - (\underline{Z}_{kk} - 2\underline{Z}_{kj} + \underline{Z}_{jj})}. \tag{6.8}$$

4. În cazul scurtcircuitării laturii kj, se pot stabili cu ușurință relațiile:

$$\Delta \underline{Z}_{pk} = -\frac{(\underline{Z}_{pk} - \underline{Z}_{pj})(\underline{Z}_{qk} - \underline{Z}_{qj})}{\underline{Z}_{kk} - 2\underline{Z}_{kj} + \underline{Z}_{jj}}, \tag{6.9}$$

$$\underline{Z}'_{pq} = \underline{Z}_{pq} - \frac{(\underline{Z}_{pk} - \underline{Z}_{pj})(\underline{Z}_{qk} - \underline{Z}_{qj})}{\underline{Z}_{kk} - 2\underline{Z}_{kj} + \underline{Z}_{jj}}, \tag{6.10}$$

cu particularizările evidente

$$\underline{Z}'_{pj} = \underline{Z}'_{pk} = \frac{\underline{Z}_{pk}(\underline{Z}_{jj} - \underline{Z}_{kj}) + \underline{Z}_{pj}(\underline{Z}_{kk} - \underline{Z}_{kj})}{\underline{Z}_{kk} - 2\underline{Z}_{kj} + \underline{Z}_{jj}}, \tag{6.11}$$

$$\underline{Z}'_{kj} = \underline{Z}'_{kk} = \underline{Z}'_{jj} = \frac{\underline{Z}_{kk}\underline{Z}_{jj} - \underline{Z}^2_{kj}}{\underline{Z}_{kk} - 2\underline{Z}_{kj} + \underline{Z}_{jj}}. \tag{6.12}$$

Se poate arăta cu uşurinţă că relaţiile (6.9) şi (6.10) sînt valabile, independent de admitanţa laturii kj, care poate fi nulă sau poate avea o valoare oarecare [3]). Se poate conchide de aici că, pentru o reţea dată, independent de valoarea admitanţei laturii kj ($\underline{Y}_{kj}$), avem relaţia

$$\underline{Z}_{pq} - \frac{(\underline{Z}_{pk} - \underline{Z}_{pj})(\underline{Z}_{qk} - \underline{Z}_{qj})}{\underline{Z}_{kk} - 2\underline{Z}_{kj} + \underline{Z}_{jj}} = \text{const.} \tag{6.13}$$

7. APLICAŢII LA STUDIUL REŢELELOR ELECTRICE

Cele obţinute în lucrare se pot aplica studiului regimurilor de funcţionare ale reţelelor electrice în următoarele cazuri:

a) determinarea unui nou regim de funcţionare pentru o reţea dată, cu un regim de funcţionare cunoscut, la variaţia elementelor reţelei (de remarcat regimurile de mers în gol şi scurtcircuit), completînd relaţiile cunoscute pentru variaţiile de curent cu relaţiile obţinute pentru variaţiile diferenţelor de potenţial, pentru variaţiile potenţialelor, pentru variaţiile admitanţelor de transfer latură-latură, pentru variaţiile impedanţelor de transfer latură-latură şi nod-nod;

b) sinteza matricii impedanţelor de transfer latură-latură, pornind de la o buclă a reţelei care conţine toate nodurile reţelei;

c) sinteza matricii admitanţelor de transfer latură-latură pornind de la un nod al reţelei, celelalte fiind scurtcircuitate;

d) o metodă combinată de determinare a matricii care ne interesează, folosind o metodă combinată a cazurilor (*b*), (*c*) şi interconectare de reţele.

e) determinarea matricii care ne interesează, considerînd reţeaua dată drept o reţea cu variaţii în raport cu o reţea cu toate impedanţele egale. Metoda prezintă interes în unele cazuri particulare.

Aplicaţiile (*b*) şi (*c*), alături de metoda cunoscută de sinteză a matricii impedanţelor nod-nod pornind de la un arbore al reţelei [9], constituie un mod unitar, interesant din punctul de vedere al micşorării numărului de

---

3) Se consideră regimul 1 cu $\underline{Y}_{kj} = 0$ şi un regim 2 cu $\underline{Y}_{kj} = \frac{1}{\underline{Z}}$, determinat cu ajutorul relaţiei (6.6) din regimul 1. Din ambele regimuri se face trecerea la regimul cu $\underline{Y}_{kj} = \infty$, obţinîndu-se expresii identice pentru noile impedanţe de transfer.

operații (în comparație cu inversarea unei matrici), pentru analiza regimurilor de funcționare a rețelelor electrice.

Se consideră în cele ce urmează un exemplu de calcul pentru aplicația (*b*).

Exemplu de calcul

Se consideră rețeaua din figura 7.1, pentru care se va determina matricea impedanțelor de transfer latură-latură.

Trebuie făcute următoarele precizări:

— se iau în considerare diferențele de potențial corespunzătoare rețelei complete, luînd

$$\underline{U}_{\alpha} = \underline{U}_{jk} \text{ pentru } j < k;$$

— se consideră pozitivă sursa de curent corespunzătoare laturii jk, dacă sensul curentului debitat de sursă este intrînd în nodul $j < k$;

— se va ține seama, pentru a limita la minimum numărul de operații, că

$$\underline{Z}_{mn,pq} = \underline{Z}_{mn,lq} - \underline{Z}_{mn,lp}. \tag{7.1}$$

În cazul dat, matricea $[\underline{Z}]$ va avea 36 de elemente. Matricea este perfect determinată, ținînd seama de (7.1) și de simetria matricii,

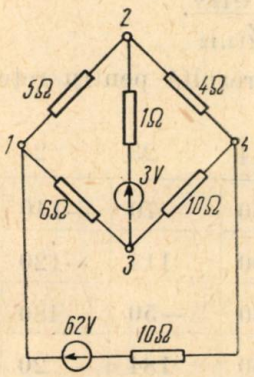


Fig. 2

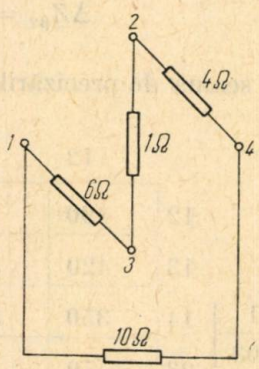


Fig. 3

cu șase termeni. În cele ce urmează am făcut calculele de variații pentru

$$\underline{Z}_{12,12};\ \underline{Z}_{12,13};\ \underline{Z}_{12,14};\ \underline{Z}_{13,13};\ \underline{Z}_{13,14};\ \underline{Z}_{14,14},$$

ceilalți termeni rezultînd de fiecare dată din simetrie sau cu relația (7.1);

—bucla de la care se pornește trebuie să conțină toate nodurile rețelei, pentru a limita calculele, avînd un număr minim de variații.

În cazul considerat, se alege bucla din figura 7.2, pentru care se poate scrie cu uşurinţă :

$$[\underline{Z}] = \left[\frac{1}{21}\right]$$

	12	13	14	23	24	34
12	98	84	70	−14	−28	−14
13	84	90	60	6	−24	−30
14	70	60	110	−10	40	50
23	−14	6	−10	20	4	−16
24	−28	−24	40	4	68	64
34	−14	−30	50	−16	64	80

în care $\left[\frac{1}{21}\right]$ reprezintă factorul comun pentru toţi termenii matricii ce urmează $\left(\text{sau o matrice diagonală cu termenul } \frac{1}{21}\right)$.

Se consideră introducerea laturii 12 (fig. 7.3), echivalentă cu $\Delta \underline{Y}_{12} = \frac{1}{5}$; căci $\underline{Y}_{12} = 0$; $\underline{Y}'_{12} = \frac{1}{5}$. Se aplică relaţia (6.7) sub forma :

$$\Delta \underline{Z}_{\beta\gamma} = -\frac{\underline{Z}_{12,\beta} \cdot \underline{Z}_{12,\gamma}}{5 + \underline{Z}_{12,12}}. \tag{7.2}$$

Ţinînd seama de precizările făcute, rezultă pentru reţeaua din figura 7.3

$$[\underline{Z}] = \left[\frac{1}{203}\right]$$

	12	13	14	23	24	34
12	490	420	350	−70	−140	−70
13	420	534	300	114	−120	−234
14	350	300	830	−50	480	530
23	−70	114	−50	184	20	−164
24	−140	−120	480	20	620	600
34	−70	−234	530	−164	600	764

Se introduce ultima latură 34 (fig. 7.4), folosindu-se relaţia (6.7) sub forma

$$\Delta \underline{Z}_{\beta\gamma} = -\frac{\underline{Z}_{34,\beta} \cdot \underline{Z}_{34,\gamma}}{10 + \underline{Z}_{34,34}}. \tag{7.3}$$

Ținîndu-se seama de precizările făcute, rezultă pentru rețeaua din figura (7.4).

$$[Z] = \left[\frac{1}{1397}\right]$$

	12	13	14	23	24	34
12	3360	2850	2500	−510	−860	−350
13	2850	3540	2370	690	−480	−1170
14	2500	2370	5020	−130	2520	2650
23	−510	690	−130	1200	380	−820
24	−860	−480	2520	380	3380	3000
34	−350	−1170	2650	−820	3000	3820

Pentru rețeaua dată (fig. 7.1), matricea $[\underline{J}]$ este

$$[\underline{J}] = \begin{array}{c|c} 12 & \\ \hline 13 & \\ \hline 14 & 6{,}2 \\ \hline 23 & 3 \\ \hline 24 & \\ \hline 34 & \end{array}$$

Rezultă după (1.2)

$$\underline{U}_{12} = 10\text{V}; \quad \underline{U}_{13} = 12V; \quad \underline{U}_{14} = 22\text{V}; \quad \underline{U}_{23} = 2V; \quad \underline{U}_{24} = 12V;$$
$$\underline{U}_{34} = 10V.$$

Regimul de funcționare al rețelei este complet determinat.

În cazul general al unei rețele cu n noduri și l laturi, bucla de la care se pornește va avea n laturi, deci variațiile vor fi în număr de $l - n$.

Se face calculul de variație, ținîndu-se seama de (7.1) și de simetria matricii, pentru $\frac{n(n-1)}{2}$ elemente, n fiind numărul de noduri al rețelei.

Numărul de operații este mult mai redus decît cel necesar pentru inversarea unei matrici, ținînd seama și aici de simetrie și de relația (7.1).

În cazul (c) trebuie făcute precizările:

— se consideră curenții corespunzători rețelei complete, luînd:

$$\underline{I}_\alpha = \underline{I}_{jk} \text{ pentru } j < k;$$

— se consideră pozitivă sursa de tensiune electromotoare corespunzătoare laturii jk, dacă borna sa pozitivă este spre nodul $j < k$;

— se va ţine seama, pentru a limita la minimum numărul de operaţii, că

$$\sum_q \delta_{pq} \underline{Z}_{mn,pq} = 0, \tag{7.4}$$

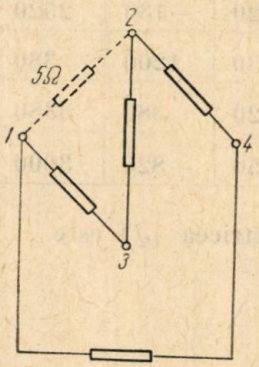


Fig. 4

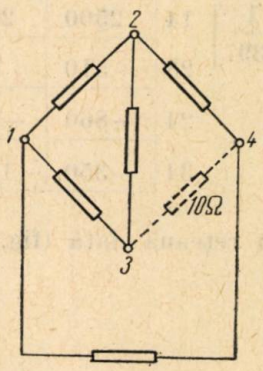


Fig. 5

unde

$$\delta_{pq} = \begin{cases} +1 & p < q \\ -1 & p > q \end{cases}.$$

În general, matricea $[\underline{Y}]$ va avea l^2 elemente.

Matricea este perfect determinată, ţinînd seama de (7.4) şi de simetria matricii, cu $\frac{n(n-1)}{2}$ termeni, ceilalţi termeni rezultînd uşor.

— Nodul de la care se porneşte se alege acel nod al reţelei în care converg cele mai multe laturi, pentru a avea un număr minim de variaţii.

Din cele două metode, cea cu număr minim de calcule este cea care conţine numărul cel mai mic de variaţii.

8. CONCLUZII

Rezultatele obţinute în lucrare pentru variaţiile diferenţelor de potenţial şi potenţiale completează pe cele existente pentru variaţiile de curent, realizîndu-se astfel un studiu complet al variaţiilor mărimilor care caracterizează un circuit, la variaţii finite ale impedanţelor (sau admitanţelor) laturilor circuitului.

În lucrare se obţine de asemenea un mod unitar de studiere a variaţiei admitanţelor de transfer latură-latură şi a impedanţelor de transfer

latură-latură și nod-nod, la variații finite ale impedanțelor (sau admitanțelor) laturilor circuitului.

Sinteza matricii impedanțelor de transfer latură-latură pornind de la o buclă a rețelei, sinteza matricii admitanțelor de transfer latură-latură pornind de la un nod al rețelei, celelalte fiind scurtcircuitate, constituie împreună cu metoda cunoscută de sinteză a impedanțelor de transfer nod-nod pornind de la un arbore al rețelei un ansamblu unitar de metode pentru determinarea regimului de funcționare al unei rețele pornind de la o rețea elementară, fără a fi necesar un calcul de inversare a unei matrici, fiind necesare astfel un număr mai redus de operații.

Aplicațiile celor stabilite în lucrare pot fi mult mai largi decît cele indicate în (7), putînd fi folosite în măsuri electrice [5], [6], pentru echilibrare de punți, pentru determinarea rapidității echilibrării etc.

Rezultatele obținute în lucrare, împreună cu cele cunoscute, realizează un mod unitar, sistematic de studiu al rețelelor electrice, bazat pe variațiile impedanțelor (sau admitanțelor) laturilor rețelelor.

Primită la redacție la 12 iunie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. О. М., Богатырев *Общий метод решения задачи линейных цепей при переменных сопротивлениях в ветвях*, Электричество, *9* (1955).
2. Н. А. Бразма, *Обобщение теорем вариации и компенсации для n параметров электрической цепи*, ДАН СССР, **105**, *2* (1955).
3. P. Goussens, J. Pardigon, Auges, J. Augé, *L'évolution des méthodes de calcul des réseaux moillés liée à l'utilisation des machines arithmétiques*, B S F E, 8e série, **11**, *16* (1961).
4. G. Kron, *Tensor Analysis of Networks*, New-York, 1939.
5. М. И. Левин, *Общие свойства измерительных схем*, Электричество, *2* (1946).
6. М. И. Левин, *Метод расчета электроизмерительных схем*, Электричество, *7* (1947).
7. К. М. Поливанов, *Теорема вариации параметров линейной электрической цепи*, Электричество, *2*, (1946).
8. К. М. Поливанов, *Теорема вариации для n параметров электрической цепи*, Электричество, *7* (1947).
9. M. Preda, F. Manea, *Sinteza matricii* [Z] *pornind de la un arbore al rețelei*, Sesiunea de comunicări științifice, Institutul Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București, aprilie 1964.
10. В. П. Сигорский, *Методы анализа электрических схем с многополюсными элементами*, АН Украинской ССР, Киев, 1958.

CONSTRUCȚIA ECHIVALENTULUI CU SARCINĂ UNICĂ UTILIZÎND MATRICEA ADMITANȚELOR REȚELEI

DE

M. POMÎRLEANU

621.316.13.001.11

Se prezintă modul de construire, prin intermediul matricei admitanțelor sistemului electroenergetic, a unei rețele echivalente care prezintă o sarcină unică, rețea ce nu depinde de admitanțele de sarcină, conservînd în același timp atît pierderile, cît și regimurile rețelei reale.

Se analizează de asemenea limitele de aplicabilitate ale echivalentului R.E.I. cu sarcină unică, dedus prin înlocuirea sarcinilor cu impendanțe constante.

Într-o serie de lucrări ce tratează metodicele de calcul ale unor regimuri ale sistemelor electroenergetice se utilizează destul de larg scheme echivalente simplificatoare.

Astfel, pentru calculul operativ al pierderilor în sisteme sau al creșterilor relative ale pierderilor necesare calculelor de repartiție este larg utilizată construcția unui echivalent al rețelei reale care operează numai cu nodurile generatoare și cu o singură sarcină concentrată ce însumează sarcinile [1], [2], [3] tuturor consumatorilor, denumit adesea echivalent cu sarcina unică.

Un asemenea echivalent prezintă de asemenea interes pentru calculul regimurilor permanente ale sistemelor electroenergetice necesare studiilor de planificare de perspectivă a rețelelor, unde în special evoluția sarcinii totale se poate prevedea cu mai multă precizie și pentru care calculele pe o rețea simplificată sînt suficient de acceptabile.

St. cerc. energ. electr. Tom 16, Nr. 1, p. 73—82 București 1966

Echivalentul cu sarcină unică (cu ipotezele utilizate) a fost construit fie pornind de la matricea $\underline{Z}$ a sistemului pentru care este necesară inversarea matricei Y a admitanțelor rețelei inițiale, [1], [2], fie în mod aproximativ, plecîndu-se de la un regim de bază prin înlocuirea sarcinilor cu impedanțe constante și apoi crearea nodului de sarcină unică [3], [4].

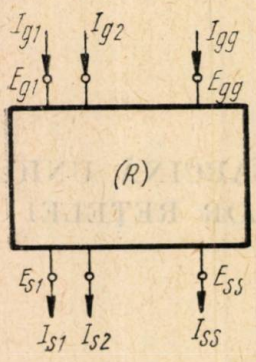


Fig. 1

Obținerea echivalentului cu sarcină unică pe calea matricei $\underline{Z}$, pe lîngă faptul că este laborioasă (necesită inversarea matricei inițiale a sistemului), prezintă și neajunsul unei restrînse posibilități de interpretare, analiză și sinteză a noii rețele obținute. Cealaltă cale, aplicată în special pentru calculul coeficienților formulei de pierderi, conservă numai pierderile, nu și regimurile rețelei inițiale.

În scopul de a completa teoria echivalentului cu sarcină unică, lucrarea de față prezintă, în urma unei analize teoretice, calea practică de sintetizare simplă și operativă a rețelei echivalente cu sarcină unică, pornind de la admitanțele rețelei inițiale. De asemenea se analizează echivalentul R.E.I. cu sarcină unică, dedus din elementele unui regim de bază precalculat pe rețeaua reală, și i se stabilesc domeniile lui de aplicabilitate.

DEDUCEREA ECHIVALENTULUI CU SARCINĂ UNICĂ

Considerăm o rețea electrică complexă (R), reprezentată în figura 1 și avînd n borne de acces (noduri), dintre care g sînt noduri generatoare și s noduri consumatoare.

Relațiile dintre tensiunile și curenții nodurilor le scriem prin intermediul matricii hibride [5] a rețelei, sub forma (anexa 1, relația (d))

$$\begin{bmatrix} I_g \\ E_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_{gg} & D_{gs} \\ D_{sg} & Z_{ss} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_g \\ I_s \end{bmatrix} \tag{1}$$

În aceste relații, fiecare termen reprezintă submatrice, iar drept nod de referință pentru toate tensiunile E este ales nodul pămînt (în acest fel matricea rețelei poate opera cu toate elementele liniare sau neliniare existente în noduri și conectate la pămînt).

Pentru a obține echivalentul cu sarcină unică, considerăm că rețeaua dată R se interconectează prin nodurile s cu o rețea necunoscută avînd $s+1$ noduri de acces (fig. 2) și pentru care există următoarele relații matriceale

$$\begin{bmatrix} E_s \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_{ss} & D_{se} \\ D_{es} & Y_{ee} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_s \\ E_e \end{bmatrix} \tag{2}$$

Prin această interconectare se obține echivalentul cu sarcina unică care va fi reprezentat printr-o rețea R'' (fig. 3), cu $g+1$ noduri, și care va trebui să aibă proprietatea de a conserva regimurile posibile din rețeaua

R, adică pentru curenții generatoarelor I_g dați să se obțină aceleași tensiuni E_g la nodurile generatoare ca în rețeaua reală, de asemenea puterea evacuată prin nodul de sarcină unică (e) să fie totdeauna egală cu suma puterilor absorbite de cei s consumatori din sistemul real. Pentru a putea îndeplini aceste condiții trebuie introduse o serie de restricții în felul în care se pot modifica variabilele sistemului. Vom utiliza o ipoteză larg aplicată în unele calcule ale sistemelor electroenergetice, și anume ipoteza că fiecare curent de sarcină se modifică la schimbarea regimului în aceeași proporție ca și curentul total de sarcină.

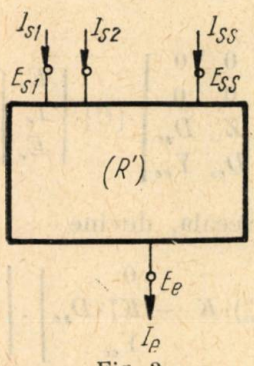


Fig. 2

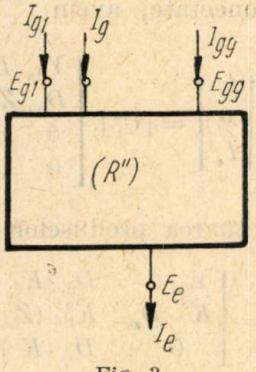


Fig. 3

Adică

$$[I_s] = [K] \cdot [I_e], \tag{3}$$

unde $[K]$ este o matrice unicoloană, reprezentînd coeficienții de proporționalitate dintre fiecare curent de sarcină și curentul sarcinii totale.

Pentru a obține matricea rețelei echivalente vom elimina tensiunile nodurilor consumatoare cu ajutorul matricei de interconexiune $[C]$ al celor două rețele, în care vom ține cont de condițiile (3)

$$\begin{bmatrix} E_g \\ I_s \\ -I_s \\ E_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_g & 0 & 0 \\ 0 & K & 0 \\ 0 & -K & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_g \\ I_e \\ E_e \end{bmatrix} \tag{4}$$

unde U_g este o matrice-unitate cu g elemente, iar K matricea din relațiile (3).

Deci

$$[C] = \begin{bmatrix} U_g & 0 & 0 \\ 0 & K & 0 \\ 0 & -K & 0 \\ 0 & K & 1 \end{bmatrix}. \tag{5}$$

De asemenea se poate scrie că

$$\begin{bmatrix} I_g \\ 0 \\ I_e \end{bmatrix} = [C_t^*] \cdot \begin{bmatrix} I_g \\ E_s \\ E_s \\ I_e \end{bmatrix} \tag{6}$$

unde $[C_t^*]$ este matricea conjugată și transpusă a lui $[C]$.

Înlocuind pe (4) și (6) în expresia matriceală a celor două rețele R și R' neinterconectate, avem

$$\begin{bmatrix} I_g \\ 0 \\ I_e \end{bmatrix} = [C_t^*] \cdot \begin{bmatrix} Y'_{gg} & D_{gs} & 0 & 0 \\ D_{sg} & Z_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Z'_{ss} & D_{se} \\ 0 & 0 & -D_{es} & Y_{ee} \end{bmatrix} \cdot [C] \cdot \begin{bmatrix} E_g \\ I_e \\ E_e \end{bmatrix} \tag{7}$$

care, după efectuarea produselor matriceala, devine

$$\begin{bmatrix} I_g \\ 0 \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_{gg} & D_{gs} \cdot K & 0 \\ K_t^* \cdot D_{sg} & K_t^* \cdot (Z_{ss} - Z'_{ss}) \cdot K & -K_t^* \cdot D_{se} \\ 0 & D_{es} \cdot K & Y_{ee} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_g \\ I_e \\ E_e \end{bmatrix} \cdot \tag{8}$$

Înainte de a da o formă finală relației (8) să analizăm parametrii rețelei R' în condițiile impuse echivalentului.

Deoarece puterea evacuată prin nodul de sarcină unică trebuie să fie egală cu suma puterilor sarcinilor sistemului real, înseamnă că

$$I_e^* \cdot E_e = [I_s^*]_t \cdot [E_s]. \tag{9}$$

Utilizînd condiția (3), rezultă

$$E_e = [K_t^*] \cdot [E_s]. \tag{10}$$

Deci relațiile (2) se pot scrie cu ajutorul lui (3) și (10) astfel:

$$E_e = [K_t^*] \cdot [Z'_{ss}] \cdot [K] \cdot I_e + [K_t^*] \cdot [D_{se}] \cdot E_e.$$

$$I_e = [D_{es}] \cdot [K] \cdot I_e \qquad + [Y_{ee}] \cdot E_e.$$

Deoarece aceste relații trebuie să fie adevărate pentru orice E_e și I_e, rețeaua R' va trebui să îndeplinească condițiile

$$\begin{aligned} [K_t^*] \cdot [Z'_{ss}] \, [K] &= 0, \\ [K_t^*] \cdot [D_{se}] &= 1, \\ [D_{es}] \cdot [K] &= 1, \\ [Y]_{ee} &= 0. \end{aligned} \tag{11}$$

Utilizînd pe (11) în (8), avem relațiile echivalentului cu sarcina unică

$$\begin{bmatrix} I_g \\ E_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_{gg} & D_{gs} \cdot K \\ K_t^* \cdot D_{sg} & K_t^* \cdot Z_{ss} \cdot K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_g \\ I_e \end{bmatrix}. \tag{12}$$

Trecerea de la matricea hidridă la matricea Y'' a echivalentului cu sarcină unică se obține imediat, deoarece submatricea $[K_t^* \cdot Z_{ss} \cdot K]$ care trebuie inversată are numai o linie și o coloană

$$\begin{bmatrix} I_g \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_{gg} - D_{gs} \cdot K\,[K_t^* \cdot Z_{ss} \cdot K]^{-1} \cdot K_t^* \cdot D_{sg} & D_{gs} \cdot K \cdot [K_t^* Z_{ss} \cdot K]^{-1} \\ -\,[K_t^* \cdot Z_{ss} \cdot K]^{-1} \cdot K_t^* \cdot D_{sg} & [K_t^* \cdot Z_{ss} K]^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_g \\ E_e \end{bmatrix}. \tag{13}$$

În anexa 1 este redat modul de obținere practică a matricei Y'' a echivalentului cu sarcină unică pornind de la matricea Y a rețelei reale; se observă că volumul de calcul nu diferă mult de cel consumat în situația în care echivalentul cu sarcină unică este construit prin alte metode simplificate [3] în ipoteza că calculul a servit numai la construcția acestui echivalent, dar nu și la determinarea diverselor forme de scheme R.E.I.

De asemenea se poate observa foarte ușor că matricea Y'' obținută în relația (13) este chiar inversa matricei Z a echivalentului cu sarcină unică, dedusă pe calea [1]; acest lucru sugerează posibilitatea construcției echivalentului cu sarcină unică sub formă matricei Z pe calea prezentată mai sus, care, evident, este mai puțin laborioasă, deoarece trebuie inversată o matrice de ordin mult mai mic.

În cazul în care curentul sarcinii unice este egal cu suma curenților generatoarelor, lucru care este exact pentru un sistem complet liniar și fără legături suplimentare la pămînt, atunci expresia echivalentului devine și mai simplă:

$$[I_g] = [[U_g] - [D_{gs}] \cdot [K]\,[1_g]_t]^{-1} \cdot [Y'_{gg}] \cdot [E]_g, \tag{14}$$

unde $[1_g]_t$ este matricea unidimensională cu o linie și g coloane-unitate. Sub această formă, relația (14) poate fi utilizată la calculul coeficienților de pierderi.

Analizînd expresia echivalentului dată sub forma (12), (13) sau (14), se observă că ea nu conține nici un termen al rețelei R' conectate la nodurile de sarcină; pentru construcția echivalentului cu sarcină unică prezentat mai sus nu este necesară sintetizarea elementelor rețelei R'. De aici însă nu se poate trage concluzia că pentru realizarea unui model fizic al echivalentului cu sarcină unică se poate conecta la nodurile rețelei R orice rețea R' cu parametrii constanți care să satisfacă condițiile (12).

Într-adevăr, din relațiile (2) și (10) se obține că tensiunea nodurilor de sarcină

$$[E_s] = [[U_s] - [D_{se}] \cdot [K_t^*]]^{-1} \cdot [Z'_{ss}] \cdot [I_s], \tag{15}$$

însă $[E_s]$ are expresia

$$[E_s] = [D_{sg}] \cdot [E_g] + [Z_{ss}] \cdot [I_s],$$

depinzînd nu numai de I_s, dar și de E_g, de unde rezultă că matricea rețelei R' este formată din termeni variabili ce se vor schimba o dată cu modificarea regimului sistemului și ale căror valori, dacă se dorește, se vor stabili după determinarea regimului cu relațiile (13). Deoarece o serie de lucrări privind determinarea coeficienților de pierderi [2], [3] utilizează un echivalent de rețea cu sarcină unică determinat cu ajutorul înlocuirii sarcinilor prin impedanțe constante, calculate pentru un regim de bază și apoi prin adăugarea la nodul pămînt a unei impedanțe negative echivalente sarcinii totale, se pune problema stabilirii limitelor de aplicabilitate ale acestui echivalent la alte regimuri diferite de regimul de bază.

În anexa 2 este prezentată deducerea matriceală a expresiei (16) a unui asemenea echivalent, așa cum se utilizează la calcule de pierderi la care de obicei tensiunea nodului de sarcină unică se ia nod de referință

$$[I_g] = [[U_g] + [Y_{gs}] \cdot [Y_s - Y_{ss}]^{-1} \cdot [Y_s] \cdot [1_s] \cdot Y_e^{-1} \cdot [1_g]_t]^{-1} \cdot$$
$$\cdot [[Y_{gg}] + [Y_{gs}] \cdot [Y_s - Y_{ss}]^{-1} \cdot [Y_{sg}]] \cdot [E_g]. \cdot \qquad (16)$$

În aceste expresii, Y_s este o matrice diagonală ai cărei coeficienți sînt admitanțele de sarcină deduse din regimul de bază, iar Y_e este admitanța echivalentă a sarcinii unice care are expresia

$$Y_e = [K_t^* \cdot Y_s^{-1} \cdot K]^{-1}. \qquad (17)$$

Ceilalți termeni reprezintă submatricele elementelor rețelei reale, scrisă cu ajutorul admitanțelor proprii și mutuale (vezi anexa 2).

Analizînd elementele expresiei (16), se poate observa că pentru o rețea construită și exploatată normal admitanțele de sarcină sînt valoric mult mai mici decît termenii diagonali ai submatricei Y_{ss} ; cum $Y_s \ll Y_{ss}$, în relațiile (16) se poate pune

$$Y_s - Y_{ss} \approx - Y_{ss}. \qquad (18)$$

De asemenea, avînd în vedere aceleași considerente de mai sus și în plus faptul că tensiunea nodului de sarcină unică nu diferă prea mult ca valoare de tensiunea medie de sarcină, se poate spune cu o aproximație acceptabilă că raportul dintre admitanța de sarcină a unui nod i, Y_{si} și admitanța echivalentă Y_e este

$$\frac{Y_{si}}{Y_e} \approx K_i, \qquad (19)$$

deci

$$[Y_s \cdot 1_s \cdot Y_e^{-1}] \approx [K].$$

Cu aceste simplificări (16) se poate scrie sub forma

$$[I_g] = [[U_g] - [Y_{gs}] \cdot [Y_{ss}]^{-1} \cdot K \cdot [1_g]_t]^{-1} \cdot$$
$$[[Y_{gg}] - [Y_{gs}] \cdot [Y_{ss}^{-1}] \cdot [Y_{sg}]] \cdot [E_g]. \qquad (20)$$

Se observă că s-a obținut chiar expresia exactă a echivalentului cu sarcină unică, în care s-a luat tensiunea E_e ca tensiune de referință și s-a considerat de asemenea că

$$I_e = [1_g]_t \cdot [I_g]$$

(vezi anexa 2). Se vede deci că deducerea echivalentului R.E.I. cu sarcină unică prin eliminarea nodurilor de sarcină cu ajutorul unor admitanțe de sarcină constante duce la rezultate mulțumitoare și pentru alte regimuri diferite de regimul de bază dacă condițiile (18), (19) sînt îndeplinite. Pentru ca erorile să nu fie prea mari este bine să se adopte ca regim de bază regimul de sarcină medie.

CONCLUZII

Din analiza făcută în lucrare se poate observa că se poate construi și prin intermediul matricei admitanțelor sistemului un echivalent cu sarcină unică care nu depinde de admitanțele de sarcină și care conservă (în ipoteza conformismului sarcinilor) atît pierderile, cît și regimurile rețelei reale. Calea practică de stabilire a acestui echivalent, stabilită în lucrare, este destul de simplă și ușor aplicabilă pe calculatoarele electronice cifrice, volumul de operații necesitat de ea nediferind cu mult de cel cerut de metodele aproximative.

De asemenea, din analiza făcută echivalentului determinat prin intermediul impedanțelor de sarcină constante s-a stabilit că el prezintă la calculul regimurilor erori mici pentru sisteme echilibrat construite și rațional exploatate (căderi de tensiune normale pe linii etc.) și că pentru a i se asigura o plajă de aplicabilitate suficientă trebuie să se ia drept regim de bază regimul de sarcină medie.

ANEXA 1

Modul de deducere a matricei echivalentului cu sarcină unică

Se consideră cunoscută matricea admitanțelor rețelei considerate, Y, scrisă cu ajutorul submatricelor corespunzătoare generatoarelor și sarcinilor:

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{gg} & Y_{gs} \\ Y_{sg} & Y_{ss} \end{bmatrix}, \qquad (a)$$

această matrice avînd $g + s$ linii și coloane corespunzătoare celor g noduri generatoare și s noduri de sarcină.

Se construieşte mai întîi matricea hibridă a reţelei, utilizată în relaţia (1). Trecerea la această matrice se face cu un program similar celui de eliminare a nodurilor consumatoare [5], luînd însă admitanţa conectată în nodul care se transformă egală cu zero, adică calculînd noii coeficienţi ai matricei cu formula

$$a_{ij}^{(n)} = a_{ij}^{(v)} - \frac{a_{im}^{(v)} \cdot a_{mj}^{(v)}}{a_{mm}^{(v)}}, \tag{b}$$

unde

$a_{ij}^{(n)}$ este termenul după linia i şi coloana j care se calculează la eliminarea nodului m,

$a_{ij}^{(v)}$, — acelaşi termen înainte de efectuarea operaţiilor de mai sus,

$a_{im}^{(v)}$, $a_{mj}^{(v)}$, $a_{mm}^{(v)}$ — termenii matricei corespunzători liniei şi coloanei indicate de indicii respectivi înainte de efectuarea operaţiilor de mai sus.

Spre deosebire de programul clasic de eliminare, cu formula (b) se calculează toţi termenii liniilor şi coloanelor matricei iniţiale, cu excepţia liniei şi coloanei afectate nodului care se elimină. Termenii acestor linii şi coloane se calculează cu formula

$$a_{im}^{(n)} = a_{im}^{(v)} \cdot a_{mm}^{(n)}, \tag{c}$$

unde

$$a_{mm}^{(n)} = \frac{1}{a_{mm}^{(v)}}.$$

Aceste operaţii sînt efectuate pe rînd pentru fiecare nod consumator, obţinînd în fine matricea nibridă R:

$$[R] = \begin{bmatrix} Y'_{gg} & D_{gs} \\ D_{sg} & Z_{ss} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{gg} - Y_{gs} \cdot Y_{ss}^{-1} \cdot Y_{sg} & Y_{gs} \cdot Y_{ss}^{-1} \\ - Y_{ss}^{-1} Y_{sg} & Y_{ss}^{-1} \end{bmatrix}. \tag{d}$$

Se trece apoi la matricea R'_1 utilizată în relaţiile (13), înmulţind fiecare termen s al tuturor liniilor $g + s$ cu coeficientul de proporţionalitate al curentului nodului s faţă de curentul total de sarcină (K_s). Se adună apoi pentru fiecare linie termenii astfel obţinuţi şi se depun în locul termenului de pe coloana $g + 1$ al liniei respective.

În noua matrice astfel obţinută se înmulţesc toţi termenii liniilor s cu expresia conjugată a coeficientului de proporţionalitate al curentului (K_s^*). Se adună apoi pe coloane termenii astfel obţinuţi, formînd linia $g + 1$ a matricei R'_1.

$$[R'_1] = \begin{bmatrix} Y'_{gg} & D_{gs} \cdot K \\ K_t^* \cdot D_{sg} & K_t^* Z_{ss} \cdot K \end{bmatrix}.$$

Cu acelaşi program de transformare descris mai sus, relaţiile (b) şi (c), se transformă nodul $g + 1$, obţinîndu-se astfel matricea admitanţelor echivalentului cu sarcină unică.

Deci faţă de calea de obţinere a echivalentului [3] prin adăugarea unor admitanţe de sarcină în nodurile consumatoare această cale nu mai necesită calculul acestor admitanţe şi deci a unui regim de bază, precum şi a admitanţei echivalente a sarcinii unice, însă relaţiile de calcul utilizate la eliminarea nodurilor trebuie aplicate la toate elementele matricei. În plus trebuie făcute operaţiile de înmulţire şi de adunare necesare pentru trecerea de la matricea

Y la R'_1; operația finală de transformare a nodului $g+1$ apare și la metoda utilizării admitanțelor de sarcină, unde este necesară eliminarea nodului pământ. Se vede deci că volumul de calcul nu este cu mult diferit, obținîndu-se în schimb un echivalent care este exact pentru toate regimurile sistemului.

ANEXA 2

Echivalentul cu nod de sarcină unică a cărui tensiune este luată drept referință

Pornind de la relația (13) din text și punînd condiția ca tensiunea de referință să fie tensiunea nodului de sarcină unică (rețeaua nu are în noduri impedanțe la pământ), se găsește

$$[I_g] = [[Y'_{gg}] - [D_{gs}]\,[K]\cdot[K_t^*\,Z_{ss}\,K]^{-1}\cdot[K_t^*]\cdot[D_{sg}]]\cdot[E_g], \tag{a}$$

$$[I_e] = -[[K_t^*\cdot Z_{ss}\cdot K]^{-1}\cdot[K_t^*]\cdot[D_{sg}]]\cdot[E_g]. \tag{b}$$

Din aceste relații se obține

$$[I_g] = [Y'_{gg}]\cdot[E_g] + [D_{gs}]\cdot[K]\cdot I_e. \tag{c}$$

Ținînd cont de expresiile submatricelor Y'_{gg} și D_{gs} (relația (d) din anexa 1) și de condiția impusă că suma curenților generatoarelor este egală cu curentul de sarcină, se găsește

$$[I_g] = [[Y_{gg}] - [Y_{gs}]\cdot[Y_{ss}]^{-1}\cdot[Y_{sg}]]\cdot[E_g] + [Y_{gs}]\cdot[Y_{ss}]^{-1}\cdot[K]\cdot[1_g]_t\cdot[I_g] \tag{d}$$

sau

$$[I_g] = [[U_g] - [Y_{gs}]\cdot[Y_{ss}^{-1}]\cdot[K]\cdot[1_g]_t]^{-1}\cdot[[Y_{gg}]-[Y_{gs}]\cdot[Y_{ss}]^{-1}\cdot[Y_{sg}]]\cdot[E_g].$$

În cazul echivalentului cu sarcină unică stabilit pe calea [3], expresia sa matriceală (16) din text se deduce astfel. Se pornește de la expresiile nodale ale curenților și tensiunilor prin intermediul matricei admitanțelor Y:

$$\begin{bmatrix} I_g \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{gg} & Y_{gs} \\ Y_{sg} & Y_{ss} \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} E_g \\ E_s \end{bmatrix}. \tag{e}$$

Se elimină curenții de sarcină Is, scriindu-le expresiile lor cu ajutorul admitanțelor de sarcină

$$[I_s] = [Y_s]\cdot[[E_s] - [1_s]\cdot E_0], \tag{f}$$

unde Y_s este o matrice diagonală ale cărei elemente reprezintă admitanțele echivalente ale fiecărei sarcini din nodurile respective, E_0 tensiunea nodului pământ și $1s$ matricea unicoloană cu s linii unitate. Înlocuind pe (f) în (e), se obține

$$[I_g] = [[Y_{gg}] + [Y_{gs}]\cdot[Y_s - Y_{ss}]^{-1}\cdot[Y_{sg}]]\cdot[E_g] + [Y_{gs}]\cdot[Y_s - Y_{ss}]^{-1}\cdot[Y_s]\cdot[1_s]\cdot E_0.$$

Deconectînd nodul E_0 de la pământ prin introducerea admitanței echivalente sarcinii totale, Y_e, între acesta și nodul sarcinii unice luat drept nod de referință, se poate scrie

$$I_e = -\,Y_e\cdot E_0 = [1_g]_t\cdot[I_g].$$

Eliminînd tensiunea E_0, se obține în final

$$[I_g] = [[U_g] + [Y_{gs}]\cdot[Y_s - Y_{ss}]^{-1}\cdot[Y_s]\cdot[1_1]\cdot Y_e^{-1}\cdot[1_g]_t]^{-1}\cdot[[Y_{gg}] + [Y_{gs}]\cdot[Y_s - Y_{ss}]^{-1}\cdot[Y_{sg}]]\cdot[E_g].$$

Primită la redacție la 5 octombrie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. L. K. KIRCHMAYER, *Economic operation of power systems*, J. Wiley & Sons, New York, 1959.
2. D. R. HOCKMAN, A. L. TOALSTON, D. C. HARKER, *Loss formula determination by a new method*, Power Apparatus and Systems, Febr., 1961, 1090—1101.
3. P. DIMO, *Formula pierderilor și „optimizările de scheme și regimuri" pe un drum nou. Aplicarea „analizei nodale" cu imagini reprezentative*, Energetica, *6*, 219—242, 1962.
4. P. DIMO, *Conceptele și procedeele analizei nodale asociată calculatorului numeric*, St. cerc. energ. Seria A, *3*, 389—425 (1963).
5. H. W. HALE, R. W. GOODRICH, *Digital computation of power flow — some new aspects*, Trans. A.I.E.E., **III**, *78*, 919 (1959).

PREDETERMINAREA CARACTERISTICII MAGNETICE A COMPENSATORULUI DE FAZĂ (CF) TIP LEBLANC[1])

DE

CONSTANTIN V. BĂLĂ

În lucrare se stabilesc ecuațiile care stau la baza predeterminării caracteristicii magnetice a CF cu o singură armătură ; se propune o metodă analitică de rezolvare a sistemului de ecuații simplificat, scris în ipoteza suplimentară prin care se aproximează caracteristica de magnetizare prin segmente de dreaptă.

1. PARTICULARITĂȚILE CONSTRUCTIVE ALE MIEZULUI MAGNETIC ȘI CONDIȚIILE DE FUNCȚIONARE ALE MAȘINII

Compensatorul de fază tip Leblanc [1] este destinat compensării factorului de putere al motoarelor asincrone și are o singură armătură, care prezintă crestături repartizate uniform ; înfășurarea mașinii este de tip indus de curent continuu, în tobă sau în inel [2], și dispusă în crestăturile miezului feromagnetic. Pe colectorul mașinii sînt dispuse mp perii, m fiind numărul de faze, iar p numărul de perechi de poli ai mașinii (uzual $m = 3$ și $p = 1$ sau 2).

Compensatorul de fază cu o singură armătură și o singură înfășurare este excitat de curenții secundari din rotorul mașinii asincrone cu care este cuplat electric.

Miezul feromagnetic al compensatorului de fază în funcțiune este saturat, valoarea maximă a inducției magnetice în dinți este în jur de 3 [T], iar în jug de 2 [T]. Punctul de funcționare pe caracteristica magnetică este ales astfel din următoarele motive :

---

[1]) Lucrarea a fost prezentată la sesiunea de comunicări a Uzinelor Electro-Putere Craiova ținută în noiembrie 1964.

— la grupul format din mașina asincronă și compensatorul de fază, puterea reactivă a mașinii asincrone variază puțin de la funcționarea în gol la funcționarea în sarcină nominală; prin urmare, tensiunea de excitație a compensatorului de fază (CF), egală cu tensiunea la bornele indusului, ar trebui să fie independentă de curentul din indusul mașinii asincrone (MA). Deoarece mașinile asincrone de puteri mari funcționează de obicei în sarcină, este necesar ca mașina compensatoare (CF) să aibă caracteristica magnetică $\Phi(I)$ de tipul celei reprezentate în figura 1, adică fluxul, respectiv t.e.m. indusă să fie practic independente de curentul de excitație I;

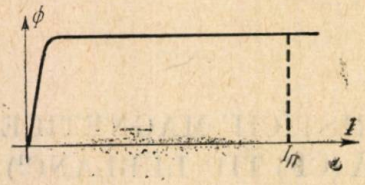


Fig. 1. — Caracteristica magnetică a compensatorului de fază.

— la valori mai mari ale inducției magnetice în miezul feromagnetic al CF decît cele indicate mai sus, cresc pierderile în miez; solenația de excitație a mașinii crește proporțional cu I. Înfășurarea CF are rezistența determinată de parametrii circuitului din rotor al MA (pentru a nu influența prea mult caracteristicile MA, rezistența înfășurării CF trebuie să fie cît mai mică în raport cu rezistența indusului MA); la rezistența dată, creșterea solenației conduce la creșterea volumului înfășurării CF și a prețului de cost al acesteia;

— fluxul de scăpări al bobinei care induce t.e.m. de autoinductanță în perioada de comutație este cu atît mai mic, cu cît CF este mai saturat, cel puțin în zona dinților.

Predeterminarea caracteristicii magnetice este necesară la proiectarea mașinilor electrice pentru determinarea solenației de magnetizare a miezului feromagnetic, a gradului de saturație al mașinii, respectiv pentru determinarea curbei cîmpului magnetic în întrefier și în diferite zone. Pe baza caracteristicii magnetice la CF se poate efectua calculul t.e.m. induse în înfășurarea indusului în funcție de solenația din indus, respectiv de curentul de sarcină din rotorul MA, și se pot determina caracteristicile de funcționare ale grupului MA—CF.

Metoda aplicată pînă în prezent la calculul caracteristicii magnetice se bazează pe considerarea unei linii de cîmp medii în mașină; calculele conduc la rezultate cu totul aproximative și nu permit rezolvarea integrală a problemei.

Problema predeterminării mai exacte a caracteristicii magnetice prezintă complicații îndeosebi la mașinile cu număr mic de poli, deoarece reluctanța magnetică echivalentă a circuitului magnetic este o funcție complicată de reluctanțele magnetice parțiale ale diferitelor zone; acestea din urmă sînt dependente, la rîndul lor, de valoarea cîmpului magnetic din zona respectivă, datorită caracteristicii de magnetizare neliniare a miezului.

Problema predeterminării caracteristicii magnetice a mașinilor electrice cuprinde în final rezolvarea unui sistem de ecuații algebrice neliniare, cu un număr mare de necunoscute. De exemplu, la un turbogenerator [3], circuitul magnetic al mașinii s-a descompus în aproximativ 100

de zone, cîmpul în fiecare zonă fiind presupus constant, iar pentru rezolvarea problemei s-a utilizat un calculator numeric de capacitate mare.

În lucrarea de faţă se stabilesc mai întîi ecuaţiile necesare calculului fluxurilor parţiale în diferitele zone ale CF cu o singură armătură; în continuare se propune o metodă analitică de rezolvare a sistemului de ecuaţii simplificat, scris în ipoteza unei caracteristici de magnetizare liniarizată pe porţiuni. Metoda aplicată în această lucrare este aplicabilă, de fapt, la toate maşinile electrice şi permite utilizarea calculatoarelor electronice la rezolvarea problemei.

2. ECUAŢIILE TENSIUNILOR MAGNETICE ŞI ALE FLUXURILOR CIRCUITULUI MAGNETIC AL CF CU O SINGURĂ ARMĂTURĂ

Pentru calculul caracteristicii magnetice care exprimă dependenţa dintre fluxul magnetic util Φ şi curentul de fază I se descompune circuitul magnetic al maşinii în zone distincte în care inducţia magnetică este constantă la un moment dat pe toată aria suprafeţei secţiunii zonei; astfel, fiecare dinte şi fiecare porţiune pe jug corespunzătoare unui pas de dinte (fig. 2) formează zone în care inducţia magnetică este presupusă

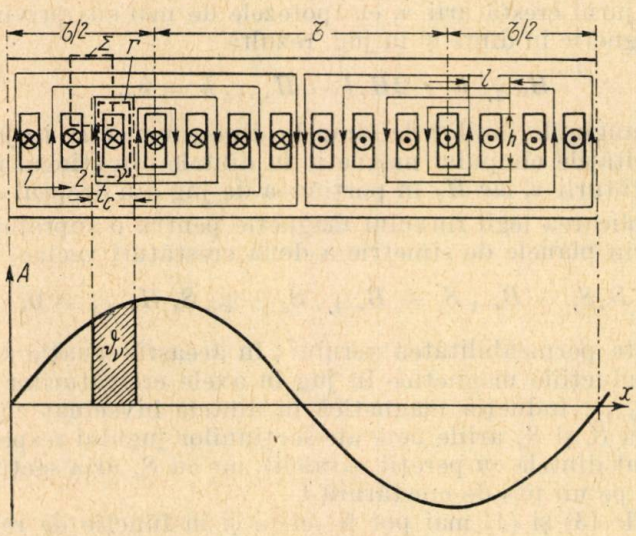


Fig. 2. — Porţiune din circuitul magnetic desfăşurat al compensatorului de fază şi curba păturii de curent

constantă. Se consideră o anumită valoare dată a curentului prin înfăşurarea CF şi se calculează inducţiile magnetice în diferitele zone ale polului, iar apoi fluxul magnetic.

Fie o porţiune din miezul feromagnetic desfăşurat (fig. 2) egală cu dublul pasului polar şi fie $2z = \dfrac{Z}{2p}$ numărul de dinţi pe pol (Z este nu-

mărul de crestături al mașinii ; la CF, numărul de crestături pe pol și fază este mare).

Se presupune că înfășurarea CF este repartizată sinusoidal, iar pătura de curent A a CF polifazat variază la un moment dat, în funcție de coordonata x (originea fiind aleasă în axa neutră a polilor), după relația

$$A = \frac{m}{2}\frac{4}{\pi}\frac{w\ k_w\ I\sqrt{2}}{p\tau}\sin\frac{\pi}{\tau}x, \tag{1}$$

în care I este valoarea efectivă a curentului pe fază, w numărul de spire, iar k_w factorul de înfășurare al înfășurării CF.

Solenația maximă pe pasul de crestătură corespunzător crestăturii ν (în ipoteza că numărătoarea începe din axa unui pol), proporțională cu suprafața hașurată în figura 2 jos, este

$$\vartheta_\nu = \int_{(\nu-1)t_c}^{\nu t_c} A\,dx = \frac{m}{2}\frac{4}{\pi}\frac{w\,k_w\,I\sqrt{2}}{p}\sin\frac{\pi}{\tau}t_c\left(\nu-\frac{1}{2}\right)\cos\frac{\pi}{2\tau}t_c, \tag{2}$$

cu t_c notîndu-se pasul crestăturilor.

Prin aplicarea legii circuitului magnetic de-a lungul unei curbe închise Γ în jurul crestăturii ν, cu ipotezele de mai sus privind repartiția cîmpului magnetic în dinte și în jug, rezultă

$$H_{\nu-1,\nu}\,h + 2H_\nu\,l - H_{\nu,\nu+1}\,h = \vartheta_\nu, \tag{3}$$

h și l fiind lungimile liniilor de cîmp în dinte, respectiv în jug, $H_{\nu-1,\nu}$ și $H_{\nu,\nu+1}$ intensitățile cîmpului magnetic în dintele din stînga, respectiv din dreapta crestăturii ν, iar H_ν în porțiunea de jug din dreptul crestăturii ν.

Prin aplicarea legii fluxului magnetic pentru o suprafață închisă Σ care trece prin planele de simetrie a două crestături vecine, rezultă

$$B_\nu S_j - B_{\nu-1} S_j - B_{\nu-1,\nu} S_d - \mu_0 S_a H_{\nu-1,\nu} = 0, \tag{4}$$

în care μ_0 este permeabilitatea aerului ; în această ecuație s-au notat cu B_ν și $B_{\nu-1}$ inducțiile magnetice în jug în axele crestăturilor ν, respectiv $\nu-1$, cu $B_{\nu-1,\nu}$ inducția magnetică în dintele învecinat cu crestăturile $\nu-1$ și ν, cu S_j și S_d ariile nete ale secțiunilor jugului respectiv dintelui (s-a considerat dintele cu pereții paraleli), iar cu S_a aria secțiunii izolației și crestăturii pe un pas de crestătură t_c.

Ecuațiile (3) și (4) mai pot fi scrise și în funcție de reluctanțele și de fluxurile magnetice astfel :

$$R_{\nu-1,\nu}\,\Phi_{\nu-1,\nu} + R_\nu\,\Phi_\nu - R_{\nu,\nu+1}\,\Phi_{\nu,\nu+1} = \vartheta_\nu, \tag{5}$$

$$\Phi_\nu - \Phi_{\nu-1} - \Phi_{\nu-1,\nu} - \Phi'_{\nu-1,\nu} = 0, \tag{6}$$

în care

$$R_{\nu-1,\nu} = \frac{h}{S_d}\frac{H_{\nu-1,\nu}}{B_{\nu-1,\nu}},\quad R_\nu = \frac{2l}{S_j}\frac{H_\nu}{B_\nu},\quad R_a = \frac{h}{\mu_0 S_a}, \tag{7a,b,c}$$

$$\Phi_{\nu-1,\nu} = B_{\nu-1,\nu}\,S_d,\quad \Phi_\nu = B_\nu\,S_j,\quad \Phi'_{\nu-1,\nu} = \mu_0\,S_a\,H_{\nu-1,\nu}. \tag{8a,b,c}$$

Schema electrică analogică a circuitului magnetic (4) corespunzătoare crestăturii ν şi crestăturilor vecine este reprezentată în figura 3; în această schemă, reluctanţele neliniare au fost notate cu simbolul N.

Pentru zonele marginale axei polilor, respectiv axei crestăturilor, se consideră cazurile particulare reprezentate în figura 4, în care s-a presupus curba cîmpului magnetic simetrică faţă de axa polilor (fig. 4 *a* şi *b*), res-

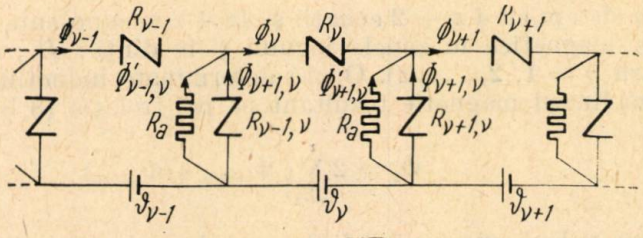


Fig. 3. — Schema electrică analogică a circuitului magnetic, corespunzătoare unei crestături.

pectiv simetrică şi de semn schimbat faţă de axa crestăturilor (fig. 4*c* şi *d*), numărul de crestături fiind par (fig. 4 *a* şi *d*), respectiv impar (fig. 4 *b* şi *c*).

Astfel, pentru cazul particular din figura 4 *a*, ecuaţia (4) devine

$$B_1 S_j - S_{01} S_d + \mu_0 S_a H_{0,1} = 0, \tag{9}$$

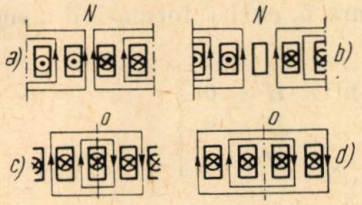


Fig. 4. — Zonele marginale din vecinătatea axei polului, respectiv axei neutre.

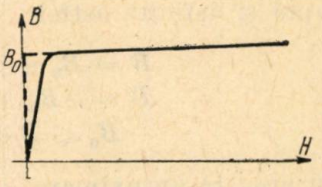


Fig. 5. — Caracteristica de magnetizare a miezului feromagnetic şi curba de aproximare.

iar pentru cazul particular din figura 4 *b* se obţine

$$B_j S_j = B_{0,1} \frac{S_d}{2} + \mu_0 S_a H_{0,1}. \tag{10}$$

Ecuaţia (3) pentru cazurile particulare din figura 4 *c*, respectiv figura 4 *d*, cînd $\nu = z$, devine

$$H_{z-1,z} h + 2H_z l = \vartheta_z, \tag{11}$$

respectiv

$$H_{z-1,z} h + H_z l = \vartheta_z. \tag{12}$$

Ecuațiile (3), (4), (9), respectiv (10), (11) și (12), împreună cu ecuațiile caracteristicilor de magnetizare pentru dinți

$$B_{\nu-1,\nu} = f(H_{\nu-1,\nu}) \tag{13}$$

și jug

$$B_{\nu} = f(H_{\nu}), \tag{14}$$

formează un sistem cu $4z + 2$ ecuații și $4z + 2$ necunoscute (intensitățile și inducțiile magnetice în zonele jugului și în dinți : H_{ν}, $H_{\nu-1,\nu}$, B_{ν} și $B_{\nu-1,\nu}$, pentru $\nu = 1, 2, \ldots, z$). Odată determinate inducțiile magnetice, se calculează fluxul magnetic rezultant pe pol [relația (8 b)],

$$\Phi_z = 2 \sum_{\nu=1}^{z} (\Phi_{\nu-1,\nu} + \Phi'_{\nu-1,\nu}) \tag{15}$$

corespunzător valorii curentului I, de care depind solenațiile ϑ_{ν} definite de relația (2).

3. METODE DE REZOLVAREA ECUAȚIILOR CIRCUITULUI MAGNETIC

Pentru rezolvarea sistemului de ecuații stabilit în paragraful precedent se pot utiliza calculatoarele analogice sau eventual numai schemele analogice cu elemente neliniare.

Porțiunea saturată a caracteristicii magnetice (v. fig. 1) se poate determina, considerînd pentru caracteristica de magnetizare a miezului feromagnetic reprezentată grafic în figura 5, curba formată din segmente de dreaptă și definită astfel

$$\left.\begin{array}{lll} B = B_0 + \mu_0 H & \text{pentru} & H > 0 \\ B = -B_0 + \mu_0 H & ,, & H < 0 \\ -B_0 \leqslant B \leqslant B_0 & ,, & H = 0 \end{array}\right\} \tag{16}$$

Cu această aproximare, ecuația (3), respectiv (5) devine

$$\frac{1}{\mu_0 (1 + k_d)} \left[\frac{\Phi_{\nu} - \Phi_{\nu-1}}{S_d} - B_0\right]_{(+)} h + \frac{2}{\mu_0} \left(\frac{\Phi_{\nu}}{S_j} - B_0\right)_{(+)} l - \\ - \frac{1}{\mu_0 (1 + k_d)} \left[\frac{\Phi_{\nu+1} - \Phi_{\nu}}{S_d} - B_0\right]_{(+)} h = \vartheta_{\nu}, \tag{17}$$

în care $k_d = S_a / S_d$; indicele $(+)$ al parantezelor din această relație are semnificația următoare : în relație se consideră numai termenii pozitivi (s-a presupus că ϑ_{ν} este pozitiv în intervalul $\frac{\tau}{2}$ considerat). Schema electrică analogică a circuitului magnetic corespunzătoare caracteristicii de magnetizare definită de ecuațiile (16), este reprezentată în figura 6. În acest caz, rezistențele neliniare din figura 3 se substituie prin rezistențele

liniare $R_d = \frac{1}{\mu_0(1+k_d)} \frac{h}{S_d}$, $R_j = \frac{2l}{\mu_0 S_j}$ în serie cu un redresor și sursele de tensiune continuă $\vartheta_d = \frac{B_0 h}{\mu_0 (1+k_d)}$, $\vartheta_j = \frac{2B_0 l}{\mu_0 S_j}$.

În mod asemănător ecuațiile (11), respectiv (12) devin :

$$\frac{1}{\mu_0(1+k_d)} \left[\frac{\Phi_z - \Phi_{z-1}}{S_d} - B_0 \right]_{(+)} h + \frac{2}{\mu_0} \left(\frac{\Phi_z}{S_j} - B_0 \right)_{(+)} l = \vartheta_z, \qquad (18)$$

$$\frac{1}{\mu_0(1+k_d)} \left[\frac{\Phi_z - \Phi_{z-1}}{S_d} - B_0 \right]_{(+)} h + \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\Phi_z}{S_j} - B_0 \right)_{(+)} l = \vartheta_z. \qquad (19)$$

Pentru a rezolva ușor sistemul (17) și (18) respectiv (17) și (19) cu z ecuații și z necunoscute se poate aplica o metodă aproximativă ; astfel se presupune, în concordanță cu figura 2, că în primele k zone ale circuitului magnetic (considerate din axa polului) tensiunile magnetice în por-

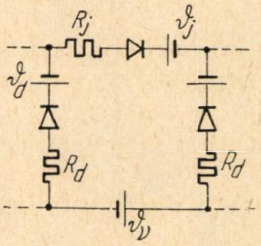


Fig. 6. — Schema electrică analogică a circuitului magnetic pentru cazul caracteristicii de magnetizare aproximată.

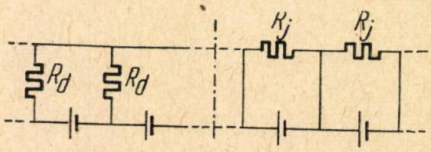


Fig. 7. — Schema electrică analogică a circuitului magnetic, avînd o parte din numărul de dinți (respectiv de porțiuni de jug) saturate.

țiunile de jug sînt neglijabile în raport cu tensiunile magnetice în dinți, iar în zonele $z - k$ tensiunile magnetice în dinți sînt neglijabile față de tensiunile magnetice în jug. Schema electrică analogică a circuitului magnetic este reprezentată în figura 7.

Valoarea lui k trebuie determinată prin aproximații succesive, astfel încît să fie îndeplinită ipoteza adoptată.

Această metodă din urmă a fost aplicată cu succes în proiectul unui compensator de fază, pentru compensarea factorului de putere la un motor asincron de 1 600 kW, executat de ing. Teodor Mircea Cociu sub conducerea autorului.

4. CONCLUZII

Pe baza ecuațiilor (3), (4), (9), respectiv (10), (11), și (12), cu caracteristicile de magnetizare de ecuații (13) și (14) sau (17), (18) respectiv (19), cu caracteristica de magnetizare exprimată de ecuațiile (16), se poate

predetermina cu suficientă precizie caracteristica magnetică a compensatorului de fază tip Leblanc. Totodată se predetermină şi cîmpul magnetic în diferitele zone ale maşinii.

Primită la redacţie la 28 septembrie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. R. Richter, *Maşini electrice vol. V. Maşini cu colector de curent alternativ mono şi polifazate. Grupuri cu maşini de reglaj.* Edit. tehnică, Bucureşti, 1961.
2. S. Stamate, M. Catrina, *O nouă serie de compensatoare cu colector,* Comunicări tehnice ale Uzinelor Electroputere, Craiova, 1963, 12—16.
3. K. J. Binns, *Predetermination of the no-load magnetisation characteristics of large turbogenerators,* Proc. I.E.E., **112,** 4 (Aprilie 1965) 720—730.
4. G. R. Slemon, *Equivalent circuits for transformers and machines including non-linear effects.* Proc. I.E.E. II, **100,** 1953, 577—581.

UN SISTEM CU OPTIMIZARE AUTOMATĂ PENTRU REGLAREA PUTERII REACTOARELOR NUCLEARE

DE

NICOLAE TĂTARU, TITU BĂJENESCU și SORIN GHEȚARU

Lucrarea prezintă studiul pe un model analogic al unui sistem cu optimizare automată la care sistemul clasic de reglaj al puterii reactoarelor nucleare este completat cu un dispozitiv de calcul care are rolul de a determina valoarea instantanee a factorului total de amplificare K_t (variabil în timp) a circuitului automat de reglaj deschis, de a compara pe K_t cu un factor optim de amplificare K_o (precalculat pe baza unui anumit criteriu de optim) și de a modifica coeficientul de amplificare al unui amplificator din lanțul direct de reglaj, de așa manieră încît K_t să fie menținut în permanență egal cu K_o.

1. Alături de alte realizări tehnice moderne ca avioanele cu viteză supersonică sau rachetele și navele cosmice, reactoarele nucleare reprezintă sisteme complexe ale căror caracteristici dinamice se schimbă în limite foarte largi, de unde necesitatea ca sistemul automat folosit pentru asigurarea funcționării lor optime să facă parte din categoria sistemelor cu optimizare automată, dezvoltate mai ales în ultimii ani.

Dintre numeroasele tipuri existente de sisteme cu optimizare automată se va examina în prezenta lucrare un sistem asemănător cu cel propus de R. Corbin [1]. Alegerea a fost dictată de faptul că acest sistem a putut fi studiat cu ajutorul calculatorului analogic MECAN-2 al Institutului de energetică, fără a recurge la construirea de elemente suplimentare, cît și deoarece studiile noastre ne-au condus la introducerea unor simplificări față de indicațiile din literatură.

După cum se știe, metoda Corbin se bazează pe localizarea polilor p_j și a zerourilor z_i și pe calcularea coeficientului de amplificare k, care

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 1 p. 91—104 București 1966

intervin în expresia funcţiei de transfer a sistemului

$$Y(s) = K \frac{\prod_{i=1}^{m} (s + z_i)}{\prod_{j=1}^{n} (s + p_j)}. \tag{1}$$

Se presupune că atît coeficientul de amplificare k, cît şi zerourile şi polii funcţiei de transfer nu sînt constante, ci se schimbă lent în timp, în funcţie de condiţiile externe, într-un mod necunoscut dinainte. Se mai presupune că aceste variaţii, deşi lente, au o mare gamă de variaţie, astfel încît se impune introducerea unui circuit suplimentar care să menţină parametrii funcţiei de transfer apropiaţi de valorile lor optime, obţinute în baza unui criteriu oarecare de optim.

Dispozitivul de calcul propus în acest scop de Corbin are rolul de a determina valoarea „instantanee" [1]) a factorului de amplificare k şi a locului fiecărui pol şi zero şi de a determina totodată modificarea sistemului în aşa fel, încît parametrii funcţiei de transfer să aibă valori apropiate de cele optime la orice variaţii suficient de lente ale condiţiilor exterioare.

Orientarea prezentei lucrări către aplicarea acestei metode la cazul particular al reglării puterii furnizate de un reactor nuclear a fost condiţionată de perspectivele de dezvoltare în ţara noastră a energeticii nucleare, perspective care fac indicată studierea cu precădere a aplicaţiilor în acest domeniu.

În lucrare se modelează cu ajutorul calculatorului MECAN-2 atît ecuaţiile care descriu dinamica reactorului nuclear, cît şi instalaţiile anexă necesare pentru reglarea puterii reactorului (presupusă proporţională cu fluxul de neutroni).

Rezultatul principal al lucrării consistă în punerea în evidenţă a faptului că în cazul considerat dispozitivul de optimizare automată are o structură mult mai simplă în comparaţie cu structurile indicate în literatură.

2. Forma generală a ecuaţiilor care descriu dinamica unui reactor nuclear termic în ipotezele uzuale este următoarea [2]:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\delta_k - \beta}{l^*} n + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i C_i, \tag{2}$$

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{\beta_i}{l^*} n - \lambda_i C_i, \tag{3}$$

unde

$n(t)$ este numărul de neutroni pe cm^3 la timpul t,
δ_k — reactivitatea,
β_i — fracţiunea de neutroni întîrziaţi din grupa i faţă de numărul total de neutroni,

[1]) Mai precis, valoarea care s-ar obţine dacă toate condiţiile înconjurătoare ar fi constante şi egale cu condiţiile din momentul considerat.

m — numărul grupelor distincte de neutroni întîrziaţi ce se iau în considerare,

$\beta = \sum_{i=1}^{m} \beta_i$,

λ_i — constanta radioactivă corespunzătoare grupei i de neutroni întîrziaţi,

C_i — concentraţia predecesorilor de neutroni întîrziaţi din grupa i,

l^* — durata medie efectivă de viaţă a unui neutron.

Ecuaţiile (2) şi (3) formează un sistem de ecuaţii diferenţiale liniare cu coeficienţi constanţi.

Din aceste ecuaţii se observă că fluxul de neutroni (n) depinde în principal de reactivitatea reactorului şi de grupele de neutroni întîrziaţi.

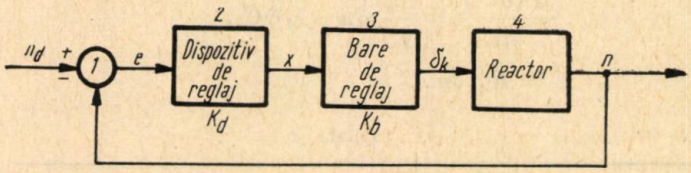


Fig. 1. — Schema-bloc tipică de reglare a fluxului de neutroni dintr-un reactor nuclear.

La rîndul ei, reactivitatea depinde de poziţia barelor de reglaj, care este fixată cu ajutorul unui servomotor. O schemă tipică de reglare a fluxului de neutroni este arătată în figura 1.

Aşa cum se vede din schemă, poziţia x a barelor de reglaj este fixată în funcţie de eroarea (e) de la ieşirea din elementul de comparaţie.

S-a notat

$$e = K_1 (n - n_d), \tag{4}$$

unde

n_d este fluxul dorit de neutroni, pe care-l fixăm în funcţie de puterea cerută de la reactor,

K_1 — un factor de proporţionalitate.

Dacă notăm funcţiile de transfer ale blocurilor 2 şi 3 respectiv cu K_d şi K_b (aceste blocuri se consideră drept amplificatoare ideale), atunci putem scrie relaţia

$$\delta_k = K_d K_b e. \tag{5}$$

Sistemul de ecuaţii care descrie funcţionarea schemei din figura 1 devine, după unele transformări făcute în ecuaţia (2),

$$\frac{dn}{dt} = \frac{n}{l^*} K_d K_b e - \sum_{i=1}^{m} \frac{dC_i}{dt}, \tag{6}$$

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{\beta_i}{l^*} n - \lambda_i C_i, \tag{7}$$

$$e = K_1 (n - n_d). \tag{8}$$

Dacă considerăm un regim staţionar în care fluxul de neutroni este egal cu n_d şi concentraţia de neutroni întîrziaţi egală cu C_{i0} [1]), atunci putem trece la scrierea sistemului de ecuaţii numai pentru mici variaţii în jurul regimului staţionar. În acest scop vom folosi notaţiile

$$\delta n = n - n_d \quad (7), \quad \text{de unde} \quad n = n_d + \delta n,$$

$$\delta C_i = C_i - C_{i0} \quad (8), \quad \text{de unde} \quad C_i = C_{i0} + \delta C_i.$$

Sistemul de ecuaţii (6), (3) şi (4) devine (dacă neglijăm termenii de ordinul doi de micime)

$$\frac{\mathrm{d}\,\delta n}{\mathrm{d}t} = \frac{n_d}{l^*} K_d K_b e - \sum_{i=1}^{m} \frac{\mathrm{d}(\delta C_i)}{\mathrm{d}t}, \tag{9}$$

$$\frac{\mathrm{d}(\delta C_i)}{\mathrm{d}t} = \frac{\beta_i}{l^*} \delta n - \lambda_i \delta C_i, \tag{10}$$

$$e = K_1 \delta n. \tag{11}$$

Tabela 1

Durata medie de viaţă t_1, în s	Constanta radioactivă λ_i s^{-1}	Fracţiunea din numărul total de neutroni β_i	Observaţii
0,071	14,0	0,00025	
0,62	1,61	0,00084	
2,19	0,456	0,0024	
6,50	0,151	0,0021	
31,7	0,0315	0,0017	
80,2	0,0124	0,00026	

Folosind datele din tabela 1 [2], funcţia de transfer a reactorului capătă expresia

$$Y_r(s) = \frac{\delta n(s)}{\delta_k(s)} = \tag{12}$$

$$= K_r \frac{(s+14)(s+1{,}61)(s+0{,}456)(s+0{,}151)(s+0{,}0315)(s+0{,}0124)}{s(s+77)(s+13{,}38)(s+1{,}43)(s+0{,}336)(s+0{,}0805)(s+0{,}0147)},$$

unde

$$K_r = \frac{n_d}{l^*}. \tag{13}$$

Din schema-bloc din figura 1 deducem, ţinînd seama de relaţiile (5) şi (12), coeficientul total de amplificare a sistemului automat în circuit deschis

$$K_t = K_d K_b K_r. \tag{14}$$

[1]) Din (3) rezultă relaţia $\frac{\beta_i}{l^*} n_d = \lambda_i C_{i0}$

În această expresie, nici K_b şi nici K_r nu rămîn constanţi în timp. Factorul K_b variază în timp, datorită în principal fenomenului de otrăvire a reactorului cu produse secundare ale fisiunii, ca xenon şi samariu. Factorul K_r, dat de (13), reprezintă o funcţie de fluxul de neutroni şi este neliniar ceea ce conduce la o dependenţă neliniară între δ_k şi n.

Variaţia lui K_b şi K_r conduce la variaţia coeficientului de amplificare K_t a sistemului automat în circuit deschis. Drept rezultat, caracteristicile dinamice ale sistemului închis de reglare a reactorului se schimbă, de la starea unei atenuări foarte mici, cînd nivelul fluxului de neutroni este ridicat (K_r mare), pînă la starea unei atenuări puternice, corespunzătoare unui nivel coborît al fluxului de neutroni (K_r mic).

Regimul normal de lucru al reactorului, într-o gamă largă de variaţie a caracteristicilor lui dinamice drept consecinţă a variaţiei puterii şi a altor parametri, necesită un reglaj manual cel puţin într-o parte a acestei game.

Există însă un K_t optim, care, dacă poate fi menţinut, asigură un reglaj optim în toată gama de variaţie a caracteristicilor dinamice ale reactorului.

Reglarea acestui factor la valoarea optimă se realizează prin completarea schemei cu un dispozitiv de calcul, după cum se arată în figura 2.

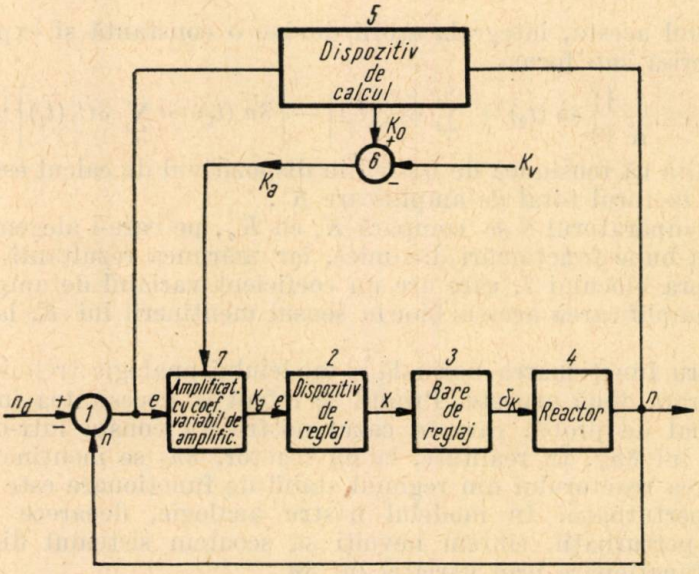


Fig. 2. — Schema de reglaj optim a factorului total de amplificare K_t.

3. Dispozitivul de calcul propus de Corbin determină pe K_t folosind expresiile funcţiilor de transfer ale blocurilor de pe lanţul de amplificare directă.

Factorul K_t poate fi, evident, calculat şi direct din ecuaţiile generale ale reactorului (9), (10) şi (11) şi este interesant de observat că pe această

cale se pune în evidenţă posibilitatea unor simplificări importante ale schemei generale.

Din ecuaţia (9) obţinem prin integrare

$$\delta n\,(t_2) - \delta n\,(t_1) = \frac{n_d}{l^*} K_d\, K_b \int_{t_1}^{t_2} e\,\mathrm{d}t - \sum_1^6 \delta\, C_i\,(t_2) + \sum_1^6 \delta\, C_i\,(t_1), \quad (15)$$

de unde

$$\frac{n_d}{l^*} K_d\, K_b = K_r\, K_d\, K_b = K_t =$$

$$= \frac{\left[\delta n\,(t_2) + \sum_1^6 \delta C_i\,(t_2)\right] - \left[\delta n\,(t_1) + \sum_1^6 \delta C_i\,(t_1)\right]}{\int_{t_1}^{t_2} e\,\mathrm{d}t.} \quad (16)$$

Pentru a evita erorile introduse de un element de împărţire, s-a conceput o schemă de calcul care măsoară şi calculează în mod discret diferenţa de la numărătorul expresiei (16) la intervale de timp neregulate, comandate de integrala erorii. Comutarea se face în momentul cînd integrala erorii ajunge la o valoare constantă, care trebuie stabilită în prealabil.

În felul acesta, integrala erorii devine o constantă şi expresia (16) poate fi scrisă sub forma

$$K_t = \frac{1}{K}\left\{\left[\delta n\,(t_2) + \sum_1^6 \delta C_i\,(t_2)\right] - \left[\delta n\,(t_1) + \sum_1^{6'} \delta C_i\,(t_1)\right]\right\}. \quad (17)$$

Rezultă că tensiunea de ieşire din dispozitivul de calcul este proporţională cu factorul total de amplificare K_t.

În comparatorul *6* se compară K_t cu K_o, pe care-l alegem din condiţiile unei bune funcţionări dinamice, iar mărimea rezultantă K_a acţionează asupra blocului *7*, care are un coeficient variabil de amplificare şi modifică amplificarea acestui bloc în sensul menţinerii lui K_t la valoarea optimă.

Pentru funcţionarea normală a modelului analogic trebuie să luăm în considerare două aspecte. Primul se referă la necesitatea introducerii unui semnal de probă, care în cazul nostru va consta într-o anumită variaţie a lui δn_d. În realitate, la un reactor, δn_d se menţine constant, iar scoaterea reactorului din regimul stabil de funcţionare este făcută de anumite perturbaţii. În modelul nostru analogic, deoarece nu există astfel de perturbaţii, sîntem nevoiţi să scoatem sistemul din regimul stabil de funcţionare prin variaţia lui δn_d.

Al doilea aspect este legat de rapiditatea de acţionare a elementelor din lanţul direct şi a acelora din bucla de optimizare. Pentru ca sistemul să lucreze bine trebuie ca circuitul de optimizare să lucreze cu mult mai lent în comparaţie cu lanţul direct. De această observaţie s-a ţinut seama la stabilirea constantelor de timp respective.

Sistemul de optimizare automată considerat a fost modelat cu ajutorul calculatorului MECAN - 2, conform schemei generale din figura 4,

din care s-a reprezentat separat schema de modelare a reactorului (fig. 3), iar restul elementelor, ca dispozitivul de reglare împreună cu barele de

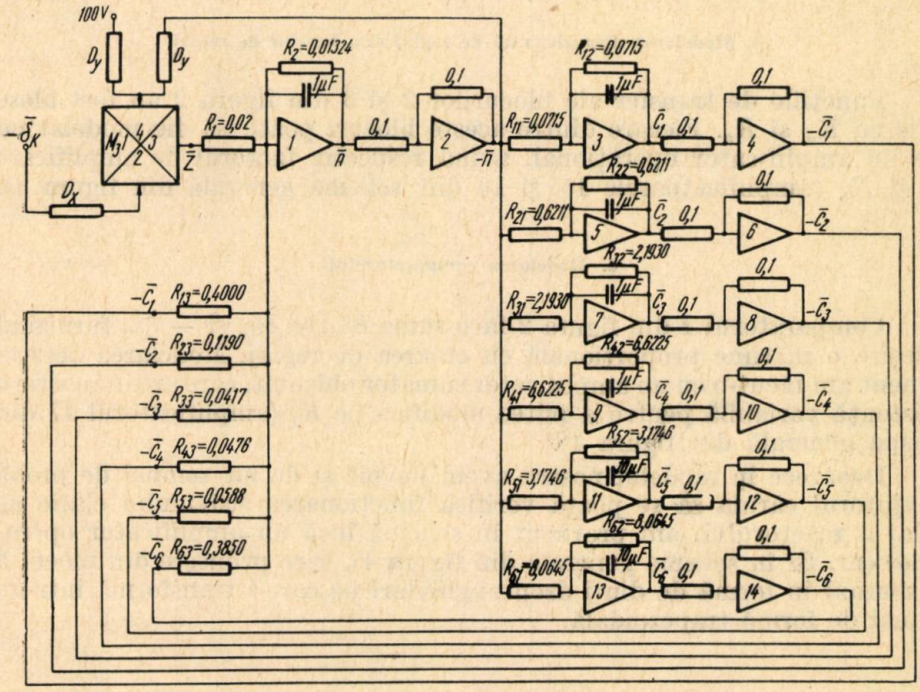


Fig. 3. — Schema modelului analogic al reactorului nuclear.

reglaj, comparatorul *1*, dispozitivul de calcul, comparatorul *6* şi amplificatorul cu coeficient variabil de amplificare, au fost indicate direct pe schema generală.

4. MODELAREA SISTEMULUI DE OPTIMIZARE AUTOMATĂ

a. Modelarea reactorului

Considerăm sistemul de ecuaţii diferenţiale liniare cu coeficienţii constanţi (2) şi (3) pentru şase grupe de neutroni întîrziaţi, cu proprietăţile arătate în tabela 1.

Pentru $l^* = 10^{-4}$ s şi $\beta = \sum_1^6 \beta_i = 0{,}00755$, ecuaţiile (2) şi (3) devin

$$\frac{\delta n}{dt} + 75{,}5\, n - 10^4\, \delta_k\, n - \sum_1^6 \lambda_i\, C_i = 0, \qquad (2')$$

$$\frac{dC_i}{dt} - 10^4\, \beta_i\, n + \lambda_i\, C_i = 0. \qquad (3')$$

Modelul analogic al acestui sistem este arătat în figura 3, iar valorile respective sînt deduse în anexa 1.

b. **Modelarea dispozitivului de reglaj şi a barelor de reglaj**

Funcţiile de transfer ale blocurilor 2 şi 3 din figura 2 au fost alese egale cu K_a şi K_b. Fiecare dintre aceste blocuri poate să fie modelat cu cîte un amplificator operaţional, avînd respectiv factorul de amplificare K_a şi K_b (amplificatoarele 15 şi 16 din schema generală din figura 4).

c. **Modelarea comparatorului**

Comparatorul *1* din figura 2 face suma dintre δn_a şi $-\delta n$, furnizînd la ieşire o mărime proporţională cu eroarea de reglaj. Modelarea acestui element am făcut-o cu un amplificator sumator obişnuit, care are în reacţie o rezistenţă variabilă pentru a putea modifica pe K_1 (amplificatorul *17* din schema generală din figura 4).

Deoarece în modelul nostru avem nevoie şi de un semnal de probă cu ajutorul căruia să se poată verifica funcţionarea sistemului clasic de reglaj a reactorului, am prevăzut în schemă încă un amplificator operaţional (nr. *21* în schema generală din figura 4), care primeşte din blocul *9* un semnal în formă de dinţi dreptunghiulari pe care-l transformă într-un semnal de formă trapezoidală.

d. **Modelarea blocului**

Blocul *9* este un element neliniar care generează o funcţie histerezis. El a fost modelat cu ajutorul amplificatoarelor *19* şi *20*. Amplificatorul *19* este folosit în funcţia de comparator, iar amplificatorul *20* ca sumator al tensiunii în dinţi dreptunghiulari, dată de comparator, şi a integralei erorii, dată de amplificatorul *18*. Tensiunea de ieşire din amplificatorul *20* este aplicată ca o reacţie pozitivă la intrarea amplificatorului *19*. În felul acesta, comparatorul este controlat de integrala erorii.

e. **Modelarea dispozitivului de calcul**

Aşa după cum am văzut anterior, dispozitivul de calcul are rolul de a determina pe K_t, dat de relaţia (17). În acest scop trebuie să efectuăm în primul rînd suma $y = \delta n + \sum_{1}^{6} \delta C_i$.

În schema de modelare a reactorului, prezentată în figura 3, s-a făcut o modificare care să permită studiul reactorului pentru variaţii mari ale fluxului de neutroni în jurul unei anumite valori staţionare. Aceasta a condus la aplicarea directă a tensiunii proporţionale cu reacti-

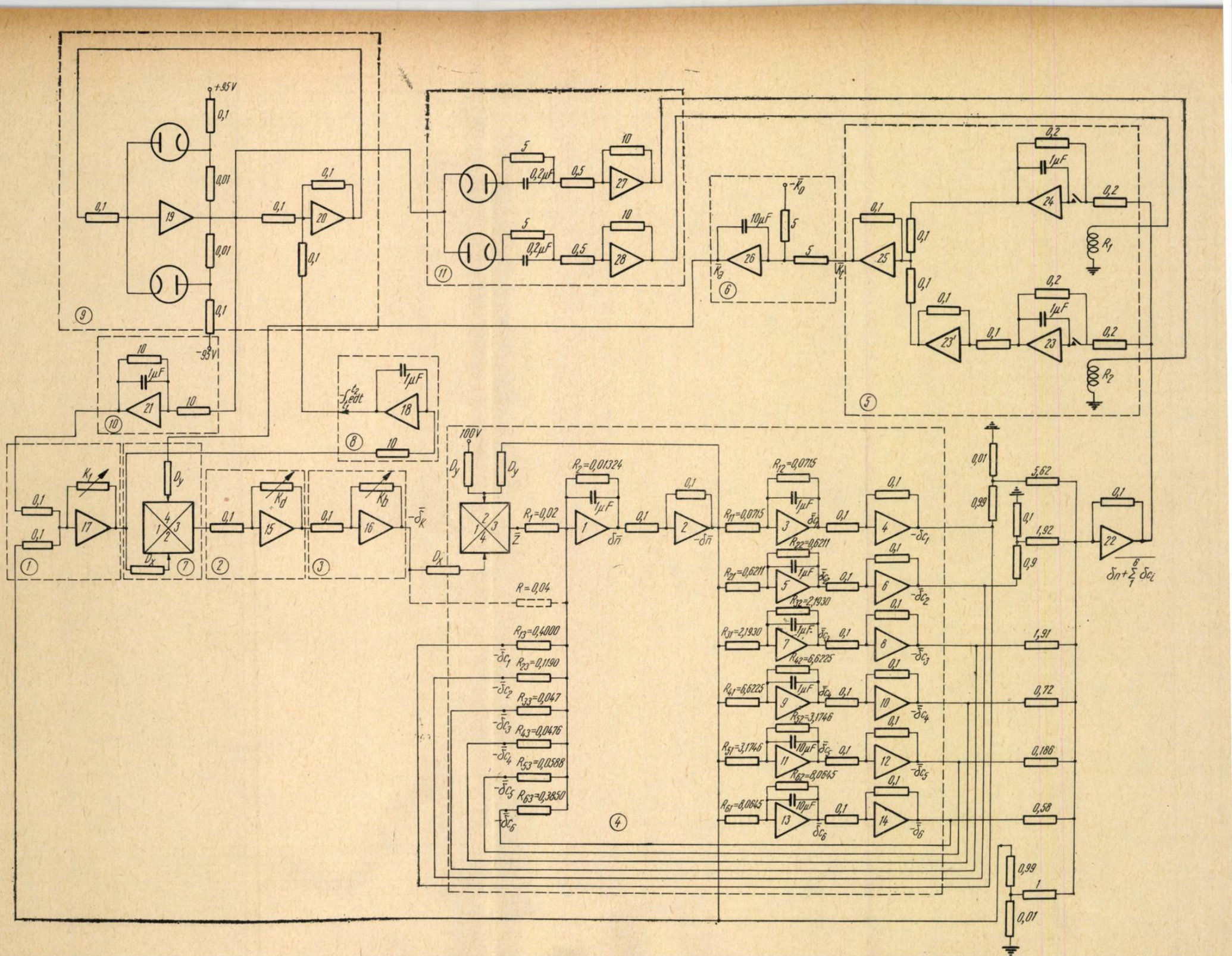
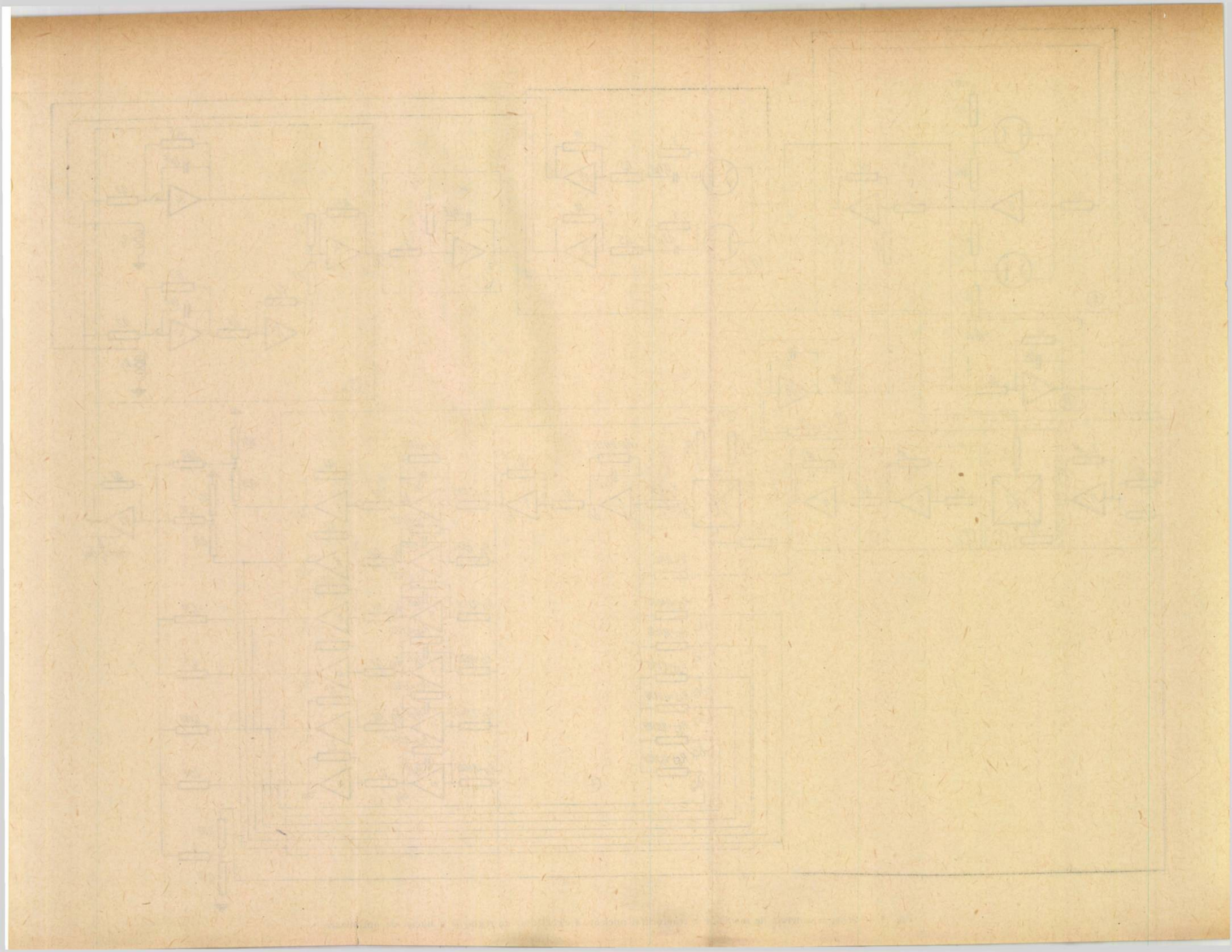


Fig. 4. — Schema generală de modelare a reactorului nuclear, a circuitului de reglaj și a buclei de optimizare.



vitatea la intrarea amplificatorului *1* (ocolind multiplicatorul M_3) printr-o rezistență $R = 2R_1$ (vezi partea punctată din figura 4). Schema astfel modificată permite o utilizare optimă a amplificatoarelor prin ridicarea nivelului tensiunilor lor de ieșire.

Calculul sumei realizată de amplificatorul *22* se arată în anexă, punctul 2. La ieșirea amplificatorului rezultă mărimea

$$\overline{y} = \frac{1}{10^3}\left[\delta n\,(t) + \sum_{1}^{6} \delta\, C_i(t)\right].$$

Relația (17) este determinată cu ajutorul amplificatoarelor *23* și *24*, care sînt comutate succesiv cu ajutorul releelor R_1 și R_2 pe schema de aplicare a condițiilor inițiale și apoi pe schema „memorie". Amplificatorul *23'* inversează tensiunea de ieșire din *23* și în felul acesta la ieșirea sumatorului *25* obținem chiar valoarea expresiei dată de relația (17), deci o mărime proporțională cu K_t.

f. Modelarea comparatorului

Comparatorul *6* a fost modelat cu ajutorul integratorului *26*, la intrarea căruia se aplică tensiunile proporționale cu K_t și $-K_0$ (factorul optim de amplificare). Atîta timp cît suma acestor mărimi este diferită de zero, integratorul integrează și furnizează la ieșire o mărime variabilă, proporțională cu K_a. Cînd K_t este egal cu K_0, integrarea încetează și la ieșirea amplificatorului *26* se menține o mărime constantă, proporțională cu K_a.

g. Modelarea amplificatorului cu coeficient variabil de amplificare

Drept amplificator cu factor variabil de amplificare am folosit elementul de înmulțire M_2. Tensiunea de la ieșirea acestuia este proporțională cu produsul $K_a e$.

În felul acesta, prin variația lui K_a se realizează menținerea la o valoare constantă a factorului total de amplificare K_t.

5. CONCLUZII ASUPRA EXPERIMENTĂRII

În faza întîi a experimentării am căutat să ne convingem dacă modelul analogic al reactorului funcționează corect. În acest scop am înregistrat variația în timp a fluxului de neutroni la un salt în treaptă (pozitivă sau negativă) a reactivității și am regăsit curbele date în literatură.

În faza a doua am urmărit funcționarea corectă a circuitului de reglaj normal al puterii reactorului. La o variație în treaptă a fluxului de neutroni dorit n_d, după aproximativ 180 s se stabilea în mod practic același număr de neutroni la ieșirea din reactor.

În faza a treia am închis bucla de reglaj optim şi am verificat funcţionarea atît pentru cazul variaţiei coeficienţilor de amplificare K_a sau K_b, cît şi pentru situaţia în care am modificat pe K_c (fig. 5 şi 6).

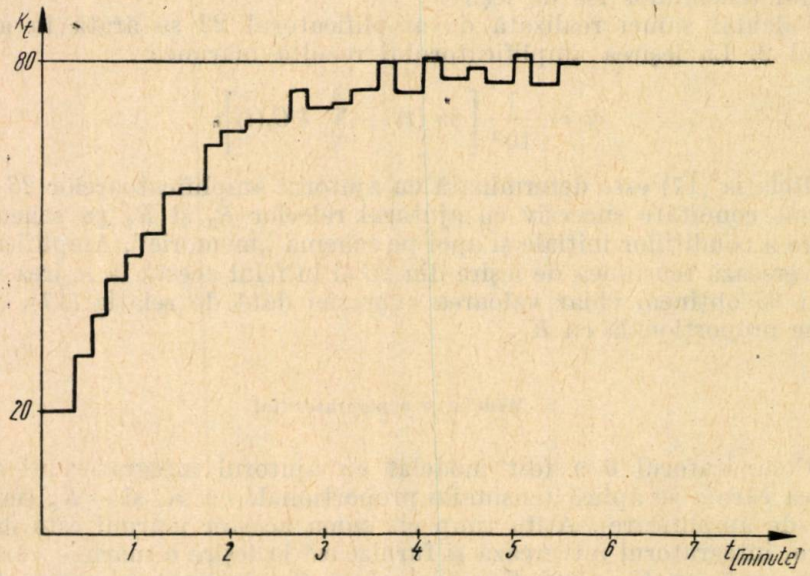


Fig. 5. — Reglarea lui K_t la o creştere în salt a lui K_0 de la 20 la 80.

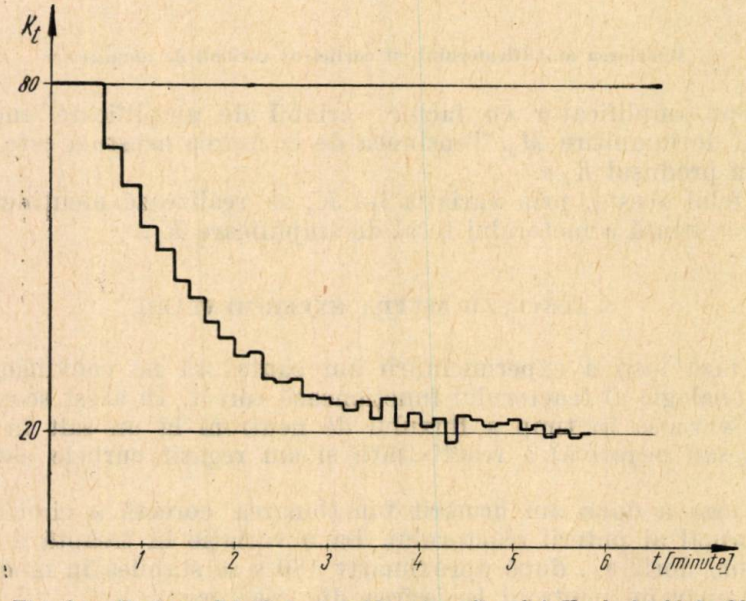


Fig. 6. — Reglarea lui K_t la o scădere în salt a lui K_0 de la 80 la 20.

Cercetările efectuate cu ajutorul modelului analogic ne-au dat convingerea că sistemul studiat funcţionează corect şi că el poate să optimizeze automat factorul total de amplificare din lanţul de reglaj al puterii unui reactor nuclear.

ANEXĂ

Deducerea valorilor din schema de modelare a reatorului nuclear

Vom determina mai întîi pe $\bar{z}$ de la ieşirea elementului de înmulţire:

$$\bar{z} = x\left(1 - \frac{y}{100}\right) = -\bar{\delta}_k\left(1 - \frac{100 - \bar{n}}{100}\right) = -\frac{1}{100}\,\bar{\delta}_k \cdot \bar{n} \tag{18}$$

Observăm apoi că funcţionarea amplificatoarelor *3*, *5*, *7*, *9*, *11* şi *13* este descrisă de aceeaşi ecuaţie:

$$C\frac{d\bar{C}_i}{d\tau} + \frac{C_i}{R_{i2}} - \frac{\bar{n}}{R_{i1}} = 0 \quad (i=1, 2, \ldots, 6). \tag{19}$$

Introducînd coeficienţii de proporţionalitate, rezultă

$$C\frac{K_{ci}\,C_i}{K_t\,dt} + \frac{K_{ci}}{R_{i2}}C_i - \frac{K_n}{R_{i1}} = 0. \tag{19'}$$

Alegem $K_n = 1$, deoarece nu ştim valoarea maximă a lui n. Apoi fixăm $C = 1\mu$ F, $K_t = 1$ (deci calculatorul va lucra în timpul real) şi ne propunem ca $R_{i_1} = R_{i_2}$.

Cu aceste precizări ecuaţia (19') devine

$$\frac{dC_i}{dt} - \frac{n}{K_{ci}\,R_{i1}} + \frac{C_i}{R_{i1}} = 0. \tag{19''}$$

Din identificarea lui (19'') cu (3') deducem

$$\frac{1}{R_{i1}} = \lambda_i\,; \quad \text{sau} \quad R_{i1} = \frac{1}{\lambda_i} \tag{20}$$

şi

$$\frac{1}{K_{ci}\,R_{i1}} = 10^4\,\beta_i\,; \quad \text{sau} \quad K_{ci} = \frac{1}{10^4\,\beta_i\,R_{i1}} \tag{21}$$

Cu valorile din tabela 1 obţinem cu ajutorul relaţiilor (20) şi (21)

$$R_{11} = R_{12} = \frac{1}{\lambda_1} = 0{,}0715\ \text{M}\Omega\,; \qquad K_{c1} = \frac{1}{2{,}5 \times 0{,}0715}\,;$$

$$R_{21} = R_{22} = \frac{1}{\lambda_2} = 0{,}6211\ \text{M}\Omega\,; \qquad K_{c2} = \frac{1}{8{,}4 \times 0{,}621}\,;$$

$$R_{31} = R_{32} = \frac{1}{\lambda_3} = 2{,}1930\ \text{M}\Omega\,; \qquad K_{c3} = \frac{1}{24 \times 2{,}193}\,;$$

$$R_{41} = R_{42} = \frac{1}{\lambda_4} = 6{,}6225\ \text{M}\Omega\,; \qquad K_{c4} = \frac{1}{21 \times 6{,}622}\,;$$

$$R'_{51} = R'_{52} = \frac{1}{\lambda_5} = 31{,}746\ \text{M}\Omega\,; \qquad K_{c5} = \frac{1}{17 \times 31{,}746}\,;$$

$$R'_{61} = R'_{62} = \frac{1}{\lambda_6} = 80{,}645\ \text{M}\Omega\,; \qquad K_{c6} = \frac{1}{2{,}6 \times 80{,}645}\,.$$

Deoarece ultimele două rezistenţe au valori prea mari, vom alege pentru condensatoarele din reacţia amplificatoarelor *11* şi *13* valoarea de 10 μF, ceea ce va face ca rezistenţele de intrare şi din reacţie să devină

$$R_{51} = R_{52} = 3{,}1746\ \text{M}\Omega\ ;$$

$$R_{61} = R_{62} = 8{,}0645\ \text{M}\Omega\ ;$$

Funcţionarea amplificatorului *1* din figura 3 este descrisă de ecuaţia

$$C\frac{d\bar{n}}{d\tau} + \frac{\bar{n}}{R_2} - \frac{1}{100\,R_1}\bar{\delta}_k\,\bar{n} - \frac{C_1}{R_{13}} - \frac{C_2}{R_{23}} - \frac{C_3}{R_{33}} - \frac{C_4}{R_{43}} - \frac{\overline{C}_5}{R_{53}} - \frac{\overline{C}_6}{R_{63}} = 0 \qquad (22)$$

Introducînd coeficienţii de proporţionalitate, ecuaţia (22) devine

$$C\frac{K_n dn}{K_t\,dt} + \frac{K_n\,n}{R_2} - \frac{K\delta_k\,K_n}{100R_1}\delta_k\,n - \frac{K_{c1}}{R_{13}}C_1 - \frac{K_{c2}}{R_{23}}C_2 - \frac{K_{c3}}{R_{33}}C_3 - \frac{K_{c4}}{R_{43}}C_4 - \frac{K_{c5}}{R_{53}}C_5 - \frac{K_{c6}}{R_{63}}C_6 = 0. \qquad (22')$$

Am fixat anterior $K_n = 1$; $K_t = 1$ şi am determinat pe K_{ci}. Dacă mai alegem şi pe $C = 1\mu\text{F}$ şi $K\delta_k = \dfrac{100\ \text{V}}{\delta_k\,\max} = \dfrac{100}{0{,}005} = 2\cdot 10^4$, ecuaţia (22′) devine

$$\frac{dn}{dt} + \frac{1}{R_2}n - \frac{2\cdot 10^2}{R_1}\delta_k\,n - \frac{1}{2{,}5\cdot 0{,}0715\cdot R_{13}}C_1 - \frac{1}{8{,}4\cdot 0{,}621\cdot R_{23}}C_2 - \frac{1}{24\cdot 2{,}193\cdot R_{33}}C_3 - \frac{1}{21\cdot 6{,}622\cdot R_{43}}C_4 - \frac{1}{17\cdot 31{,}746\cdot R_{53}}C_5 - \frac{1}{2{,}6\cdot 80{,}645\cdot R_{63}}C_6 = 0. \qquad (22'')$$

Din identificarea ecuaţiei (22″) cu (2′) deducem

$$\frac{1}{R_2} = 75{,}5 \quad ; \text{ de unde : } \quad R_2 = \frac{1}{75{,}5} = 0{,}01324\ \text{M}\Omega\ ;$$

$$\frac{2\cdot 10^2}{R_1} = 10^4 \quad ; \quad ,, \quad R_1 = \frac{2\cdot 10^2}{10^4} = \frac{2}{100} = 0{,}02\ \text{M}\Omega\ ;$$

$$\frac{1}{2{,}5\cdot 0{,}0715\cdot R_{13}} = \lambda_1 = 14 \quad ; \quad ,, \quad R_{13} = 0{,}4\ \text{M}\Omega\ ;$$

$$\frac{1}{8{,}4\cdot 0{,}621\cdot R_{23}} = \lambda_2 = 1{,}61\ ; \quad ,, \quad R_{23} = 0{,}119\ \text{M}\Omega\ ;$$

$$\frac{1}{24\cdot 2{,}193\cdot R_{33}} = \lambda_3 = 0{,}456\ ; \quad ,, \quad R_{33} = 0{,}0417\ \text{M}\Omega\ ;$$

$$\frac{1}{21\cdot 6{,}622\cdot R_{43}} = \lambda_4 = 0{,}151\ ; \quad ,, \quad R_{43} = 0{,}0476\ \text{M}\Omega\ ;$$

$$\frac{1}{17\cdot 31{,}746\cdot R_{53}} = \lambda_5 = 0{,}0315\ ; \quad ,, \quad R_{53} = 0{,}0588\ \text{M}\Omega\ ;$$

$$\frac{1}{2{,}6\cdot 80{,}645\cdot R_{63}} = \lambda_6 = 0{,}0124\ ; \quad ,, \quad R_{63} = 0{,}385\ \text{M}\Omega.$$

În felul aceste avem calculate toate elementele modelului analogic al reactorului nuclear.

2. **Calculul sumei:** $$y = \delta n(t) + \sum_{1}^{6} \delta C_i(t) \tag{23}$$

Ecuația modelului (amplificatorul 22 din figura 4) este

$$\frac{\overline{y}}{0{,}1} - \frac{\overline{\delta C_1}}{R_{14}} - \frac{\overline{\delta C_2}}{R_{24}} - \frac{\overline{\delta C_3}}{R_{34}} - \frac{\overline{\delta C_4}}{R_{44}} - \frac{\overline{\delta C_5}}{R_{54}} - \frac{\overline{\delta C_6}}{R_{64}} - \frac{\overline{\delta n}}{R_{74}} = 0. \tag{24}$$

Introducînd coeficienții de proporționalitate, ecuația (24) devine

$$\frac{K_y}{0{,}1} y - \frac{K_{c1}}{R_{14}} \delta C_1 - \frac{K_{c2}}{R_{24}} \delta C_2 - \frac{K_{c3}}{R_{34}} \delta C_3 - \frac{K_{c4}}{R_{44}} \delta C_4 - \frac{K_{c5}}{R_{54}} \delta C_5 - \frac{K_{c6}}{R_{64}} \delta C_6 - \frac{K_n}{R_{74}} \delta n = 0. \tag{24'}$$

Cunoaștem $K_n = 1$ și toți coeficienții K_{ci}. Alegem $K_y = 10^{-3}$ și ecuația (24') devine

$$y = \frac{100}{R_{74}} \delta n + \frac{100}{2{,}5 \cdot 0{,}0715 \cdot R_{14}} \delta C_1 + \frac{100}{8{,}4 \cdot 0{,}621 \cdot R_{24}} \delta C_2 + \frac{100}{24 \cdot 2{,}193 \cdot R_{34}} \delta C_3 + \frac{100}{21 \cdot 6{,}622 \cdot R_{44}} \delta C_4 + \frac{100}{17 \cdot 31{,}746 \cdot R_{54}} \delta C_5 + \frac{100}{2{,}6 \cdot 80{,}645 \cdot R_{64}} \delta C_6. \tag{24''}$$

Identificînd ecuația (24'') cu (23), deducem

$$\frac{100}{R_{74}} = 1; \quad \text{de unde:} \quad R_{74} = 100 \text{ MΩ};$$

$$\frac{100}{2{,}5 \cdot 0{,}0715 \cdot R_{14}} = 1; \quad \text{,,} \quad R_{14} = 562 \text{ MΩ};$$

$$\frac{100}{8{,}4 \cdot 0{,}621 \cdot R_{24}} = 1; \quad \text{,,} \quad R_{24} = 19{,}2 \text{ MΩ};$$

$$\frac{100}{24 \cdot 2{,}193 \cdot R_{34}} = 1; \quad \text{,,} \quad R_{34} = 1{,}91 \text{ MΩ};$$

$$\frac{100}{21 \cdot 6{,}622 \cdot R_{44}} = 1; \quad \text{,,} \quad R_{44} = 0{,}72 \text{ MΩ};$$

$$\frac{100}{17 \cdot 31{,}746 \cdot R_{54}} = 1; \quad \text{,,} \quad R_{54} = 0{,}186 \text{ MΩ};$$

$$\frac{100}{2{,}6 \cdot 80{,}645 \cdot R_{64}} = 1; \quad \text{,,} \quad R_{64} = 0{,}58 \text{ MΩ}.$$

Primit la redacție la 15 septembrie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. ELI MISHKIN, LUDWIG BRAUN, *Adaptive Control Systems* New-York, 1961.
2. M. A. SCHULTZ, *Control of Nuclear Reactors and Power Plants*, New-York, 1961.
3. WOLFRAM ZIEGLER, *Elektronische Simulatoren in der Reaktortechnik*, Revista Radio Mentor, *11* (1963).
4. SHELDON S. L. CHANG, *Synthesis of Optimum Control Systems*, New-York, 1961.
5. А. А. ФЕЛЬДБАУМ, *Основы теории оптимальных автоматических систем*, Москва, 1963.

DETERMINAREA ÎMPĂRȚIRII ÎN TREPTE A INTERVALULUI TOTAL DE PREÎNCĂLZIRE A APEI, ÎN CICLURILE TERMICE ALE CENTRALELOR TERMOELECTRICE CU SUPRAÎNCĂLZIRE INTERMEDIARĂ A ABURULUI

DE

NICOLAE DĂNILĂ
doctor inginer
și AURELIU LECA

621.311.22

Lucrarea cuprinde cîteva considerații asupra împărțirii optime a intervalului total de preîncălzire regenerativă a apei de alimentare în ciclurile termice cu simplă și dublă supraîncălzire intermediară, indicîndu-se respectiv o metodă analitică și una grafică de rezolvare a problemei în condițiile realizării randamentului termic maxim.

1. GENERALITĂȚI

În ciclurile termice ale centralelor termoelectrice cu abur fără supraîncălzire intermediară (simplă sau repetată) a aburului, randamentul termic este maxim la împărțirea în trepte egale a intervalului total de preîncălzire regenerativă a apei de alimentare [1]:

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 = \ldots = \Delta t_n = \frac{1}{n} \sum_1^n \Delta t_i = \frac{\Delta t}{n}. \tag{1}$$

Studiul circuitelor termice prin metoda exergetică de analiză termodinamică [2] arată că randamentul optim se realizează la o creștere egală a entropiei apei de alimentare în fiecare treaptă:

$$\Delta s_1 = \Delta s_2 = \ldots = \Delta s_n = \frac{1}{n} \sum_1^n \Delta s_i = \frac{\Delta s}{n}. \tag{2}$$

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 1 p. 105—114, București, 1966

În formulele de mai sus s-au folosit următoarele notaţii :

Δt_i, Δs_i — creşterea de temperatură, respectiv de entropie a apei de alimentare în treapta i ;

n — numărul de trepte de preîncălzire regenerativă a circuitului termic considerat ;

Δt, Δs — creşterea totală de temperatură, respectiv de entropie a apei de alimentare în cele n etaje de preîncălzire regenerativă a apei de alimentare.

În schemele termice reale, prin luarea în considerare a pierderilor de energie care apar datorită ireversibilităţii proceselor de schimb de căldură în preîncălzitoarele de suprafaţă şi a pierderilor prin laminare la scurgerea condensatului, condiţia de optim este dată de inegalitatea

$$\Delta s_1 > \Delta s_2 > \ldots > \Delta s_n . \tag{3}$$

Diferenţele fiind însă mici la aplicarea relaţiilor (1), (2) sau (3), în calculele practice se foloseşte, de regulă, relaţia (1) ca fiind mai expeditivă şi suficient de exactă.

Randamentul termic al unui ciclu fără supraîncălzire intermediară este dat de

$$\eta_t = 1 - \frac{\Delta i_{cond}}{\left(1 + \sum_1^n a_i\right) \cdot \Delta i_{caz}} , \tag{4}$$

unde

$$1 + \sum_1^n a_i = \left(1 + \frac{\Delta i_{a1}}{\Delta i_{p1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{\Delta i_{a2}}{\Delta i_{p2}}\right) \cdots \left(1 + \frac{\Delta i_{an}}{\Delta i_{pn}}\right), \tag{5}$$

în care

Δi_{cond} este cantitatea de căldură cedată în condensator de aburul intrat în acesta,

a_i — debitul relativ de abur prelevat din turbină la priza i, stabilit pentru 1 kg de abur intrat în condensator,

Δi_{caz} — creşterea de entalpie a apei — aburului în cazan,

Δi_{ai} — creşterea de entalpie a apei în treapta i a circuitului regenerativ,

Δi_{pi} — cantitatea de căldură cedată în preîncălzitorul i de către aburul prizei i.

În calculele practice se poate însă admite că

$$\frac{1}{\Delta i_{p1}} = \frac{1}{\Delta i_{p2}} = \cdots = \frac{1}{\Delta i_{pn}} = ct, \tag{6}$$

cu o eroare faţă de valoarea medie Δi_p de ordinul $\pm 1{,}5\%$ [1]. Pentru apa de alimentare, relaţia (1) se poate scrie sub forma egalităţii creşterii

de entalpie :

$$\Delta i_{a1} = \Delta i_{a2} = \ldots = \Delta i_{an} = \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} \Delta i_{ai} = \frac{\Delta i}{n}, \tag{7}$$

astfel că relațiile (5) și (4) devin

$$1 + \sum_{1}^{n} a_i = \left(1 + \frac{\Delta i_a}{\Delta i_p}\right)^n \tag{5'}$$

$$\eta_t = 1 - \frac{\Delta i_{\text{cond}}}{\left(1 + \frac{\Delta i_a}{\Delta i_p}\right)^n \cdot \Delta i_{\text{caz}}}. \tag{4'}$$

În ciclurile termice cu supraîncălzire intermediară a aburului, condiția de randament maxim nu se mai realizează însă la împărțirea în trepte egale a încălzirii apei de alimentare ; acest lucru se datorește întreruperii destinderii aburului în turbină și alimentării preîncălzitoarelor regenerative superioare, legate la prizele din amonte de supraîncălzirea intermediară, cu cantități de căldură $\Delta i''_p$ mult mai mici decît căldura cedată în preîncălzitoarele inferioare Δi_p (fig. 1 și 2).

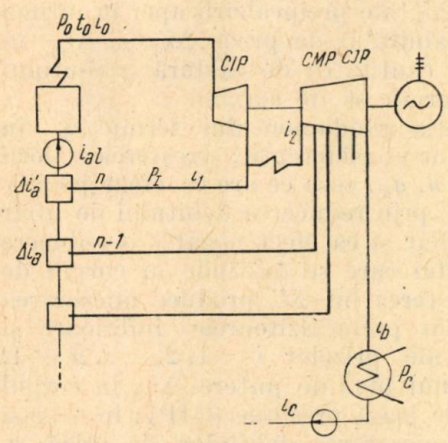


Fig. 1. — Schema termică de principiu a unui ciclu cu o supraîncălzire intermediară : C I P — corp de înaltă presiune ; CMP — corp de medie presiune ; CJP — corp de joasă presiune.

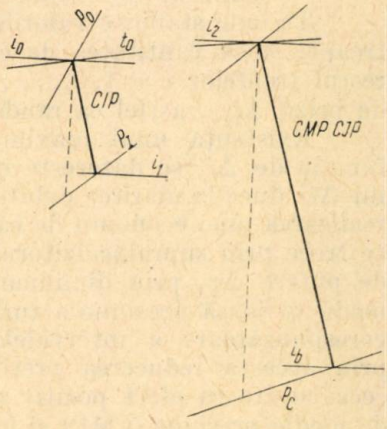


Fig. 2. — Destinderea aburului în turbina din figura 1.

În aceste cazuri trebuie stabilit cît anume din intervalul total de preîncălzire Δi trebuie realizat în preîncălzitoarele alimentate cu abur extras înainte de supraîncălzirea intermediară și cît în restul circuitului regenerativ, astfel ca randamentul termic să fie maxim [3], [4].

Problema trebuie rezolvată separat pentru ciclurile cu o supraîncălzire intermediară şi ciclurile cu două supraîncălziri intermediare.

2. ÎMPĂRŢIREA ÎN TREPTE A INTERVALULUI TOTAL DE PREÎNCĂLZIRE LA CICLURILE CU O SUPRAÎNCĂLZIRE INTERMEDIARĂ

La majoritatea ciclurilor actuale cu o supraîncălzire intermediară, din considerente constructive numărul preîncălzitorilor de înaltă presiune alimentate cu abur extras din amonte de supraîncălzirea intermediară este limitat, de regulă egal cu 1. Acest lucru permite realizarea mai uşoară a carcaselor corpului de înaltă presiune (CIP), o parte a aburului, la ieşirea din acesta, fiind trimis la ultimul preîncălzitor, iar restul la supraîncălzitorul intermediar (fig. 1).

Ca date ale problemei se consideră :

— parametrii iniţiali ai circuitului termic : p_0, t_0, i_0 ;

— intervalul total de preîncălzire a apei $\Delta i = i_{al} - i_c$; valoarea i_{al} se consideră dată, funcţie de randamentul instalaţiei de cazane ;

— presiunea primei prize, la care se face supraîncălzirea intermediară p_1, stabilită funcţie de i_{al}, şi temperatura de supraîncălzire intermediară ;

— destinderea aburului în turbină, p_c ;

— numărul de trepte de preîncălzire regenerativă, n.

Trebuie stabilite valorile optime $\Delta i'_a$ ale preîncălzirii apei în ultima treaptă n cu cantitatea de căldură a aburului de priză $\Delta i'_p$ şi Δi_{ai} în restul treptelor $i = 1, 2, \ldots, n-1$ cu cantitatea de căldură a aburului de priză Δi_{pi}, astfel ca randamentul termic să fie maxim.

Existenţa unui maxim în variaţia randamentului termic η_t în funcţie de $\Delta i'_a$ se datoreşte următoarelor considerente : creşterea valorii lui $\Delta i'_a$ duce la mărirea debitului prizei n, a_n, ceea ce are ca efect pozitiv realizarea unei economii de căldură Δq_{si} prin reducerea debitului de abur ce trece prin supraîncălzitorul intermediar şi ca efect negativ o reducere de putere Δp_1 prin diminuarea debitului care se destinde în corpul de medie şi joasă presiune a turbinei ; creşterea lui $\Delta i'_a$ produce micşorarea corespunzătoare a intervalelor Δi_{ai} din preîncălzitoarele inferioare şi prin aceasta reducerea presiunilor p_i ale prizelor $i = 1, 2, \ldots, n-1$, ceea ce are ca efect pozitiv apariţia unui plus de putere Δp_2 în corpul de medie presiune (CMP) şi în corpul de joasă presiune (CJP) ; în acelaşi timp însă reducerea lui Δi_{ai} duce la micşorarea debitelor de priză a_i ($i = 1, 2, \ldots, n-1$) şi o reducere a puterii cu Δp_3 ca efect negativ.

Sporul de randament termic $\Delta\eta_t$ ce se realizează la împărţirea neegală optimă a intervalului total de preîncălzire Δi, în $\Delta i'_a$ pe etajul n şi $(n-1)$ trepte egale Δi_a pentru restul etajelor, faţă de împărţirea în trepte egale $\Delta i'_a = \Delta i_a$, poate să ajungă la valori de ordinul $\Delta\eta_t = 0{,}1, \ldots, 0{,}15\%$ [3], [4].

Circuitul termic cu supraîncălzir intermediară poate fi considerat ca fiind un ciclu suprapus, astfel că pentru circuitul regenerativ al ciclului de bază se poate admite că preîncălzirea apei se face în trepte egale Δi_a,

preluînd pentru primele $n-1$ etaje concluziile date de relațiile (6), (7) și (5'):

$$\frac{1}{\Delta i_{p1}} = \frac{1}{\Delta i_{p2}} = \ldots = \frac{1}{\Delta i_{pn-1}} = \frac{1}{\Delta i_p} \tag{6'}$$

$$\Delta i_{a1} = \Delta i_{a2} = \ldots = \Delta i_{an-1} = \frac{\Delta i - \Delta i'_a}{n-1} \tag{7'}$$

$$1 + \sum_1^{n-1} a_i = \left(1 + \frac{\Delta i_a}{\Delta i_p}\right)^{n-1}. \tag{5''}$$

Se poate scrie sistemul simplu:

$$\begin{cases} (n-1)\cdot \Delta i_a + \Delta i'_a = \Delta i, & (8) \\ \Delta i'_a = z \cdot \Delta i_a, & (9) \end{cases}$$

în care mărimea z stabilește valoarea raportului $\frac{\Delta i'_a}{\Delta i_a}$ și constituie necunoscuta problemei.

Soluțiile sistemului (8), (9) sînt

$$\Delta i_a = \frac{\Delta i}{n-1+z}, \tag{10}$$

$$\Delta i'_a = \frac{z \cdot \Delta i}{n-1+z}. \tag{11}$$

Randamentul termic al unui ciclu cu o supraîncălzire intermediară este

$$\eta_{it} = 1 - \frac{\Delta i_{\text{cond}}}{\left(1 + \sum_1^n a_i\right)\cdot \Delta i_{\text{caz}} + \left(1 + \sum_1^{n-1} a_i\right)\cdot \Delta i_{si}}, \tag{12}$$

în care s-a notat în plus

Δi_{si} — creșterea de entalpie a aburului în supraîncălzitorul intermediar.

Debitul de apă la intrarea în cazan este

$$\left(1 + \sum_1^n a_i\right) = \left(1 + \sum_1^{n-1} a_i\right) + a_n. \tag{13}$$

Debitul ultimei prize a_n se stabilește ușor din bilanțul termic al ultimului preîncălzitor:

$$a_n = \left(1 + \sum_1^{n-1} a_i\right)\cdot \frac{\Delta i'_a}{\Delta i'_p} = \left(1 + \frac{\Delta i_a}{\Delta i_p}\right)^{n-1} \cdot \frac{\Delta i'_a}{\Delta i'_p}, \tag{14}$$

în care s-a ținut cont și de relația (5'').

Înlocuind în formula (12) a randamentului termic mărimile din relaţiile (5''), (13) şi (14), se obţine

$$\eta_t = 1 - \frac{\Delta i_{cond}}{\left[1 + \frac{\Delta i}{(n-1+z)\cdot \Delta i_p}\right]^{n-1} \cdot \left[\Delta i_{caz} + \Delta i_{si} + \frac{z\cdot \Delta i \cdot \Delta i_{caz}}{(n-1+z)\cdot \Delta i'_p}\right]} \tag{15}$$

care este o funcţie de tipul $\eta_t = f(z)$.

Pentru aflarea maximului se calculează

$$\frac{d\eta_t}{dz} = 0,$$

care dă ca soluţie pentru z

$$z_{opt} = \left(\frac{\Delta i'_a}{\Delta i_a}\right)_{opt} = \frac{(n-1)[\Delta i_p \cdot \Delta i_{caz} - (\Delta i_{caz} + \Delta i_{si})\cdot \Delta i'_p] + \Delta i \cdot \Delta i_{caz}}{(\Delta i_{caz} + \Delta i_{si})\cdot \Delta i'_p - \Delta i_{caz}\cdot(\Delta i_p - \Delta i)}, \tag{16}$$

pentru care η_t este maxim.

Cunoscînd pe z din relaţia (16), cu ecuaţiile (10) şi (11) se determină valorile optime Δi_a şi $\Delta i'_a$.

Observaţie. În mod evident, relaţia (16) trebuie să verifice şi concluziile rezultate pentru ciclurile termice fără supraîncălzire intermediară, ca un caz particular.

Într-adevăr, pentru un astfel de ciclu, $\Delta i_{si} = 0$, iar $\Delta i'_p = \Delta i_p$, obţinîndu-se $z = 1$, iar pe baza relaţiei (9) $\Delta i_a = \Delta i'_a$.

Aplicaţie. Pentru circuitul termic cu supraîncălzire intermediară, din fig. 3 se cunosc:

$n = 7$ trepte; $\Delta i_p = 596{,}0$ kcal/kgf;

$\Delta i_{caz} = 546{,}35$ kcal/kgf; $\Delta i'_p = 460{,}6$ kcal/kgf;

$\Delta i_{si} = 125{,}0$ kcal/kgf; $\Delta i_{cond} = 537{,}5$ kcal/kgf.

$\Delta i = 220{,}65$ kcal/kgf;

Cu relaţia (16) a rezultat pentru z

$$z_{opt} = 2{,}14,$$

adică

$(\Delta i'_a)_{opt} = 58{,}0$ kcal/kgf; $\Delta i_a = 27{,}1$ kcal/kgf.

Variaţia randamentului termic al ciclului din figura 3 este reprezentată în figura 4, rezultatele practic coincizînd.

Din figura 4 rezultă $(\Delta i'_a)_{opt} = 59{,}0$ kcal/kgf, $\Delta i_a = 27{,}0$ kcal/kgf și $z = 2{,}18$. Sporul de randament al împărțirii neegale optime față de împărțirea în trepte egale este de aproximativ 0,14%.

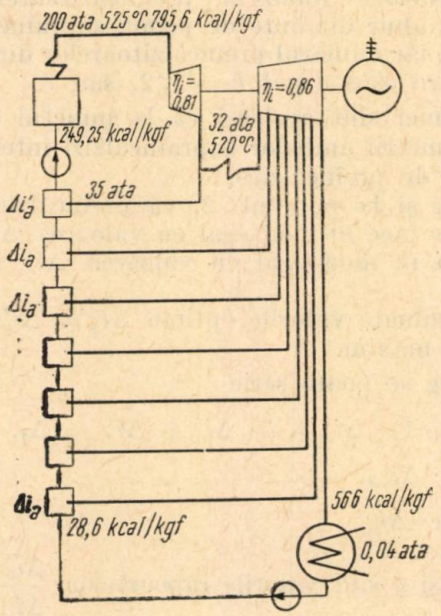


Fig. 3. — Schema termică a unui ciclu cu o supraîncălzire intermediară cu parametrii 200 ata 525/520°C și 7 trepte de preîncălzire regenerativă a apei de alimentare.

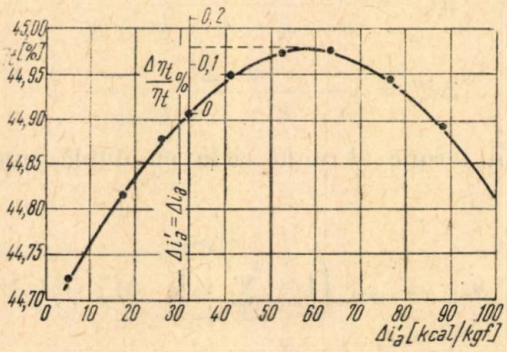


Fig. 4. — Variația $\eta_t = f(\Delta i'_a)$, obținută prin calculul circuitului termic din figura 3.

3. ÎMPĂRŢIREA ÎN TREPTE A INTERVALULUI TOTAL DE PREÎNCĂLZIRE LA CICLURILE CU DUBLĂ SUPRAÎNCĂLZIRE INTERMEDIARĂ

La ciclurile existente cu dublă supraîncălzire intermediară, din considerente constructive numărul preîncălzitoarelor de înaltă presiune alimentate cu abur dinainte de prima supraîncălzire repetată este, de regulă, egal cu 1, iar numărul preîncălzitoarelor dintre cele două supraîncălziri intermediare este uzual $k = 1, 2,$ sau 3.

Datele problemei sînt aceleaşi ca la punctul 2, cu observaţia că sînt cunoscuţi parametrii ambelor supraîncălziri intermediare şi numărul respectiv de trepte de preîncălzire.

Se admite, ca şi la punctul 2, că preîncălzirea apei în primele $n - k - 1$ trepte se face în mod egal cu valoarea Δi_a, în următoarele k trepte de asemenea în mod egal cu valoarea $\Delta i'_a$ şi în ultima treaptă cu $\Delta i''_a$.

Trebuie determinate valorile optime $\Delta i'_a$ şi $\Delta i''_a$ pentru care randamentul termic este maxim.

În mod analog se poate scrie

$$\begin{cases} (n-k-1)\cdot \Delta i_a + k\cdot \Delta i'_a + \Delta i''_a = \Delta i, & (17)\\ \Delta i'_a = z\cdot \Delta i_a, & (18)\\ \Delta i''_a = y\cdot \Delta i_a, & (19) \end{cases}$$

în care mărimile z şi y sînt valorile rapoartelor $\dfrac{\Delta i'_a}{\Delta i_a}$ şi, respectiv, $\dfrac{\Delta i''_a}{\Delta i_a}$ şi sînt necunoscutele problemei.

Soluţiile sistemului (17), (18) şi (19) sînt

$$\Delta i_a = \frac{\Delta i}{n-k-1+kz+y}, \quad (20)$$

$$\Delta i'_a = \frac{z\cdot \Delta i}{n-k-1+kz+y}, \quad (21)$$

$$\Delta i''_a = \frac{y\cdot \Delta i}{n-k-1+kz+y}. \quad (22)$$

Randamentul termic al unui ciclu cu dublă supraîncălzire intermediară este

$$\eta_t = 1 - \frac{\Delta i_{cond}}{\left(1+\sum_1^n a_i\right)\cdot \Delta i_{caz} + \left(1+\sum_1^{n-1} a_i\right)\cdot \Delta i''_{si} + \left(1+\sum_1^{n-1-k} a_i\right)\cdot \Delta i'_{si}}, \quad (23)$$

în care $\Delta i''_{si}$ şi $\Delta i'_{si}$ reprezintă creşterea de entalpie a aburului în primul şi, respectiv, în al doilea supraîncălzitor intermediar.

În baza ipotezelor făcute anterior se poate scrie

$$1 + \sum_{1}^{n-1-k} a_i = \left(1 + \frac{\Delta i_a}{\Delta i_p}\right)^{n-1-k}, \tag{24}$$

$$1 + \sum_{1}^{n-1} a_i = \left(1 + \frac{\Delta i_a}{\Delta i_p}\right)^{n-1-k} \cdot \left(1 + \frac{\Delta i'_a}{\Delta i'_p}\right)^{k}, \tag{25}$$

$$1 + \sum_{1}^{n} a_i = \left(1 + \frac{\Delta i_a}{\Delta i_p}\right)^{n-1-k} \cdot \left(1 + \frac{\Delta i'_a}{\Delta i'_p}\right)^{k} \cdot \left(1 + \frac{\Delta i''_a}{\Delta i''_p}\right), \tag{26}$$

care, înlocuite în relația (23) după ce în prealabil Δi_a, $\Delta i'_a$ și $\Delta i''_a$ sînt exprimate cu relațiile (20), (21), (22), dau funcția

$$\eta_t = 1 - \frac{\Delta i_{\text{cond}}}{f(y,\ z)}. \tag{27}$$

Valoarea maximă a randamentului termic rezultă din rezolvarea sistemului de ecuații

$$\frac{\partial \eta_t}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \eta_t}{\partial z} = 0, \tag{28}$$

care dau pe y_{opt} și z_{opt} și deci împărțirea optimă a intervalului total de preîncălzire regenerativă.

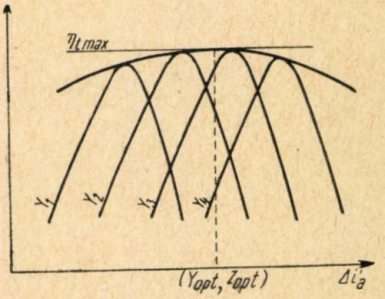


Fig. 5. — Determinarea grafică a împărțirii optime a intervalului total de preîncălzire a apei de alimentare la ciclurile termice cu dublă supraîncălzire intermediară.

Funcția (27) reprezentată grafic este redată calitativ în figura 5.

Înfășurătoarea maximelor curbelor $\eta_t = f(z)$ pentru diverse valori $y = ct$ are un maxim care constituie optimul problemei.

4. CONCLUZII

Materialul cuprinde cîteva considerații asupra împărțirii optime a intervalului total de preîncălzire regenerativă a apei de alimentare în ciclurile termice cu supraîncălzire intermediară.

Pentru schemele termice cu o supraîncălzire intermediară se arată că împărțirea optimă a intervalului total de preîncălzire se face în trepte neegale, stabilindu-se o formulă originală de calcul pentru care randamentul termic este maxim. Rezultatele sînt ilustrate printr-un exemplu pentru care se calculează și sporul de randament față de împărțirea în trepte egale.

Pentru schemele termice cu dublă supraîncălzire intermediară, datorită complexității sale, problema se rezolvă calitativ, indicîndu-se o metodă grafică de soluționare.

Primită la redacție la 5 iunie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. K. Schaff, *Teoria preîncălzirii apei de alimentare. A E G,* Das Kraftwerk, *1* (1938).
2. А. И. Андрющенко, *Термодинамические расчеты оптимальных параметров тепловых электростанций*, Высшая школа, Москва, 1963.
3. — *Îmbunătăţiri recente aduse circuitului termic al centralelor termoelectrice.* I.D.T., Bucureşti, 1962.
4. D. Grecov, *Determinarea repartiţiei temperaturilor de preîncălzire regenerativă a apei de alimentare în centrale termoelectrice moderne*, St., cerc. energ., *3*, (1960).

CONTRIBUȚII LA COMPLETAREA MODELULUI PROCESULUI DE STABILIZARE CU GAZE RECIRCULATE PENTRU APRINDERE

DE

N. ANTONESCU și I. RĂDULESCU

621.311.22

În baza unui nou punct de vedere din care este analizat fluxul energiei de aprindere, rezultă concluzii interesante privind raportul în care se află energia transmisă prin suprafața de contact și cea dezvoltată prin centre interne de aprindere funcție de parametrii jetului activ: viteză, dozaj de combustibil și gradul de grilare.

Stabilizarea procesului de aprindere în cazul vitezelor mari ale amestecului combustibil se realizează în majoritatea cazurilor fie cu flăcări-pilot, în care caz se ridică problema stabilității însăși a flăcării-pilot la variații de sarcină, fie cu gaze fierbinți recirculate. Modelul fizic clasic al procesului de stabilizare cu aceste gaze fierbinți este dat de fenomenul aprinderii realizat pe grile cu fante dreptunghiulare, situație plană care permite studierea experimentală relativ ușoară a procesului [1].

Aprinderea în avalul grilei este asigurată printr-un schimb complex de căldură de la gazele calde la amestecul combustibil, precum și de evoluția unor aprinderi locale, ambele procese contribuind la acoperirea necesarului fluxului de energie de aprindere într-o zonă bine delimitată, zona de acroșare.

Puterea de aprindere pentru toate cazurile de aprindere în flux pe o linie trebuie privită ca un flux de energie minimă ce trebuie furnizat pe unitatea de lungime a sursei de aprindere și nu ca energie punctiformă de aprindere a unui mediu staționar. Neexistînd date în literatură privind valoarea acestei puteri liniare de aprindere, ea a trebuit să fie determinată pentru lucrarea de față în condițiile specifice grilelor.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 1 p. 115—122 București 1966

Rezultatele obţinute sînt prezentate sub formă de diagramă în figura 1. S-a prezentat o singură curbă caracteristică, avînd în vedere că experienţele arată abateri relativ mici cu geometria grilei.

În ceea ce priveşte distanţa de acroşare x_i, într-o lucrare anterioară [2] s-a analizat pe larg variaţia ei cu parametrii geometrici şi aerodinamici ai stabilizatorilor. Trebuie reţinute, pentru folosirea lor în actuala lucrare care se va ocupa de problema schimburilor energetice din zona de acroşare, cîteva concluzii importante privind parametrul x_i.

În primul rînd, prezenţa minimului distanţei de acroşare la maximul vitezei de ardere necesită o explicare, deoarece din teoria clasică [3], [4], [5] pare inexplicabil faptul că transferul fluxului de energie minimă de aprindere este funcţie de viteza de ardere într-o zonă unde se presupune că nu există ardere. În soluţia dată de S. Cheng şi A. Kovitz problemei stabilizării, apariţia primului maxim de temperatură în zona de separaţie dintre curentul de amestec combustibil şi gazele recirculate coincide cu apariţia frontului de flacără şi are loc după ce s-a transmis fluxul energiei de aprindere a amestecului combustibil. Or, în acest caz viteza de ardere nu are cum să influenţeze lungimea de acroşare.

Totuşi, prezenţa efectivă a minimului la dozajul la care este maximă viteza de ardere, prezenţă apărută experimental, poate fi explicată dacă se face o ipoteză nouă de completare a modelului fizic clasic. Această ipoteză, a centrelor interioare de aprindere, este arătată în cele ce urmează.

Centrele de aprindere provin din schimbul de masă datorat difuziei turbulente în zona gazelor recirculate. Dacă un grup de molecule din gazele calde recirculate pătrund datorită pulsaţiilor turbulente în zona amestecului proaspăt, ele se vor deplasa mai departe înglobate în curentul de amestec combustibil în repaus relativ faţă de el. Dacă grupul de molecule nu este suficient de mare pentru a avea energia necesară aprinderii amestecului combustibil din jurul său, atunci efectul pătrunderii lui în zona învecinată va fi numai transportul de căldură proprie care se adaugă schimbului de căldură gaz-gaz din suprafaţa de separaţie a jeturilor. Dacă însă grupul de molecule are suficientă energie şi temperatură ca să îndeplinească condiţiile de aprindere, condiţii de tipul sursă punctiformă de aprindere în mediu fără mişcare, atunci va produce aprinderea amestecului combustibil din jurul său, cu un front sferic de flacără care evoluează cu viteza normală de ardere, avînd viteza relativă nulă faţă de curentul de amestec proaspăt. În acest caz, căldura primită de amestecul combustibil nu va fi numai căldura fizică a grupului de molecule, ci şi căldura dezvoltată prin arderea locală ce se produce în frontul de flacără, contribuind la acoperirea puterii minime de aprindere a curentului de amestec combustibil.

Apare acum clară semnificaţia minimului distanţei de acroşare la dozajul la care este maximă viteza normală de ardere. La acest dozaj, centrele interioare de aprindere se dezvoltă cu maximul de viteză şi, în consecinţă, dînd mai repede căldura necesară aprinderii jetului principal de amestec combustibil, distanţa de acroşare va fi minimă.

Este de asemenea evident de ce acest minim este foarte accentuat la valori mari ale lui m, respectiv ale distanţei de acroşare x_i. Cu cît

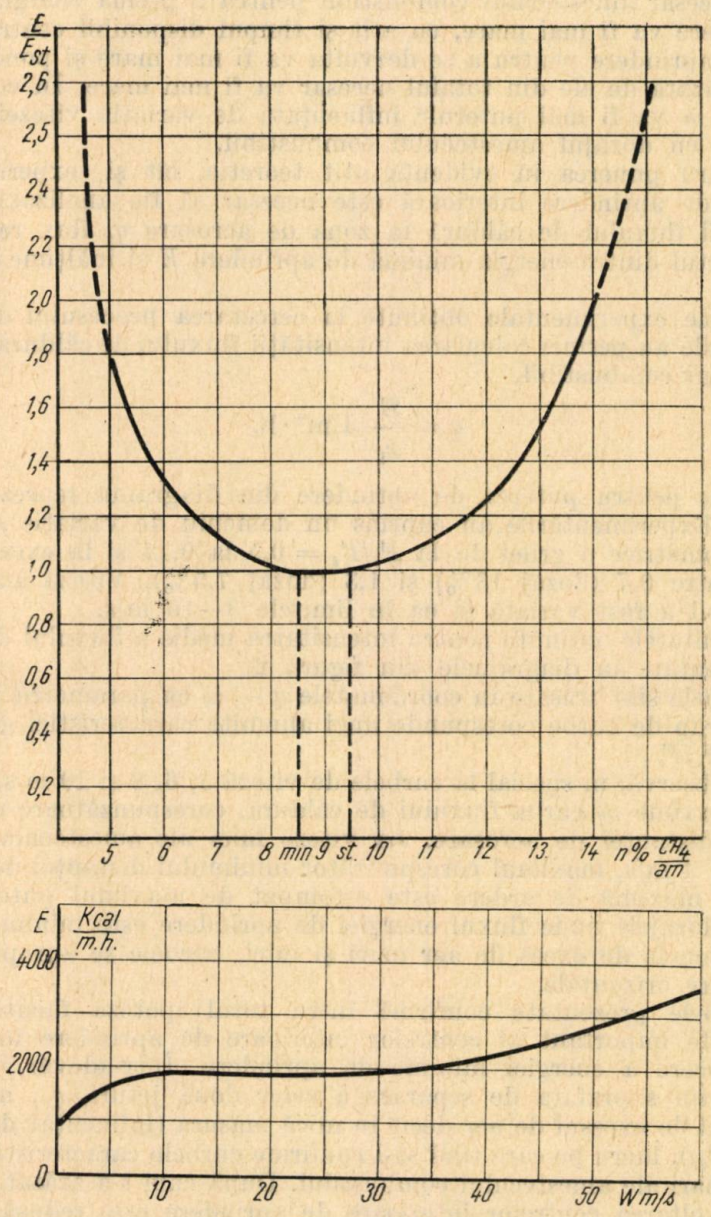


Fig. 1. — Puterea de aprindere la dozaj stoechiometric funcţie de viteză şi energia de aprindere raportată funcţie de dozaj, pentru gazul natural.

timpul necesar amestecului combustibil pentru a prelua energia minimă de aprindere va fi mai mare, cu atît şi timpul disponibil centrelor interioare de aprindere pentru a se dezvolta va fi mai mare şi ponderea căldurii furnizată de ele din totalul necesar va fi mai mare. În consecinţă, curba lui m va fi mai puternic influenţată de variaţia vitezei normale de ardere cu dozajul amestecului combustibil.

Pentru punerea în evidenţă atît teoretic, cît şi experimental a centrelor de aprindere interioară este necesar să fie analizată variaţia intensităţii fluxului de căldură în zona de acroşare q, flux reprezentat prin raportul dintre energia minimă de aprindere E şi înălţimea de acroşare x_i.

Datele experimentale obţinute la cercetarea procesului de stabilizare pe grile au permis calcularea intensităţii fluxului de căldură transmis amestecului combustibil,

$$q = \frac{E}{x_i} \text{ J/m}^2 \cdot \text{h},$$

cu valorile pentru puterea de aprindere din diagrama reprezentată în figura 1. Experimentările au cuprins un domeniu de variaţie a caracteristicii geometrice a grilei de la $F_e/F_t = 0{,}5$ la 0,14 şi la excese de aer variind între 0,7 (dozaj 13%) şi 1,3 (dozaj 7,5%). Viteza amestecului combustibil a fost variată şi ea în limitele 3—16 m/s.

Rezultatele obţinute pentru intensitatea medie a fluxului de căldură sînt prezentate în diagramele din figura 2.

Curbele sînt trasate în coordonatele $q - \alpha$, cu parametru viteza W. Fiecare grup de curbe corespunde unei anumite caracteristici geometrice de grilă F_e/F_t.

Se observă, în special la curbele de viteză 5, 6, 8 şi 10 m/s, prezenţa a două maxime la curba fluxului de căldură, corespunzătoare minimului valorilor distanţei de acroşare. La viteze mici ale amestecului combustibil, 3 şi 4 m/s, maximul corespunzător minimului distanţei de acroşare la viteza maximă de ardere este estompat de maximul puternic care apare la dozajele unde fluxul energiei de aprindere este minim.

În zonele de exces de aer mari şi mici, curbele se apropie tinzînd spre paliere orizontale.

Curbele prezentate confirmă întru totul ipoteza făcută privind rolul foarte important al centrelor interioare de aprindere în procesul de satisfacere a energiei minime de aprindere. Într-adevăr, fluxul de căldură prin suprafaţa de separare a celor două jeturi, q_c, nu trebuie să depindă de excesul de aer decît în mică măsură (influenţat de factorul $f(T_f - T_0)$), lucru pe care tind să-l confirme curbele caracteristice pentru vitezele mari ale amestecului combustibil. După cum s-a arătat, la viteze mari dezvoltarea centrelor interioare de aprindere este redusă, datorită timpului scurt de parcurgere a distanţei de acroşare şi, teoretic, la viteze foarte mari, se va obţine $q = q_c$, ca şi pentru dozaje depărtate de stoechiometrie.

Diferenţa dintre intensitatea fluxului total de căldură şi intensitatea fluxului de căldură transmis prin suprafaţă este tocmai intensitatea

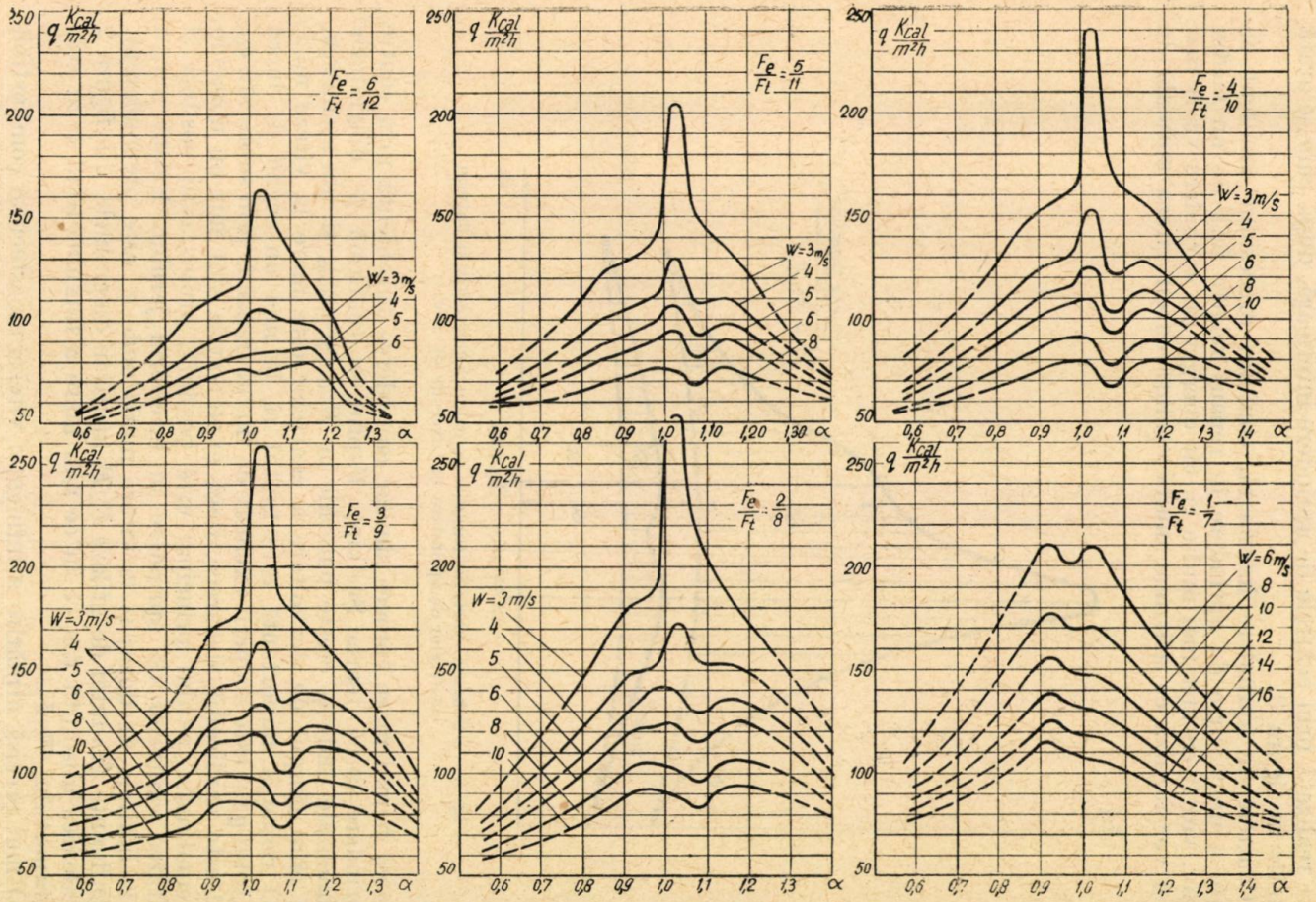


Fig. 2 — Variația fluxului de căldură cu excesul de aer pentru diferite viteze ale amestecului combustibil și caracteristici ale stabilizatorului.

de flux realizată prin centrele de aprindere interioară, după cum se arată schematic în figura 3.

Centrele de aprindere interioară, conform procesului cunoscut de evoluţie a unor surse de aprindere în repaus relativ faţă de un mediu exploziv, vor fi cu atît mai multe cu cît energia de aprindere va fi mai mică şi vor furniza cu atît mai multă căldură cu cît viteza normală de

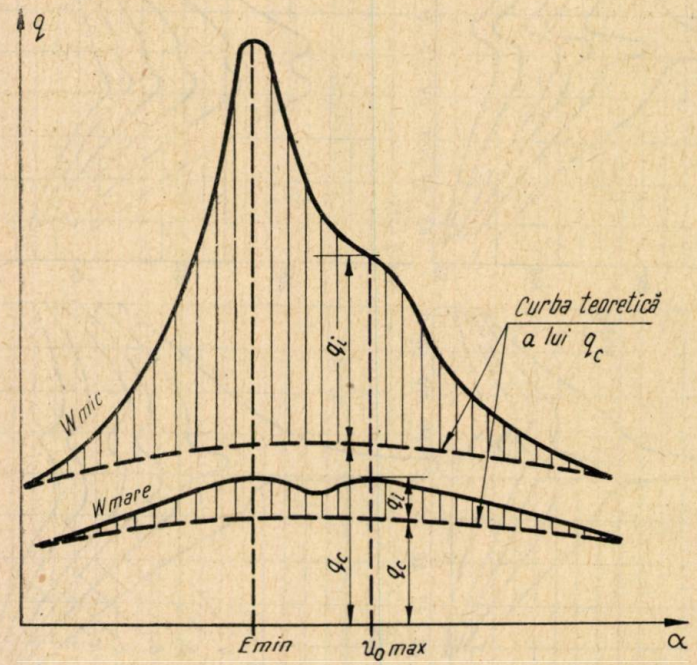


Fig. 3. — Schema variaţiei fluxului de căldură convectiv şi datorat centrelor de aprindere cu excesul de aer.

ardere va fi mai mare (proces similar cu arderea turbulentă prin centre de aprindere după teoria Şcelkin). Faptul se confirmă pe diagramele experimentale unde q_i creşte puternic la E_{min} şi u_{0max} şi, de asemenea, atunci cînd timpul de dezvoltare a centrelor este mare la viteze mici.

O remarcă importantă este faptul că la nici un regim de lucru fluxul total q nu este acoperit exclusiv de fluxul transmis prin suprafaţă q_c. Faptul este explicabil, deoarece, dacă experienţele sînt într-un domeniu unde combustia jetului principal este posibilă, atunci este posibilă şi dezvoltarea centrelor de aprindere în interiorul jetului. Există numai zone (la limitele de dozaj şi la viteze mari) unde q_c este preponderent.

Influenţa gradului de grilare F_e/F_t apare în diagramele din figura 2 prin valoarea absolută din ce în ce mai mare a fluxului total q cu scăderea raportului F_e/F_t.

O mai precisă urmărire a influenţei vitezei amestecului combustibil asupra intensităţii fluxului de căldură de aprindere este posibilă în diagramele $q = f(W)$, cu parametru α şi F_e/F_t, prezentate în figura 4.

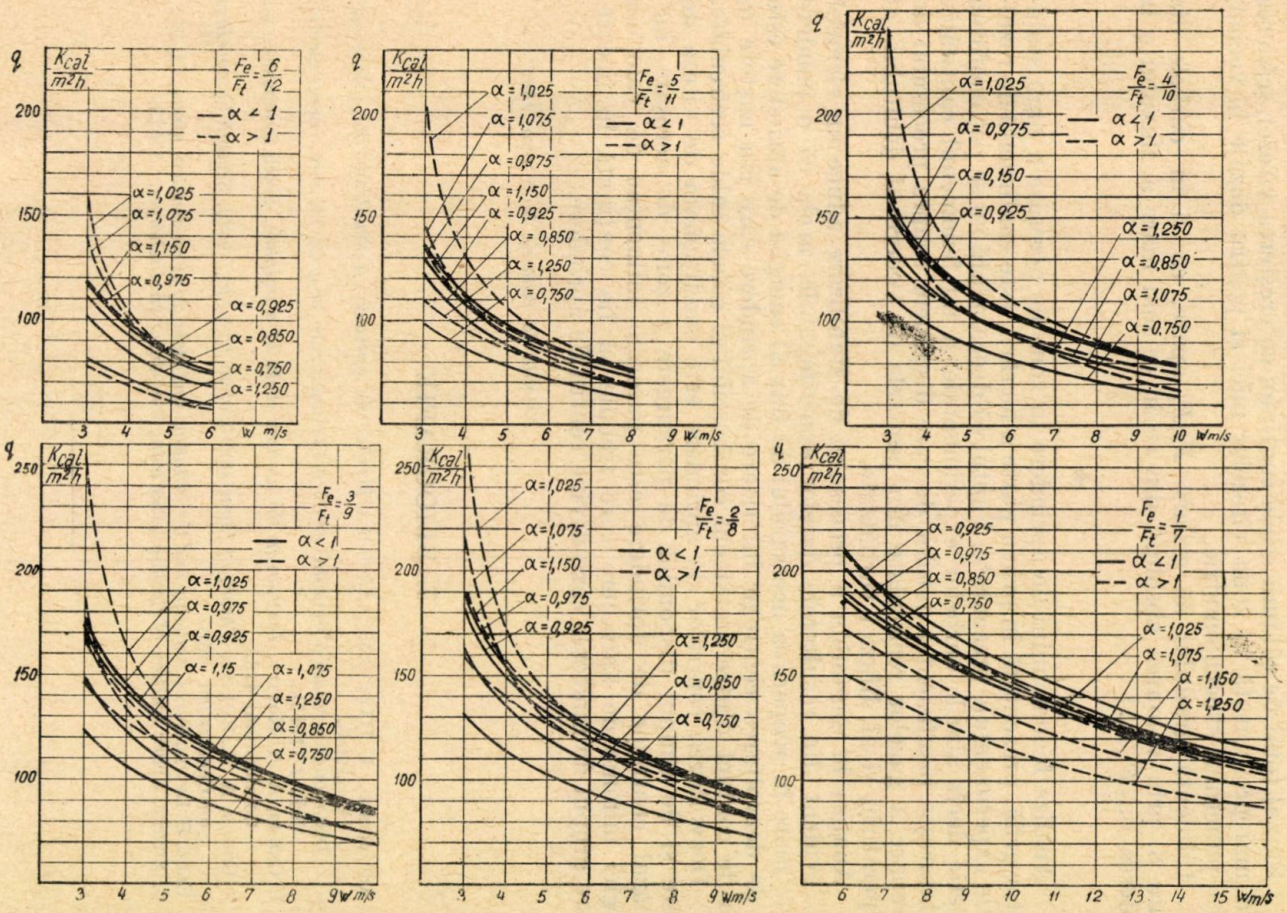


Fig. 4. — Variația fluxului de căldură cu viteza amestecului combustibil pentru diferite excese de aer și caracteristici ale stabilizatorului.

Fluxul total de căldură scade continuu cu creşterea vitezei, scăderea fiind mai pronunţată în zona vitezelor mici şi pentru dozaje în vecinătatea punctului stoechiometric.

Influenţa gradului de grilare F_e/F_t apare, ca şi în curbele din figura 3, prin valoarea absolută din ce în ce mai mare a fluxului q la scăderea lui F_e/F_t.

★

Analiza fenomenului de aprindere în zona de acroşare a unui stabilizator grilă, prezentată în prima parte a lucrării, este confirmată de rezultatele experimentale prezentate. Faptul că deocamdată nu se pot confirma teoretic decît alurile curbelor experimentale şi nu fenomenul cantitativ se datoreşte insuficienţei datelor de care dispunem asupra procesului de antrenare a gazelor recirculate din punctele de vedere al debitului, al temperaturii şi al difuziei turbulente.

Analiza în ansamblu a procesului de stabilizare aduce un element nou, evident din rezultatele datelor experimentale, acela că o pondere foarte mare în acoperirea necesarului de flux al energiei de aprindere este dat de dezvoltarea centrelor interioare de aprindere care iau naştere în zona de contact dintre amestecul combustibil şi gazele calde recirculate.

Dezvoltarea centrelor de aprindere este condiţionată de viteza de ardere şi de timpul disponibil de parcurgere a zonei de acroşare, iar numărul centrelor de aprindere este puternic influenţat de valoarea energiei minime de aprindere care trebuie să fie conţinută în fiecare dintre grupul de molecule care devine centru de aprindere.

Primită la redacţie la 8 mai 1965

BIBLIOGRAFIE

1. N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU, *Studiul criteriilor de apreciere a stabilizatorilor*, Memoriu IE (1964).
2. — *Distanţa de acroşare a frontului de flăcări la stabilizare pe grile*, St. cerc. energ. electr., **XV**, *1* (1965).
3. S. I. CHENG, A. A. KOVITZ, *Ignition in the laminar wake of a flatplate*, Sixth Symposium on Combustion, 418.
4. S. I. CHENG, A. A. KOVITZ, *Theory of flame stabilization by a bluff body*, *Seventh Symposium on Combustion*, 681.
5. N. ELBE, B. LEWIS, *Excess enthalpy and the initiation and stability of combustion*, *waves*, 44, 342.
6. C. C. SWETT, *Spark ignition of flowing gases using long-duration discharges*. id 523.

ÎNTERDEPENDENȚA DINTRE SIMPLEXURILE GEOMETRICE ȘI REGIMUL DE CURGERE ÎN CAZUL MODELĂRII IZOTERMICE MONOFAZICE A FOCARULUI CICLON CONIC

DE

N. PĂNOIU, C. CRĂCIUNEANU, G. SINGER și I. CARABOGDAN[1]

662.921

După prezentarea relațiilor care definesc modelarea curgerii în focarul ciclon conic se analizează influența configurației geometrice a camerei asupra regimului de curgere. Se dau rezultatele obținute pe o instalație experimentală la funcționarea izotermică monofazică. Se propun relații criteriale de calcul pentru determinarea criteriilor care modelează regimul de curgere în funcție de simplexurile geometrice ale focarului. Se fac ipoteze asupra performanțelor instalației la funcționarea în regim neizotermic pe baza rezultatelor obținute la modelarea izotermică monofazică.

SIMBOLURI ȘI NOTAȚII

A — caracteristica geometrică a focarului ciclon;
d_e — diametrul ajutajului de ieșire (m);
D_m — diametrul mediu al focarului ciclon conic (m);
Eu_i, Eu_e — criteriul Euler raportat la secțiunea de intrare, respectiv de ieșire;
F_i — secțiunea totală a ajutajelor de admisie a aerului (m^2);
F_e — secțiunea ajutajului de ieșire (m^2);
l_e — lungimea ajutajului de ieșire (m);
L — lungimea focarului ciclon (m);
r_e — raza ajutajului de ieșire (m);
r_ω — raza de intrare a fluxului central invers (m);

[1] Calculele efectuate cu mașina electronică CIFA—101 de către N. I. Damian și T. Ioniță.

R_i — raza centrului ajutajelor de admisie a aerului (m);
T_e — temperatura gazelor în secțiunea de ieșire a focarului ciclon (°K);
T_i — temperatura aerului în secțiunea de admisie în focarul ciclon (°K);
W_i — viteza de intrare a aerului în secțiunea ajutajelor de admisie $\left(\frac{m}{s}\right)$;
W_r, W_t, W_x — componentele radială, tangențială, axială ale vectorului viteză, într-un punct curent al focarului ciclon $\left(\frac{m}{s}\right)$;
$W_{t\max}$ — valoarea maximă a componentei tangențiale $\left(\frac{m}{s}\right)$;
φ — coeficientul secțiunii active de ieșire;
ζ_i — coeficientul de rezistență al focarului ciclon raportat la secțiunea de intrare;
ω — viteza unghiulară în zona mișcării cvasisolide (rad/s);
n — exponent adimensional.

1. Atît focarele, cît și dispozitivele de tip ciclon au în cea mai mare parte forma cilindrică.

Există însă unele încercări de a se trece de la forma cilindrică la forma conică, urmărindu-se în acest caz: o reținere aerodinamică mult mai sigură a particulelor nearse, o reducere importantă a fluxului direct de fluid prin turbionul axial și o mărire a intensității de amestec în special la baza jetului aer-praf de cărbune. Bazate pe aceste premise, o serie de lucrări consideră o intensificare a gazificării combustibililor în focarul ciclon conic [1]. Avînd în vedere că, pînă în prezent, nu există rezultate care să permită o verificare (la cald) a premiselor făcute, s-au efectuat studii pe instalații izotermice. Rezultatele acestor studii permit să se creeze o imagine generală asupra structurii fluxului în interiorul focarului și să se facă unele aprecieri calitative asupra performanțelor acestei instalații.

2. Cercetările efectuate au avut în vedere stabilirea structurii fluxului în interiorul focarului ciclon conic și a unor relații care să permită efectuarea calculelor aferente regimului de curgere. În vederea obținerii rezultatelor necesare, s-a apelat la modelarea izotermică monofazică, substituindu-se astfel integrarea ecuațiilor diferențiale care caracterizează regimul de curgere. În cercetările efectuate s-a pornit de la premisa că focarul ciclon conic păstrează toate caracteristicile zonelor fluidului din focarul ciclon cilindric [1]. Trebuie observat însă că repartiția acestor zone este aceeași ca și la focarul ciclon cilindric, însă dimensiunile razelor caracteristice se măresc sau se micșorează, dînd o formă conică suprafețelor caracteristice, care, în general, urmărește forma conică a pereților focarului. Întrucît în literatura de specialitate sînt puține lucrări care atacă această problemă [1], [2], vom prezenta în lucrarea de față interdependența dintre simplexurile geometrice și regimul de curgere în cazul funcționării izotermice monofazice a focarului ciclon conic. Bazați pe

rezultatele existente, vom face presupunerea că în cazul focarului ciclon conic se pot aplica, cu unele corecții, relațiile de calcul din cazul focarului ciclon orizontal. Ca urmare, așa cum s-a arătat într-o serie de lucrări [3], [4], [5], [6], regimul de curgere din focarul ciclon se poate caracteriza cu ajutorul componentelor raportate ale vitezei $\frac{W_t}{W_i}$, $\frac{W_x}{W_i}$ și $\frac{W_r}{W_i}$, presiunii statice raportate $\frac{P_s}{P_{si}}$, criteriilor de similitudine

$$\mathrm{Eu}_i, \mathrm{Eu}_e, \frac{W_{t\max}}{W_i}, \frac{F_i}{F_e}, \frac{T_e}{T_i}, \frac{L}{D} \tag{1}$$

și ale unor caracteristici geometrice și funcționale, dintre care se menționează:

Coeficientul secțiunii active de ieșire

$$\varphi = 1 - \left(\frac{r_\omega}{r_e}\right)^2 \tag{2}$$

Caracteristica geometrică a focarului

$$A = \frac{\pi r_e R_i}{\Sigma F_i} \tag{3}$$

Coeficientul de rezistență al focarului ζ_i.

Interdependența simplexurilor geometrice și criteriilor de similitudine se exprimă prin relații criteriale de forma:

$$\mathrm{Eu}_i = f_1\left(\frac{F_i}{F_e}, \frac{L}{D}\right) \tag{4}$$

$$\mathrm{Eu}_e = f_2\left(\frac{F_i}{F_e}, \frac{L}{D}\right) \tag{5}$$

$$\frac{W_{t\max}}{W_i} = f_3\left(\frac{F_i}{F_e}, \frac{L}{D}\right) \tag{6}$$

3. Cercetările au fost efectuate pe un model izotermic monofazic de focar ciclon conic cu simbolurile mărimilor geometrice prezentate în figura 1.

Pentru elucidarea problemelor impuse prin tematica cercetărilor au fost examinate 13 variante constructive sau funcționale.

4. Stuctura fluxului în interiorul focarului ciclon conic se prezintă în figura 2 prin componentele raportate ale vitezei și presiunii. Pentru comparație, în figura 3 se prezintă structura fluxului în interiorul focarului ciclon vertical [7].

Din compararea figurilor 2 și 3 este de observat o structură similară a celor două fluxuri din interiorul focarului ciclon conic și al focarului ciclon vertical. Specific focarului ciclon conic este forma conică a suprafețelor caracteristice. Structura caracteristică a cîmpului compo-

nentelor tangențiale raportate ale vitezei și presiunii raportate în focarul ciclon conic este aceeași ca și în focarul ciclon cilindric (orizontal sau vertical), însă extinderea pe rază a zonei periferice (cvasipotențiale) se mărește

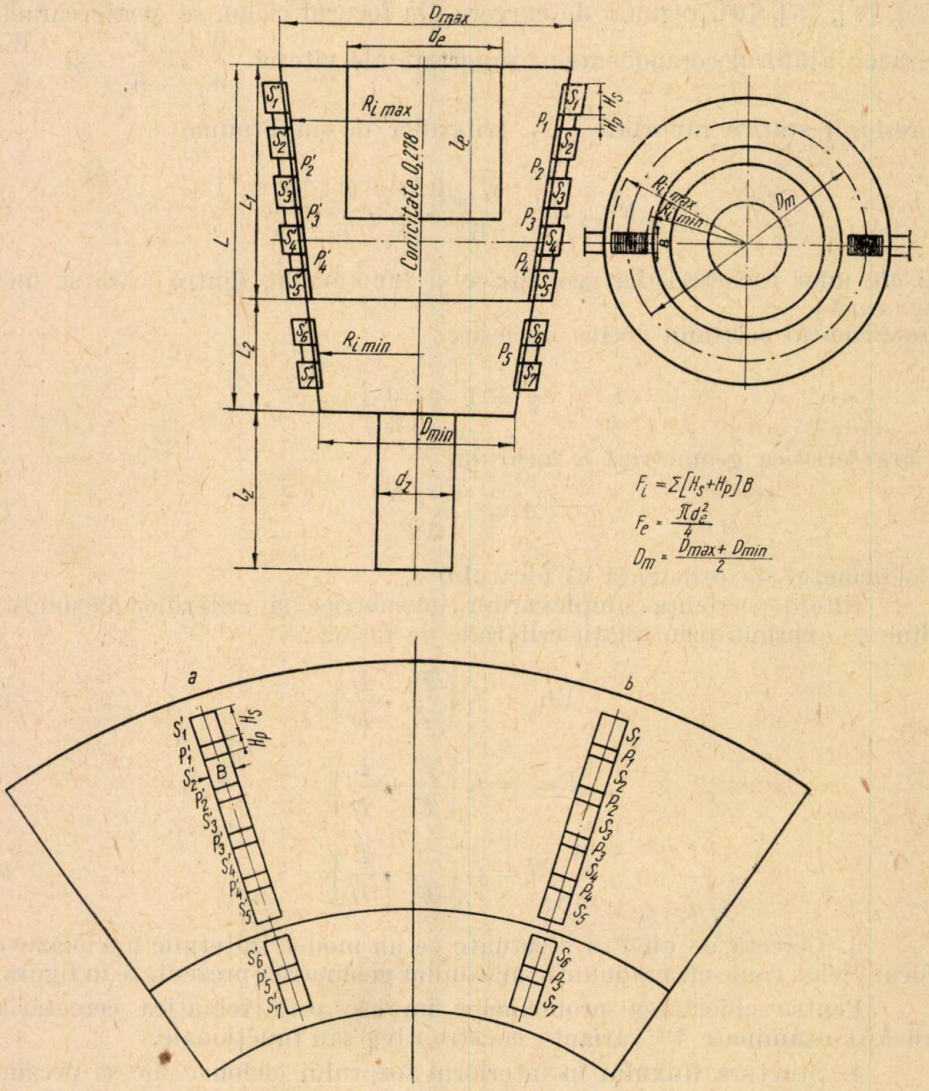


Fig. 1. — Schema focarului ciclon conic, cu simbolurile notațiilor folosite.

pe măsură ce crește diametrul secțiunii respective. Creșterea extinderii zonei cvasipotențiale conduce la o uniformizare a cîmpului componentelor tangențiale raportate ale vitezei, adică la o reducere a valorii exponentului n din relație (7)

$$W_t \cdot r^n = \text{const.} \qquad (7)$$

ce caracterizează acest domeniu de curgere. Coeficientul de conservare a vitezei tangențiale ε variază mult de la secțiune la secțiune, scăzînd spre secțiunea de ieșire.

În focarul ciclon conic se pot distinge trei zone caracteristice de circulație, după componenta axială raportată a vitezei :

— turbionul periferic de circulație ;

— turbionul inelar de ieșire ;

— turbionul central invers.

Prezența ajutajului de ieșire, amplasat în partea superioară a focarului, din motive de creștere a gradului de separare a suspensiei solide din gazele de ardere, produce modificări sensibile circulației fluidului de lucru în interiorul focarului.

Astfel, dacă ne referim la mișcarea axială a fluidului (fig. 2 a), este de observat turbionul periferic de formă conică pînă la partea inferioară a camerei, unde fluidul suferă o întoarcere la 180°, formînd turbionul inelar de ieșire, de formă conică. Este de observat că valorile maxime ale turbionului inelar de ieșire nu mai corespund cu diametrul ajutajului de ieșire în zona inferioară a focarului, ca în cazul focarului ciclon vertical. În zona centrală a focarului există un turbion central invers, format din fluid aspirat din exteriorul focarului care atinge capacul inferior al focarului chiar și în cazul valorilor mari ale simplexului $\frac{L}{D_m}$. Ca și în cazul focarului ciclon vertical, cantitatea de fluid aspirat se micșorează relativ intens în volumul ajutajului de ieșire și apoi din ce în ce mai slab în volumul focarului, ca urmare a distribuției vitezelor tangențiale care exercită o acțiune mărită de amestec între turbionul central invers și turbionul de ieșire cu viteză tangențială ridicată. Ca urmare, are loc o scădere sensibilă a razei r_ω a curentului central invers în volumul ajutajului de ieșire.

O particularitate a aerodinamicii focarului ciclon conic o constituie intensitatea considerabilă a fluxurilor transversale de circulație, caracterizate prin gradientul componentelor radiale raportate ale vitezei, care apare în special la viteze mari de insuflare. Structura cîmpului de viteze radiale reflectă posibilități sporite de separare a suspensiei solide, în special în zona ajutajului de ieșire. În general, cîmpul de viteze radiale are caracter potențial cu gradienți mari pe raza și pe lungimea focarului. În zona ajutajului de ieșire cîmpul componentelor radiale ale vitezei are un caracter complex. Mișcarea tangențială a fluidului, particularitate a focarelor ciclon, întrucît imprimă accelerația centrifugă suspensiei solide, contribuind direct la mărirea gradului de separare a acesteia, este modificată de ajutajul de ieșire. Astfel, în zona superioară a camerei unde se găsește amplasat acest ajutaj componentele tangențiale ale vitezei au un caracter potențial în inelul $(D - d_e)$ cu maximele situate în imediata vecinătate a ajutajului de ieșire. Caracterul potențial al mișcării se menține și în interiorul ajutajului de ieșire în care sînt situate și vitezele tangențiale maxime. Vitezele tangențiale maxime sînt amplasate pe o suprafață conică de revoluție de conicitate apropiată de conicitatea focarului.

Ca urmare, cu creșterea simplexului $\frac{L}{D_m}$ se înregistrează o creștere a vitezei unghiulare ω în domeniul cvasisolid.

Distribuția cîmpului de presiuni în interiorul focarului ciclon este similară celei din cazul focarului ciclon vertical, cu mențiunea că sînt mai accentuate valorile depresiunilor maxime din zona centrală a focarului, ca urmare a măririi vitezei unghiulare ω, produsă de configurația geometrică a focarului.

Structura fluxului în interiorul focarului ciclon conic caracterizează unele particularități după cum urmează:

a) Ajutajul de ieșire reprezintă, prin schimbul de masă pe care îl realizează, un puternic stabilizator de flacără, cu calități îmbunătățite față de ciclonul vertical.

b) Ca și în cazul focarului ciclon vertical, focarul conic necesită un combustibil măcinat, acesta introducîndu-se într-o zonă de viteze cu slabe posibilități de menținere în suspensie stabilă.

c) Atît antrenările din focar, cît și pierderile prin ardere chimic incompletă sînt reduse la minimum prin funcțiunile hidrodinamice ale ajutajului de ieșire.

d) Focarul propriu-zis are o stabilitate relativ redusă în volumul său, cu excepția ajutajului de ieșire; ca urmare este de așteptat o sensibilitate a focarului la variații în pregătirea și calitatea combustibilului. Această sensibilitate se accentuează la sarcini scăzute, ca urmare a reducerii sensibile a cantității de fluid aspirat în zona centrală a focarului sub ajutajul de ieșire.

5. A fost cercetată influența simplexurilor geometrice asupra structurii fluxului din interiorul focarului. Influența simplexurilor geometrice asupra regimului de curgere din focarul ciclon conic a fost studiată prin considerarea spectrului vitezelor și presiunii raportate în trei secțiuni caracteristice (capacul superior, gura ajutajului de ieșire și capacul inferior).

5.1. Astfel, influența simplexului $\frac{L}{D_m}$ care caracterizează factorul de formă al focarului asupra regimului de curgere din interiorul focarului ciclon conic este similară aceleia din cazul focarului ciclon vertical [7].

Valorile simplexului $\frac{L}{D_m}$ au variat în limitele $0{,}89 < \frac{L}{D_m} < 1{,}44$ în condițiile funcționării focarului cu două generatoare de amplasare a ajutajelor de insuflare a aerului, așezate la 180° între ele.

Este de observat că variația simplexului $\frac{L}{D_m}$ în limitele largi arătate nu conduce practic la o modificare a structurii fluxului, așa cum de altfel se întîmplă și la focarul ciclon orizontal și vertical. Cu creșterea simplexului $\frac{L}{D_m}$ se înregistrează o creștere a presiunii raportate ca urmare a creșterii pierderii de energie în frecarea pe pereți. Trebuie observat

faptul că la variaţia simplexului $\frac{L}{D_m}$ se variază corespunzător simplexul $\frac{l_e}{L}$, care influenţează în special distribuţia componentelor axiale şi radiale ale vitezei. În cadrul cercetărilor efectuate, simplexul $\frac{l_e}{L}$ a fost variat în limitele $0{,}44 < \frac{l_e}{L} < 0{,}66$, această variaţie nefiind marcată de distribuţia componentelor raportate ale vitezei.

Kovbasiuk [1] arată însă că la creşterea simplexului $\frac{l_e}{L}$ la valori mari $\left(\frac{l_e}{L} = 0{,}7-0{,}8\right)$ nu se afectează distribuţia componentelor tangenţiale ale vitezei. Cu creşterea simplexului $\frac{l_e}{L}$ la valorile menţionate creşte însă cantitatea de fluid ce se mişcă în turbionul periferic şi suprafaţa ocupată de acesta. Se măresc de asemenea vitezele radiale îndreptate spre perete în zona ajutajului de evacuare. Totodată, ca urmare a turbioanelor care se formează în această zonă, coeficientul de rezistenţă al ciclonului conic creşte cu 25—30% la creşterea simplexului $\frac{l_e}{L}$ la valori de 0,7—0,8 faţă de valoarea 0 a acestui simplex.

5.2. A fost studiată (fig. 4) influenţa simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ asupra regimului de curgere din focarul ciclon conic. Simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ a variat în limitele $0{,}074 < \frac{F_i}{F_e} < 0{,}259$. Distribuţia componentelor vitezei şi presiunii prezentate în figura 4 pune în evidenţă o influenţă puternică a simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ asupra regimului de curgere din interiorul focarului. Astfel, la creşterea simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ se reduce cantitatea de fluid aspirat prin turbionul central invers şi scade raza corespunzătoare secţiunii sale (fig. 4 *a*). Ca urmare, se măresc vitezele axiale în turbionul inelar central de ieşire în tot volumul focarului, marcîndu-se o creştere sensibilă, în special în zona de ieşire din focar. Această particularitate conduce la o scădere a calităţii de stabilizator a ajutajului de ieşire.

Cu creşterea simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ se înregistrează de asemenea o creştere a vitezelor radiale, care iau valori maxime în secţiunea ajutajului de ieşire (fig. 4 *b*).

Variaţia simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ este resimţită în cea mai mare măsură de distribuţia componentelor tangenţiale raportate ale vitezei (fig. 4 *c*). Cu creşterea simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ se măresc sensibil componentele tangenţiale ale vitezei şi valorile maxime ale acestora. Cu creşterea simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ se înregistrează o deplasare a valorilor maxime ale componentelor tangenţiale ale vitezei spre centrul focarului, crescînd corespunzător viteza unghiulară ω. Creşterea valorilor maxime ale acestor componente conduce la o ameliorare sensibilă a gradului de separare a focarului.

Ca urmare a creşterii valorilor componentelor tangenţiale ale vitezei cresc, corespunzător cu creşterea simplexului $\frac{F_i}{F_e}$, presiunile în domeniul periferic şi în zona centrală a focarului ciclon conic (fig. 4 *d*).

5.2.1. La această creştere a vitezelor tangenţiale şi a spectrului de presiuni contribuie pe lîngă simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ şi conicitatea focarului prin creşterea vitezei unghiulare, în special în domeniul de sub gura ajutajului de ieşire. Studiile efectuate de autori au avut în vedere conicitatea focarului de 0,278. În conformitate cu rezultatele obţinute de autori în studiul focarului ciclon vertical [7] şi de Kovbasiuk [1], care a folosit focare cu conicitate de 0,15 şi 0,30, cînd creşte conicitatea focarului, creşte unghiul de înclinare a suprafeţelor caracteristice, creşte cantitatea de aer care se mişcă în turbionul periferic şi suprafaţa ocupată de acesta, scade debitul de aer prin turbionul axial de evacuare, se măreşte schimbul de masă în volumul focarului şi scade coeficientul său de rezistenţă raportat la secţiunea de intrare. Trebuie remarcat însă că această ultimă observaţie rămîne valabilă cînd ajutajele de insuflare a aerului sînt amplasate în partea superioară a focarului pînă la nivelul diametrului D_{mr} unde, cu creşterea conicităţii, creşte şi caracteristica geometrică a focarului A. În cazul în care amplasarea ajutajelor de aer este sub acest nivel, cu creşterea conicităţii scade caracteristica geometrică a focarului şi creşte coeficientul său de rezistenţă, cu condiţia ca ajutajele de insuflare să nu depăşească nivelul inferior al ajutajului de ieşire.

Este de presupus ca la insuflarea aerului în zona diametrului mediu, unde se conservă caracteristica geometrică „A", la variaţia conicităţii, să existe o slabă dependenţă a coeficientului de rezistenţă de această variaţie.

5.2.2. Legată de variaţia simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ a fost studiată de asemenea influenţa simplexului $\frac{d_e}{D_m}$ asupra regimului de curgere din volumul focarului ciclon conic în figura 5.

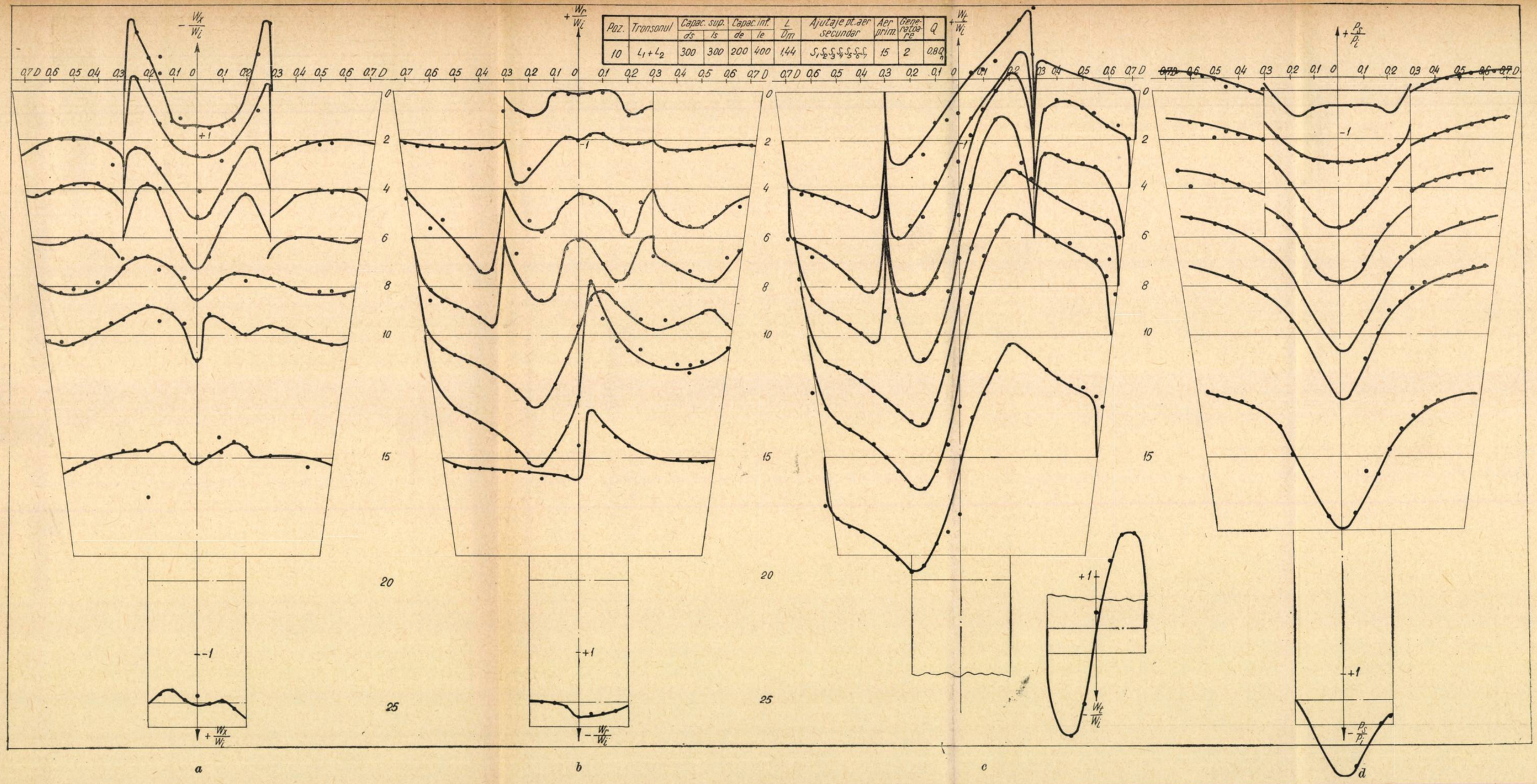
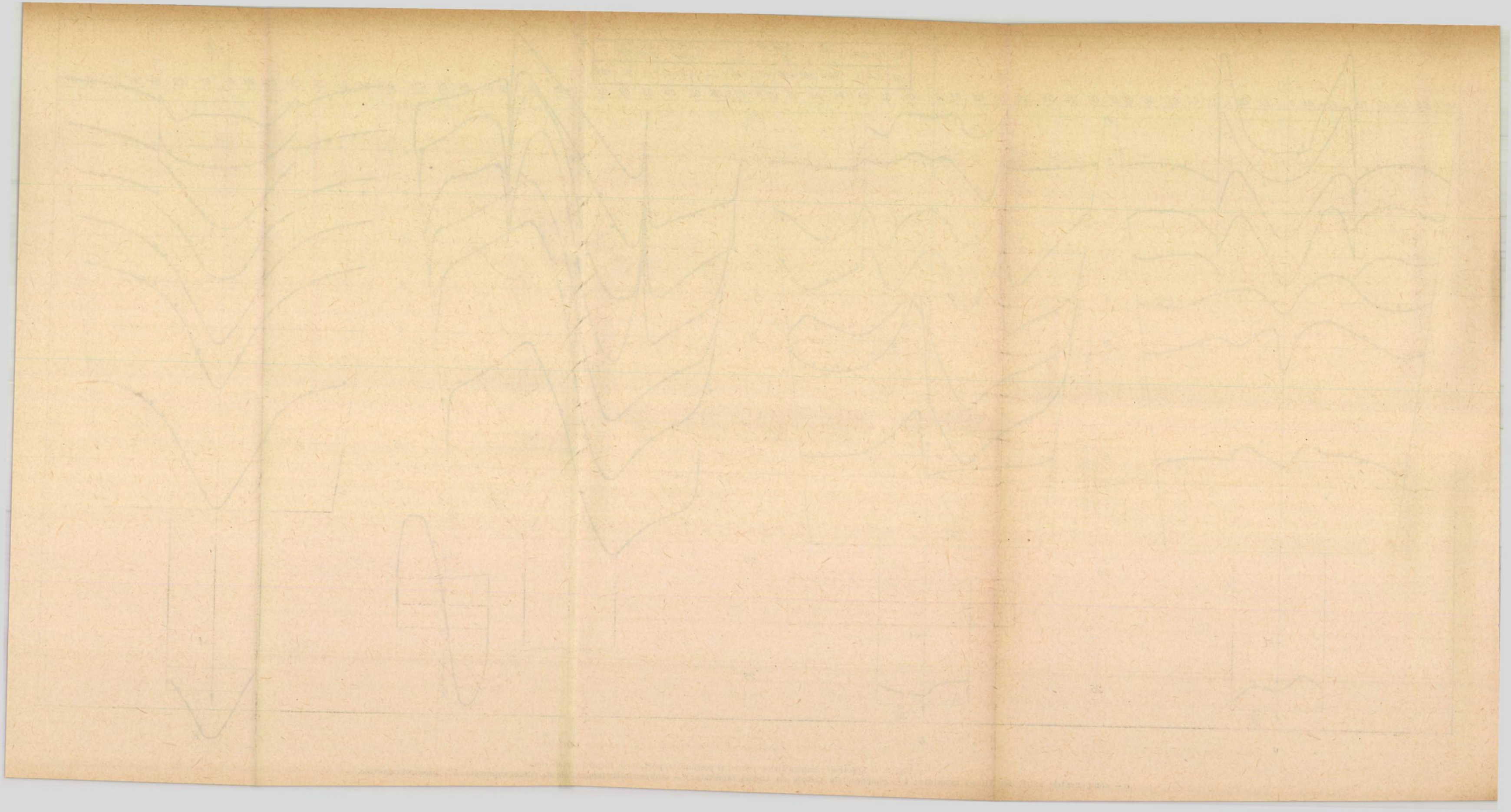
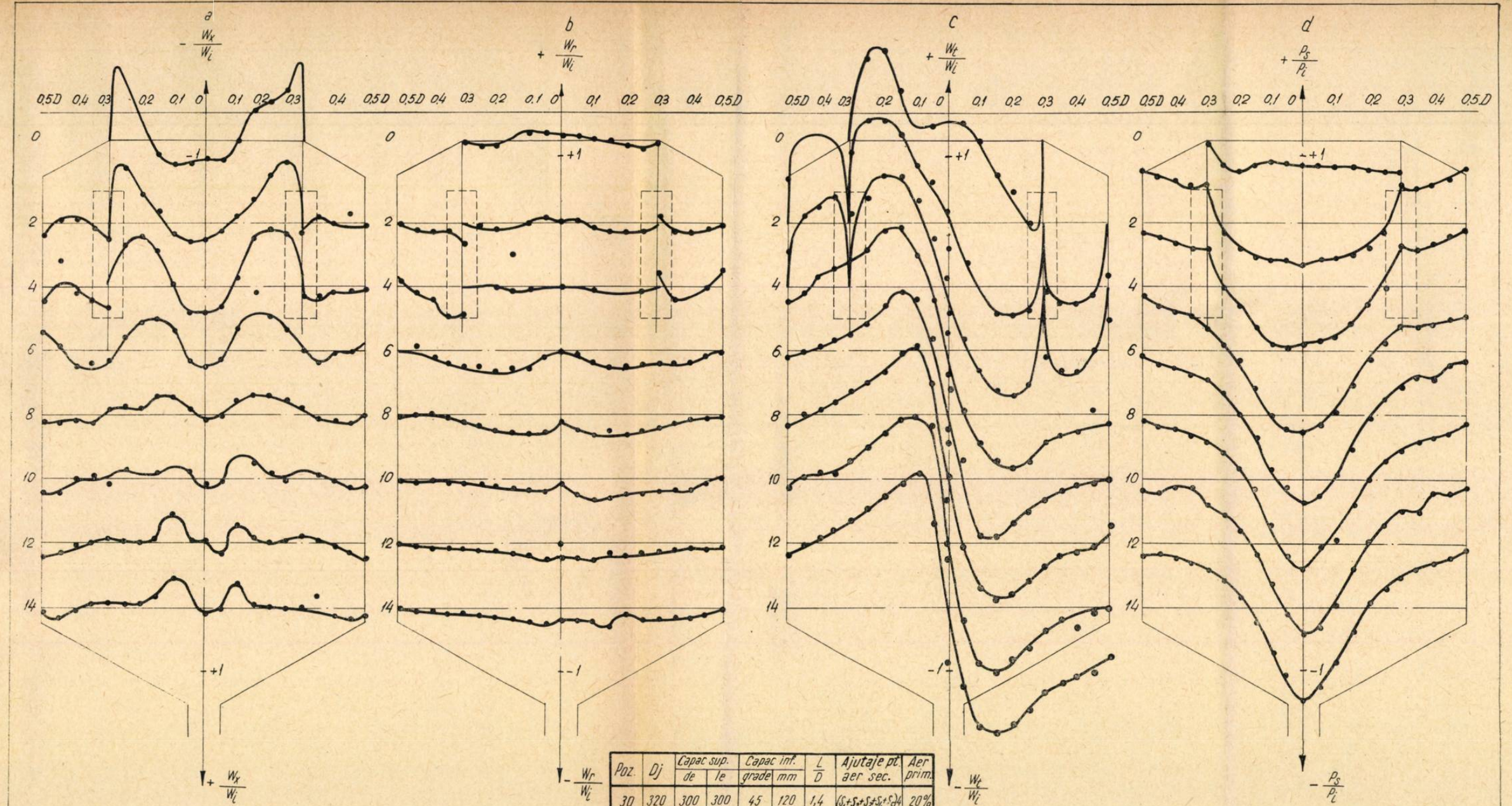


Fig. 2. — Spectrul componentelor vitezei şi presiunii raportate în focarul ciclon conic:
a — componentele axiale ale vitezei raportate; *b* — componentele radiale ale vitezei raportate; *c* — componentele tangenţiale ale vitezei raportate; *d* — presiuni raportate.





Poz.	Dj	Capac sup. de	Capac sup. le	Capac inf. grade	Capac inf. mm	$\frac{L}{D}$	Ajutaje pt. aer sec.	Aer prim.
30	320	300	300	45	120	1,4	$(S_1+S_2+S_3+S_4+S_5)/4$	20%

Fig. 3. — Spectrul componentelor vitezei şi presiunii raportate în focarul ciclon vertical:
***a* — componentele axiale ale vitezei raportate; *b* — componentele radiale ale vitezei raportate; *c* — componentele tangenţiale ale vitezei raportate; *d* — presiuni raportate.**

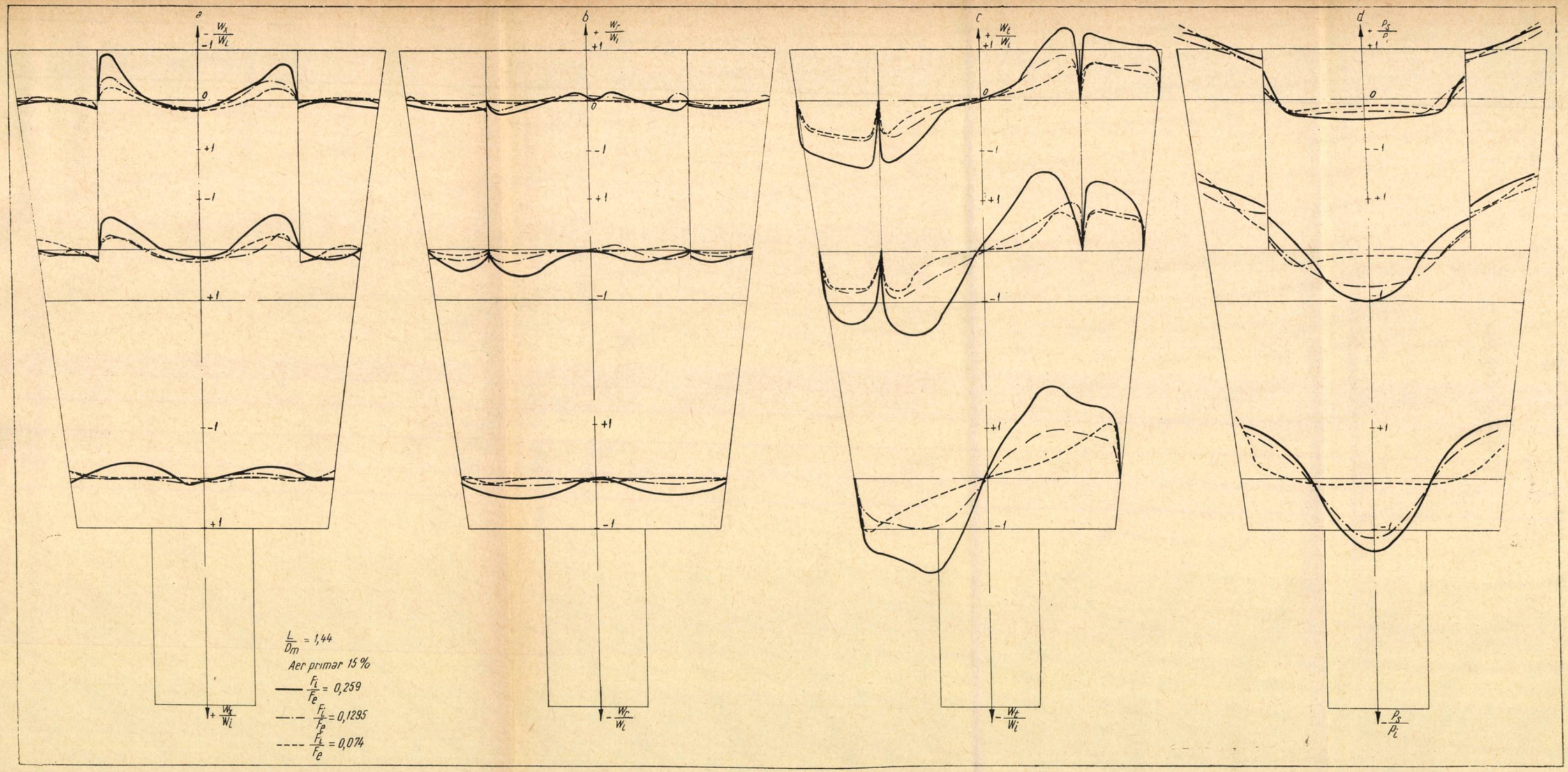
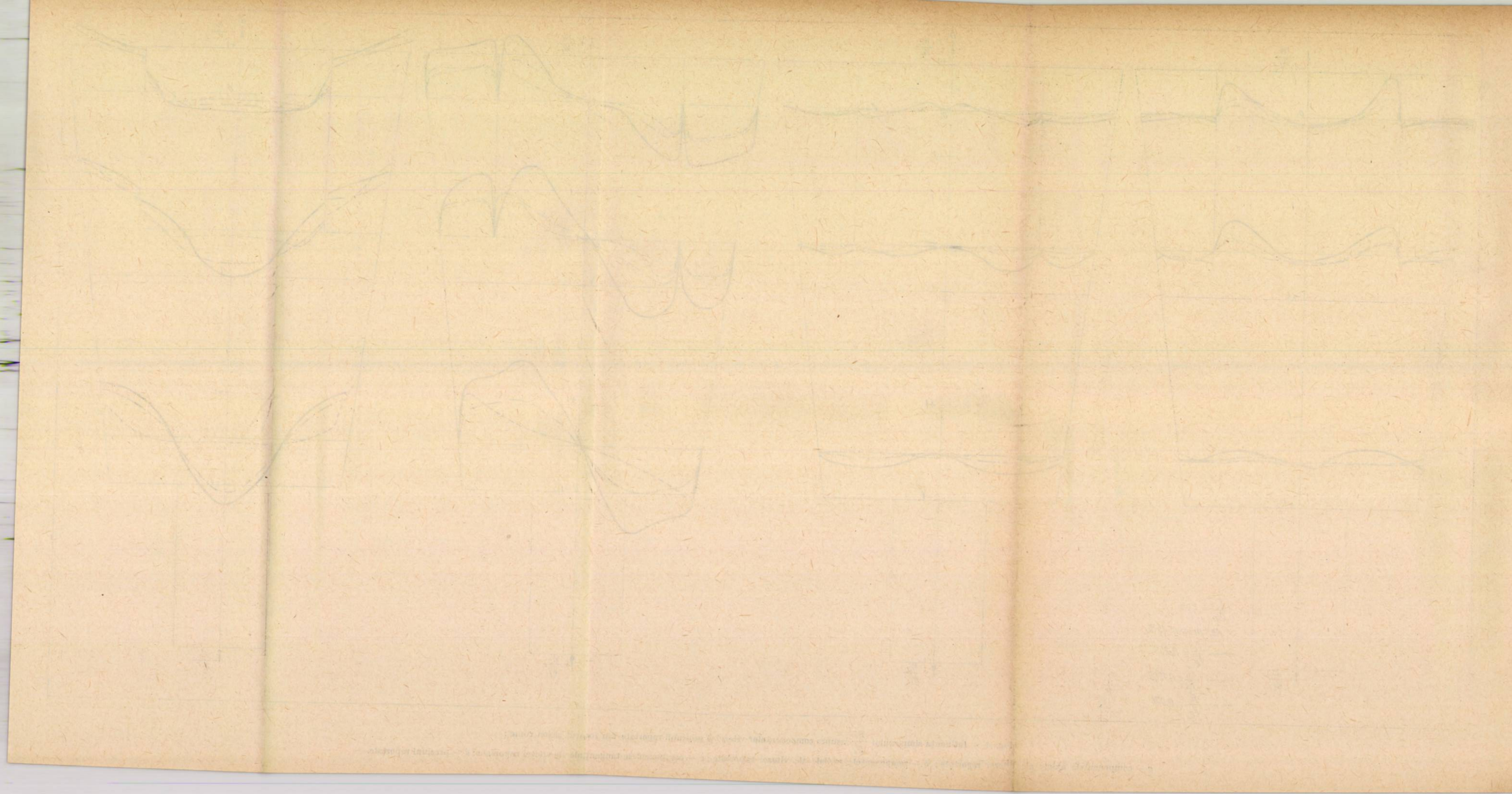


Fig. 4. — Influența simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ asupra componentelor vitezei și presiunii raportate din focarul ciclon conic:

a — componentele axiale ale vitezei raportate; *b* — componentele radiale ale vitezei raportate; *c* — componentele tangențiale ale vitezei raportate; *d* — presiuni raportate.



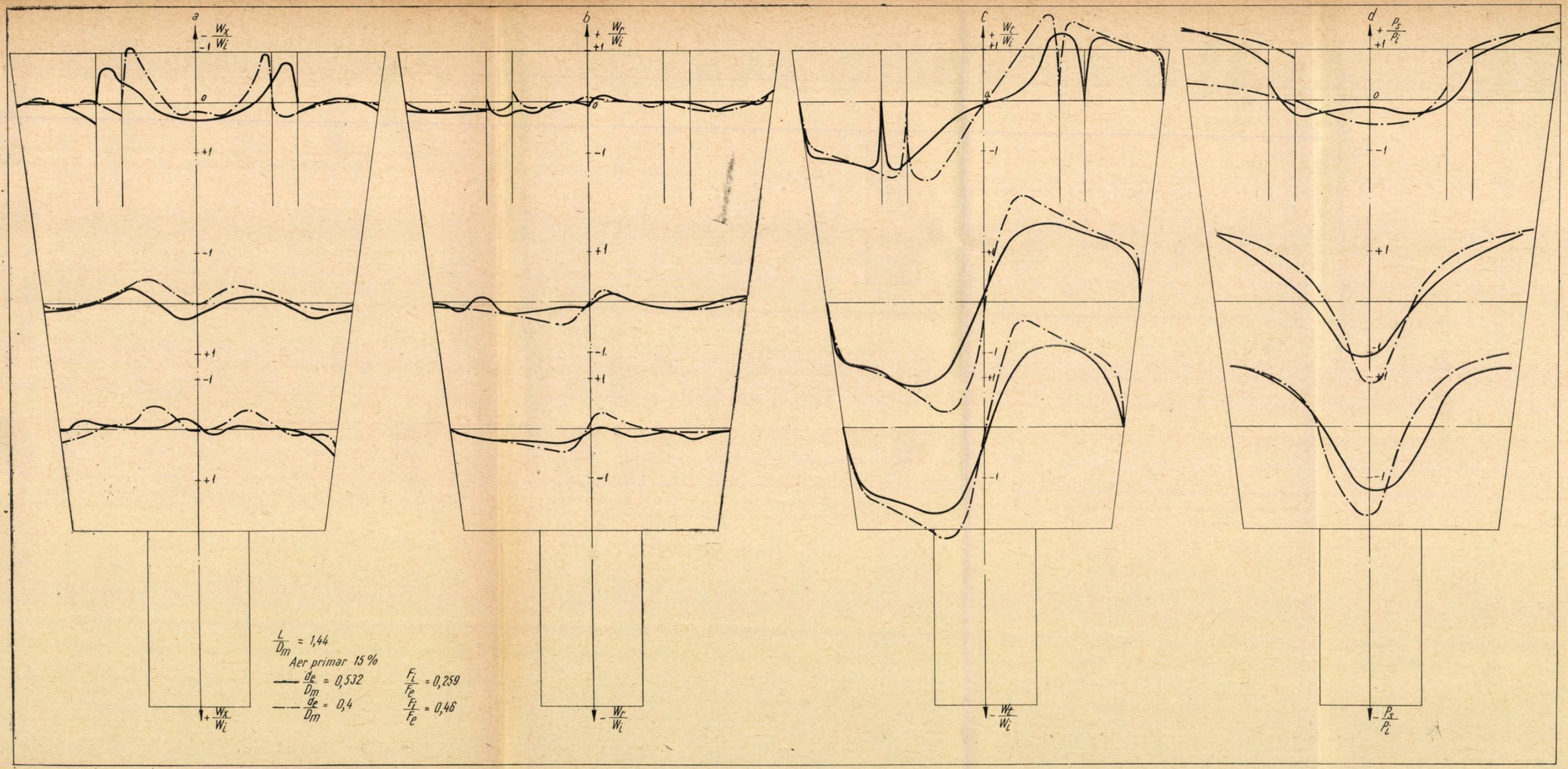
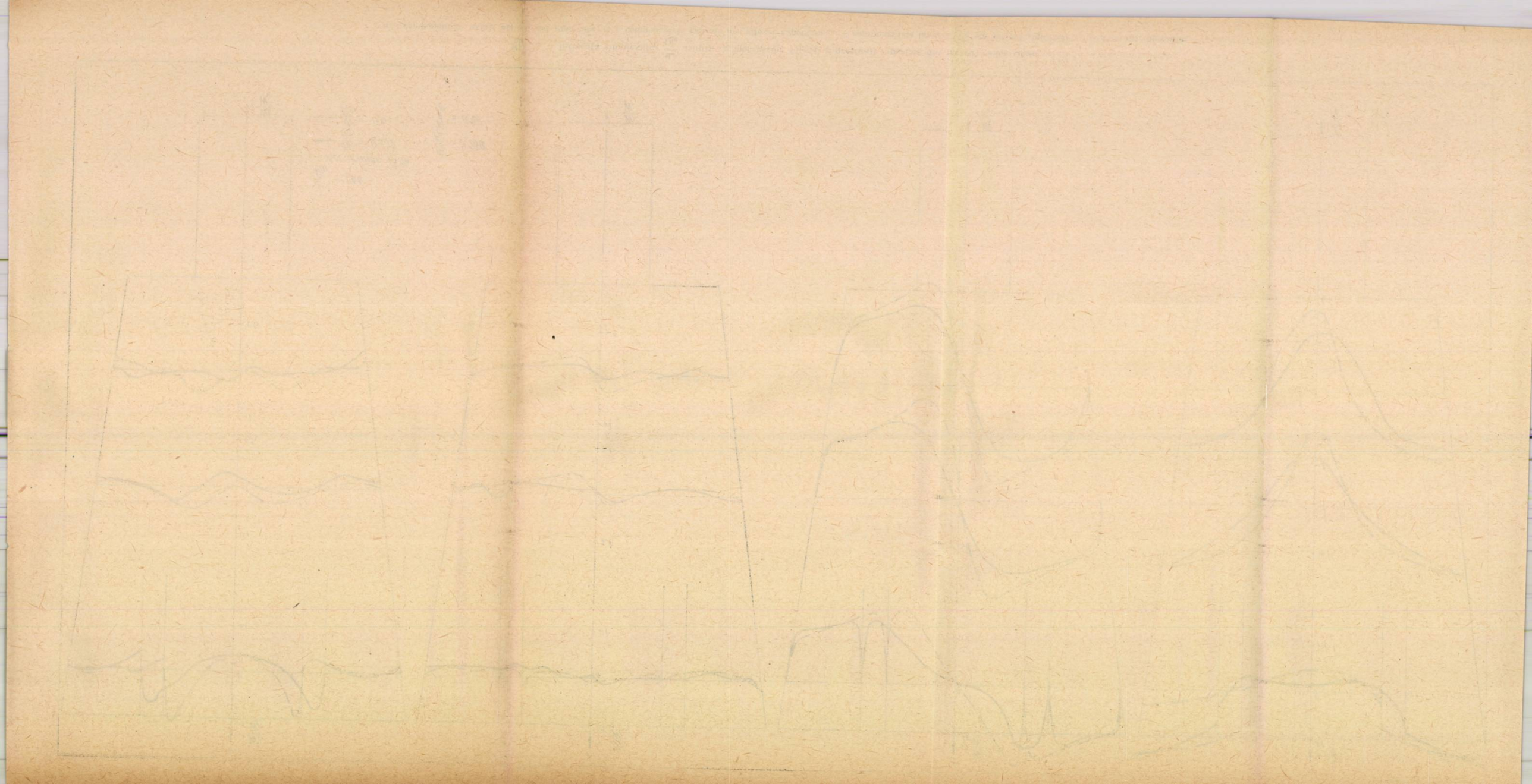


Fig. 5. — Influența simplexului $\frac{d_e}{D_m}$ asupra componentelor vitezei și presiunii raportate din focarul ciclon conic:

a — componentele axiale ale vitezei raportate; *b* — componentele radiale aie vitezei raportate; *c* — componentele tangențiale ale vitezei raportate; *d* — presiuni raportate.



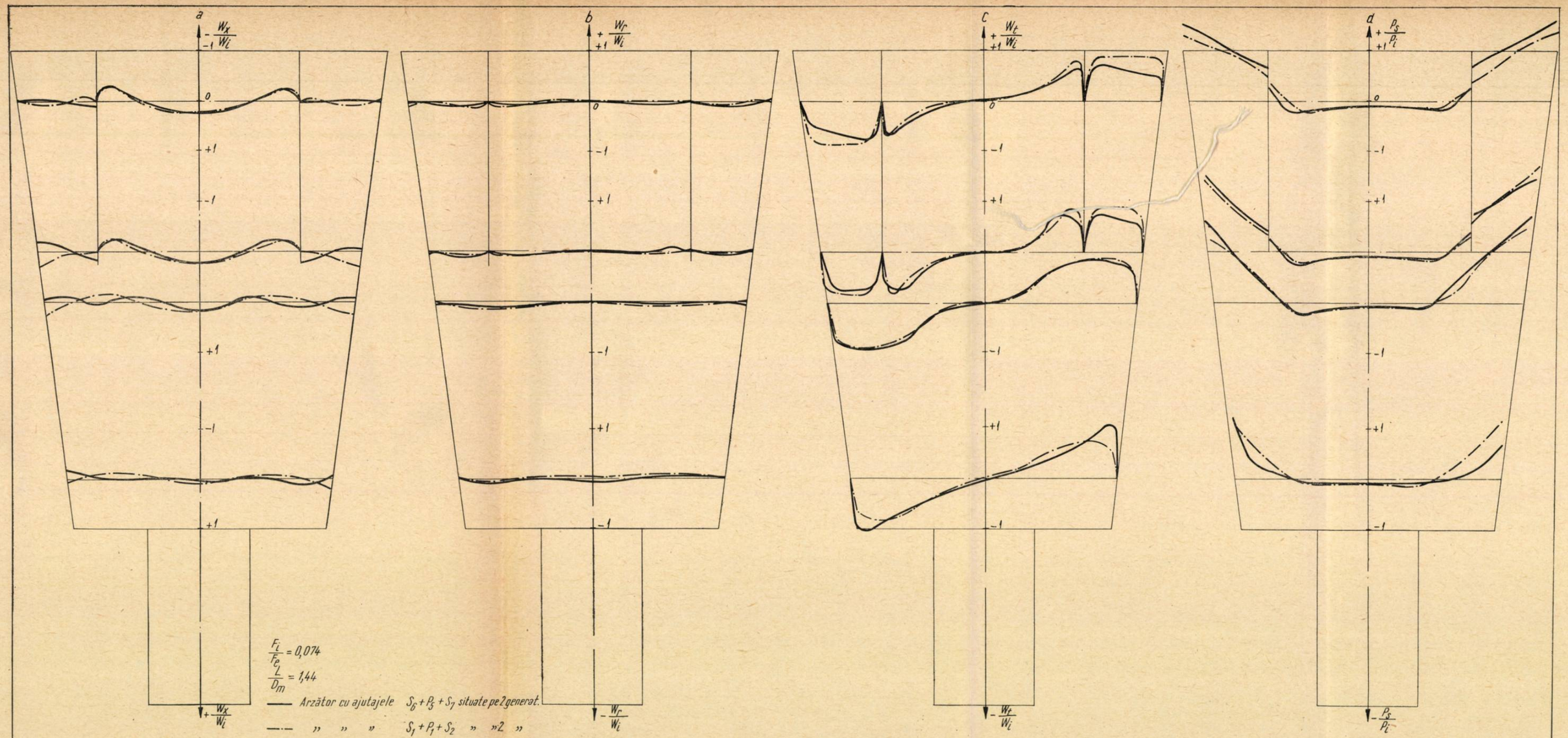
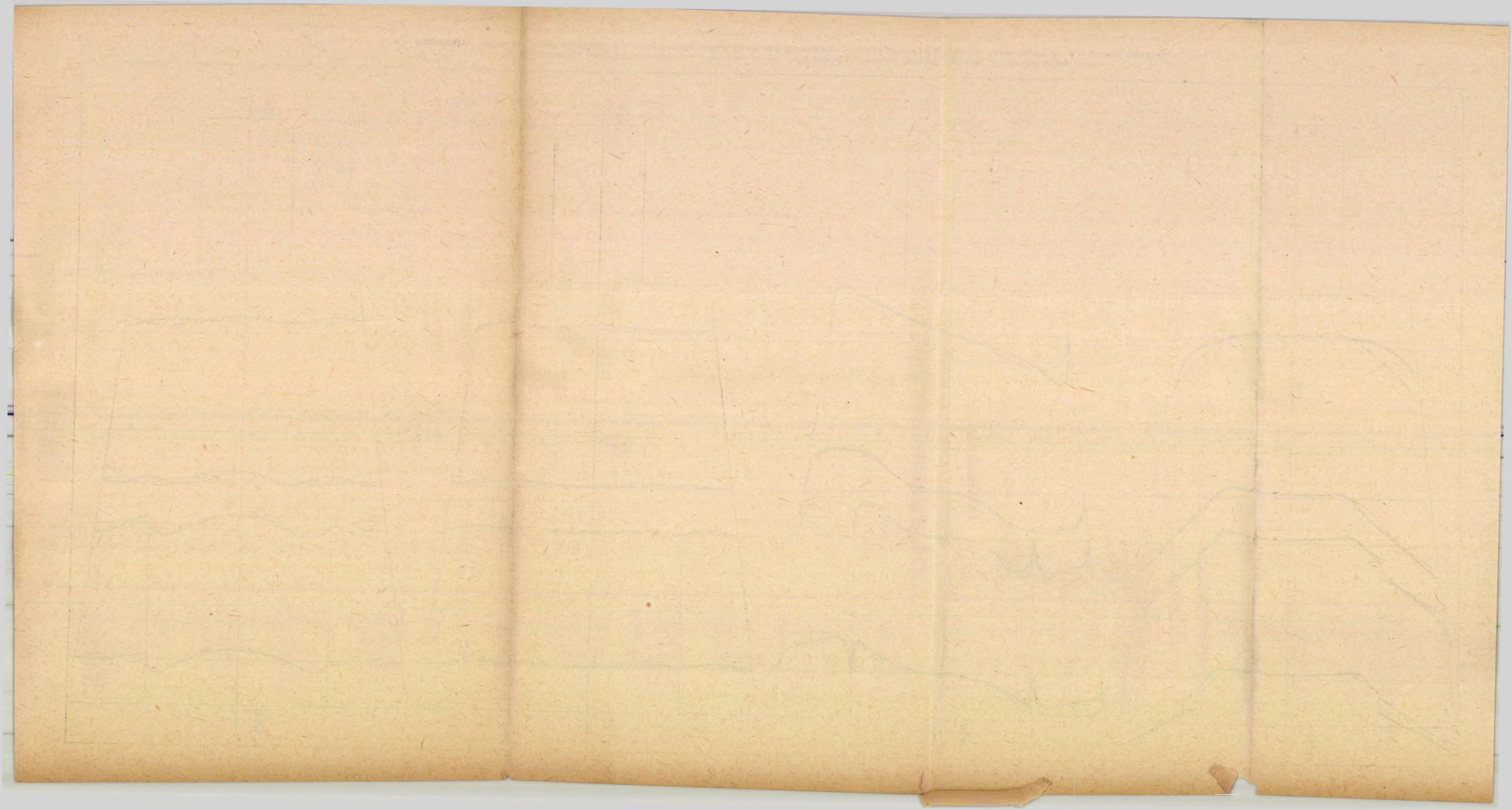


Fig. 6 — Influența poziției arzătoarelor pe generatoare asupra componentelor vitezei și presiunii raportate din focarul ciclon conic:
a **— componentele axiale ale vitezei raportate;** *b* **— componentele radiale ale vitezei raportate;** *c* **— componentele tangențiale ale vitezei raportate;** *d* **— presiuni raportate.**



Pe lîngă influența pe care o exercită simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ ca variație a simplexului $\frac{d_e}{D_m}$ (variația diametrului de ieșire „d_e" modifică secțiunea de ieșire „F_e", deci și simplexul F_i/F_e); la creșterea simplexului $\frac{d_e}{D_m}$ suprafețele caracteristice se deplasează spre periferie, mărindu-se astfel unghiul acestor suprafețe.

Cele mai importante modificări ale fluxului sînt înregistrate în zona ajutajului de ieșire. Astfel, cu creșterea simplexului $\frac{d_e}{D_m}$ crește secțiunea turbionului central invers în zona de ieșire și se micșorează vitezele axiale de ieșire (fig. 5 *a*). Scăderea simplexului $\frac{d_e}{D_m}$ conduce la o scădere a vitezelor axiale cu turbionul central invers, conducînd astfel la o scădere a stabilității funcționale a focarului (fig. 5 *c*) în domeniul cvasisolid ; La scăderea simplexului $\frac{d_e}{D_m}$ are loc o sensibilă creștere a depresiunii în zona centrală a focarului (fig. 5 *d*).

5.2.3. Întrucît simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ are o mare influență asupra regimului de curgere din interiorul focarului ciclon conic, s-a urmărit influența poziției arzătoarelor pe generatoare asupra fluxului din focarul ciclon conic. În figura 6 se prezintă comparativ structura fluxului în focarul ciclon conic în cazul funcționării acestuia cu ajutajele $S_1 + P_1 + S_2$, respectiv $S_6 + P_5 + S_7$ situate pe două generatoare (vezi fig. 1).

Deplasarea ajutajelor de la poziția superioară ($S_1 + P_1 + S_2$) spre poziția inferioară ($S_6 + P_5 + S_7$) atrage după sine, pe lîngă modificarea fluxului și modificarea caracteristicii geometrice „A", prin modificarea mărimii R_i (variația de la $R_{i\max}$ pînă la $R_{i\min}$) funcție de conicitatea focarului ciclon. În ceea ce privește modificarea fluxului, spectrul componentelor axiale ale vitezei (fig. 6 *a*) arată că la trecerea ajutajelor de insuflare a aerului de la $R_{i\max}$ la $R_{i\min}$ se produce o inversare a turbionului periferic în tot volumul focarului. Totodată, se înregistrează o mărire a componentelor tangențiale ale vitezei (fig. 6 *c*) ca urmare a inversării sensului de scădere a coeficientului de conservare a acestor componente. La deplasarea ajutajelor de insuflare a aerului spre $R_{i\min}$ se deplasează spre periferie suprafețele caracteristice în volumul focarului, iar în zona gurii de insuflare acestea sînt deplasate spre centru. Prin deplasarea ajutajelor de insuflare a aerului spre partea inferioară a focarului se modifică caracteristica geometrică a camerei care ar conduce la o creștere a presiunii de insuflare.

Experiența arată însă că, paralel cu această modificare, apare și o modificare a structurii generale a curgerii, care scade sensibil presiunea de insuflarea necesară, făcînd din această variantă o soluție tehnică avan-

tajoasă din punctul de vedere al presiunii de insuflare necesare, însă dezavantajoasă din punctul de vedere al folosirii integrale a volumului focarului prin reducerea mărimii componentelor tangenţiale ale vitezei care conduce corespunzător la scăderea schimbului de masă şi la scăderea gradului de separare a suspensiei solide în interiorul focarului.

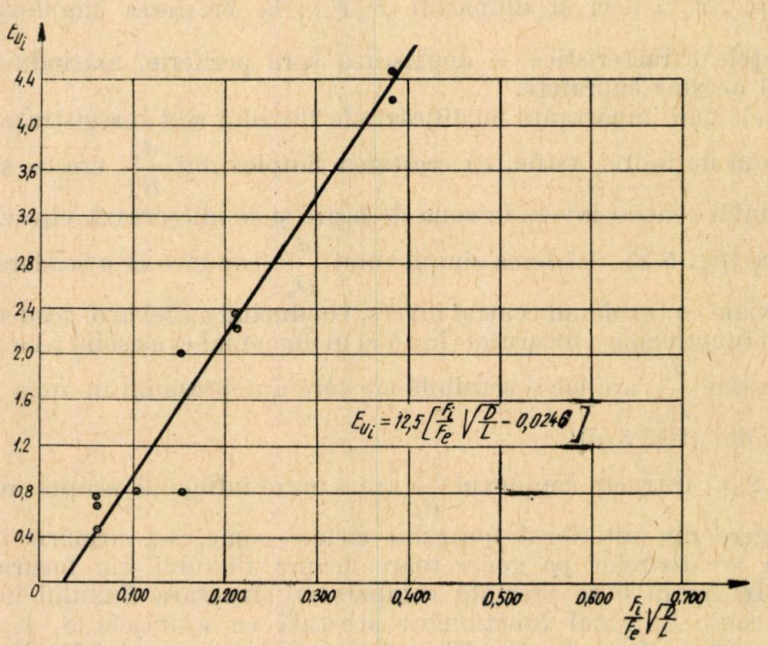


Fig. 7. — Variaţia criteriului Euler raportat la secţiunea de intrare Eu_i funcţie de variaţia simplexurilor $\frac{F_i}{F_e}$ şi $\frac{L}{D_m}$.

6. În vederea efectuării unor antecalcule referitoare la regimul hidrodinamic al focarului ciclon conic, s-au determinat relaţiile criteriale dintre simplexurile geometrice şi criteriile de similitudine în conformitate cu ecuaţiile (4), (5), (6).

Cercetările efectuate conduc la o dependenţă între simplexurile geometrice $\frac{L}{D_m}$ şi $\frac{F_i}{F_e}$ şi criteriul Euler raportat la secţiunea de intrare definită de relaţia (8)

$$Eu_i \simeq 12,5\left(\frac{F_i}{F_e}\sqrt{\frac{D_m}{L}} - 0,0246\right) \qquad (8)$$

Reprezentarea grafică a relaţiei (8) în coordonate Eu_i, $\frac{F_i}{F_e}\sqrt{\frac{D_m}{L}}$ este prezentată în figura 7.

În conformitate cu rezultatele obținute, variația criteriului Euler, raportat la secțiunea de intrare, este practic independentă de alți parametri geometrici și funcționali (numărul generatoarelor de insuflare a aerului, configurația capacelor, cantitatea de aer primar etc.).

A fost determinată de asemenea influența simplexurilor geometrice

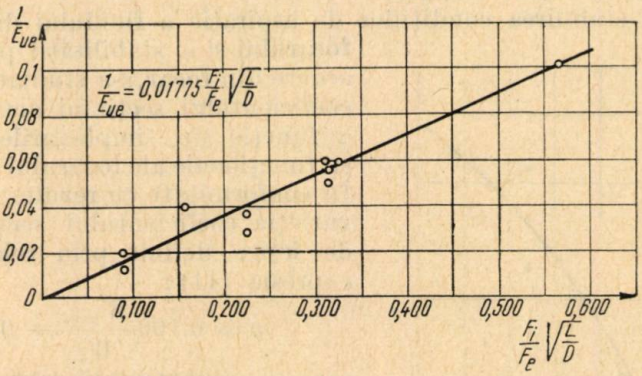


Fig. 8. — Variația criteriului Euler raportat la secțiunea de ieșire Eu_e funcție de variația simplexurilor $\frac{F_i}{F_e}$ și $\frac{L}{D_m}$.

asupra criteriului Euler raportat la secțiunea de ieșire, obținîndu-se relația (9):

$$\frac{1}{Eu_e} \simeq 0{,}01775 \frac{F_i}{F_e}\sqrt{\frac{L}{D_m}} \tag{9}$$

În figura 8 este reprezentată grafic relația (9) în coordonate $\frac{1}{Eu_e}, \frac{F_i}{F_e}\sqrt{\frac{L}{D_m}}$.

Ca și în cazul relației (8), criteriul Euler raportat la secțiunea de ieșire este practic independent de alte caracteristici geometrice sau funcționale.

Din examinarea relațiilor (8) și (9) este de observat faptul că simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ exercită o influență cu mult mai mare decît simplexul $\frac{L}{D_m}$, ultimul intervenind în expresiile criteriilor Eu_i, respectiv Eu_e la puterea 1/2.

Influența simplexurilor geometrice se manifestă de asemenea asupra variației vitezei tangențiale raportate maxime în conformitate cu relația (10):

$$\frac{W_{t\max}}{W_i} \simeq 3{,}3\left(\frac{F_i}{F_e}\right)^{0{,}49} \tag{10}$$

Relaţia (10) este reprezentată grafic în figura 9.

Relaţia 10 şi figura 9 pun în evidenţă dependenţa criteriului $\frac{W_{t\max}}{W_i}$ numai de simplexul geometric $\frac{F_i}{F_e}$, celelalte simplexuri studiate, neinfluenţînd practic acest criteriu.

Pentru stabilirea condiţiilor de aspiraţie a fluidului din exteriorul focarului şi a stabilităţii procesului de ardere din focar, s-a studiat dependenţa coeficientului secţiunii active de ieşire φ funcţie de simplexurile geometrice şi funcţionale ale focarului ciclon conic. În conformitate cu rezultatele obţinute, variaţia coeficientului secţiunii active de ieşire definit prin relaţia (2) are expresia (11):

$$\varphi \simeq 0{,}100 \frac{W_{t\max}}{W_i} + 0{,}485, \qquad (11)$$

care este reprezentată grafic în figura 10.

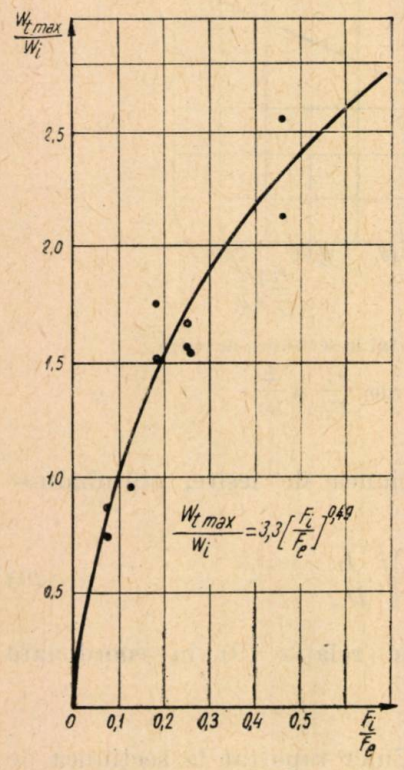


Fig. 9. — Variaţia vitezei tangenţiale maxime raportate $\frac{W_{t\max}}{W_i}$ funcţie de variaţia simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ pentru valori $\frac{L}{D_m}$

Ca şi în cazul celorlalte tipuri de focare ciclon (orizontal şi vertical) [5], [7], coeficientul secţiunii active de ieşire este funcţie numai de criteriul vitezei tangenţiale maxime raportate $W_{t\max}/W_i$.

Pierderea de presiune aferentă focarului ciclon conic repartizată în ajutajele de intrare în crearea turbioanelor şi în ajutajele de ieşire se caracterizează prin coeficientul de rezistenţă al focarului raportat la secţiunea de intrare. După cum este de aşteptat, asupa coeficientului de rezistenţă are o influenţă mare configuraţia geometrică a camerei. În acest sens, în figura 11 se prezintă influenţa configuraţiei geometrice a camerei, reprezentată prin caracteristica geometrică A, definită prin relaţia (3), asupra coeficientului de rezistenţă ζ_i.

Rezultatele cercetărilor pun în evidenţă un coeficient de rezistenţă scăzut la valori $10 < A < 20$ şi o creştere rapidă a coeficientului de rezistenţă pentru valori $4 < A < 10$. Din acest punct de vedere, focarul ciclon conic este în acest ultim domeniu similar focarului ciclon orizontal [5], [6], neprezentînd avantajele focarului ciclon vertical [7].

7. Analiza influenţei simplexurilor geometrice asupra regimului de curgere din focarul ciclon conic permite să se tragă următoarele concluzii:

— Simplexul $\frac{L}{D_m}$ caracteristică ce definește factorul de formă al focarului și condiționează configurația suprafețelor de schimb de căldură în interiorul focarului exercită o influență slabă asupra regimului de

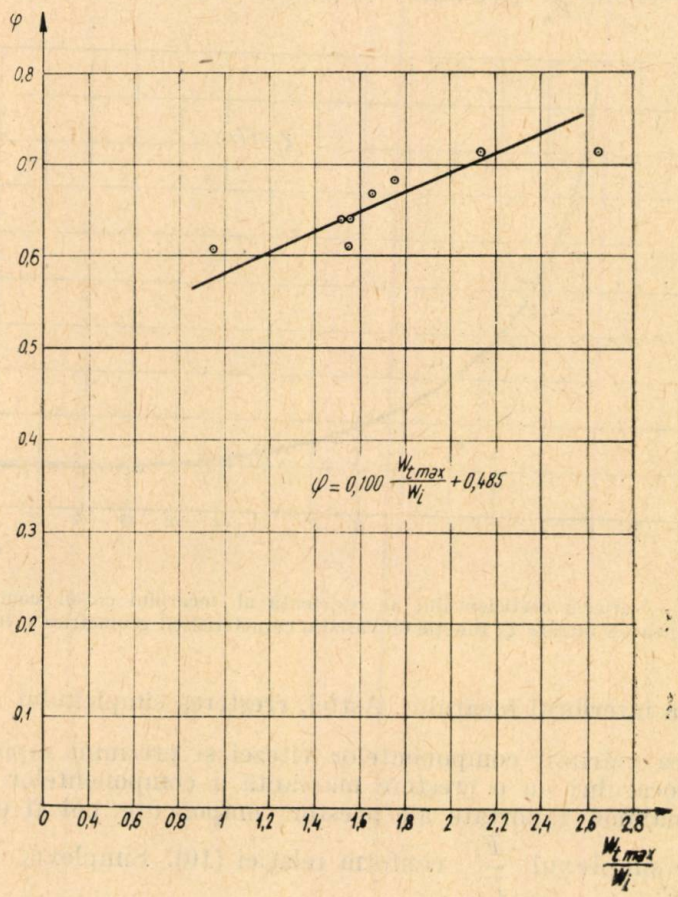


Fig. 10. — Variația coeficientului secțiunii active de ieșire φ funcție de viteza tangențială maximă raportată $\frac{W_{t\,max}}{W_i}$.

curgere. Variația simplexului $\frac{L}{D_m}$ în limitele $0{,}89 < \frac{L}{D_m} < 1{,}44$ nu aduce o modificare sensibilă a structurii generale a fluxului. Cu creșterea valorii simplexului $\frac{L}{D_m}$ crește presiunea în focar ca urmare a frecărilor. În cazul focarelor scurte, în care se resimte efectul ajutajului de ieșire cu

reducerea valorii $\frac{L}{D_m}$, poate creşte nivelul presiunilor. Simplexul $\frac{L}{D_m}$ influenţează criteriul Eu_i şi Eu_e conform relaţiilor (8) şi (9).

— Simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ influenţează în cea mai mare măsură regimul de

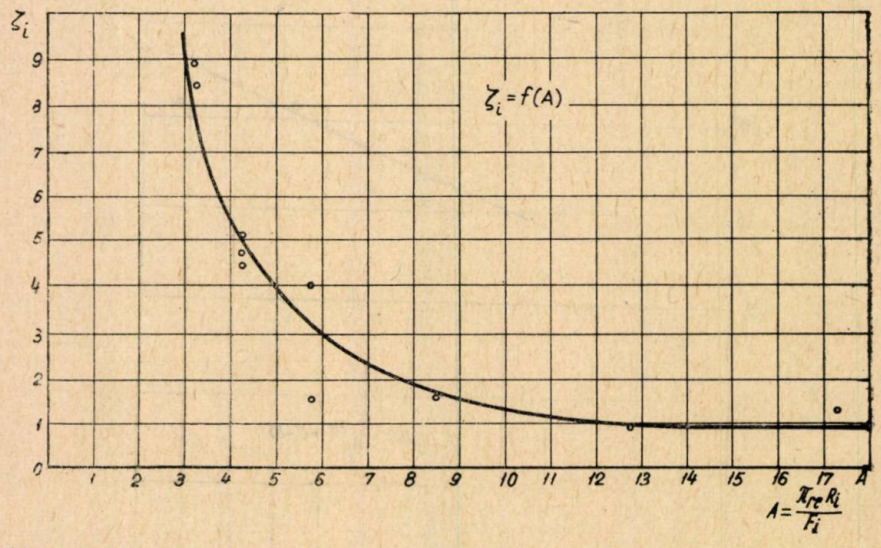


Fig. 11. — Variaţia coeficientului de rezistenţă al focarului ciclon conic raportat la secţiunea de intrare ζ_i funcţie de variaţia caracteristicii geometrice a focarului A.

curgere din interiorul focarului. Astfel, creşterea simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ conduce la creşterea mărimii componentelor vitezei şi presiunii raportate în tot volumul focarului cu o creştere marcantă a componentelor tangenţiale. Valorile maxime raportate ale acestor componente pot fi exprimate în funcţie de simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ conform relaţiei (10). Simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ influenţează de asemenea coeficientul de rezistenţă al focarului, situarea suprafeţelor caracteristice (în cazul variaţiei mărimii F_e) şi criteriile de similitudine Eu_i şi Eu_e conform relaţiilor (8) şi (9). Creşterea simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ conduce la o reducere a cantităţii de fluid aspirat din exterior şi a secţiunii turbionului central invers, contribuind astfel la o oarecare scădere a stabilităţii procesului de ardere. Avînd în vedere influenţa puternică exercitată asupra fluxului din focar, variaţia simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ poate fi folosită ca element de reglaj.

Ca urmare a conicității focarului, variația construcției ajutajelor de insuflare a aerului conduce la modificări în structura turbionului periferic și ale secțiunii sale și la modificarea coeficientului de rezistență, ca urmare a modificării caracteristicii geometrice a incintei.

— Ajutajul de ieșire constituie un puternic stabilizator, ca urmare a schimbului puternic de masă care are loc în interiorul său. În cazul vitezelor mari de insuflare, devine caracteristic un schimb de masă intens realizat în direcție radială.

Alungirea ajutajului de ieșire conduce la mărirea coeficientului de rezistență a ciclonului conic. Prezența ajutajului de ieșire contribuie la creșterea gradului de separare a suspensiei solide și la intrarea fluxului în volumul focarului. În secțiunea de ieșire a acestui ajutaj ia naștere turbionul central invers de rază r_ω, evacuarea fluidului din focar efectuîndu-se printr-o secțiune inelară caracterizată prin coeficientul secțiunii active φ, definit prin relația (2) și determinat de valoarea maximă a componentelor tangențiale ale vitezei raportate conform relației (11).

— Coeficientul de rezistență al focarului este determinat în cea mai mare măsură de caracteristica geometrică „A", definită de relația (3). Focarul ciclon conic este avantajos din punctul de vedere al acestei dependențe în domeniul $10 < A < 20$, cînd se comportă ca un focar ciclon vertical. Pentru domeniul $4 < A < 10$ focarul ciclon conic se comportă similar unui focar ciclon orizontal.

Relațiile de calcul stabilite în lucrare pot fi folosite la calculul modelelor de focar ciclon, la funcționarea izotermică, monofazică. Pentru calculul focarelor propriu-zise este necesar să se facă corecțiile necesare introduse de pierderea de energie aferentă transportului fazei solide și, respectiv, de neizotermicitatea procesului.

Primit la redactie la 1 octombrie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. Ковбасюк С. А., *Аэродинамика в циклонной конической камере*. Теплоэнергетика, *6*, 30—35 (1958).
2. Кнорре Г. Ф., Наджаров А. М., *Циклонные топки*, Госэнергоиздат, М-Л. (1958).
3. Якубов Б. К., *Обобщение аэродинамических закономерностей циклонных камер*, Известия АН Каз. ССР, *12*, 105—119 (1957).
4. N. Păoiu, I. Carabogdan, G. Singer, C. Crăciuneanu, *Cercetări în domeniul arderii combustibililor solizi în focare ciclon*. St. cerc. energ., seria B. **2**, 277—285 (1963).
5. N. Păoiu, I. Carabogdan, G. Singer, C. Crăciuneanu, *Interdependența parametrilor geometrici și funcționali la modelarea izotermică monofazică a focarului ciclon orizontal*, St. cerc. energ., electr., *3*, 609—627 (1964).
6. N. Păoiu, I. Carabogdan, G. Singer, C. Crăciuneanu, *Kriterielle Abhängigkeit geometrische simplex- Betriebsparameter für die Strömungsmodellierung des Horizontalzyklons*, Rev. Rom. Sci. techn. Série Electrotechnique et Energétique, *1*, 165 — —175 (1965)
7. N. Păoiu, I. Carabogdan, G. Singer, C. Crăciuneanu, *Interdependența dintre simplexurile geometrice și regimul de curgere în cazul modelării izotermice monofazice a focarului ciclon vertical*, St. cerc. de energ., electr., *4* (1965).

LUNGIMEA FLĂCĂRILOR DIFUZIVE DESCHISE ÎN CAZUL JETURILOR ÎN ECHICURENT ȘI CONTRACURENT

DE

D. GRECOV și I. IORDACHE

622.61

Analiza cîmpurilor de viteze și concentrații în flăcările în jeturi coaxiale în echicurent și contracurent a permis deducerea unor formule simple de calcul pentru determinarea lungimii acestor flăcări.

Datele experimentale obținute pentru flăcările de gaz metan concordă cu suficientă aproximație cu cele teoretice, deduse cu ajutorul formulelor de calcul.

În acest caz se observă că lungimile flăcărilor sînt automodelate în raport cu parametrii adimensionali m^2 $(\overline{R}_2^2 - 1)$ pentru jeturile în echicurent și $\overline{R}_2 m$ pentru jeturile în contracurent.

1. INTRODUCERE

Lungimea flăcărilor difuzive reprezintă una dintre caracteristicile de bază ale acestora, ea avînd o importanță deosebită în buna desfășurare a proceselor tehnologice din spațiul de lucru al cuptoarelor industriale.

Problemele legate de determinarea lungimii flăcărilor difuzive au făcut obiectul a numeroase cercetări teoretice și experimentale [1] [2] [3], în general aceste cercetări ocupîndu-se de flăcările difuzive în jet liber.

Astfel, în [1] se prezintă o formulă care permite determinarea lungimii flăcărilor difuziv turbulente în cazul jeturilor libere, în funcție de diametrul ajutajului de ieșire a gazelor și de caracteristicile fizice ale combustibilului gazos.

Relația de calcul propusă în [1] este valabilă numai pentru cazul flăcărilor difuziv turbulente în jet liber de gaze, și în special pentru diametre mici ale ajutajelor de gaze, la care există o plajă mare a vitezelor de ieșire pentru care lungimea flăcării este independentă de viteza de ieșire a gazelor din ajutaj.

St. cerc. energ. electr. Tom 16 Nr. 1 p. 139–148 București 1966

Experimentările efectuate pentru diametre mici $d_0 < 4$ mm [1], [2] au arătat că în cazul flăcărilor difuzive laminare și de tranziție în jet liber, pentru același diametru al ajutajului de ieșire lungimea flăcării crește o dată cu creșterea vitezei de ieșire a gazelor combustibile din ajutaj u_0, prezentînd un maxim la sfîrșitul zonei regimului de tranziție, după care are loc o ușoară scădere în regimul turbulent, urmînd apoi un palier în care lungimea flăcării este practic constantă.

Datele experiementale prezentate de [2], [4] pentru flăcări difuzive deschise în jeturi libere de gaze arată că în cazul ajutajelor de diametre mari plaja vitezelor de ieșire a gazelor pentru care lungimea flăcării este constantă se îngustează o dată cu creșterea diametrelor ajutajului, la diametre mai mari de 15 mm observîndu-se o creștere continuă a lungimii flăcării cu mărirea vitezei de ieșire a gazelor u_0.

De asemenea experimentările efectuate de autori au arătat că, pentru viteze apropiate de viteza de ieșire a gazelor la care flacăra se rupe u_{0r}, lungimea flăcării difuziv turbulente prezintă o scădere față de lungimea flăcării turbulente deduse conform [1].

Pentru determinarea lungimii flăcărilor difuzive în jet liber de gaze poate fi utilizată formula de calcul propusă în [1], introducîndu-se însă un factor de corecție K care să țină seama de variația lungimii flăcării în funcție de variația vitezei de ieșire a gazelor.

În acest caz, lungimea flăcărilor difuzive deschise în jeturi libere de gaze se poate calcula cu ajutorul expresiei

$$h_f = K h_{0f}, \qquad (1)$$

în care h_{0f} reprezintă lungimea flăcării difuzive turbulentă deschise, dedusă cu ajutorul formulei propuse în [1] și care este independentă de viteza de ieșire a gazelor din ajutaj.

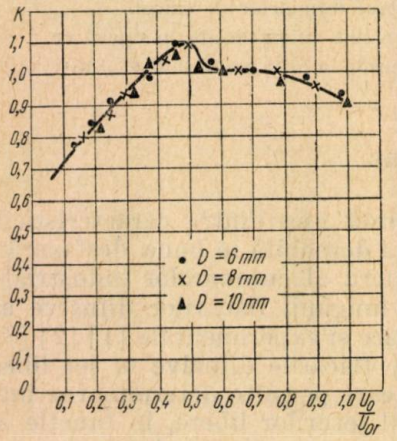


Fig. 1. — Variația coeficientului K în funcție de raportul $\frac{u_0}{u_{0r}}$.

Valoarea coeficientului K depinde de variația vitezei de ieșire a gazelor din ajutaj, fiind egală cu unitatea pentru plaja vitezelor de ieșire în care lungimea flăcării este constantă în raport cu viteza.

Experimentările efectuate pentru flăcările difuzive deschise în jeturi libere de gaz metan pentru diametrele ajutajelor de 6, 8 și 10 mm au permis determinarea variației coeficientului K în funcție de raportul $\frac{u_0}{u_{0r}}$, dintre viteza de ieșire a gazelor din ajutaj u_0 și viteza de rupere a flăcării u_{0r}, corespunzătoare diametrelor respective.

Din figura 1 se observă că valoarea coeficientului K are o creștere aproape liniară în domeniul $\frac{u_0}{u_{0r}} = 0{,}1 - 0{,}4$, avînd un maxim pentru $\frac{u_0}{u_{0r}} \simeq 0{,}5$,

după care cade brusc la o valoare egală cu unitatea, valoare care se menține în regiunea $\frac{u_0}{u_{0r}} = 0{,}55 - 0{,}80$. În continuare, valoarea coeficientului K are o ușoară scădere pe măsură ce se apropie de viteza de rupere a flăcării corespunzătoare raportului $\frac{u_0}{u_{0r}} = 1$.

Problemele legate de determinarea lungimii flăcărilor difuzive deschise în jeturi coaxiale gaze-aer în echicurent și contracurent, deși au o importanță deosebită pentru studiul flăcărilor din cuptoarele tehnologice, sînt slab reflectate în literatura de specialitate, în prezenta lucrare căutîndu-se a se analiza factorii care influențează asupra lungimii flăcării, precum și obținerea unor formule de calcul care să permită determinarea lungimii acestor flăcări.

2. LUNGIMEA FLĂCĂRILOR DIFUZIVE DESCHISE ÎN JETURI COAXIALE GAZE-AER ÎN ECHICURENT

Lungimea flăcărilor difuzive deschise în jeturi coaxiale gaze-aer în echicurent poate fi determinată teoretic dacă se cunoaște locul în axul jetului în care se realizează concentrația stoechiometrică, fapt care necesită cunoașterea funcțiilor de repartiție a vitezelor și concentrațiilor în secțiunea jetului și modul de variație a cîmpurilor respective în lungul jetului de gaze combustibile.

Pentru stabilirea cîmpului de viteze și a modului de variație a acestuia în lungul jetului de gaze combustibile, se consideră conform [5] că jetul compus este format din două jeturi din care jetul de combustibil va fi caracterizat prin excesul de viteză $u - u_2$ (comportîndu-se ca un jet liber), iar jetul de aer caracterizîndu-se prin viteza u_2.

Pe baza acestei ipoteze, în [6] se determină expresia cîmpului de viteze în jetul de gaze combustibile, care are forma

$$u = \frac{u_{01} R_1}{ax} \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho_m}} \sqrt{1 + K_1 \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2 (\overline{R}_2^2 - 1)} \frac{F'(\varphi)}{\varphi}, \qquad (2)$$

în care

u_{01} este viteza inițială a jetului de gaze combustibile,

m — raportul dintre viteza inițială a jetului de aer u_{02} și viteza inițială a jetului de combustibil u_{01}; $\left(m = \frac{u_{01}}{u_{02}}\right)$,

R_1 — raza ajutajului de ieșire a gazelor,

$\overline{R}_2$ — raportul dintre raza ajutajului de aer R_2 și cea a ajutajului de gaze combustibile R_1; $\left(\overline{R}_2 = \frac{R_2}{R_1}\right)$,

a — coeficientul de structură a jetului.

x — distanța de la polul jetului pînă la secțiunea în care se analizează cîmpul de viteze,

ρ_{01} — densitatea iniţială a jetului de combustibil,
ρ_{02} — densitatea aerului,
ρ_m — densitatea amestecului gaze-aer în secţiunea considerată,
K_1 — coeficientul de influenţă mutuală a celor două jeturi,
$\frac{F'_{(\varphi)}}{\varphi}$ — funcţia de repartiţie a vitezelor într-o secţiune din zona de bază a jetului $\left[\varphi = \frac{y}{ax}\right]$.

Se observă că valorile vitezelor sînt influenţate direct de raportul diametrelor celor două ajutaje coaxiale, precum şi de raportul vitezelor iniţiale ale aerului u_{02} şi gazului combustibil u_{01}.

Pentru obţinerea funcţiei care exprimă variaţia cîmpului de concentraţii de combustibil în lungul jetului de gaz se porneşte de la o repartiţie afină a cîmpului de concentraţii în orice secţiune a zonei de bază a jetului

$$\frac{\chi}{\chi_m} = \left[\frac{F'(\varphi)}{\varphi}\right]^{\sigma}, \tag{3}$$

în care

χ reprezintă valorile concentraţiei de gaze într-o secţiune din zona de bază a jetului de gaze,
χ_m — concentraţia în lungul axului jetului de gaze,
σ — exponent care poate varia între 0,5 şi 1.

Pentru stabilirea variaţiei concentraţiei în lungul axului jetului de gaze combustibile se porneşte de la ecuaţia conservării masei de combustibil, care are expresia

$$\frac{1}{T_f} \cdot 2\pi \int_0^{\infty} \chi u y dy = \frac{1}{\alpha T_0} \pi R_1^2 u_{01} \chi_0, \tag{4}$$

în care

T_f reprezintă temperatura flăcării ($^\circ K$),
T_0 — temperatura iniţială a jetului de combustibil ($^\circ K$),
α — raportul dintre numărul iniţial de moli şi numărul de moli rezultat din reacţie,
χ_0 — concentraţia iniţială a jetului de combustibil.

Introducînd relaţiile (2) şi (3) în (4), după unele trasformări se obţine variaţia concentraţiei în lungul axului jetului, care este dată de expresia

$$\chi_m = \frac{\chi_0 \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho_{01}} \frac{T_f}{\alpha T_0}}}{B \sqrt{1 + K_1 \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2 (\overline{R}_2^2 - 1)}} \cdot \frac{1}{a\overline{x}}, \tag{5}$$

unde

$$\bar{x} = \frac{x}{R_1}$$

$$B = \int_0^\infty 2\left[\frac{F'(\varphi)}{\varphi}\right]^{1+\sigma} \varphi d\varphi.$$

Dacă se adoptă conform [5] [7] $\frac{F'(\varphi)}{\varphi} = e^{-0,5\varphi^2}$ și se ia conform [5] $\sigma = 0,75$, atunci valoarea integralei este aproximativ egală cu unitatea ($B \simeq 1$).

Pentru determinarea lungimii flăcării se caută locul în axul jetului în care concentrația este egală cu concetrația stoechiometrică. În această situație din ecuația (5) se obține

$$\bar{x} = \frac{\chi_0 \sqrt{\frac{\rho_{st}}{\rho_{01}} \frac{T_f}{\alpha T_0}}}{a\chi_{st} \sqrt{1 + K_1 \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2(\bar{R}_2^2 - 1)}}, \tag{6}$$

în care

χ_{st} reprezintă concentrația stoechiometrică,

ρ_{st} — densitatea amestecului stoechiometric gaze-aer.

Se observă că expresia (6) în cazul în care $m = 0$ (cazul jetului liber), conduce la formula dedusă în [1] pentru determinarea lungimii flăcărilor difuziv turbulente deschise în jeturi libere.

Dacă se notează lungimea flăcării difuziv turbulente în jet liber, raportată la raza ajutajului R_1, cu $\bar{h}_{0f}$ $\left(\text{conform [1] } \bar{h}_{0f} = \frac{\chi_0 \frac{T_f}{\alpha T_0} \sqrt{\frac{\rho_{st}}{\rho_{01}}}}{a\chi_{st}}\right)$, și se ține seama de realația (1), atunci expresia lungimii flăcării difuzive deschise în jeturi coaxiale aer-gaze în echicurent capătă forma

$$\bar{h}_f = \frac{K\bar{h}_{0f}}{\sqrt{1 + K_1 \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2(\bar{R}_2^2 - 1)}}. \tag{7}$$

Din analiza formulei (7) se constată că lungimea flăcării este influențată direct de parametrul adimensional m^2 $(\bar{R}_2^2 - 1)$, față de care lungimea flăcării raportată la raza ajutajului de ieșire a gazului R_1 este automodelată.

În ceea ce privește raportul $m = \frac{u_{02}}{u_{01}}$ conform [6], acesta nu poate lua valori decît în cadrul limitelor domeniului de stabilitate, pentru fiecare raport $\bar{R}_2$ existînd o valoare limită a vitezei inițiale a aerului $(u_{02})_{lim}$, pentru care flacăra se rupe oricare ar fi viteza inițială a gazului u_{01}.

Pentru verificarea valabilităţii formulei (7) s-au făcut experimentări asupra lungimii flăcărilor difuzive deschise de gaz metan în jet în echicurent cu jetul de aer, pentru diferite rapoarte m şi $\overline{R}_2$. Experimentările au fost făcute pentru următoarele rapoarte ale diametrelor ajutajelor de

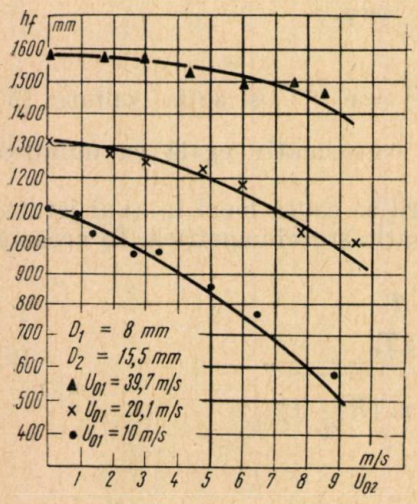


Fig. 2. — Variaţia lungimii flăcării în funcţie de viteza iniţială a aerului u_{02}, pentru $\frac{D_2}{D_1} = \frac{15,5}{8}$.

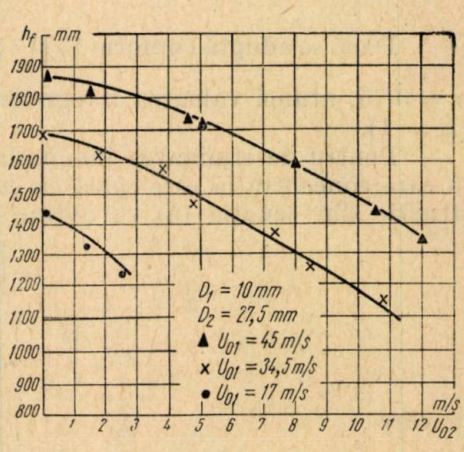


Fig. 3. — Variaţia lungimii flăcării în funcţie de viteza iniţială a aerului u_{02}, pentru $\frac{D_2}{D_1} = \frac{27,5}{10}$.

aer D_2 şi de gaze D_1: $\frac{D_2}{D_1} = \frac{15,5}{8}$, $\frac{D_2}{D_1} = \frac{27,5}{10}$ şi $\frac{D_2}{D_1} = \frac{98,5}{10}$ (diametrele sînt exprimate în mm).

Pentru raportul $m = \frac{u_{02}}{u_{01}}$ au fost luate diferite valori, ţinîndu-se însă seama de valoarea-limită a vitezei iniţiale a aerului $(u_{02})_{\text{lim}}$, precum şi de valorile inferioare şi superioare ale vitezei iniţiale ale gazului $(u'_{01})^i$ şi $(u'_{01})^s$, la care flacăra se rupe, valori date în [6].

Determinarea lungimii flăcărilor a fost făcută pe baza fotografierii acestora.

Rezultatele experimentărilor sînt prezentate în diagramele din figurile 2, 3 şi 4, în care s-a luat ca variabilă viteza iniţială a aerului u_{02}, iar ca parametru viteza iniţială a gazului metan u_{01}.

Curbele din diagramele din figurile 2, 3 şi 4 reprezintă valorile lungimii flăcării determinate cu ajutorul formulei (7), valorile experimentale fiind marcate prin puncte.

Valorile coeficientului K din relaţia (7) au fost determinate cu ajutorul diagramei din figura 1, în funcţie de vitezele u_{01} şi de diametrele D_1, care au fost experimentate.

Din analiza diagramelor din figurile 2, 3 și 4 se constată o bună concordanță între valorile lungimii flăcării obținute cu ajutorul relației (7) și pe cale experimentală, ceea ce permite să se tragă concluzia că formula de calcul (7) poate fi utilizată pentru determinarea, cu suficientă aproximație, a lungimii flăcărilor difuzive deschise în jeturi coaxiale în echicurent.

3. LUNGIMEA FLĂCĂRILOR DIFUZIVE DESCHISE ÎN JETURI COAXIALE ÎN CONTRACURENT

Ca și în cazul jeturilor în echicurent, lungimea flăcărilor difuzive deschise în jeturi coaxiale în contracurent poate fi obținută prin determinarea locului în axul jetului unde se realizează concentrația stoechiometrică.

Pentru aceasta este necesar să se cunoască variația cîmpurilor de viteze și concentrații în lungul jetului de gaze combustibile.

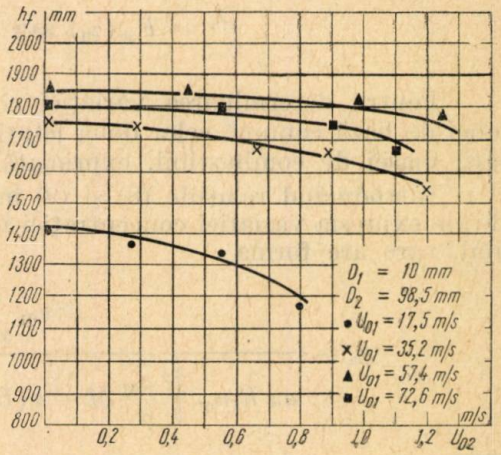


Fig. 4. — Variația lungimii flăcării în funcție de viteza inițială a aerului u_{02}, pentru $\frac{D_2}{D_1} = \frac{98,5}{10}$.

Dacă se admite aceeași ipoteză a compunerii vitezelor induse de cele două jeturi, ca și în cazul jeturilor în echicurent, atunci, conform [6], variația cîmpului de viteză în zona de bază, comună celor două jeturi în contracurent, este dată de relația

$$u = \frac{R_1 u_{01}}{ax} \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho_m}} F_1(\varphi_1) - K_1 \frac{R_2 u_{02}}{a(L-x)} \sqrt{\frac{\rho_{02}}{\rho_m}} F_1(\varphi_2), \qquad (8)$$

în care

R_1	reprezintă	raza ajutajului de ieșire a gazelor combustibile,
R_2	—	raza gurii de ieșire a jetului de aer,
u_{01}	—	viteza inițială a jetului de gaze,
u_{02}	—	viteza inițailă a jetului de aer,
a	—	coeficientul de structură al jetului,
ρ_{01}	—	densitatea inițială a jetului de gaze,
ρ_m	—	densitatea amestecului aer-gaze,
K_1	—	coeficientul de influență mutuală a celor două jeturi în contracurent,
L	—	distanța dintre gurile de ieșire a celor două jeturi,
x	—	distanța de la gura de ieșire a jetului de gaz pînă la secțiunea considerată,
ρ_{02}	—	densitatea inițială a jetului de aer,
$F_1(\varphi_1)$ și $F_1(\varphi_2)$	—	funcțiile de repartiție a vitezelor, unde $\varphi_1 = \frac{y}{ax}$ și $\varphi_2 = \frac{y}{a(L-x)}$.

Funcţia de repartiţie a cîmpului de concentraţii în zona de bază a jetului de gaze combustibile se notează cu $F_2(\varphi)$, care, în funcţie de alegerea originii mişcării în raport cu gurile de ieşire ale celor două jeturi, poate lua forma

$$\frac{\chi}{\chi_m} = F_{2a}(\varphi_1) \text{ sau } \frac{\chi}{\chi_m} = F_{2b}(\varphi_2). \tag{9}$$

Pentru determinarea variaţiei cîmpului de concentraţii în lungul zonei de bază comună celor două jeturi, se porneşte de la ecuaţia conservării masei de combustibil, exprimată prin relaţia (4).

Introducînd relaţiile (8) şi (9) în (4), după unele transformări se obţine expresia variaţiei concentraţiei în lungul axului jetului de combustibil, care are forma

$$\chi_m = \frac{R_1^2 u_{01} \frac{T_f}{\alpha T_0} \chi_0}{ax R_1 u_{01} \sqrt{\frac{\rho_{01}}{\rho_m}} M - a(L-x) K_1 R_2 u_{02} \sqrt{\frac{\rho_{02}}{\rho_m}} N}, \tag{10}$$

unde

$$M = 2\int_0^\infty F_1(\varphi_1) F_{2a}(\varphi_1) \varphi_1 \mathrm{d}\varphi_1,$$

$$N = 2\int_0^\infty F_1(\varphi_2) F_{2b}(\varphi_2) \varphi_2 \mathrm{d}\varphi_2.$$

Din formula (10), punînd condiţia $\chi_m = \chi_{st}$ şi $\rho_m = \rho_{st}$, se obţine distanţa x de la gura arzătorului de gaze pînă la locul în axul jetului unde se obţine concentraţia stoechiometrică χ_{st}, corespunzătoare lungimii flacării h_f

$$\overline{h}_f = \frac{\frac{T_f}{\alpha T_0} \chi_0 \sqrt{\frac{\rho_{st}}{\rho_{01}}} + K_1 \overline{R}_2 m a \chi_{st} \overline{L} N \sqrt{\frac{\rho_{02}}{\rho_{01}}}}{a \chi_{st} \left(M + K_1 \overline{R}_2 m \sqrt{\frac{\rho_{02}}{\rho_{01}}} N \right)}, \tag{11}$$

în care

$$\overline{h}_f = \frac{h_f}{R_1}, \quad \overline{R}_2 = \frac{R_2}{R_1}, \quad \overline{L} = \frac{L}{R_1} \text{ şi } m = \frac{u_{02}}{u_{01}}.$$

Din relaţia (11) se observă că lungimea flăcării difuzive deschise în jeturi coaxiale în contracurent depinde de parametrul adimensional $\overline{R}_2 m$ şi că în cazul în care $\overline{R}_2 m = 0$ (jetul liber) formula (11) devine identică cu expresia dedusă în [1] pentru lungimea flăcărilor difuziv turbulente în jeturi libere de gaze.

Valorile coeficienților K_1, M și N pentru cazul jetului liber ($\overline{R}_2 m = 0$) sînt egale cu unitatea, datele experimentale obținute pentru flăcări deschise de gaz metan în jeturi în contracurent arătînd că pentru valori $\overline{R}_2 m < 0{,}2$ coeficienții respectivi pot fi considerați aproximativ egali cu unitatea.

De asemenea, din datele experimentale a rezultat că pentru valori $\overline{R}_2 m > 0{,}2$ se poate ține seama de influența coeficienților K_1, M și N printr-un factor global de corecție K egal cu 0,85.

Notînd cu $\overline{h}_{0f}$ lungimea flăcării difuziv turbulente deschise în jet liber de gaze, raportată la raza ajutajului de ieșire a gazelor R_1 dedusă în [1], și ținînd seama de considerațiile de mai sus, relația (11) devine

$$\overline{h}_f = \frac{K \overline{h}_{0f} \left(1 + a \overline{L} \overline{R}_2 m \frac{\alpha T_0}{T_f} \frac{\chi_{st}}{\chi_0} \sqrt{\frac{\overline{\rho_{02}}}{\rho_{st}}}\right)}{\left(1 + \overline{R}_2 m \sqrt{\frac{\rho_{02}}{\rho_{01}}}\right)}. \tag{12}$$

Din formula (12) se observă că lungimea flăcării difuzive în jeturi în contracurent raportată la raza ajutajului de ieșire a gazului combustibil R_1 este automodelată în raport cu parametrul adimensional $\overline{R}_2 m$.

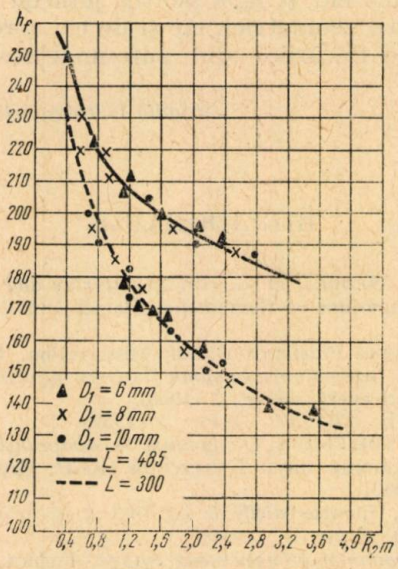


Fig. 5. — Variația lungimii raportate a flăcării în funcție de parametrul adimensional $\overline{R}_2 m$.

Experimentările efectuate pentru flăcări difuzive deschise în jeturi coaxiale în contracurent au fost făcute pentru gaz metan, pentru trei diametre ale ajutajelor de ieșire a jetului de gaze ($D_1 = 6$, 8 și 10 mm), valorile parametrului $\overline{R}_2 m$ fiind variate în limitele $\overline{R}_2 m = 0{,}2 - 4$. Pentru dis-

tanţa $\overline{L}$ dintre gurile de ieşire a celor două jeturi au fost luate două valori : $\overline{L} = 300$ şi $\overline{L} = 485$.

Rezultatele datelor experimentale asupra lungimilor raportate ale flăcărilor difuzive deschise în jeturi în contracurent sînt prezentate în diagrama din figura 5, în funcţie de parametrul $\overline{R}_2 m$.

Din analiza diagramei din figura 5, în care curbele reprezintă lungimile raportate ale flăcărilor deduse cu ajutorul relaţiei (12), iar punctele pe cele experimentale, se constată o bună concordanţă între acestea, ceea ce face posibilă utilizarea formulei (12) pentru determinarea lungimii flăcărilor difuzive deschise în jeturi coaxiale în contracurent.

4. CONCLUZII

Analiza teoretică a cîmpurilor de viteze şi concentraţii în jeturile coaxiale în echicurent şi contracurent a permis deducerea unor formule simple de calcul pentru determinarea lungimii acestor flăcări.

Datele experimentale obţinute pentru flăcările deschise de gaz metan concordă cu o suficientă aproximaţie cu valorile teoretice de calcul.

Se remarcă importanţa parametrilor adimensionali $m^2(\overline{R}_2^2 - 1)$ pentru jeturile în echicurent şi $\overline{R}_2 m$ pentru jeturile în contracurent, care ţin seama atît de factorii geometrici, cît şi de cei aerodinamici ai jeturilor, faţă de care lungimile flăcărilor sînt automodelate.

Primită la redacţie la 23 septembrie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. W. R. Hawthorn, D. S. Weddel, H. C. Hottel, *Mixing and combustion in turbulent gas jets*, Third Symposium on Combustion Flames and Explosion Phenomena, Baltimore, 1949.
2. K. Hess, *Flammenlänge und Flammenstabilität*, Dissertation, Karlsruhe, 1964.
3. D. Grecov, I. Iordache, *Determinarea lungimii flăcărilor difuziv turbulente în cazul jeturilor însoţite*, St. cerc. energ. electr., *1* (1965).
4. П. В. Левченко, И. Б. Китаев, Сталь, *3* (1952).
5. Л. А. Вулис, Т. П. Леонтьева, *О спутных и встречных турбулентных струях*, Известия Академии наук Казахской ССР, Серия Энергетика, вып. *9*, Алма-Ата, 1955.
6. D. Grecov, I. Iordache, *Caracteristicile de stabilitate a flăcărilor deschise în jeturi însoţite*, St. cerc. energ. electr. *4* (1965).
7. Г. П. Абрамович, *Теория турбулентных струй*, Гифил, Москва, 1960.

INFLUENȚA CONDIȚIILOR EXTERIOARE ASUPRA CONSUMULUI DE COMBUSTIBIL LA MOTORUL SR-211 (VARIAȚIA ALTITUDINII DE EXPLOATARE)

DE

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, ION ȘTEFAN și NICOLAE STOICA

Motoarele SR—211 tarate pentru anumiți parametri atmosferici sînt puse să funcționeze în condiții exterioare variate în special datorită înălțimii, ceea ce afectează coeficientul de umplere, randamentul efectiv și limita de detonație, adică performanțele motorului. În lucrare se face o analiză a influenței înălțimii asupra factorilor care influențează puterea și consumul specific de combustibil, arătîndu-se necesitățile de reglaj care se impun o dată cu mărirea altitudinii la care se face exploatarea.

Camioanele fabricate la Uzinele „Steagul roșu"-Brașov sînt echipate cu motorul SR-211. După cum se știe, acest motor este construit cu 8 cilindri în V, are diametrul $D = 97$ mm cursa $S = 85$ mm și dă puterea maximă la turația $n = 4\,000$ rot/min. Motorul este prevăzut cu un carburator licență Weber, iar variația avansului la declanșarea scînteii electrice este comandată prin intermediul depresiunii atît de modificarea turației, cît și de modificarea sarcinii motorului, după o lege care urmărește, la admisie plină, mai întîi limita de detonație și apoi zona avansurilor optime. Camioanele funcționează pe teritoriul țării noastre în condiții diferite de înălțime, limitele uzuale putînd fi considerate între 0 și 1 000 m, cîteodată chiar mai mult. Ca urmare a acestei diferențe de înălțime, presiunea și temperatura exterioară variază (în condițiile atmosferei standard) între $p_0 = 760$ mm Hg, $t_0 = 15°C$ și $p_{1000} = 674$ mm Hg, $t_{1000} = 8{,}5°C$.

Modificarea parametrilor mediului exterior influențează funcționarea motorului; puterea acestuia scade, iar consumul specific de combustibil crește.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 1 p. 149 — 163 București 1966

Puterea scade în principal datorită micșorării densității amestecului, iar consumul specific crește — la dozaj constant și reglaje optime — datorită faptului că puterea indicată scade mult mai repede decît puterea corespunzătoare rezistențelor mecanice.

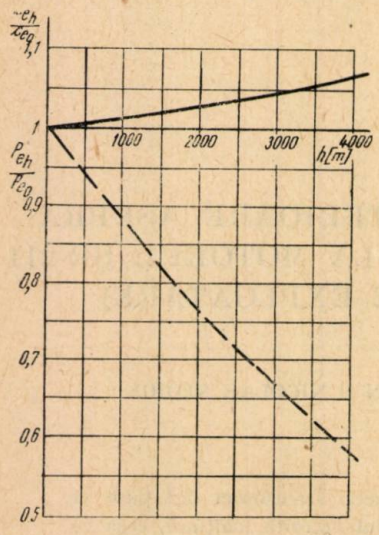


Fig. 1. — Creșterea consumului specific de combustibil c_{e_h}/c_{e_0} și scăderea puterii P_{e_h}/P_{e_0} cu altitudinea h (valori calculate pentru un motor cu reglajele optime).

În cazul în care motorul funcționează atît la nivelul mării, cît și în condiții de altitudine cu reglajele optime, se poate calcula puterea și consumul specific cu relațiile

$$P_{e_h} = P_{e_0}\left(1{,}11\,\frac{p_h}{p_0}\sqrt{\frac{T_0}{T_h}} - 0{,}11\right)$$

și

$$c_{e_h} = \frac{c_{e_0}}{1{,}11 - 0{,}11\,\frac{p_0}{p_e}\cdot\sqrt{\frac{T_h}{T_0}}}.$$

În figura 1 se prezintă valori calculate privitoare la modul în care scade puterea și crește consumul specific de combustibil cu înălțimea. Pentru o înălțime de 1 000 m este de așteptat ca puterea să scadă cu circa 12%, iar consumul specific de combustibil să crească cu circa 2%.

Motoarele de autocamion care funcționează pe drumuri de diferite altitudini nu au un corector al dozajului și de asemenea nu sînt reglate să funcționeze în toată gama de turații la valoarea optimă a avansului la declanșarea scînteii electrice. Din acest motiv pot apărea unele particularități față de elementele cunoscute de la studiul motoarelor cu reglaje optime. În această lucrare se cercetează influența creșterii altitudinii asupra : coeficientului de umplere, căldurii dezvoltate prin ardere și momentului apariției detonației cu particularizare la motorul SR-211.

1. INFLUENȚA ALTITUDINII ASUPRA COEFICIENTULUI DE UMPLERE

Coeficientul de umplere este influențat de presiunea exterioară în măsura în care se măresc pierderile relative de presiune în sistemul de admisie și crește cantitatea relativă a gazelor de ardere în cilindrul motorului.

Studiul acestor influențe se face folosindu-se expresia analitică pentru coeficientul de umplere [1]

$$\eta_V = \frac{\lambda}{\varepsilon - 1}\cdot\frac{1 + kd}{\varkappa\delta + d}\cdot\frac{p_a}{p_e}\left[\varepsilon(1 - B) - B - \frac{p_r}{p_a}\sigma\right], \qquad (1)$$

unde

λ este coeficientul umplerii posterioare (raportul dintre cantitatea de amestec la finele evoluției de aspirație și cantitatea de amestec la finele cursei de aspirație),
ε — raportul volumetric de compresiune,
k — raportul calității combustibilului (raportul dintre constanta gazului vaporilor de combustibil și constanta gazului pentru amestec),
d — dozajul,
$\varkappa$ — raportul căldurilor specifice,
δ — coeficientul creșterii temperaturii (raportul dintre temperatura amestecului în cilindru și temperatura amestecului înainte de intrarea în cilindru),
p_a — presiunea medie în cilindrul motorului în timpul aspirației,
p_e — presiunea exterioară,
B — 0,75 $(\varkappa - 1)$ — termen constant,
p_r — presiunea gazelor reziduale în cilindru la punctul mort interior,
σ — coeficientul de baleiaj al gazelor reziduale.

Se demonstrează teoretic în unele lucrări [2] că înălțimea nu influențează valoarea coeficientului de umplere dacă motorul este nesupraalimentat. În realitate, coeficientul de umplere variază, după cum se arată în cele ce urmează.

Căderea de presiune în conducta de admisie se poate scrie, folosindu-se legea lui Bernoulli,

$$\frac{p_e}{\gamma_e} + \frac{w_e^2}{2g} = \frac{p_a}{\gamma_a} + \frac{w_a^2}{2g} + \xi_a \frac{w_a^2}{2g}, \tag{2}$$

unde

γ_e este greutatea specifică a amestecului în condițiile exterioare,
w_e — viteza amestecului la intrarea în sistemul de admisie,
γ_a — greutatea specifică a amestecului în condițiile din cilindru,
w_a — viteza amestecului la intrarea în cilindru,
ξ_a — coeficientul de rezistență hidraulică a circuitului de admisie raportat la viteza w_a.

Dacă se consideră $w_e \cong 0$ și $\gamma \cong \gamma_a$, rezultă

$$p_e - p_a = \gamma_e \cdot \frac{(1 + \xi_a)}{2g} \cdot w_a^2$$

sau (3)

$$\Delta p_a = \gamma_e \cdot \frac{(1 + \xi_a)}{2g} \cdot w_a^2$$

În cazul evacuării, legea lui Bernoulli aplicată evoluției evacuării forțate permite să se scrie

$$\frac{p_r}{\gamma_r} + \frac{w_r^2}{2g} = \frac{p_{r'}}{\gamma_{r'}} + \frac{w_{r'}^2}{2g} + \xi_{r'} \frac{w_{r'}^2}{2g}. \tag{4}$$

În această expresie s-au utilizat în plus față de cele stabilite următoarele notații:

γ_r — greutatea specifică a gazelor în cilindru în timpul evacuării forțate,

w_r — viteza mișcării gazelor de ardere în cilindru în timpul evacuării forțate,

$p_{r'}$ — presiunea gazelor de ardere la ieșirea din cilindru în timpul evacuării forțate,

$\gamma_{r'}$ — greutatea specifică a gazelor de ardere ieșite din cilindru în timpul evacuării forțate,

$w_{r'}$ — viteza gazelor de ardere în timpul evacuării forțate la ieșirea din supapă,

$\xi_{r'}$ — coeficientul de rezistență hidraulică a circuitului de evacuare raportat la viteza $w_{r'}$.

Dacă se consideră $w_r \cong 0$; $p_{r'} \cong p_e$ și $\gamma_{r'} \cong \gamma_r$, se poate scrie

$$p_r - p_e = \gamma_e \frac{(1 + \xi_{r'})}{2g} \cdot w_{r'}^2 \tag{5}$$

sau

$$\Delta p_r = \gamma_r \frac{(1 + \xi_{r'})}{2g} \cdot w_{r'}^2 . \tag{6}$$

Cu aceste relații, presiunea p_a în cilindru și presiunea p_r a gazelor de ardere la finele evacuării pot fi scrise

$$p_a = p_e - \Delta p_a \tag{7}$$

și

$$p_r = p_e + \Delta p_r . \tag{8}$$

Se cunoaște modul în care presiunea și greutatea specifică variază cu înălțimea (în cadrul atmosferei standard):

$$p_{e_h} = 1{,}033 \left(\frac{288 - 0{,}0065\,h}{288} \right)^{5{,}26} \quad [\text{kgf/cm}^2] \tag{9}$$

și

$$\gamma_{e_h} = 1{,}22 \left(\frac{288 - 0{,}0065\,h}{288} \right)^{4{,}26} \quad [\text{kgf/m}^3] \tag{10}$$

unde: h, în metri, reprezintă înălțimea față de nivelul mării. Se poate astfel scrie valoarea presiunii în cilindru p_{a_h} la o înălțime oarecare h, înlocuind în ecuația (7) relațiile (3), (9) și (10):

$$p_{a_h} = 1{,}033 \left(\frac{288 - 0{,}0065\,h}{288} \right)^{5{,}26} -$$

$$- 1{,}22 \cdot 10^{-4} \left(\frac{288 - 0{,}0065\,h}{288} \right)^{4{,}26} \cdot \left(\frac{1 + \xi_a}{2g} \right) w_a^2 \quad \left[\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \right] . \tag{11}$$

În ceea ce privește presiunea gazelor reziduale, se poate admite într-o primă aproximație că γ_r = const. în funcție de altitudine, astfel că relația (8) se poate scrie cu (6) și (9)

$$p_{rh} = 1{,}033\left(\frac{288 - 0{,}0065\,h}{288}\right)^{5{,}26} + \gamma_r\left(\frac{1+\xi_a}{2g}\right)w_{r'}^2 \cdot 10^{-4} \quad \left[\frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}\right] \tag{12}$$

Se introduc expresiile (11) și (12) în (1) și se obține relația valorii coeficientului de umplere cu înălțimea h:

$$\eta_{V_h} = A\,\frac{1{,}033\,(1-ah)^{5{,}26} - 1{,}22\,(1-ah)^{4{,}26}\,bh}{1{,}033(1-ah)^{5{,}26}}\left[C - B - \right.$$

$$\left. - \frac{1{,}033\,(1-ah)^{5{,}26} + \gamma_r\,br'}{1{,}033\,(1-ah)^{5{,}26} - 1{,}22\,(1-ah)^{4{,}26}\,b_a}\cdot\sigma\right], \tag{13}$$

unde s-au notat termenii cunoscuți (turația fiind considerată constantă):

$$a = \frac{0{,}0065}{288},$$

$$A = \frac{\lambda}{\varepsilon - 1}\cdot\frac{1+kd}{\varkappa\delta + d},$$

$$b_a = \frac{1+\xi_a}{2g}\cdot w_{r'}^2 \cdot 10^{-4},$$

$$c = \varepsilon(1+B),$$

$$b_{r'} = \left(\frac{1+\xi_{r'}}{2g}\right)\cdot w_{r'}^2 \cdot 10^{-4}.$$

În figura 2 se prezintă modul în care coeficientul de umplere variază cu înălțimea într-un caz concret. Se observă că valoarea coeficientului de umplere scade cu înălțimea și, prin urmare, puterea motorului se reduce nu numai datorită scăderii densității amestecului, ci și micșorării coeficientului de umplere. Deoarece pentru variații uzuale de înălțime această scădere este redusă, ea poate fi neglijată în calcule.

2. INFLUENȚA ALTITUDINII ASUPRA DOZAJULUI

Dozajul livrat de un carburator normal este influențat de altitudine; pe măsură ce înălțimea crește, dozajul are tendința să se îmbogățească.

Se cunoaște din literatură că dozajul variază în înălțime invers proporțional cu rădăcina pătrată a greutății specifice a aerului atmosferic:

$$d_h = d_0\sqrt{\frac{\gamma_{e_0}}{\gamma_{e_h}}}. \tag{14}$$

Dacă se ţine seama, conform relaţiei (10), de variaţia standard a greutăţii specifice a aerului în altitudine, se obţine relaţia

$$d_h = d_0 \left(\frac{288 - 0{,}0065\,h}{288} \right)^{-2{,}13}. \qquad (15)$$

În figura 3 se prezintă modul în care dozajul variază cu altitudinea. Se constată o variaţie relativ redusă, dar care ar putea eventual compro-

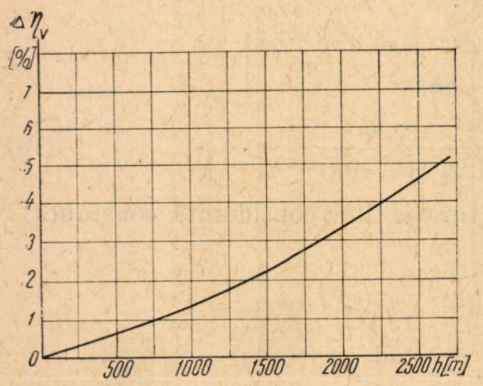


Fig. 2. — Variaţia procentuală a scăderii coeficientului de umplere $\Delta\eta_v$ cu altitudinea h (valori calculate). S-au ales următorii parametri: $\lambda = 1{,}06$; $\varepsilon = 7$; $k = 0{,}248$; $d = 0{,}065$; $\varkappa = 1{,}38$; $\delta = 1{,}15$; $B = 0{,}285$; $\sigma = 1$.

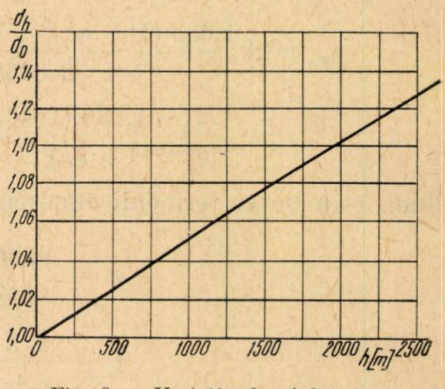


Fig. 3. — Variaţia dozajului d_h/d_0 cu altitudinea h.

mite economicitatea motorului prin efecte secundare, spre exemplu micşorarea vitezei de ardere. Pentru a lămuri această problemă s-au făcut determinări experimentale pe un motor monocilindric din familia SR-211. Bancul acestui monocilindru, instalat în laboratorul de motoare al Institutului de energetică, se prezintă în figura 4. S-au efectuat măsurători pe acest motor pentru a stabili modul de variaţie al puterii şi al consumului specific la turaţie constantă cu dozajul (exprimat prin valoarea coeficientului excesului de aer α) şi avansul la declanşarea scînteii electrice β. În figura 5 se prezintă diagrama tipică obţinută.

Se constată următoarele: zona de dozaje puţin bogată, corespunzătoare unui coeficient al excesului de aer $\alpha = 0{,}95$, duce la consumul minim de combustibil, ceea ce arată că în această situaţie transformările energetice sînt optime. În această zonă de dozaje, o îmbogăţire de ordinul a 5%, cît este de aşteptat în cazul în care se va exploata autocamionul la altitudinea de 1 000 m (vezi fig. 3), conduce la o variere neînsemnată a consumului specific de combustibil, datorită faptului că în acest domeniu curbele sînt plate. Dar creşterea dozajului are şi un efect pozitiv: o dată cu micşorarea presiunii de admisie scade viteza de ardere, ceea ce se autocorectează în parte prin tendinţa de îmbogăţire a dozajului, astfel că, deşi dozajul tinde să crească uşor, consumul specific este afectat într-o măsură mult mai mică.

Diagrama din figura 5 indică totodată o toleranță relativ mare în zona avansurilor optime : o variație a avansului la declanșarea scînteii electrice de $\pm$ 2,5°RAM față de valoarea optimă nu influențează consumul

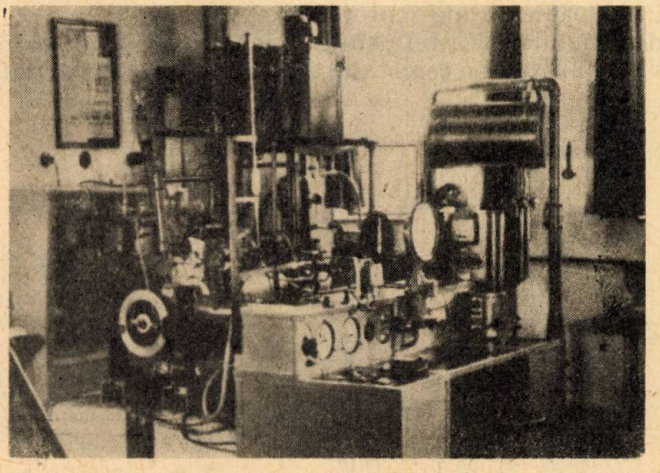


Fig. 4. — Vederea băncului de probe a motorului monocilindric din familia SR—211.

specific de combustibil. Această constatare experimentală arată că nu va fi nevoie de o corectare a legii de variație a avansului la declanșarea scînteii electrice pentru a compensa eventuala variație a dozajului.

Dozajul poate varia și din cauza reglajului distribuției [3]. Pe măsură ce supapa de admisie se închide mai devreme, dozajul devine mai sărac. Acest lucru a fost constatat de altfel și în perioada încercărilor noastre pe monocilindrul din familia SR-211.

Se presupune că reglajul distribuției și al carburației a fost realizat pentru o anumită sarcină și interval de turații, considerat ca regimul cel mai des folosit. Ca urmare a creșterii altitudinii, motorul, primind o cantitate mai redusă de amestec proaspăt, este pus să funcționeze — pentru a da aceeași putere — la o turație mai mare prin trecerea într-un schimb in-

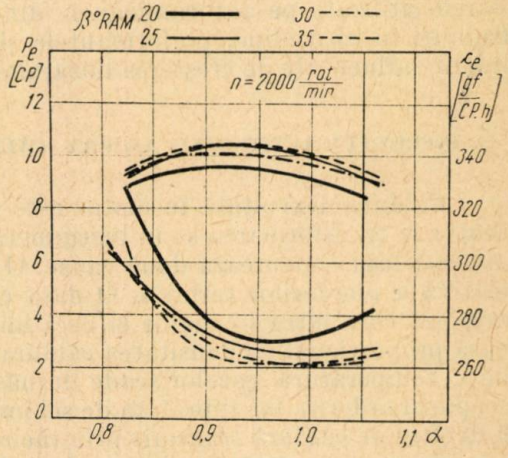


Fig. 5. — Variația puterii efective P_e și a consumului specific efectiv de combustibil c_e funcție de coeficientul excesului de aer α la diferite valori ale avansului la declanșarea scînteii electrice β, la turație constantă n = 2 000 rot/min (determinări pe motor monocilindric) la altitudinea orașului București.

ferior de viteză); supapa de admisie se închide astfel prea devreme față de reglajul optim în cadrul acestui domeniu de turație și, prin urmare, dozajul tinde să sărăcească. Acest lucru se poate întîmpla frecvent pe drumurile de munte la care condițiile naturale cer înaintare cu viteză redusă și deci turații mai ridicate ale motorului.

Ținînd seama de mica influență a altitudinii asupra variației dozajului (în limitele de altitudine cercetate) și de compensarea parțială semnalată,

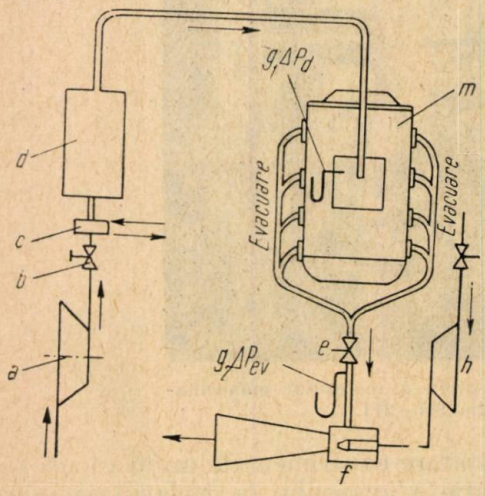


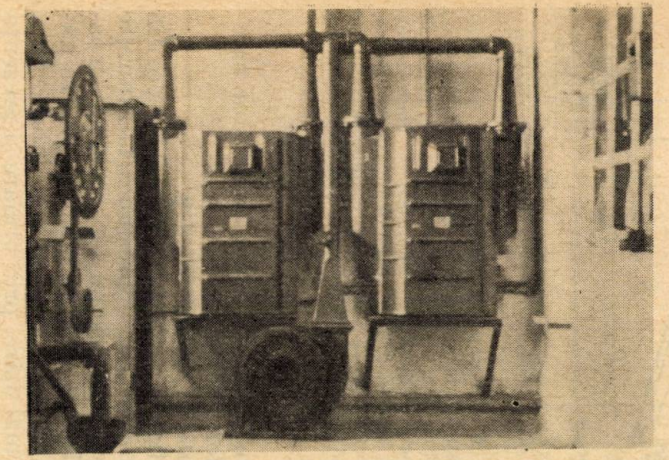
Fig. 6. — Schema instalației bancului motorului SR—211 folosită pentru a varia presiunea de admisie și contrapresiunea la evacuare: *a* — suflantă; *b* — clapetă de laminare; *c* — diafragmă de măsurare a debitului de aer; *d* — vas de egalizare a presiunii; *m* — motor; *e* — gîtuire pe conducta de evacuare; *f* — ejector; g_1, g_2 — micromanometre; *h* — suflanta ejectorului.

rezultă că nu este necesar să se prevadă corectoare altimetrice la carburatoarele utilizate pe autocamioanele din țara noastră care funcționează pe drumuri în altitudine, performanțele și economicitatea motorului nefiind practic influențate de creșterea dozajului cu înălțimea pînă la $h \leqslant 1\,000$ m.

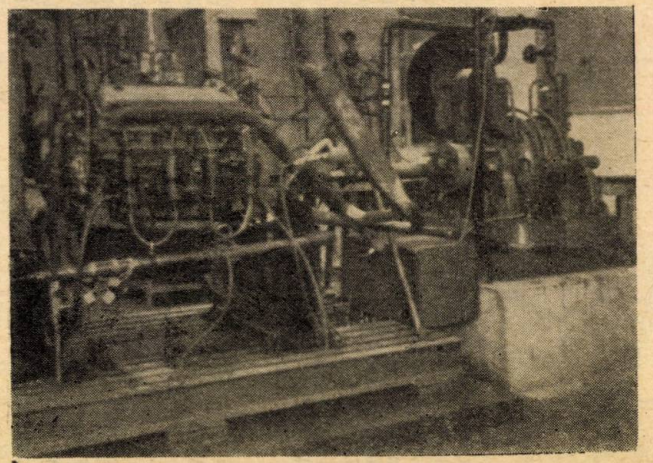
3. INFLUENȚA ALTITUDINII ASUPRA CĂLDURII DEZVOLTATE PRIN ARDERE

Căldura dezvoltată în motor este utilizată din ce în ce mai nesatisfăcător la transformarea sa în lucru mecanic pe măsură ce înălțimea crește. La acest fapt concurează două cauze. O primă cauză o constituie mărirea relativă a pierderilor termice. O dată cu reducerea presiunii amestecului proaspăt care intră în motor și deci micșorarea densității sale, se micșorează proporțional cu densitatea căldura dezvoltată prin ardere. În același timp, temperatura gazelor scade în măsură mult mai mică (și numai după începutul arderii), iar suprafața de schimb de căldură rămîne aceeași, astfel că debitul de căldură transmis prin răcire rămîne practic constant; rezultă o creștere a cantității relative de căldură ce se propagă spre mediul răcitor.

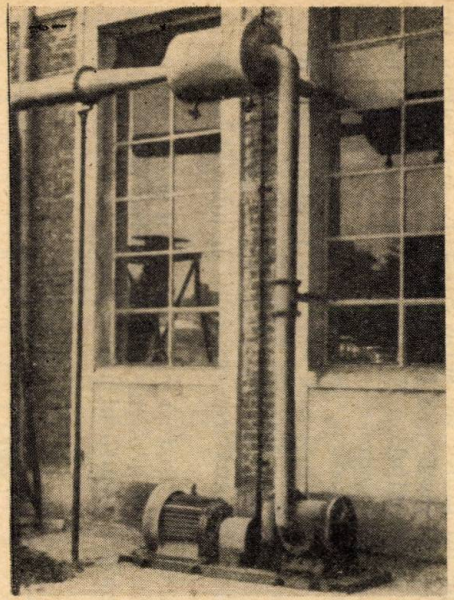
A doua cauză o constituie micșorarea vitezei de ardere, datorită, pe de o parte, valorii mai scăzute a presiunii gazelor în timpul procesului de ardere și, pe de altă parte, creșterii procentului relativ de gaze reziduale în camera de ardere.



a



b



c

Fig. 7. — Vederea instalaţiilor realizate pentru a varia : *a* — presiunea de admisie ; *b* — contrapresiunea la evacuare — instalată pe motor ; *c* — contrapresiunea la evacuare — ejectorul.

Deoarece în literatură se cunosc puține date privitoare la influența acestor factori în condițiile motoarelor moderne de turație ridicată și cu cameră de ardere cu prag de turbulență, s-a procedat în cadrul Institutului de energetică la experiențe pe un motor de serie SR-211. S-a variat pe rînd presiunea de admisie și contrapresiunea la evacuare. Calitatea arderii a fost apreciată indirect prin intermediul unei valori importante în exploatare: avansul optim la declanșarea scînteii electrice. În măsura în care valoarea avansului optim nu se modifică, se poate presupune că durata arderii rămîne neschimbată. Pentru a obține variația parametrilor menționați s-a realizat un montaj de banc special, unde micșorarea presiunii de admisie s-a executat prin laminarea aerului care intră în motor înaintea unui vas de egalizare a presiunii, iar mărirea presiunii de admisie s-a făcut cu ajutorul unei suflante.

Contrapresiunea la evacuare a fost și ea variată în două moduri: mărirea ei s-a realizat prin gîtuirea evacuării, iar micșorarea prin scăderea artificială a presiunii la evacuare cu ajutorul unui ejector cu aer. În figura

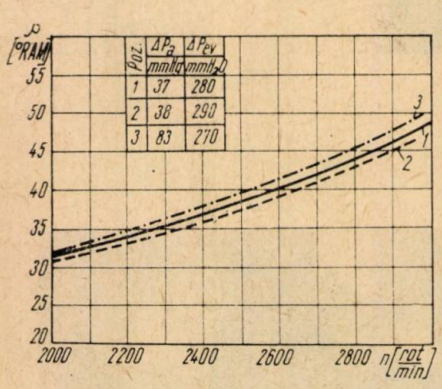


Fig. 8. — Variația avansului optim pe caracteristica exterioară la motorul SR—211 ($\varepsilon = 8$); evacuarea cu contrapresiune redusă și depresiune la aspirație; — clapeta de laminare complet deschisă; - - - - clapetă de laminare a admisiei închisă 30°; ····· clapetă de laminare a admisiei închisă 60° (depresiunile măsurate la turația de $n =$ 3 000 rot/min, conform figurii 6).

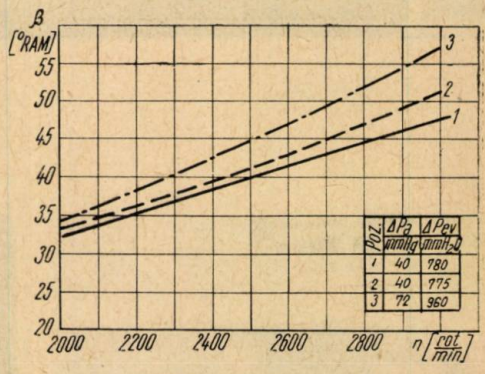


Fig. 9. — Variația avansului optim pe caracteristica exterioară la motorul SR—211 ($\varepsilon = 8$); evacuarea cu contrapresiune mare, trei poziții ale clapetei de laminare a admisiei; —— clapeta complet deschisă; - - - - - clapeta închisă 30°; ····· clapeta închisă 60° (depresiunile măsurate la turația de $n=3$ 000 rot/min, conform figurii 6).

6 se prezintă o schemă a instalației folosite pentru varierea acestor parametri, iar în figura 7 vederea instalațiilor realizate.

Rezultatele obținute sînt prezentate în figurile 8 și 9.

În cadrul experienței ilustrate în figura 8, deși s-a modificat poziția clapetei de laminare a aerului înaintea motorului, depresiunea la aspirație a variat puțin; ca urmare, și avansul optim practic nu s-a schimbat, deoarece curbele trasate se găsesc în plaja de ± 2°RAM admisibilă pentru valoarea avansului la declanșarea scînteii electrice în zona reglajului optim. În figura 9, contrapresiunea a fost mult mai mare, prin urmare și prezența

gazelor de ardere este mai importantă ; în acest caz se constată necesitatea măririi în ansamblu a valorii avansului, spre exemplu, la 2 400 rot/min de la 36°RAM (fig. 8) la 38°RAM (fig. 9), pentru a compensa micșorarea

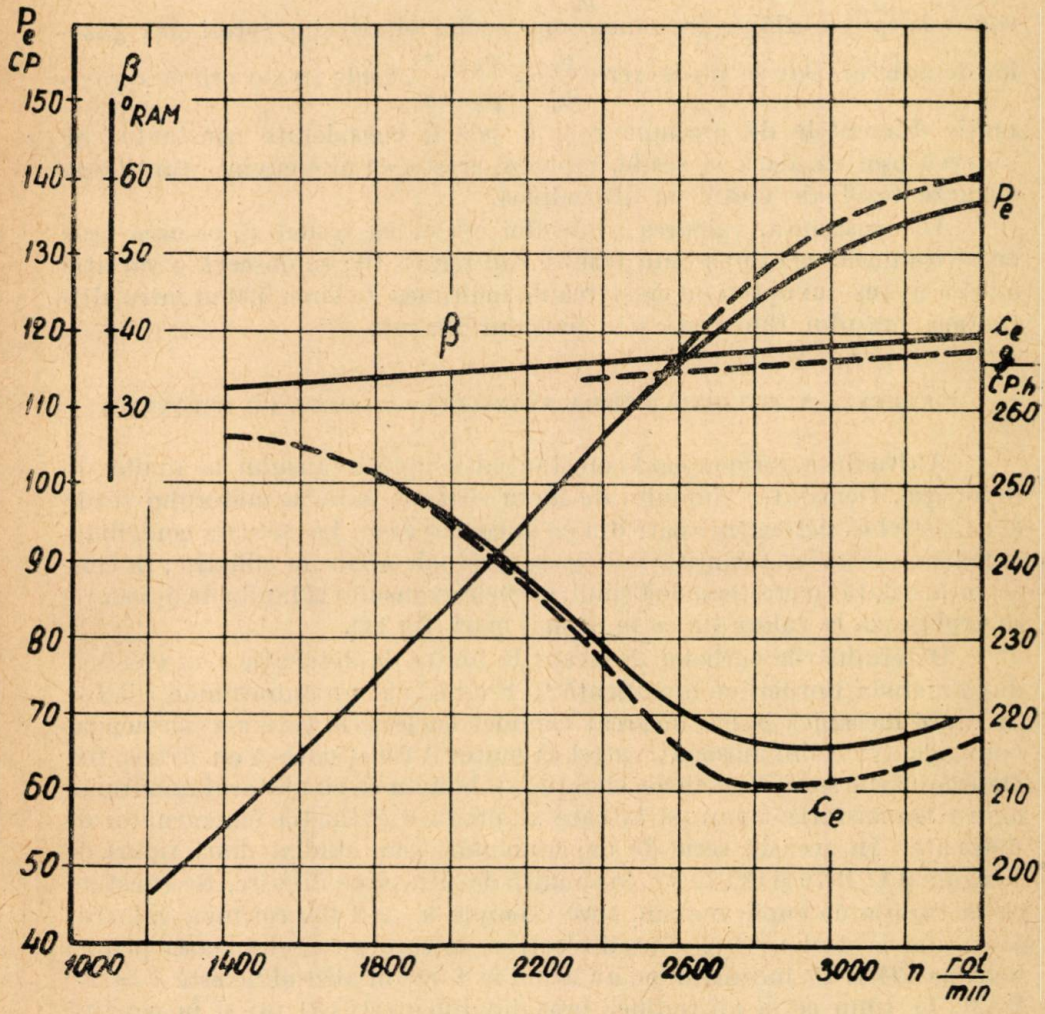


Fig. 10. — Caracteristica exterioară la valoarea avansului optim pentru motorul tip SR—211, $\varepsilon = 8$; —— încercări la Brașov, ---- încercări la București.

vitezei de ardere. Se observă că prin micșorarea presiunii de admisie — mărirea depresiunii de la 40 la 72 mm Hg — valoarea avansului optim crește, ceea ce denotă o tendință de creștere a duratei de ardere ; acest lucru se poate explica prin aceea că a crescut cantitatea procentuală de gaze reziduale care influențează viteza de ardere.

În cazul deplasării pe drumuri de altitudine, cantitatea de gaze reziduale crește ușor. Acest lucru se poate arăta astfel : se presupune că se poate stabili o proporționalitate $\frac{p_r}{p_a}$ între cantitățile de substanță și presiunea la care se află p_a (presiunea amestecului admis) și p_r (presiunea gazelor de ardere). Dar se poate scrie $\frac{p_r}{p_a} = \frac{p_h + r}{p_h - a}$, unde într-o primă aproximație diferențele de presiune r și a pot fi considerate constante. Se observă ușor că, dacă p_h scade, raportul crește, cu alte cuvinte cantitatea de gaze reziduale crește cu altitudinea.

În consecință, valoarea avansului optim va trebui să crească ușor cu altitudinea, așa după cum rezultă din figura 10 ; se observă o variație mică a avansului optim cu creșterea de înălțimea de circa 500 m între altitudinea orașului București și a orașului Brașov.

4. INFLUENȚA ALTITUDINII ASUPRA AVANSULUI LA LIMITA DE DETONAȚIE

Altitudinea influențează substanțial asupra avansului la limita de detonație. Densitatea fluidului de lucru scăzînd, sarcina motorului scade și ea, astfel că detonația apare din ce în ce mai greu. La aceasta contribuie și mărirea relativă a cantității de gaze reziduale aflate în cilindru ; în consecință, o dată cu creșterea înălțimii, curbele avansului la limita de detonație se deplasează la valori din ce în ce mai mari (fig 11).

Determinările curbelor de avans la limita de detonație s-au efectuat după metoda Borderline modificată [1]). S-a utilizat un autocamion SR-131 în stare mecanică bună, încărcat complet cu lest, la care s-a suspendat comanda avansului automat, astfel că motorul funcționează cu avans fix. Determinările s-au făcut în accelerație, stabilindu-se cu ajutorul unui tahometru tranzistorizat turația la care se produce extincția fenomenului de detonație. În această serie de experimentări s-au studiat două tipuri de benzină (CO/R 76 și CO/R 90), în condiții de altitudine diferite. Se constată că la turația de cuplu maxim, spre exemplu $n \cong 2\,400$ rot/min, valoarea avansului la declanșarea scînteii electrice la care apare detonația pentru benzina CO/R 76 încercată pe un drum la 1 000 m altitudine este $\beta = 20°$ RAM, în timp ce la altitudinea orașului București (84 m) și în condiții apropiate de temperatură valoarea avansului este de numai $\beta = 16°$RAM. Această observație are o mare importanță, deoarece reglajul legii automatului avansului la declanșarea scînteii electrice se face pentru benzina CO/R 76 în principal după limita de detonație și orice ridicare a acestei limite este avantajoasă pentru funcționarea motorului.

[1]) O parte din încercările experimentale s-au făcut în colaborare cu secția de prototipuri de la Uzina „Steagul Roșu".

5. CONCLUZII

În cadrul lucrării s-a analizat pe rînd ponderea diferiților factori care pot interveni în funcționarea motorului o dată cu scăderea presiunii și temperaturii datorită creșterii altitudinii. Dintre toți factorii analizați,

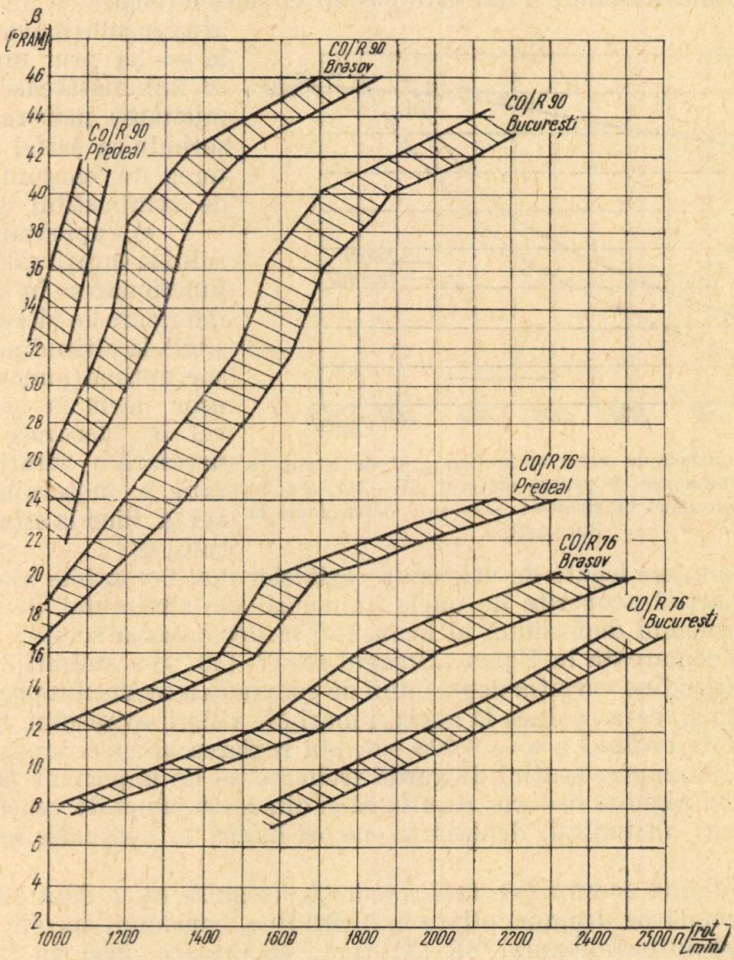


Fig. 11. — Curbele avansului la limita de detonație determinate experimental la diferite altitudini la camionul SR—131.

cel mai important apare a fi variația limitei de detonație. Îndepărtarea limitei de detonație permite să se funcționeze în altitudini după o curbă de reglaj mai bună. În figura 12 s-au desenat curbele de avans optim și de avans la limita de detonație determinate pe același motor la altitudinea orașului București și la altitudinea orașului Brașov. Se observă următoarele elemente :

a) în zona de utilizare maximă a motorului, adică peste turaţia de cuplu maxim, reglajul se face, după cum s-a mai arătat, după curba avansului la limita de detonaţie şi, în continuare, după curba avansului optim ;

b) curba avansului la limita de detonaţie se deplasează practic paralel o dată cu creşterea înălţimii, astfel că forma legii de variaţie automată a avansului nu se schimbă, dar este posibil să se funcţioneze cu un calaj fix al avansului mai mare decît la şes şi, prin urmare, să se îmbunătăţească economicitatea motorului, micşorîndu-se astfel din creşterea de consum specific de combustibil scontată ;

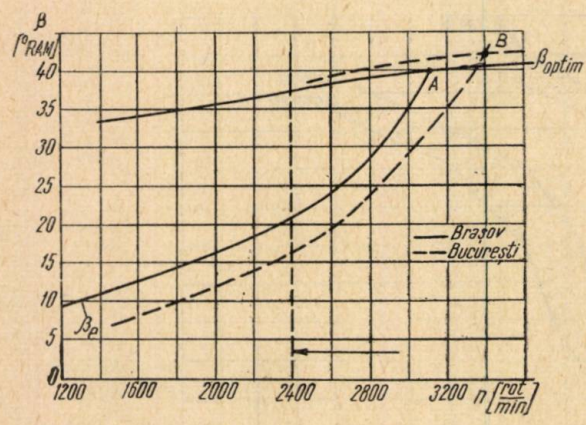


Fig. 12. — Curbele de avans optim β_{optim} şi de avans la limita de detonaţie β pentru motorul SR—211, $\varepsilon = 8$; ——— determinări la Braşov; – – – – determinări la Bucureşti.

c) exploatarea motorului la turaţii ridicate prin funcţionarea în schimburi inferioare de viteză este posibilă la altitudine la avansuri optime (punctul *A*) mai uşor decît la şes (punctul *B*), deoarece nu este necesară o turaţie exagerată a motorului, punctul *A* fiind la stînga punctului *B*.

Avantajele legate de utilizarea reglajelor mai favorabile ale avansului sînt parţial acoperite de unele imprecizii ale sistemului de comandă prin intermediul depresiunii al avansului la declanşarea scînteii electrice, problemă remarcată în Uzina „Steagul roşu" [4]. S-a stabilit că în condiţii de altitudine variaţia depresiunii de comandă a avansului poate atinge circa $\pm$ 15%, ceea ce duce la abateri mari ale valorii avansului. Cum pînă la turaţii de ordinul a $n = 3\,000$ rot/min reglarea se face după curba de limită la detonaţie, spaţiul de gardă trebuind să fie important pentu a nu pătrunde în regimul nedorit, rezultă că şi din acest punct de vedere, o dată cu creşterea altitudinii, deplasarea curbei-limită la detonaţie este avantajoasă.

În lumina acestor constatări teoretice rezultă că, o dată cu funcţionarea normală pe drumuri aflate la altitudine, consumul specific de combustibil al autocamionului SR-131 tinde să crească, însă nu în măsura scontată prin relaţii uzuale de calcul, deoarece este posibil ca la declanşarea scînteii electrice să se funcţioneze cu avansuri mai mari. Cum legea de variaţie a avansului rămîne aceeaşi, va fi posibil să se funcţioneze cu unghiuri de calaj mai mari ale avansului fix. Aceste concluzii au fost verificate şi experimental pe un autocamion SR-131, echipat cu un litrometru construcţie IE şi după o metodică de experimentare şi interpretare a rezultatelor stabilită de colectivul nostrul. S-au efectuat măsurători de consum de combustibil pe 1 km lansat, atît în regiunea Bucureşti, cît şi în regiunea Braşov, rezultatele fiind redate în figura 13. Se poate admite că, la viteză

de înaintare constantă și în condiții asemănătoare de drum, consumul pe 1 km lansat este proporțional cu consumul specific de combustibil.

Din aceste determinări se constată de la început că valoarea consumului de combustibil pe 1 km pentru aceeași viteză de înaintare este mai mare în condițiile altitudinii orașului Brașov decît în condițiile altitudinii orașului București, diferența fiind însă destul de mică. Experimentările s-au efectuat cu diferite calaje ale avansului fix, cuprinse între 3 și 12° RAM. Valoarea minimă a consumului de combustibil este dată de avansul fix $\beta = 6°$ RAM la altitudinea orașului București, în timp ce la altitudinea orașului Brașov consumul minim se obține, așa cum s-a prevăzut, cu un calaj mai mare al avansului fix de $\beta = 9°$.

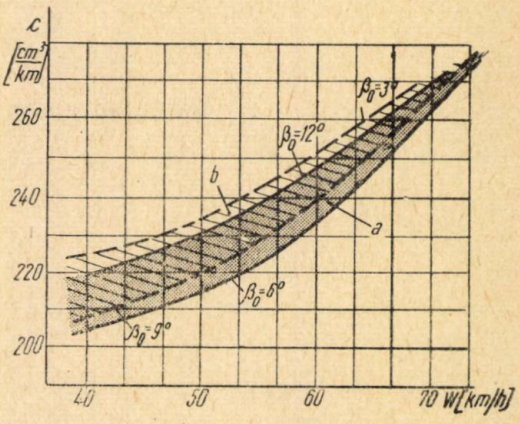


Fig. 13. — Consum de combustibil pe kilometru lansat c în funcție de viteza de înaintare w la diferite valori ale calajului avansului fix β_0 : a — încercări la altitudinea orașului București ; b — încercări la altitudinea orașului Brașov.

Evident că toate observațiile privitoare la calarea avansului sînt corecte atîta timp cît motorul funcționează complet în afara zonei de detonație.

Primită la redacție la 1 octombrie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. C. A. Vasilescu, V. Pimsner, *Influența dozajelor sărace asupra caracteristicii de putere a motoarelor cu aprindere prin scînteie și combustibil lichid, transformate să funcționeze cu gaze naturale*, St. și cerc. energ. **VI**, 3, 243—263 (1956).
2. М. М. Масленников, М. С. Рапипорт. *Авиационные поршневые двигатели*, Государственное издательство оборонной промышленности, Москва, 1951.
3. Friederich Müller, Helmut Köhler, *Der Einfluss des Steuerzeiten auf Gemischbildung und Motorcharakteristik ; Versuch an einen Einzylinder Viertakt-Ottomotor*, Kraftfahrzeugtechnik, 6, 214—219, 1960.
4. Constantin Ivăneanu, *Folosirea rațională a sistemelor automate de comandă a avansului la motoarele cu aprindere prin scînteie*. Construcția de mașini (sub tipar).

CĂLIN A. VASILESCU şi VICTOR PIMSNER, *Supraalimentarea motoarelor diesel*, Edit. tehnică, Bucureşti, 1965, 444 p. + 2 planşe

Dezvoltarea actuală a motoarelor diesel conduce la aplicarea supraalimentării în scopul măririi puterii litrice a acestora. Pe linia modernizării continue a producţiei noastre se fabrică în Republica Socialistă România motoare diesel supraalimentate pentru tractor, pentru acţionări şi pentru locomotive şi se studiază posibilitatea extinderii în continuare a supraalimentării; de asemenea se construiesc în ţară mai multe tipuri de grupuri turbocompresoare. Însuşirea fabricaţiei şi a exploatării acestor motoare a ridicat în faţa tehnicienilor probleme specifice şi a generat o serie de cercetări. Orizontul acestor studii se lărgeşte o dată cu necesitatea ameliorării continue a performanţelor, economicităţii şi durabilităţii motoarelor supraalimentate; din acest motiv, atît problemele de bază ale motoarelor diesel, cît şi unele aspecte constructive şi probleme de materiale trebuie confruntate cu condiţiile particulare generate de mărirea presiunii de admisie. Lucrarea de faţă îşi pune tocmai această problemă. Lucrarea este organizată în zece capitole.

În capitolul 1, „Generalităţi asupra motoarelor diesel supraalimentate" (19 p., 15 fig. + 1 tab.), se face o trecere în revistă a metodelor de mărire a puterii motoarelor diesel şi a procedeelor de supraalimentare. Se studiază pe scurt deosebirile esenţiale dintre supraalimentarea motoarelor în doi şi în patru timpi. Capitolul face o prezentare clară a problemelor principale ridicate de creşterea presiunii în timpul admisiei în motor şi constituie astfel o introducere pentru lucrare.

Capitolul 2, „Ciclurile teoretice şi reale ale motoarelor diesel supraalimentate" (4 p., 25 fig. + 3 tab.), analizează variaţia parametrilor de stare ai fluidului de lucru o dată cu modificarea gradului de supraalimentare. Autorii perfecţionează metoda de calcul a ciclului teoretic şi real, punînd la bază o diagramă entropică proprie cu axe curbe, construită însă pentru cantitatea de 1 kg de substanţă. Folosirea acestei unităţi de masă — lucru posibil prin alegerea corespunzătoare a compoziţiei combustibilului — permite ca în aceeaşi diagramă să se facă calcule atît pentru motor, cît şi pentru grupul turbocompresor, ceea ce, evident, conduce la simplificări apreciabile. Pentru a uşura aplicarea metodei propuse, capitolul se încheie cu un exemplu de calcul. În ansamblu, în acest capitol se prezintă închegat problema ciclului de lucru al motorului.

Capitolul 3, „Formarea amestecului şi arderea combustibilului în motoarele diesel supraalimentate" (51 p., 46 fig. + 4 tab.), studiază problemele injecţiei şi arderii în condiţiile supraalimentării. În acest capitol sînt prezentate o serie din rezultatele originale obţinute

de autori în cadrul temelor cercetate în Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România. Se menționează în special studiile și rezultatele publicate privitoare la perfecționarea procesului de ardere în motoarele cu anticameră sau cele privitoare la durata perioadei de întîrziere la autoaprindere. Este de remarcat pentru acest capitol grija autorilor de a desprinde problemele cu adevărat semnificative pentru motoarele diesel supraalimentate.

Capitolul 4, „Schimbarea încărcăturii din cilindrii motoarelor diesel supraalimentate" (39 p., 35 fig. + 3 tab.), cuprinde o analiză completă a procesului de evacuare și de admisie la motoarele în patru timpi. Pe baza datelor măsurate și calculate, autorii descriu modificările aduse de supraalimentare evoluțiilor ciclului de pompaj. O atenție specială este acordată răcirii încărcăturii înaintea admisiei în cilindru. Este de semnalat, de asemenea, studiul original asupra schimbului de căldură în procesul de evacuare. În lucrare se prezintă și procedeul de supraalimentare prin schimbătoare de presiune, care are evidente avantaje la motoarele de tracțiune. Acest capitol tratează complet problema schimbării încărcăturii, accentuînd asupra aspectelor de schimb de căldură în acest proces, probleme care prezintă o importanță deosebită la motoarele supraalimentate.

Capitolul 5, „Compresorul centrifugal" (42 p. + 29 fig.), prezintă elementele esențiale pentru înțelegerea funcționării și pentru calculul acestei mașini. Din gama largă de tipuri de compresoare centrifugale se descriu cele mai adecvate și mai utilizate la supraalimentarea motoarelor pînă la 1 000 CP. Problema pierderilor în mașină și posibilitatea ameliorării randamentului acesteia sînt pe larg tratate. Un exemplu de calcul termodinamic al compresorului centrifugal exemplifică aplicarea metodelor de calcul utilizate. Este de semnalat concizia tratării : într-un volum relativ redus s-a reușit să se releve toate aspectele ridicate de aceste tipuri de mașini rotative.

Capitolul 6, „Turbina" (58 p. + 43 fig.), atacă problema calculului, construcției și funcționării la diverse regimuri a acestei mașini. Se analizează în principal turbinele monoetajate axiale și centripete, studiindu-se caracteristicile rețelei fixe și ale rețelei mobile, precum și diferitele categorii de pierderi. Cu mult interes se urmăresc considerațiile privitoare la influența parametrilor constructivi asupra performanțelor turbinei axiale monoetajate. Capitolul se încheie cu un exemplu de calcul termodinamic al unei turbine axiale. Întreg capitolul este caracterizat de grija autorilor de a desprinde numai probleme direct legate de calculul turbinelor care echipează grupurile turbocompresoare.

Capitolul 7, „Grupul turbocompresor" (41 p. + 20 fig.), analizează problema funcționării în comun a acestor două mașini. Pentru determinarea condiției de funcționare (echilibrul energetic) s-a elaborat o abacă depinzînd de parametrii funcționali ai compresorului și ai turbinei. Caracteristicile mașinilor sînt studiate folosindu-se reprezentarea universală a acestora. Ca urmare se tratează dezvoltat problema similitudinii mașinilor rotative, problemă la care autorii au contribuții personale. Elementele studiate în acest capitol au un mare grad de generalitate, ceea ce face ca studiul capitolului să deschidă un orizont larg cititorului.

Capitolul 8, „Caracteristicile motoarelor diesel supraalimentate" (37 p., 20 fig. + 9 tab.), analizează problema funcționării în comun a grupului de supraalimentare, adică adaptarea acestuia. Se folosește o metodă grafică pentru stabilirea punctului comun de funcționare, un exemplu de calcul foarte detaliat, arătînd modul concret de lucru. În același capitol se discută oportunitatea corectării puterii motorului funcție de parametrii mediului exterior ; de asemenea se prezintă dispozitive de automatizare a funcționării comune a motorului diesel și grupului turbocompresor. Ca o observație generală asupra acestui capitol este de semnalat tratarea completă și grija autorilor ca prin intermediul exemplului de calcul să permită înțelegerea corectă a metodelor de calcul propuse.

Capitolul 9, „Probleme constructive ale motoarelor diesel supraalimentate" (74 p., 74 fig. + 9 tab.), tratează categorii diferite de probleme specifice pentru aceste tipuri de motoare. Autorii fac mai întîi o analiză a solicitărilor mecanice și termice ale motorului, folosind o metodă de analiză dimensională care-i duce la precizarea unei cifre caracteristice a solicitărilor termice. Se cercetează apoi unele probleme constructive ale părților fixe ale motorului (carterul, forme de chiulasă, etanșare, probleme de coroziune) și ale părților mobile (supape, piston), toate elementele fiind luate de la cele mai noi construcții din țară sau străine în gama de motoare de putere medie. Se analizează apoi poziția grupului turbocompresor pe motor. O parte importantă a acestui capitol descrie tipuri de motoare și grupuri turbocompresoare, fie cele fabricate în țară, fie străine, însă caracteristice. Este de semnalat discuția cuprinzătoare care se face asupra unor soluții constructive particulare și asupra perspectivei dezvoltării tipului respectiv de motor.

Capitolul 10, „Probleme ale exploatării motoarelor diesel supraalimentate" (23 p., 5 fig. + 8 tab.), se ocupă de lubrifianți și de unele aspecte ale exploatării corecte. Paragraful despre uleiuri cuprinde elemente specifice adaptării uleiurilor fabricate în Republica Socialistă România la ungerea motoarelor supraalimentate.

Lucrarea se încheie cu două planșe anexe, care reprezintă diagrame de calcul a ciclului motor (diagramă entropică cu axe curbe) și a echilibrului energetic a grupului turbocompresor.

Lucrarea reprezintă în primul rînd o contribuție originală la problema supraalimentării a autorilor care au lucrări de cercetare în acest domeniu. Ea este în același timp o monografie a celor mai moderne studii sau realizări, atît din țară, cît și din străinătate : 145 de titluri bibliografice sînt citate în lucrare.

Contribuțiile originale și care merită a fi relevate sînt multiple și privesc în special aspectele energetice. Astfel se semnalează diagrama entropică cu axe curbe pentru 1 kg de substanță, studiile privitoare la ameliorarea proceselor din anticameră, cercetările asupra schimbului de căldură pe evoluția de evacuare, studiile privitoare la similitudinea mașinilor rotative etc. Există o serie de probleme netratate în literatura noastră și care în această lucrare sînt dezvoltate cu competență, spre exemplu probleme de coroziune, problema adaptării grupului, probleme ale supraalimentării înalte etc. Este de semnalat de asemenea ușurarea, prin intermediul exemplelor de calcul, a eventualelor dificultăți de însușire a unor pasaje din lucrare, precum și sprijinirea metodelor de calcul propuse cu diagrame elaborate de autori și tipărite la scară mare. Din această caracterizare rezultă că lucrarea înmănunchează o ținută științifică înaltă cu o grijă deosebită pentru problemele practicii ; se adaugă la aceste calități expunerea foarte clară, sistematizarea deosebită a prezentării, ilustrarea continuă cu cel mai adecvat material grafic. Condițiile de tipărire sînt exemplare, Editura tehnică avînd un merit deosebit în reușita acestei lucrări.

Prof. ing. CONSTANTIN ARAMĂ
membru corespondent
al Academiei Republicii Socialiste România

T. MICLESCU, AL. PAP, I. NICULESCU,
S. IORDACHE

620.92

CONSUMATORII ECHIVALENȚI AI CONSUMATORILOR DE ENERGIE, ÎN MODELUL MATEMATIC AL BILANȚULUI ENERGETIC GENERAL

În articol se expune modul în care a fost rezolvată problema cuprinderii numărului foarte mare de mici consumatori de energie și modelul matematic al bilanțului energetic general.

St. cerc. energ., electr. Tom. 16 nr. 1 p. 3 București 1966

T. DORDEA

621.313.3.001.11

ASUPRA ECUAȚIILOR MAȘINILOR ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

S-a admis că pierderile totale în fier ale mașinilor electrice sînt determinate numai de curenți electrici turbionari superficiali. Pe această bază s-a stabilit expresia inducției magnetice în cazul prezenței pierderilor în fier. Cu această expresie s-au scris ecuațiile mașinilor electrice, considerînd pierderile în fier.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16. Nr. 1, p. 17 București 1966

ANDREI ȚUGULEA, CEZAR FLUERAȘU

CÎMPUL MAGNETIC, REACTANȚELE ȘI CUPLUL MAȘINILOR SINCRONE REACTIVE

Considerînd desfășurarea liniară a mașinii, în lucrare se determină potențialul vector al cîmpului magnetic din întrefierul mașinii. În acest scop piesele polare se consideră dreptunghiulare iar densitatea pînzei de curent se consideră repartizată sinusoidal; de asemenea se face ipoteza uzuală a fierului nesaturat.

Determinarea potențialului vector se face prin integrarea ecuației Laplace pe subdomenii în condiții de frontieră de tip Neumann.

Cu ajutorul potențialului vector se determină cîmpul și energia magnetică acumulată în întrefier, iar cu ajutorul acesteia se calculează reactanța longitudinală și transversală a mașinii.

Pentru ușurarea calculelor se dau curbe ale acestor reactanțe pentru o gamă largă de valori ale parametrilor de care depind.

Utilizînd teorema forțelor generalizate în cîmpul magnetic, se calculează cîmpul electromagnetic al mașinii.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 1 p. 33 București 1966

F. SPINEI

621.3.014.1

ASUPRA UNOR TEOREME DE VARIAȚIE ÎN TEORIA CIRCUITELOR ELECTRICE

În lucrare se studiază problema variațiilor parametrilor unui circuit electric.

Se obțin expresii originale pentru determinarea variațiilor potențialelor nodurilor, pentru determinarea variației diferenței de potențial între două noduri ale rețelei.

Se determină relații originale care permit determinarea variațiilor impedanțelor și admitanțelor de transfer între laturi și între noduri.

În baza acestor relații, se propune o metodă de calcul al rețelelor electrice ușor de programat la mașini de calcul, bazată pe sinteza matricii impedanțelor sau admitanțelor de transfer.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 1, p. 55 București 1966.

M. POMÎRLEANU

621.316.13.001.11

CONSTRUCȚIA ECHIVALENTULUI CU SARCINA UNICĂ UTILIZÎND MATRICEA ADMITANȚELOR REȚELEI

Se prezintă modul de construire prin intermediul matricei admitanțelor sistemului electroenergetic, a unei rețele echivalente care prezintă o sarcină unică, rețea ce nu depinde de admitanțele de sarcină, conservînd în același timp atît pierderile, cît și regimurile rețelei reale.

Se analizează de asemenea limitele de aplicabilitate ale echivalentului R.E.I. cu sarcină unică, dedus prin înlocuirea sarcinilor cu impedanțe constante.

St. cerc. energ., electr. Tom. 16 nr. 1 p. 73 București 1966

CONSTANTIN V. BĂLĂ

621.313.36

A COMPENSATORULUI DE FAZA (CF) TIP LEBLANC PREDETERMINAREA CARACTERISTICII MAGNETICE

In lucrare se stabilesc ecuațiile care stau la baza predeterminării caracteristicii magnetice a CF cu o singură armătură; se propune o metodă analitică de rezolvare a sistemului de ecuații simplificat, scris în ipoteza suplimentară prin care se aproximează caracteristica de magnetizare prin segmente de dreaptă.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16. Nr. 1, p. 83 București 1966

NICOLAE TĂTARU, TITU BĂJENESCU
și SORIN GHEȚARU

UN SISTEM DE OPTIMIZARE AUTOMATĂ PENTRU REGLAREA PUTERII REACTOARELOR NUCLEARE

Lucrarea prezintă studiul pe un model analogic al unui sistem cu optimizare automată la care sistemul clasic de reglaj al puterii reactoarelor nucleare este completat cu un dispozitiv de calcul care are rolul de a determina valoarea instantanee a factorului total de amplificare K_t (variabil în timp) a circuitului automat de reglaj deschis, de a compara pe K_t cu un factor optim de amplificare K_0 (precalculat pe baza unui anumit criteriu de optim) și de a modifica coieficientul de amplificare al unui amplificator din lanțul direct de reglaj, de așa manieră încît K_t să fie menținut în permanență egal cu K_0.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 1 p. 91 București 1966

NICOLAE DĂNILĂ, AURELIU LECA

621.311.22

DETERMINAREA ÎMPĂRȚIRII ÎN TREPTE A INTERVALULUI TOTAL DE PREÎNCĂLZIRE A APEI, ÎN CICLURILE TERMICE ALE CENTRALELOR TERMOELECTRICE CU SUPRAÎNCĂLZIRE INTERMEDIARĂ A ABURULUI

Lucrarea cuprinde cîteva considerații asupra împărțirii optime a intervalului total de preîncălzire regenerativă a apei de alimentare în ciclurile termice cu simplă și dublă încălzire intermediară, indicîndu-se respectiv o metodă analiitică și una grafică de rezolvare a problemei în condițiile realizării randamentului termic maxim.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 1, p. 105 București 1966.

A. ANTONESCU, I. RĂDULESCU 662.61

CONTRIBUȚII LA COMPLETAREA MODELULUI PROCESULUI DE STABILIZARE CU GAZE RECIRCULATE PENTRU APRINDERE

În baza unui nou punct de vedere din care este analizat fluxul energiei de aprindere, rezultă concluzii interesante privind raportul în care se află energia transmisă prin suprafața de contact și cea dezvoltată prin centre interne de aprindere funcție de parametrii jetului activ: viteză, dozaj de combustibil și gradul de grilare.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 1 p. 115 București 1966

N. PĂNOIU, C. CRĂCIUNEANU, G. SINGER
și I. CARABOGDAN 662.921

INTERDEPENDENȚA DINTRE SIMPLEXURILE GEOMETRICE ȘI REGIMUL DE CURGERE ÎN CAZUL MODELĂRII IZOTERMICE MONOFAZICE A FOCARULUI CICLON CONIC

După prezentarea relațiilor care definesc modelarea curgerii în focarul ciclon conic se analizează influența configurației geometrice a camerei asupra regimului de curgere. Se dau rezultatele obținute pe o instalație experimentală la funcționarea izotermică monofazică. Se propun relații criteriale de calcul pentru determinarea criteriilor care modelează regimul de curgere în funcție de simplexurile geometrice ale focarului. Se fac ipoteze asupra performanțelor instalației la funcționarea în regim neizotermic pe baza rezultatelor obținute la modelarea izotermică monofazică.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 1 p. 123 București 1966

D. GRECOV, I. IORDACHE 622.61

LUNGIMEA FLĂCĂRILOR DIFUZIVE DESCHISE ÎN CAZUL JETURILOR ÎN ECHICURENT ȘI CONTRACURENT

Analiza cîmpurilor de viteze și concentrații în flăcările în jeturi coaxiale în echicurent și contracurent a permis deducerea unor formule simple de calcul pentru determinarea lungimii acestor flăcări.

Datele experimentale obținute pentru flăcările de gaz metan concordă cu suficientă aproximație cu cele teoretice, deduse cu ajutor 1 formulelor de calcul.

În acest caz se observă că lungimile flăcărilor sînt automodelate în raport cu parametrii adimensionali m^2 ($R_2^{-2}1$) pentru jeturile în echicurent și $R_2\, m$ pentru jeturile în contracurent.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 1 p. 139 București 1966

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, ION ȘTEFAN,
NICOLAE STOICA 621.43–4

INFLUENȚA CONDIȚIILOR EXTERIOARE ASUPRA CONSUMULUI DE COMBUSTIBIL LA MOTORUL SR–211 (VARIAȚIA ALTITUDINEI DE EXPLOATARE)

Motoarele SR–211 tarate pentru anumiți parametri atmosferici sînt puse să funcționeze în condiții exterioare variate în special datorită înălțimii, ceea ce afectează coeficientul de umplere, randamentul efectiv și limita de detonație, adică performanțele motorului. În lucrare se face o analiză a influenței înălțimii asupra factorilor care influențează puterea și consumul specific de combustibil, arătîndu-se necesitățile de reglaj care se impun o dată cu mărirea altitudinii la care se face exploatarea.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 1 p. 149 București 1966

16

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile : energetică generală, electroenergetică şi electrotehnică, termoenergetică şi termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile : discuţii, recenzii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări ştiinţifice şi tehnice.

1. Structura lucrării.

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi indica metodele utilizate ;

b) Tratarea (despărţită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării ;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obţinute, limita lor de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la 2 rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenţii.

b) Se vor anexa :

Bibliografia după standardele în vigoare ; figurile pe calc în tuş, însoţite de cîte 2 copii şi o altă listă a titlurilor figurilor ; un rezumat de cinci, şase rînduri ; un rezumat de circa 2 000 semne.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională.

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie : Bucureşti, Şos. Vitan, nr. 236, raionul Tudor Vladimirescu.

1966 MAJ 4

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

V. PIMSNER, C. A. VASILESCU şi GH. RĂDULESCU, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*, 1964, 756 p., 45 lei.

D. DAMSKER, *Principii şi mijloace noi de automatizare a acţionărilor electrice*, 1964, 439 p., 24,50 lei.

N. TIPEI, V. N. CONSTANTINESCU, AL. NICA şi O. BIŢĂ, *Lagăre cu alunecare (calcul, proiectare, ungere)*, (în limba rusă), 1964, 459 p., 30 lei.

GH. CARTIANU, *Modulaţia de frecvenţă* (în limba rusă), 1961, 579 p. + 7 pl., 39,10 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, *Lubrificaţia cu gaze*, 1963, 635 p., 31 lei.

SUZANA GÎDEA, M. PROTOPOPESCU, D. DRIMER, *Metalurgia fizică a semiconductorilor*, 1963, 501 p. + 4 pl., 131 lei.

VASILE MARCU, *Metalizarea prin pulverizare*, 1963, 340 p., 21 lei.

A. MORARU, *Amplidina (maşina electrică amplificatoare de curent continuu cu cîmp transversal)*, 1962, 328 p. + 2 pl., 14,90 lei.

T. OROVEANU, *Scurgerea fluidelor prin medii poroase neomogene*, 1963, 329 p., 16,30 lei.

TRAIAN SĂLĂGEAN, *Fenomene fizice şi metalurgice la sudarea cu arcul electric a oţelurilor*, 1963, 219 p., 12,10 lei.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, PERICLE SVORONOS şi VICTOR PIMSNER, *Exploatarea raţională a gazelor naturale*, 1963, 367 p. + 7 pl., 26,40 lei.

I. P. „Informaţia" — c. 4686

43821

Lei 18.—

F1736

R

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

REFERATIVA

2

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 2 p. 169—400 Bucureşti 1966

COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ — redactor responsabil;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — redactor responsabil adjunct;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. ST. GHEORGHIU;
Ing. C. APETREI;
Ing. CS. NAGY;
Ing. V. PIMSNER;
Ing. C. A. VASILESCU;
Ing. ECATERINA ARIE — secretar de redacție.

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 72 lei.

În țară, abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București Căsuța poștală 134—135 sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa: BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236.

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 16, nr. 2 1966

MŰSZAKI KÖNYVTÁRÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883 BUDAPEST

SUMAR

Pag.

Energetică generală

ALEXANDRU PAP, Cuprinderea importului şi exportului purtătorilor de energie şi al formelor de energie în modelul matematic al bilanţului energetic general 171

ECATERINA ARIE, Racordarea unor modele matematice parţiale folosite pentru optimizarea structurii sistemelor electroenergetice 187

C. HAIDUC, Consideraţii privind determinarea tipului optim de centrală electronucleară pentru condiţiile Republicii Socialiste România 201

Electroenergetică şi electrotehnică

ANDREI ŢUGULEA, Reactanţa de dispersie şi rezistenţa în curent alternativ a laturilor de bobină situate în crestături eliptice 221

CEZAR FLUERAŞU şi NICOLAE GALAN, Curenţii turbionari şi căldura dezvoltată într-un conductor cilindric foarte lung, situat într-o bobină circulară de lungime finită parcursă de curent alternativ 237

V. BUNEA, Soluţionarea prin diferenţe finite a ecuaţiilor lui Maxwell în medii feromagnetice 257

NICOLAE GALAN, Cîmpul electromagnetic al unui fir rectiliniu parcurs de curent alternativ dispus în întrefierul mărginit de un cilindru conductor şi o coajă cilindrică 273

MIHU BÎRGĂUANU şi DUMITRU CREŢU, Cu privire la limita de stabilitate a motoarelor sincrone supuse la variaţii bruşte ale tensiunii şi sarcinii . . . 285

P. CARTIANU, Analiza logistică a reţelelor electrice 299

MIOARA CĂLUŞIŢĂ, Locul rădăcinilor ecuaţiei caracteristice pentru sistemele cu timp mort 313

St. cerc. energ. electr. Tom 16 Nr. 2 p. 169—400 Bucureşti 1966

Pag.

Termotehnică și termodinamică

N. PĂNOIU, Interdependența simplexurilor geometrice și regimului de curgere în cazul modelării izotermice monofazice a focarelor-ciclon 325

C. DINCULESCU, N. DĂNILĂ și D. GRECOV, Optimizarea proceselor de încălzire și de răcire intermediară în ciclurile turbinelor cu gaze și ciclurile mixte abur-gaze 341

C. ARAMĂ, M. NĂSTASE și N. BLEZU, Influența geometriei antecamerei asupra proceselor de ardere din motoarele diesel 353

VICTOR V. GHIA și NICOLAE LEMNEANU, Unghiul de pulverizare la injectoarele cu cameră de turbionare cu întoarcere 371

VALENTINA F. BĂLAN, Asupra sinterizării cenușilor unor cărbuni din Republica Socialistă România 385

Note

MATEI MARINESCU, Schimb de experiență cu R.D.G. pentru aplicarea oscilomotoarelor parametrice la acționarea compresoarelor de frigidere . . . 399

CUPRINDEREA IMPORTULUI ŞI EXPORTULUI PURTĂTORILOR DE ENERGIE ŞI AL FORMELOR DE ENERGIE ÎN MODELUL MATEMATIC AL BILANŢULUI ENERGETIC GENERAL

DE

ALEXANDRU PAP

620.92

În baza sistematizării numărului mare de variante posibile, se tratează modul de cuprindere în modelul matematic al bilanţului energetic general propus în cadrul Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România, a două aspecte importante ale gospodăririi energiei: importul şi exportul de energie şi de purtători de energie. Prin aceasta se urmăreşte extinderea posibilităţilor de optimizare la optimizarea bilanţului energetic general, deci realizarea unei eficienţe economice mărite.

1. INTRODUCERE

Importul şi exportul purtătorilor de energie şi al formelor de energie, reprezintă aspecte ale gospodăririi energetice, a căror rezolvare trebuie să rezulte prin optimizarea bilanţului energetic general. În legătură cu aceasta, se pune problema de a se găsi cel mai adecvat mod de cuprindere a acestor aspecte în modelul matematic al bilanţului.

Problema cuprinderii importului şi exportului de purtători de energie în modelul matematic al bilanţului energetic general a fost rezolvată pentru unele cazuri particulare care au apărut la întocmirea modelului matematic al bilanţului energetic general al Republicii Socialiste România pentru anul 1961 [1].

În lucrarea de faţă se urmăreşte tratarea sistematică a tuturor cazurilor care pot apare în practică.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 2 p. 171—186 Bucureşti 1966

Se are în vedere modelul matematic corespunzător metodologiei pentru determinarea bilanțului energetic general optim propusă în Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România [2].

2. PUNEREA PROBLEMEI

Pe lîngă elementele necesare pentru determinarea bilanțului energetic general optim fără luarea în considerare a importului și exportului purtătorilor de energie și al formelor de energie [3], se consideră cunoscute :

— toate ofertele pentru import (din ce țară, ce fel de purtători de energie și forme de energie, ce cantități, eventual graficele de livrare, condițiile economice : preț de vînzare în devize, prețul de revenire al devizelor, disponibilul de devize în alte țări) ;

— toate punctele posibile de import și traseele corespunzătoare de transport ;

— caracteristicile medii ale lanțurilor energetice de la toți consumatorii interni pînă la toate punctele de import posibile ;

— limitările impuse de către instalații și de către furnizori ;

— partea din import obligatorie stabilită în baza unor angajamente economice anterioare ;

— toate cererile de export (ce țară, ce fel de purtători de energie și forme de energie, ce cantități, eventual graficele de livrare, în ce condiții economice : diversele interese economice în general, necesitatea de a realiza o anumită cantitate de devize într-o anumită țară) ;

— toate punctele posibile de export și traseele corespunzătoare de transport ;

— caracteristicile medii ale lanțurilor energetice de la toate sursele pînă la toate punctele de export posibile ;

— partea din export obligatorie, stabilită în baza unor angajamente economice anterioare ;

— principiile generale urmărite în politica energetică și principiile generale urmărite în efectuarea comerțului exterior.

În baza tuturor acestor date, se pune problema de a se determina modul optim de acoperire a tuturor consumurilor solicitate de consumatorii interni și a solicitărilor la export avantajoase. Modul optim de acoperire se referă la un anumit criteriu de optimizare [4].

Soluția optimă de bilanț, cuprinde următoarele elemente referitoare la importul și la exportul purtătorilor și al formelor de energie.

— configurația importului (ce fel de purtători și forme de energie, ce cantități, din ce țări, prin ce puncte de import) ;

— cheltuielile legate de importul de purtători de energie și forme de energie ;

— configurația exportului (ce fel de purtători și forme de energie, ce cantități, în ce țări, prin ce punct de export) ;

— aportul de devize, prețul de revenire.

3. CRITERII PENTRU SISTEMATIZAREA VARIANTELOR LUATE ÎN CONSIDERARE

Deoarece realităţile fizice îmbracă aspecte foarte variate, tratarea completă a problemelor, impune o sistematizare a variantelor posibile. În acest scop, se propune un sistem de indici, astfel ca între mulţimea variantelor posibile şi între mulţimea grupărilor posibile de indici, să existe o corespondenţă univocă.

Semnificaţia unui anumit indice din gruparea de indici, rezultă atît din poziţia pe care o ocupă în cadrul grupării, cît şi din valoarea sa.

Semnificaţia indicilor este redată în schema sinoptică de mai jos, în care cifrele romane se referă la poziţia indicilor iar cifrele arabe la valoarea indicilor.

I. Felul schimbului de purtători de energie şi de forme de energie
   1. import
   2. export

II. Aspectele valutare ale schimbului de purtători de energie şi de forme de energie
   1. neglijarea aspectelor valutare
   2. luarea în considerare a aspectelor valutare

III. Punctele de efectuare a schimbului de purtători de energie şi de forme de energie
   1. toate punctele de schimb obligatorii
   2. unele puncte de schimb obligatorii
   3. toate punctele de schimb neobligatorii

IV. Precizarea calitativă a ofertelor şi a solicitărilor pentru schimb
   1. pe sorturi şi forme
   2. în combustibil convenţional care poate fi furnizat sub diferite forme date

V. Precizarea cantitativă a ofertelor şi a solicitărilor pentru schimb pe puncte de schimb
   1. precizarea printr-o valoare dată, bine determinată
   2. precizarea limitei inferioare
   3. precizarea limitei superioare
   4. precizarea în mod simultan şi a limitei inferioare şi a limitei superioare
   5. neprecizarea unei anumite limite

VI. Precizarea cantitativă a ofertelor şi a solicitărilor pentru schimb pe parteneri de schimb (ţări)
   1. precizarea printr-o valoare dată, bine determinată
   2. precizarea limitei inferioare
   3. precizarea limitei superioare
   4. precizarea, în mod simultan şi a limitei inferioare şi a limitei superioare
   5. neprecizarea unei anumite limite

VII. Precizarea cantitativă a volumului total al ofertelor şi a volumului total al solicitărilor

1. precizarea printr-o valoare dată, bine determinată
2. precizarea limitei inferioare
3. precizarea limitei superioare
4. precizarea în mod simultan şi a limitei inferioare şi a limitei superioare.
5. neprecizarea unei anumite limite

VIII. Luarea în considerare a aspectelor valutare prin volumul total de devize ce se poate cheltui sau prin cantitatea totală de devize ce urmează a se realiza, date prin :

1. o valoare determinată
2. impunerea unei limite inferioare
3. impunerea unei limite superioare
4. impunerea, în mod simultan, şi a limitei inferioare şi a limitei superioare
5. fără impunerea unei anumite limite

IX. Luarea în considerare a aspectelor valutare prin preţurile de revenire date prin :

1. o valoare determinată
2. impunerea unei limite superioare
3. fără impunerea unei anumite limite

Punctele de import şi de export posibile sînt considerate întotdeauna cunoscute din punctul de vedere al localizării geografice, ele reprezentînd intersecţiile între frontierele de stat şi traseele de cale ferată, de şosele, de linii electrice, de conducte, de căi fluviale sau maritime, etc.

În baza schemei sinoptice, gruparea de indici 2.2.1.1.4.1.5.4.2. spre exemplu, are următoarea semnificaţie : export de purtători de energie sau de forme de energie, cu luarea în considerare a aspectelor valutare, prin puncte de export obligatorii, cu precizarea solicitărilor pe sorturi şi forme, avînd precizate pe fiecare punct de export limitele inferioare şi cele superioare, avînd un volum precizat pentru fiecare partener, fără o limită precizată pentru exportul total, cu luarea în considerare a cantităţii totale de devize ce urmează a se realiza prin impunerea în mod simultan a limitei inferioare şi a celei superioare şi prin luarea în considerare a preţurilor de revenire prin impunerea unei limite superioare.

Efectuarea tuturor combinaţiilor posibile în cadrul grupărilor de indici conduce la 7 500 mn variante pentru import şi la 22 500 mn variante pentru export, m reprezentînd numărul punctelor posibile de schimb iar n numărul de parteneri de schimb. Numărul de variante posibile în mod real este mai redus deoarece la unele combinaţii de indici apar incompatibilităţi de ordin fizic, deci corespund variante imposibile.

4. CUPRINDEREA IMPORTULUI ÎN MODELUL MATEMATIC

4.1. Tratarea problemei cu neglijarea aspectelor valutare

Se tratează cazurile cuprinse în schema

$$1.\ 1.\ 2.\begin{matrix}1\\3\end{matrix}\quad\begin{matrix}1\\2.\end{matrix}\quad\begin{matrix}1&1&1\\2&2&2\\3.&3.&3\\4&4&4\\5&5&5\end{matrix}$$

întocmită în baza schemei sinoptice.

Se consideră că în fiecare punct de import obligatoriu avînd precizate ofertele pentru import, se găsesc localizate atîtea surse sorturi [1]) şi acelea, cîţi purtători de energie (feluri, sorturi) şi forme de energie pot fi importate prin punctul respectiv. Pentru fiecare sursă sort, astfel obţinută, trebuie să se scrie sau condiţia de folosire integrală sau una sau două condiţii de nedepăşire. Aceste condiţii se exprimă prin relaţiile :
condiţia de folosire integrală

$$\sum_f b_{defg}\ x_{defg} = R_{deg} \tag{1}$$

condiţiile de nedepăşire

$$\sum_f b_{defg}\ x_{defg} \geqslant (R_{deg})_{\min} \tag{2}$$

şi

$$\sum_f {}_{defd}\ x_{defg} \leqslant (R_{deg})_{\max}. \tag{3}$$

în care s-au folosit următoarele notaţii :

x	—	volumul fluxului energetic livrat ;
b	—	cantitatea de energie primară necesară pentru producerea unităţii de energie livrată ;
R	—	disponibilul de energie de o anumită formă dintr-un anumit punct de import (volumul ofertei) ;
d	—	indice care se referă la punctul de import ;
e	—	indice care se referă la forma de energie importată ;
f	—	indice care se referă la consumator (localizare formă de energie utilă, tipul de lanţ energetic [2])) ;
g	—	indice care se referă la ţara din care se importă ;
min, max	—	indici care caracterizează voloarea minimă respectiv maximă.

[1]) Prin sursă-sort se înţelege un anumit sort de combustibil dintr-o anumită sursă.
[2]) Pentru a nu se complica forma de scriere, au fost substituiţi trei indici prin unul singur.

Pentru varianta 1.1.1.1.1., trebuie să se scrie cîte o condiţie de tipul (1) pentru fiecare purtător de energie (fel şi sort) şi pentru fiecare formă de energie pentru fiecare punct de import; pentru varianta 1.1.1.1.2. cîte o condiţie de tipul (2); pentru varianta 1.1.1.1.3. cîte o condiţie de tipul (3) iar pentru varianta 1.1.1.1.1.4. cîte o condiţie de tipul (2) şi cîte o condiţie de tipul (3).

Pentru varianta 1.1.1.1.5. nu se pune nici o condiţie limitativă pentru sursele sort considerate amplasate în punctele de import. În această variantă, cantităţile importate sînt determinate de necesităţi, de limitările impuse importurilor din diversele ţări, de limitările impuse importului total şi de condiţiile economice.

Pentru variantele 1.1.2, condiţiile de mai sus (1), (2), (3) se scriu numai pentru punctele de import obligatorii.

Dacă se impun condiţii pentru cantităţile totale ce se importă dintr-o anumită ţară pe purtători de energie şi forme de energie, atunci în modelul matematic, vor trebui cuprinse relaţii corespunzătoare şi anume :

Pentru fiecare purtător de energie şi pentru fiecare formă de energie, oferite spre import de către o anumită ţară printr-o cantitate determinată, trebuie să se scrie cîte o relaţie de forma :

$$\sum_{d} \sum_{f} b_{defg}\ x_{defg} = R_{eg}. \qquad (4)$$

Dacă oferta este limitată inferior sau superior, relaţiile corespunzătoare care trebuie cuprinse în modelul matematic sînt :

$$\sum_{d} \sum_{f} b_{defg}\ x_{defg} \geqslant (R_{eg})_{\min}. \qquad (5)$$

şi respectiv

$$\sum_{d} \sum_{f} b_{defg}\ x_{defg} \leqslant (R_{eg})_{\max}. \qquad (6)$$

Dacă se impune şi limita inferioară şi cea superioară, atunci în modelul matematic se cuprind ambele relaţii şi (5) şi (6).

În ipoteza că o anumită ţară oferă pentru import o cantitate de energie fără precizarea unor limite, cantitatea importată va fi determinată de necesităţi, de condiţiile impuse volumului total al importului şi de condiţiile economice.

Dacă se impun condiţii pentru întregul volum de import, pe purtători de energie şi forme de energie, atunci în modelul matematic trebuie cuprinse relaţiile corespunzătoare acestor condiţii.

Dacă se impune volumul global ce urmează să se importe pe purtători de energie şi forme de energie, relaţia corespunzătoare se scrie :

$$\sum_{d} \sum_{f} \sum_{g} b_{defg}\ x_{defg} = R_{e} \qquad (7)$$

Dacă volumul global se limitează inferior sau superior, relaţiile corespunzătoare ce trebuie cuprinse în modelul matematic sînt :

$$\sum_d \sum_f \sum_g b_{defg}\ x_{defg} \geqslant (R_e)_{\min} \tag{8}$$

şi respectiv :

$$\sum_d \sum_f \sum_g b_{defg}\ x_{defg} \leqslant (R_e)_{\max}. \tag{9}$$

Dacă se impun ambele limite, în model trebuie să apară ambele relaţii şi (8) şi (9).

În afara relaţiilor de mai sus, mărimile x mai intervin în relaţiile care exprimă condiţiile de acoperire a consumurilor de energie în fiecare punct de consum, pentru fiecare purtător şi formă de energie.

Ele pot apărea de asemenea în diversele relaţii de condiţionare impuse de instalaţiile consumatoare sau de instalaţiile de transport.

În funcţia de optimizat — în ipoteza că se alege drept criteriu de optimizare minimul cheltuielilor anuale — mărimile x apar în termeni de forma

$$a_{defg}\ x_{defg}$$

în care a reprezintă cheltuielile specifice.

Preţul specific la import, trebuie să intre în componenţa lui a, exprimat în lei/unitatea de energie.

Fiind cunoscut preţul în devize (d_{deg}) exprimat în devize/unitatea de energie şi preţul de revenire al devizelor (p_g) exprimat în lei/devize, preţul în lei/unitatea de energie (δ_{deg}) se poate calcula cu relaţia

$$\delta_{deg} = d_{deg}\ p_g. \tag{10}$$

Pentru punctele de import neobligatorii, va corespunde cîte o mărime x pentru fiecare punct de import, purtător şi formă de energie, consumator şi ţară. Aceste mărimi intervin în condiţiile de acoperire a consumurilor de toate felurile în toate punctele de consum, în condiţiile de folosire integrală sau în cele de nedepăşire scrise pentru fiecare ţară din care se importă sau pentru întregul import. Ele intervin de asemenea în diversele condiţii suplimentare impuse de instalaţiile de consum sau de cele de transport şi în funcţia economică.

Din procesul de optimizare va rezulta care sînt acele puncte de import dintre cele neobligatorii care vor fi folosite şi de asemenea purtătorii de energie şi formele de energie ce se vor importa prin ele, precum şi cantităţile respective.

Aceste cantităţi se calculează cu relaţia

$$R'_{deg} = \sum_f b_{defg}\ x'_{defg} \tag{11}$$

în care prin' (prim) s-au notat valorile rezultate din procesul de optimizare.

Sursele sorturi afectate punctelor de import, se cuprind după caz în părţile modelului matematic corespunzătoare purtătorilor şi formelor de energie neinterşanjabile sau în partea de model corespunzătoare purtătorilor şi formelor de energie interşanjabile.

Cu luarea în considerare a relaţiilor (1)...(10) pot fi transcrise toate variantele posibile exprimate prin schema :

$$1.\ 1.\ 2.\ \begin{matrix}1\\2\\3\end{matrix}\ \begin{matrix}1\\2.\end{matrix}\ \begin{matrix}1 & 1 & 1\\2 & 2 & 2\\3. & 3. & 3\\4 & 4 & 4\\5 & 5 & 5\end{matrix}$$

Pentru variantele $1.1.2.\ \begin{matrix}1\\2\\3\end{matrix}$ se va lua în considerare cîte o mărime x pentru fiecare purtător de energie sau formă de energie din cele date, punct de import şi consumator. Aceste mărimi vor interveni în condiţiile de acoperire a consumurilor, în diversele condiţii limitative şi în funcţia economică.

Prin optimizarea funcţionării sistemului energetic general vor rezulta cantităţile de diverşi purtători de energie care trebuie importaţi din categoria celor care au fost daţi prin cantitatea echivalentă de combustibil convenţional.

În cele ce urmează se analizează modul de cuprindere în modelul matematic al bilanţului energetic general a unora dintre variantele cu cea mai mare probabilitate de realizare în condiţiile concrete actuale.

Varianta 1.1.2.1.4.1.1. trebuie să fie cuprinsă în model prin relaţii de tipul (2) şi (3) scrise pentru punctele de import obligatorii pentru fiecare purtător de energie sau formă de energie şi ţară şi prin relaţii de tipul (4) scrise pentru fiecare purtător de energie sau formă de energie, şi ţară.

Varianta 1.1.2.1.4.4.1. trebuie să fie cuprinsă în model prin relaţii de tipul (2) şi (3) scrise pentru punctele de import obligatorii pentru fiecare purtător de energie sau formă de energie şi ţară, prin relaţii de tipul (5) şi (6) scrise pentru fiecare purtător de energie sau formă de energie şi ţară şi prin relaţii de tipul (7) scrise pentru fiecare purtător de energie sau formă de energie.

Varianta 1.1.2.4.4.4. se cuprinde în model prin aceleaşi relaţii ca şi varianta 1.1.2.1.4.4.1. mai puţin relaţiile de tipul (7). Apar în schimb în plus, relaţii de tipul (8) şi (9).

Varianta 1.1.3.1.5.4. se cuprinde în model prin relaţii de tipul (5) şi (6).

Varianta 1.1.3.1.4.4. trebuie să fie cuprinsă în model prin relaţii de tipul (5) şi (6) scrise pentru fiecare purtător de energie şi formă de energie şi pentru fiecare ţară şi prin relaţii de tipul (8) şi (9) scrise pentru fiecare purtător de energie şi formă de energie. Se ia în considerare cîte o variabilă x pentru fiecare punct de export, ţară, consumator şi formă de energie şi purtător de energie.

4.2. Tratarea problemei cu luarea în considerare a aspectelor valutare

Limitarea volumului de devize care stă la dispoziţie pentru procurarea de energie din import, se transcrie în modelul matematic al bilanţului energetic general în funcţie de cazul dat, prin una sau mai multe relaţii de tipul celor de mai jos.

Dacă pentru importul de energie se impune cheltuirea unui anumit volum de devize într-o anumită ţară, aceasta se exprimă prin relaţia :

$$\sum_d \sum_e \sum_f b_{defg}\, x_{defg}\, d_{deg} = D_g. \tag{12}$$

Dacă volumul de devize ce poate fi cheltuit într-o anumită ţară pentru importul de energie este limitat inferior sau superior, aceasta se exprimă prin relaţiile :

$$\sum_d \sum_e \sum_f b_{defg}\, x_{defg}\, d_{deg} \geqslant (D_g)_{\min} \tag{13}$$

şi respectiv

$$\sum_d \sum_e \sum_f b_{defg}\, x_{defg}\, d_{deg} \leqslant (D_g)_{\max}. \tag{14}$$

Pe lîngă notaţiile introduse anterior, în relaţiile de mai sus s-au folosit următoarele notaţii noi :

d — preţul unităţii de energie livrată la punctul de import (devize pe unitatea de energie)

D — volumul de devize ce stă la dispoziţie într-o anumită ţară pentru cumpărarea de energie.

La cuprinderea în modelul matematic, se va analiza fiecare variantă în parte, alegîndu-se din grupul de relaţii (1)...(14) numai cele strict necesare pentru transpunerea matematică a realităţilor fizice. Se va avea în vedere faptul că în unele situaţii, unele dintre relaţii pot cuprinde în mod implicit condiţionările exprimate de o altă relaţie, deci că în această situaţie unele relaţii pot deveni de prisos.

5. CUPRINDEREA EXPORTULUI ÎN MODELUL MATEMATIC

5.1. Tratarea problemei cu neglijarea aspectelor valutare

Se tratează cazurile cuprinse în schema de mai jos

				1	1	1
		1		2	2	2
2.	1.	2.	1	3.	3.	3
		3	2	4	4	4
				5	5	5

întocmită în baza schemei sinoptice.

Se consideră că în fiecare punct de export, corespunzător fiecărui purtător de energie și fiecărei forme de energie, care trebuie să se exporte prin punctul respectiv, se găsește localizat cîte un consumator individual avînd consumul egal cu cantitatea ce trebuie exportată.

Trebuie deci ca pentru fiecare dintre consumatorii astfel obținuți să se scrie condiția acoperirii consumului.

Dacă solicitările pentru export sînt date prin valori determinate pentru fiecare purtător de energie și formă de energie ce trebuie exportate prin fiecare punct de export, atunci condiția de acoperire se scrie :

$$\sum_h x_{degh} = W_{deg}. \tag{15}$$

Dacă solicitările sînt date prin impunerea unei limite inferioare sau a unei limite superioare, atunci condițiile corespunzătoare se transcriu prin relațiile :

$$\sum_h x_{degh} \geqslant (W_{deg})_{\min} \tag{16}$$

și respectiv

$$\sum_h x_{degh} \leqslant (W_{deg})_{\max}. \tag{17}$$

În relațiile de mai sus s-au folosit următoarele notații noi :

W — volumul exportului de energie,
d — indice care se referă la punctul de export,
e — indice care se referă la purtătorul de energie sau forma de energie exportată,
g — indice care se referă la țara în care se face exportul,
h — indice care se referă la sursele de energie.

Dacă se impun ambele limitări, și cea inferioară și cea superioară, atunci în modelul matematic vor apărea simultan ambele relații și (16) și (17).

Pentru varianta 2.1.1.1.1. trebuie să se scrie cîte o condiție de tipul (15) pentru fiecare punct de export și pentru fiecare purtător și formă de energie ; pentru varianta 2.1.1.1.2 cîte o relație de tipul (16) ; pentru varianta 2.1.1.1.3 cîte una de tipul (17) iar pentru varianta 2.1.1.1.4 cîte o relație de tipul (16) și cîte una din tipul (17). Pentru varianta 2.1.1.1.5 nu se pune nici o condiție limitativă punctelor de export.

Pentru variantele 2.1.2. condițiile (15), (16) și (17) se scriu numai pentru punctele obligatorii de export.

Dacă se impun condiții pentru cantitățile totale ce se exportă într-o anumită țară pe purtători de energie și forme de energie, atunci în modelul matematic al bilanțului trebuie cuprinse și aceste condiții. Astfel pentru purtătorii de energie și formele de energie ce urmează să se exporte într-o anumită țară, date prin cantități bine determinate, trebuie să se scrie cîte o relație de forma :

$$\sum_h \sum_d x_{degh} = W_{eg} \tag{18}$$

Dacă exportul total într-o anumită ţară, pe purtători de energie şi forme de energie este limitat inferior, relaţia corespunzătoare este

$$\sum_h \sum_d x_{degh} \geqslant (W_{eg})_{\min} \tag{19}$$

iar pentru limitarea superioară

$$\sum_h \sum_d x_{degh} \leqslant (W_{eg})_{\max} \tag{20}$$

Dacă se impun condiţii pentru întregul volum de export pe purtători de energie şi pe forme de energie, atunci în modelul matematic vor trebui cuprinse relaţiile corespunzătoare acestor condiţii.

Dacă este dat întregul volum ce urmează să se exporte, pe purtători de energie şi forme de energie, relaţia corespunzătoare este

$$\sum_d \sum_g \sum_h x_{degh} = W_e. \tag{21}$$

Dacă exportul total este limitat inferior, aceasta se exprimă prin

$$\sum_d \sum_g \sum_h x_{degh} \geqslant (W_e)_{\min} \tag{22}$$

limitarea superioară exprimîndu-se prin

$$\sum_d \sum_g \sum_h x_{degh} \leqslant (W_e)_{\max}. \tag{23}$$

Impunerea simultană a unei limite inferioare şi a unei limite superioare se cuprinde în modelul matematic prin o relaţie de tipul (22) şi o relaţie de tipul (23).

În afara relaţiilor (15)...(23) mărimile x mai intervin în relaţiile care exprimă condiţiile de nedepăşire a resurselor scrise pentru fiecare sursă, purtător de energie şi formă de energie. Ele pot apărea de asemenea în diversele relaţii de condiţionare impuse de instalaţiile de transport.

În funcţia de optimizat — în ipoteza că se alege drept criteriu de optimizare minimul cheltuielilor anuale — mărimile x apar în termeni de forma

$$a_{degh}\ x_{degh},$$

în care a reprezintă cheltuielile specifice corespunzătoare obţinerii şi aducerii unităţii de energie pe un anumit lanţ energetic pînă la punctul de export.

Pentru punctele de export neobligatorii va corespunde cîte o mărime x pentru fiecare ţară, punct de export posibil şi sursă sort. Aceste mărimi intervin în condiţiile de nedepăşire scrise pentru fiecare sursă sort şi în condiţiile limitative scrise pentru cîte o ţară sau pentru întregul volum al exportului de energie. Ele intervin de asemenea în diversele condiţii suplimentare impuse de instalaţiile de transport şi în funcţia economică.

Din procesul de optimizare va rezulta care sînt acele puncte de export dintre cele neobligatorii care vor trebui folosite şi de asemenea purtătorii şi formele de energie ce se vor exporta prin ele, precum şi cantităţile respective.

Aceste cantităţi pot fi calculate cu relaţii de tipul

$$\sum_{g} \sum_{h} x'_{degh} = W'_{ed} \qquad (24)$$

Pentru variantele 2.1. $\begin{matrix}1\\2\\3\end{matrix}$. 2 se va lua în considerare cîte o mărime x pentru fiecare sursă sort din acei purtători de energie şi acele forme de energie cu care se ştie că pot fi acoperite necesităţile de export date în unităţi convenţionale. Aceste mărimi vor interveni în condiţiile de nedepăşire ale surselor sorturi respective, în diversele condiţii limitative şi în funcţia economică.

Prin optimizarea funcţionării sistemului energetic general vor rezulta cantităţile din diverşii purtători de energie şi din diversele forme de energie care trebuie exportaţi sau care pot fi exportaţi din categoria celor care au fost ceruţi prin impunerea cantităţii corespunzătoare de combustibil convenţional.

În cele ce urmează, se analizează unele dintre variantele cu cea mai mare probabilitate de realizare :

Varianta 2.1.1.1.1. trebuie să fie cuprinsă în modelul matematic al bilanţului energetic general prin relaţii de tipul (15) scrise pentru fiecare punct de export şi pentru fiecare purtător de energie şi formă de energie în parte.

Varianta 2.1.1.1.4.1. se transcrie în modelul matematic prin relaţii de tipul (16) şi (17) scrise pentru fiecare punct de export şi pentru fiecare purtător de energie şi formă de energie în parte şi prin relaţia de tipul (18) scrise pentru fiecare purtător de energie şi formă de energie în parte.

Varianta 2.1.1.1.4.4.1. trebuie să fie cuprinsă în model prin relaţii de tipul (16) şi (17) scrise pentru fiecare punct de export şi pentru fiecare purtător de energie şi formă de energie, prin relaţii de tipul (19) şi (20) scrise pentru fiecare purtător de energie şi formă de energie şi pentru fiecare ţară şi prin relaţii de tipul (21) scrise pentru fiecare purtător de energie şi formă de energie.

Varianta 2.1.2.1.1.1. se transcrie în modelul matematic prin relaţii de tipul (15) scrise pentru toţi purtătorii de energie şi pentru toate formele de energie dar numai pentru punctele de export obligatorii şi prin relaţii de tipul (18) scrise pentru toţi purtătorii şi toate formele de energie.

Varianta 2.1.2.1.4.1. se transcrie în model prin relaţii de tipul (16) şi (17) scrise pentru fiecare purtător de energie şi formă de energie dar numai pentru punctele de export obligatorii şi prin relaţii de tipul (18) scrise pentru fiecare purtător şi formă de energie pentru fiecare ţară.

Varianta 2.1.2.1.4.1. se transcrie în modelul matematic prin relaţii de tipul (16) şi (17) scrise pentru fiecare purtător de energie şi pentru fiecare formă de energie dar numai pentru punctele de export obligatorii, prin relaţii de tipul (19) şi (20) scrise pentru fiecare purtător de energie şi formă de energie şi pentru fiecare ţară şi prin relaţii de tipul (21) scrise pentru fiecare purtător de energie şi pentru fiecare formă de energie.

5.2 Tratarea problemei cu luarea în considerare a aspectelor valutare

5.2.1. *Luarea în considerare a aspectelor valutare prin intermediul cantităţii totale de devize ce urmează a se realiza.* Problema prezintă mai multe aspecte. Se impune în general realizarea unui anumit volum de devize într-o anumită ţară care solicită o anumită cantitate de energie sub un anumit fel.

Dacă volumul cererii este precizat, atunci trebuie să se verifice dacă ţara exportatoare are interesul ca să o satisfacă şi în ce măsură este convenabil să o satisfacă. Dacă volumul cererii nu este precizat decît printr-o limită inferioară sau o limită superioară sau prin ambele limite atunci ţara exportatoare poate impune un volum convenabil din punctul de vedere propriu cu respectarea limitelor.

Realizarea unui anumit volum de devize într-o anumită ţară, se transcrie în modelul matematic al bilanţului energetic general, prin relaţia :

$$\sum_{d} \sum_{e} \sum_{h} x_{degh}\, d_{degh} = D_g. \tag{25}$$

Dacă se impune realizarea unui anumit volum de devize limitat inferior sau superior, relaţiile corespunzătoare din modelul matematic sînt :

$$\sum_{d} \sum_{e} \sum_{h} x_{degh}\, d_{degh} \geqslant (D_g)_{\min} \tag{26}$$

şi respectiv :

$$\sum_{d} \sum_{e} \sum_{h} x_{degh}\, d_{degh} \leqslant (D_g)_{\max}. \tag{27}$$

în care notaţiile noi introduse au următoarea semnificaţie :

d — preţul de vînzare exprimat în unităţi valutare pe unitatea de energie exportată ;

D — volumul de devize ce urmează a se realiza într-o anumită ţară.

Impunerea simultană a unei limite inferioare şi a unei limite superioare se cuprinde în modelul matematic prin perechi de relaţii de tipul (26) şi (27) scrise pentru fiecare ţară în care se exportă energie.

5.2.2. *Luarea în considerare a aspectelor valutare prin intermediul preţului de revenire al devizelor.* Date fiind solicitările de purtători de energie şi de forme de energie pentru export şi condiţiile energetice interne, se pune problema să se determine cantităţile de diverşi purtători de energie şi forme de energie care urmează să fie exportate prin diversele puncte de export în diversele ţări în condiţiile funcţionării optime a sistemului energetic general şi în condiţiile realizării unui anumit volum de devize obligatorii sau nu, cu un preţ de revenire impus sau limitat.

Pentru acest caz, în modelul matematic al bilanţului energetic general, vor trebui cuprinse pe lîngă relaţiile care se impun dintre cele tratate, unele relaţii suplimentare.

Dacă într-o anumită țară se impune realizarea de devize prin exportul de energie la un anumit preț de revenire, (p_r) atunci în modelul matematic al bilanțului va trebui cuprinsă condiția :

$$\frac{\sum_d \sum_e \sum_h x_{degh}\, c_{degh}}{\sum_d \sum_e \sum_h x_{degh}\, d_{degh}} = p_{rg} \tag{28}$$

care mai poate fi scrisă

$$\sum_d \sum_e \sum_h (c_{degh} - d_{degh}\, p_{rg})\, x_{degh} = 0 \tag{29}$$

și în care prin c s-au notat cheltuielile specifice.

Cea de a doua formă de scriere : (29) este mai adecvată rezolvării modelului matematic.

Din punctul de vedere al exportatorului nu are sens o limitare inferioară a prețului de revenire, deoarece există interesul de a se realiza un preț de revenire cît mai mic.

Dacă se impune o limitare superioară prețului de revenire, această condiție se transcrie în modelul matematic prin relația :

$$\frac{\sum_d \sum_e \sum_h x_{degh}\, c_{degh}}{\sum_d \sum_e \sum_h x_{degh}\, d_{degh}} \leqslant (p_{rg})_{\max}. \tag{30}$$

sau prin relația

$$\sum_d \sum_e \sum_h [c_{degh} - d_{degh}\, (p_{rg})_{\max}]\, x_{degh} \leqslant 0. \tag{31}$$

Este de observat că minimizarea cheltuielilor anuale, implică și minimizarea numărătorului relației (30).

Pentru ilustrarea modelului în care diversele variante posibile trebuie să fie cuprinse în modelul matematic al bilanțului energetic general, se analizează una dintre aceste variante și anume :

Varianta 2.2.3.1.4.4.2.2.

Corespunzător fiecărui punct de export posibil, fiecărui purtător de energie și fiecărei forme de energie și fiecărei țări se alege cîte o variabilă x (reprezentînd volumul fluxului util de energie). Aceste variabile trebuie cuprinse în condițiile de nedepășire sau în condițiile de folosire integrală scrise pentru diversele surse sorturi. Ele intervin de asemenea în relațiile de tipul (16) și (17) scrise pentru fiecare punct de export posibil, pentru fiecare purtător de energie și formă de energie ce se pot exporta în punctul respectiv. Apoi în relații de tipul (19) și (20) scrise pentru fiecare purtător de energie și formă de energie și pentru fiecare țară. Mai departe în relații de tipul (22) și (23) scrise pentru fiecare purtător de energie și formă de energie și în relații de tipul (26) scrise pentru fiecare țară și în fine în relații de tipul (31) scrise pentru fiecare țară.

6. OBSERVAŢII

1. Cuprinderea importului şi exportului purtătorilor de energie şi al formelor de energie în modelul matematic al bilanţului energetic general, măreşte gradul de complexitate al acestuia dar conduce şi la extinderea posibilităţilor de optimizare, deci la mărirea eficienţei optimizării.

2. Dacă ritmurile în care urmează să se facă importul şi exportul de energie sînt puternic neuniforme şi nu există posibilităţi de stocaj, atunci se procedează în modul indicat în metodologia elaborată în Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România [5].

3. În unele cazuri, se poate realiza o micşorare a numărului de relaţii care intervin în modelul matematic al bilanţului energetic general, prin cuprinderea într-o aceeaşi relaţie de condiţionare a mai multor condiţii impuse unor anumite părţi ale sistemului.

4. Trebuie să se acorde atenţie posibilităţii de a se renunţa la unele relaţii atunci cînd condiţiile pe care le exprimă sînt cuprinse în alte relaţii.

5. În practica relaţiilor comerciale cu ţări care nu au economia planificată dar mai ales cu firme sau societăţi particulare din aceste ţări, apare des situaţia cînd diversele solicitări pentru export apar în mod spontan. Cum în general există interesul reciproc de a se satisface aceste solicitări, se pune problema cum se vor soluţiona cele care se referă la purtători de energie sau la forme de energie, dat fiind faptul că în momentul apariţiei cererii, sistemul energetic general funcţionează într-un regim, optim dintr-un anumit punct de vedere, stabilit cu anticipaţie.

Dacă pentru astfel de situaţii se prevăd în baza unor studii statistice anumite cantităţi, atunci satisfacerea solicitărilor nu perturbă funcţionarea sistemului energetic general. Dacă însă aceste cantităţi nu sînt prevăzute sau sînt depăşite, atunci se pune problema dacă în condiţiile tehnice date cererile pot fi acoperite. În ipoteza că ele pot fi acoperite din punctul de vedere al condiţiilor tehnice, se pune problema dacă din punctul de vedere economic, acest lucru prezintă sau nu interes. Cum în general există mai multe soluţii pentru acoperirea unei anumite cereri, prezintă interes soluţia optimă dintr-un anumit punct de vedere.

Principial soluţionarea acestui aspect poate fi abordată în două moduri :

a) se realizează o reoptimizare a bilanţului energetic general în noile condiţii.

b) se realizează o reoptimizare parţială pentru porţiunea sistemului energetic general care urmează să-şi modifice funcţionarea pentru a se putea satisface solicitările la export.

La nivelul actual al realizărilor teoretice şi practice în problema optimizării bilanţului energetic general, prima cale nu poate veni în considerare. Se impune cea de-a doua cale. Consideraţiunile teoretice şi metodologia corespunzătoare se vor expune într-o lucrare viitoare.

Primită la redacţie la 8 decembrie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. T. Miclescu, Al. Pap, I. Niculescu, S. Iordache, T. Gherasimatos, *Modelul matematic al bilanțului energetic general al anului* 1961. Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România — 1962.
2. T. Miclescu, *Considerații asupra bilanțului energetic de perspectivă.* St. cerc. energ. *3* (1960).
3. M. Bercovici, Al. Pap, *Determinarea planului general optimal de aprovizionare cu combustibil și energie pentru o perioa dă de perspectivă imediată.* Protocol (1965).
4. M. Bercovici, C. Dinculescu, T. Miclescu, Al. Pap, *Réduction de la consommation d'énergie primaire et des dépenses par l'optimisation du bilan énergétique général.* Conférence Mondiale de l'Énergie, Lausanne, 1964.
5. T. Miclescu, *Exprimarea regimului de consum și de producere a energiei și purtătorilor de energie în ecuațiile bilanțului energetic general.* St. cerc. energ., **XIII** 2—A (1963)

RACORDAREA UNOR MODELE MATEMATICE PARȚIALE FOLOSITE PENTRU OPTIMIZAREA STRUCTURII SISTEMELOR ELECTROENERGETICE

DE

ECATERINA ARIE

621.311.1

Se descriu principiile unei metode de optimizare a unor modele matematice parțiale, ținînd seama de interdependența reală dintre problemele parțiale modelate. Principiile expuse sînt concretizate printr-un exemplu privind modelarea interdependenței dintre problema structurii centralelor electrice și problema liniarizată a optimizării structurii rețelei electrice de interconexiune și transport.

1. EXPUNEREA PROBLEMEI ȘI PRINCIPII DE REZOLVARE

Problema elaborării unei metode matematice cît mai corecte pentru planificarea dezvoltării unui sistem electroenergetic, urmărind satisfacerea cu cheltuieli minime a cerințelor consumatorilor în condiții determinate de situația resurselor energetice, atrage în ultima vreme atenția a numeroși cercetători din toate țările lumii, datorită importanței economice deosebite a acestei probleme, a progreselor recente ale aplicațiilor matematicii în economie și utilizării pe scară largă a calculatoarelor electronice [1]—[13]. O soluție optimă riguroasă pentru planul de dezvoltare al unui sistem electroenergetic ar trebui să țină seama de interdependențele multiple care există între elementele eterogene ale sistemului, între soluțiile pentru etape succesive și între ansamblele formate din sistemul electroenergetic împreună cu ramurile conexe avînd roluri de furnizori de resurse energetice, de consumatori de energie electrică sau care influențează în alt fel procesul tehnologic al producției și transportului energiei electrice. Respectarea acestei cerințe ar conduce la necesitatea rezolvării simultane a problemei mult mai complexe a optimizării planului de dezvoltare a eco-

nomiei naționale pe o perioadă foarte lungă. Pentru a ocoli această dificultate se recurge la delimitarea problemei, considerînd volumul resurselor disponibile pentru energia electrică determinat pentru fiecare tip de resursă; de asemenea, în cele mai multe cazuri se consideră ca date inițiale ale problemei curbele de sarcină ale consumatorilor de energie electrică pe întreaga perioadă de calcul. Delimitări ulterioare se fac însă și în interiorul problemei planificării sistemului electroenergetic, problema defalcîndu-se într-o serie de probleme parțiale, privind optimizarea pe termen lung a structurii centralelor electrice, optimizarea pe o perioadă de 5—10 ani a rețelei de interconexiune, încadrarea unei centrale sau a unei linii în sistem (optimizare pe termen scurt), optimizarea regimurilor pe perioade cuprinse între o zi și cîțiva ani, optimizarea structurii rețelelor de distribuție etc. Fiecare dintre aceste probleme se tratează de obicei independent, considerînd problemele conexe ca rezolvate sau avînd o influență neglijabilă asupra soluției căutate.

În prezenta lucrare se descriu cîteva principii pregătitoare pentru elaborarea unei metode de optimizare a modelelor parțiale permițînd reflectarea interdependenței reale dintre problemele parțiale corespunzătoare. În acest scop este necesar ca fiecare model parțial să furnizeze ca date inițiale pentru modelele conexe, în locul unui ansamblu de mărimi fixe, o funcție de mai multe variabile $f_m(x_{1m}, \ldots, x_{nm}; y_{1m}, \ldots, y_{nm})$ arătînd dependența mărimii criteriale folosite în optimizare de mărimile funcționale comune celor două modele matematice. Funcția $f_m(x_{1m}, \ldots, x_{nm}; y_{1m}, \ldots, y_{nm})$, pe care o vom denumi „funcție criterială echivalentă a modelului m", poate fi apoi folosită pentru optimizarea modelului parțial conex prin însumarea la funcția criterială a acestuia, iar mărimile de interconexiune $x_{1m}, \ldots, x_{nm}; y_{1m}, \ldots, y_{nm}$ la exprimarea condițiilor suplimentare pe care trebuie să le satisfacă soluția căutată.

Soluții aproximative preliminare ale modelelor conexe, precum și experiența practică a proiectantului, pot fi folosite pentru încadrarea domeniului de variație al mărimilor de interconexiune, ceea ce permite o considerabilă simplificare a expresiei funcției criteriale echivalente.

Se observă că metoda schițată mai sus constituie o generalizare a metodelor generatoarelor echivalente și a schemelor echivalente, frecvent utilizate în electroenergetică pentru soluționarea problemelor de mare complexitate.

În cazul în care modelul parțial principal este liniar, iar funcțiile criteriale ale modelelor parțiale conexe sînt de asemenea liniare sau pot fi liniarizate pe porțiuni, se poate aplica o metodă asemănătoare metodei de „divizare și interconectare", preconizată de G. Kron [14]. Spre deosebire de cazul soluționat de Kron, unde un model liniar amplu se subdivide în mai multe modele parțiale complete, în cazul unui model amplu care depășește capacitatea calculatorului — caz la care se referă prezenta lucrare — , numai o parte a problemei, constituind aspectul principal al etapei respective de calcul, va fi descrisă în mod complet, iar pentru aspectele conexe se vor folosi modele echivalente obținute din condiția ca în domeniul de variație dat al mărimilor de interconexiune să aibă o funcție criterială identică cu funcția criterială echivalentă a modelului înlocuit.

Dacă modelul matematic parțial principal și funcțiile criteriale echivalente ale modelelor conexe sînt neliniare, este necesară folosirea unor metode de programare neliniară sau de programare dinamică.

2. APLICAȚIE. PROBLEMA STRUCTURII REȚELEI ELECTRICE DE INTERCONEXIUNE ȘI TRANSPORT ÎN INTERDEPENDENȚĂ CU STRUCTURA CENTRALELOR ELECTRICE

Pentru concretizarea principiilor de rezolvare expuse mai sus s-a schițat în cele ce urmează o metodă de optimizare a structurii rețelei electrice care permite să se țină seama de influențele reciproce dintre soluția acestei probleme și soluția problemei structurii optime a centralelor electrice. Această metodă se referă la problema liniară și este o variantă a metodei de optimizare pe porțiuni a problemelor de transport liniare, propusă de Kron [14].

2.1. Formularea și metoda de rezolvare a problemei liniare

Se presupune că înainte de abordarea problemei optimizării rețelei electrice s-a rezolvat problema optimizării structurii centralelor electrice în ipoteza unor resurse energetice limitate superior, a unui consum de energie electrică fixat pentru perioada de calcul și a unei puteri maxime cerute fixate [1], [10], [12], [13]. În acest prim calcul, rețeaua electrică nu a fost luată în considerare decît prin adăugarea pierderilor apreciate de putere și energie la valorile puterii maxime și a energiei cerute de consumatori. Centralele corespunzătoare structurii optime calculate se amplasează apoi pe baza proiectelor disponibile și a unor considerente empirice, alcătuindu-se astfel o soluție inițială. Totodată se alcătuiește o listă a tuturor celorlalte amplasamente plauzibile tehnic și economic. Fie $i = 1, \ldots$ $\ldots, M$ indicele curent al ansamblului amplasamentelor luate în considerare pentru centralele electrice, inclusiv cele corespunzătoare soluției inițiale, și fie P_{i0}, E_{i0} parametrii de proiect ai centralei (sau grupului de centrale) amplasate în nodul i conform soluției inițiale. Aceste variabile vor fi nule pentru amplasamentele în care nu s-au prevăzut centrale prin soluția inițială.

Conform ipotezei liniarității problemei, funcția criterială pentru centrala (reală sau echivalentă) din amplasamentul i poate fi pusă sub forma

$$\mathcal{C}_i = \mathcal{C}_{i0} + c_{i+}\, p_{i+} - c_{i-}\, p_{i-} + d_{i+}\, e_{i+} - d_{i-}\, e_{i-}, \tag{1}$$

unde

$$p_{i+} = \begin{cases} P_i - P_{i0} & \text{dacă} \quad P_i > P_{i0}, \\ 0 & \text{,,} \quad P_i \leqslant P_{i0} \end{cases}$$

și

$$p_{i-} = \begin{cases} P_{i0} - P_i & \text{,,} \quad P_i < P_{i0} \\ 0 & \text{,,} \quad P_i \geqslant P_{i0} \end{cases} \tag{2}$$

și analog pentru e_{i+} și e_{i-}

dacă P_i şi E_i variază în interiorul domeniului

$$P_{i\,\min} \leqslant P_i \leqslant P_{i\,\max} \; ; \quad E_{i\,\min} \leqslant E_i \leqslant E_{i\,\max}, \tag{3}$$

delimitat fie din considerente de liniaritate a funcţiei criteriale, fie ca urmare a limitării resurselor energetice disponibile (sau altor strangulări) în amplasamentul i.

Pentru ca şi modelul reţelei electrice să fie liniar este necesar să se poată scrie contribuţia la funcţia criterială a fiecărei lini de transport ce leagă centrala i cu consumatorul j, sub forma unui termen aditiv avînd expresia

$$\mathcal{C}_{ij} = \mathcal{C}^0_{ij} + c_{ij}\, p_{ij} + d_{ij}\, e_{ij}, \tag{4}$$

unde p_{ij} şi e_{ij} sînt puterea maximă şi energia totală pe timpul de calcul transportate de la i spre j.

Dacă se introduc variabilele complementare p^*_{i+}, p^*_{i-}, e^*_{i+}, e^*_{i-} pentru transformarea inegalităţilor în egalităţi, modelul matematic va putea fi descris de

— funcţia scop $\mathcal{C}$ = minim :

$$\mathcal{C} = \mathcal{C}_0 + \sum_i (c_{i+}\, p_{i+} - c_{i-}\, p_{i-} + d_{i+}\, e_{i+} - d_{i-}\, e_{i-}) + \sum_i \sum_j (c_{ij}\, p_{ij} + d_{ij}\, e_{ij}), \tag{5}$$

— cu condiţiile suplimentare

$$\begin{aligned} p_{i+} + p^*_{i+} &= \Delta P_{i+} & e_{i+} + e^*_{i+} &= \Delta E_{i+} \\ p_{i-} + p^*_{i-} &= \Delta P_{i-} & e_{i-} + e^*_{i-} &= \Delta E_{i-} \\ P_{i0} + p_{i+} - p_{i-} &= \sum_j p_{ij} & E_{i0} + e_{i+} - e_{i-} &= \sum_j e_{ij} \\ \sum_i \eta_{ij}\, p_{ij} &= P_j & \sum_i \bar{\eta}_{ij}\, e_{ij} &= E_j \end{aligned} \tag{6}$$

unde

$$\begin{aligned} \Delta P_{i+} &= P_{i\,\max} - P_{i0} & \Delta E_{i+} &= E_{i\,\max} - E_{i0} \\ \Delta P_{i-} &= P_{i0} - P_{i\,\min} & \Delta E_{i-} &= E_{i0} - E_{i\,\min} \end{aligned} \tag{7}$$

P_j, E_j sînt puterile maxime şi energia pe perioada de calcul cerute de consumatorul din nodul j;

η_{ij}, $\bar{\eta}_{ij}$ sînt randamentul la puterea maximă şi randamentul mediu ale liniei i, j.

Se observă că problema poate fi defalcată în două probleme de optimizare : una pentru puteri şi alta pentru energii, dacă se folosesc drept

funcţii scop

$$\mathcal{C}_1 = \sum_i (c_{i+}\, p_{i+} - c_{i-}\, p_{i-}) + \sum_i \sum_j c_{ij}\, p_{ij}, \tag{8}$$

$$\mathcal{C}_2 = \sum_i (d_{i+}\, e_{i+} - d_{i-}\, e_{i-}) + \sum_i \sum_j d_{ij}\, e_{ij}. \tag{9}$$

Cele două probleme sînt numai aparent independente, deoarece pentru a obţine o soluţie corectă trebuie să se ţină seama că în realitate coeficienţii c_{ij} şi d_{ij} nu sînt constanţi, ci depind de valorile variabilelor p_{ij} şi e_{ij}. De aceea este util ca rezolvarea să fie făcută iterativ, alternînd calculul a cîte un pas de iteraţie pentru fiecare problemă şi corectînd coeficienţii aproximaţiei liniare pe baza soluţiei de la pasul precedent.

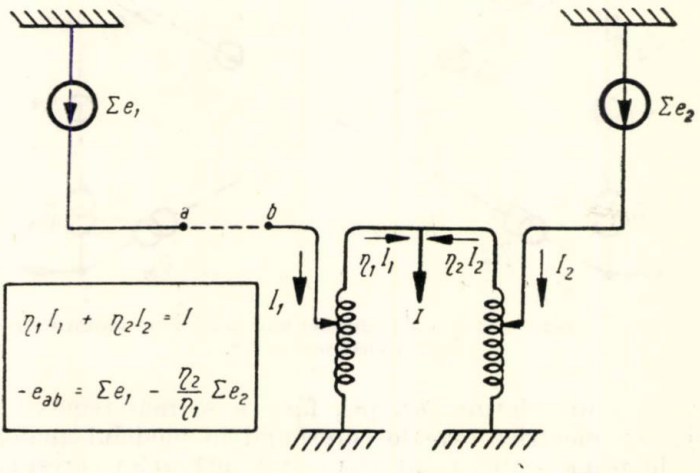


Fig. 1. — Model electric analog al unei probleme de transport cu pierderi.

Fiecare dintre cele două probleme liniare enunţate poate fi rezolvată prin orice procedeu de programare cunoscut. Dacă modelul obţinut depăşeşte ca amploare posibilităţile calculatoarelor disponibile, se poate folosi metoda „oprimizării pe porţiuni", prin divizarea în mai multe regiuni geografice, care apoi se interconectează, folosind metoda dată de Kron, care permite reducerea numărului variabilelor luate în consideraţie în fiecare etapă de calcul. La interconectarea a două modele care diferă prin natura obiectului de optimizat (centrale sau reţea) se adaugă astfel interconectarea unor modele de aceeaşi natură, referitoare însă la regiuni geografice învecinate.

Pentru a păstra analogia electrică introdusă de Kron, relaţiile (6) pot fi reprezentate cu ajutorul unei scheme în care se ţine seama de randamentele liniilor de transport prin intercalarea unor transformatoare ideale de curent (vezi fig. 1).

În figura 2 este reprezentat graful corespunzător problemei optimizării unei rețele cu două amplasamente de centrale și doi consumatori. S-a reprezentat numai graful corespunzător minimizării termenului $\mathcal{C}_1$, care reflectă dependența funcției scop de puterile p_i și p_{ij}.

Graful corespunzător celei de-a doua probleme are aceeași structură și nu a mai fost reprodus. Pentru a evita confuzii, variabilele și coeficienții

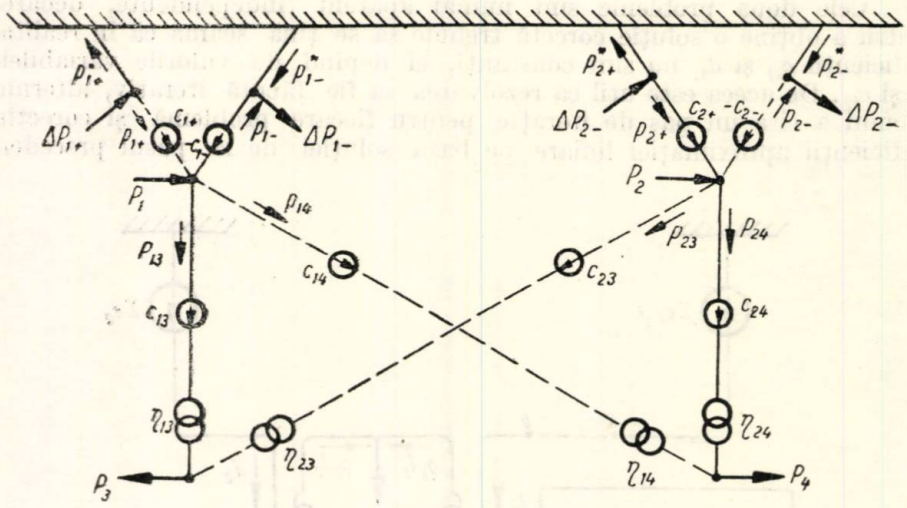


Fig. 2. — Reprezentarea topologică a problemei liniarizate a optimizării structurii unui sistem electroenergetic.

au fost notați ca în relațiile (6), (8), fără a se mai recurge la introducerea mărimilor electrice care le corespund în modelul analog.

Cu linie plină s-au trasat elementele arborelui corespunzător axelor de referință din etapa considerată și cu linie punctată coardele. Graful din figura 2 corespunde unei etape în care s-au eliminat variabilele suplimentare din nodurile consumatoare, adică s-a obținut o soluție în care puterile cerute în nodurile consumatoare sînt satisfăcute.

În tabloul 1 s-a prezentat matricea T_k, respectiv tabloul corespunzător pasului k de aplicare a metodei simplex. Dacă $c_{14} - c_{14}^m < 0$, iar dacă în bucla $(1, 1_-, 0, 2_+, 2, 4)$ închisă prin arbore de coarda $(1, 4)$ cel mai mic flux pozitiv este $P_{1,1-}$, pasul următor va consta din înlocuirea în arbore a elementului $(1, 1_-)$ prin elementul $(1, 4)$. În tabloul 2 este redată matricea de transformare $T_{k+1,k}$, iar în tabloul 3 matricea care rezultă pentru pasul $k+1$:

$$T_{k+1} = T_{k+1,k} T_k. \tag{10}$$

Dacă este necesară aplicarea metodei optimizării pe porțiuni, reducerea numărului de variabile ale modelelor parțiale este posibilă dacă în fiecare subdiviziune sînt cuprinse atît centrale, cît și consumatori și liniile de transport care le pot lega; separarea centralelor de consumatori în subdiviziuni distincte nu conduce la reducerea numărului variabilelor.

Tabloul 1

$T_k =$

		p_{1+}	p_{14}	p_{23}	p_{2-}	p^*_{1+}	p_{1-}	p^*_{1-}
	$\mathcal{C}_1$	$-c^m_{1+}$	$-c^m_{14}$	$-c^m_{23}$	$-c^m_{2-}$	c^*_{1+}	c_{1-}	
p^*_{1+}	P^*_{1+}	-1				-1		
p_{1-}	P_{1-}	1	-1	η_{23}/η_{13}			-1	
p^*_{1-}	P^*_{1-}	-1	1	$-\eta_{23}/\eta_{13}$				-1
p_{13}	P_{13}			$-\eta_{23}/\eta_{13}$				
p^*_{2+}	P^*_{2+}		η_{14}/η_{24}	-1	-1			
p_{2+}	P_{2+}		$-\eta_{14}/\eta_{24}$	1	1			
p_{24}	P_{24}		$-\eta_{14}/\eta_{24}$					
p^*_{2-}	P^*_{2-}				-1			

$$-c^m_{1+} = -c_{1-}$$

$$-c^m_{14} = c_{1-} - \frac{\eta_{14}}{\eta_{24}}(c_{24} + c_{2+})$$

. . . . . .

Tabloul 2

$T_{k+1,k} =$

		p^*_{1+}	p_{1-}	p^*_{1-}	p_{13}	p^*_{2+}	p_{2+}	p_{24}	p^*_{2-}
	1		Δc_{14}						
p^*_{1+}		1							
p_{14}			1						
p^*_{1-}			1	1					
p_{13}					1				
p^*_{2+}			η_{14}/η_{24}			1			
p_{2+}			$-\eta_{14}/\eta_{24}$				1		
p_{24}			$-\eta_{14}/\eta_{24}$					1	
p^*_{2-}									1

$$\Delta c_{14} = c_{14} - c^m_{14}$$

Tabloul 3

$T_{k+1} = T_{k+1,\,k} \cdot T_k =$

		p_{1+}	p_{14}	p_{23}	p_{2-}	p^*_{1+}	p_{1-}	p^*_{1-}
	$\mathcal{C}'_1$	$-c^{m'}_{1+}$	c_{14}	$-c^{m'}_{23}$	$-c^{m'}_{2-}$	c^*_{1+}	$-c^{m'}_{1-}$	
p^*_{1+}	$P^{*'}_{1+}$	-1				-1		
p_{14}	P'_{14}	1	-1	η_{23}/η_{13}			-1	
p^*_{1-}	$P^{*'}_{1-}$						1	-1
p_{13}	P'_{13}			$-\eta_{23}/\eta_{13}$				
p^*_{2+}	$P^{*'}_{2+}$	τ_{14}/η_{24}		$\frac{\eta_{14}\,\eta_{23}}{\eta_{24}\,\eta_{13}} - 1$	-1		$-\eta_{14}/\eta_{24}$	
p_{2+}	P'_{2+}	$-\eta_{14}/\eta_{24}$		$1 - \frac{\eta_{14}\,\eta_{23}}{\eta_{24}\,\eta_{13}}$	1		η_{14}/η_{24}	
p_{24}	P'_{24}	$-\eta_{14}/\eta_{24}$		$-\frac{\eta_{14}\,\eta_{23}}{\eta_{24}\,\eta_{13}}$			η_{14}/η_{24}	
p_{2-}	$P^{*'}_{2-}$			-1	-1			

$$\mathcal{C}'_1 = \mathcal{C}_1 + P_{1-}\,\Delta c_{14};\quad P^{*'}_{1+} = P^*_{1+};\quad P'_{14} = P_{1-};\quad P^{*'}_{1-} = P_{1-} + P^*_{1-} \ldots$$

$$-c^m_{1+} = -c^m_{1+};\quad -c^{m'}_{23} = -c^m_{23} + \frac{\eta_{23}}{\eta_1}\,\Delta c_{14} \ldots$$

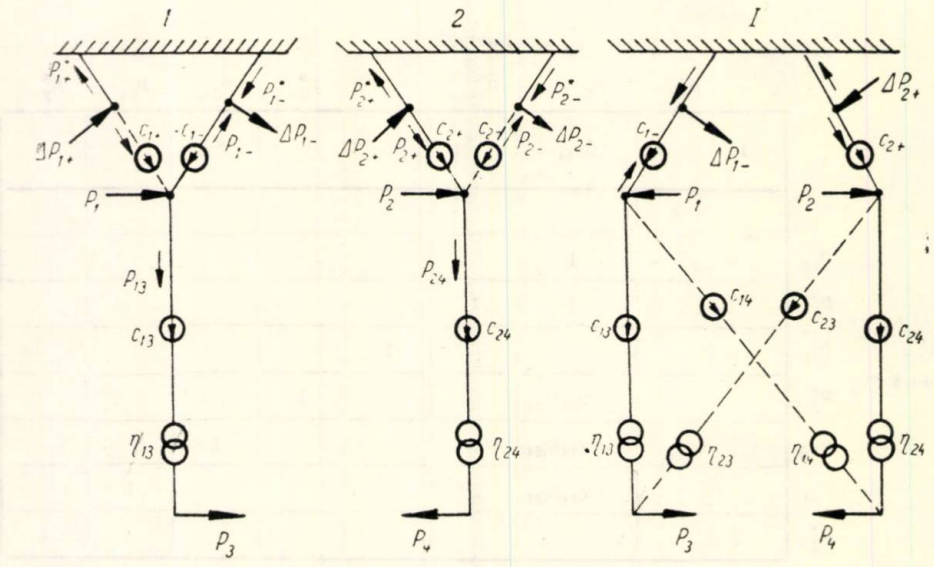


Fig. 3. — Reprezentare topologică a subdivizării și interconectării unor modele parțiale.

În figura 3 este prezentată o astfel de optimizare pe porțiuni, prin care modelul inițial cu 12 variabile și 8 relații de condiție a fost subdivizat în două modele parțiale cu cîte 5 variabile și 4 relații de condiție și un model de interconexiune cu 8 variabile și 6 relații de condiție. În cazurile în care fiecare dintre modelele parțiale cuprinde numeroase centrale și consumatori, reducerea numărului variabilelor este mai importantă decît în exemplul de mai sus.

S-a tratat în cele ce precedă cazul în care funcția scop, corespunzătoare structurii centralelor din fiecare amplasament, a fost aproximată prin două segmente, dintre care unul se referă la valorile crescătoare și celălalt la valorile descrescătoare ale variabilei P_i (respectiv E_i). Metoda poate fi aplicată însă și în cazul mai general al funcțiilor ce pot fi descompuse în mai multe segmente de dreaptă. În acest caz se introduc în program numai cele două segmente adiacente valorii P_{i0} corespunzătoare soluției inițiale. Dacă una dintre variabilele auxiliare p^*_{i+} sau p^*_{i-} se anulează, rezultă că s-a atins una dintre limitele zonei luate în considerație în prima etapă de calcul; în acest moment se modifică structura modelului, luînd în considerație o nouă zonă, corespunzătoare celor două segmente de dreaptă adiacente valorii $P_{i0} + \Delta P_{i+}$ (respectiv $P_{i0} - \Delta P_{i-}$), care devine astfel valoare de referință și se introduce în relațiile de condiție în locul mărimii P_{i0}. Printr-un asemenea procedeu iterativ, optimizarea va putea fi obținută numai dacă funcțiile $\mathcal{C}_i(P_i)$ sînt convexe.

INDICAȚII PRIVIND ALCĂTUIREA MODELULUI

Pentru a limita volumul modelului este util să se reunească într-un nod comun un ansamblu de centrale și de consumatori suficient de apropiați geograficește pentru ca racordarea lor la rețeaua electrică de interconexiune să nu influențeze sensibil structura acestei rețele. Pentru un asemenea nod se vor scrie relațiile de condiție de tipul celor folosite pentru amplasamentele de centrale, iar variabila P_i (respectiv E_i), pozitivă sau negativă, va fi egală cu diferența dintre puterile (sau energiile) debitate de centrale și cele absorbite de consumatorii racordați la nodul respectiv.

Variația funcției scop cu P_i pentru acest ansamblu, în jurul valorii P_{i0} a soluției inițiale, poate fi obținută prin metoda programării parametrice, ușor de aplicat în acest caz datorită volumului redus al modelului. O primă delimitare a zonei de variație este dictată de resursele energetice disponibile în zona geografică respectivă. În mod frecvent, această condiție delimitează însă o zonă inutil de largă, ceea ce nu este favorabil pentru obținerea unei bune aproximații. O delimitare mai strînsă a zonei care prezintă interes poate fi furnizată de metoda prețurilor marginale, metodă duală a programului direct. Conform prezentării marginaliste, dacă se neglijează rețeaua de transport, coeficienții c_{i+} pentru toate nodurile pentru care $P_{i0} \leqslant P_i < P_{i\,\max}$ și coeficienții c_{i-} pentru toate nodurile pentru care

$$P_{i\,\min} < P_i \leqslant P_{i0}$$

trebuie să fie mai mari decît cel mai mare preț marginal al puterii, $c_{\max}$, pentru centralele introduse în program; același lucru este valabil și pentru

coeficienții d_i. Există astfel un preț marginal unic $c_{\max}$ și $d_{\max}$, valabil pentru toate nodurile. Datorită rețelei electrice de transport va apărea o neuniformitate a prețurilor marginale, diferențele neputînd însă depăși valorile marginale maxime ale costului transportului pe cea mai lungă linie interesantă din zona considerată, pentru putere și energie; fie $c_{t\,\max}$ și $d_{t\,\max}$ aceste prețuri marginale ale transportului de energie electrică. Studiul parametric al variației funcțiilor criteriale se va extinde deci în domeniul pentru care

$$\begin{aligned} c_{\max} - c_{t\,\max} < (c_{i+}, c_{i-}) < c_{\max} + c_{t\,\max}, \\ d_{\max} - d_{t\,\max} < (d_{i+}, d_{i-}) < d_{\max} + d_{t\,\max}. \end{aligned} \tag{11}$$

Metoda iterativă propusă presupune că funcțiile $\mathcal{C}_i(P_i)$ sînt convexe. În cazul în care o bună aproximație a funcției $\mathcal{C}_i(P_i)$ conduce la o funcție care nu este convexă, se va admite o eroare mai mare în aproximare, împărțind întregul domeniu de variație a mărimii P_i în intervale de liniarizare mai puțin numeroase, astfel încît să rezulte o funcție convexă (fig. 4). Soluția problemei astfel formulată va indica numai căruia dintre aceste intervale, obținute prin liniarizarea pe porțiuni, trebuie să-i aparțină valoarea P_i; o precizare a soluției va putea fi calculată apoi, introducînd simultan în program toate segmentele liniare care permit o aproximare bună a funcției reale pe intervalul selecționat în prima aproximație.

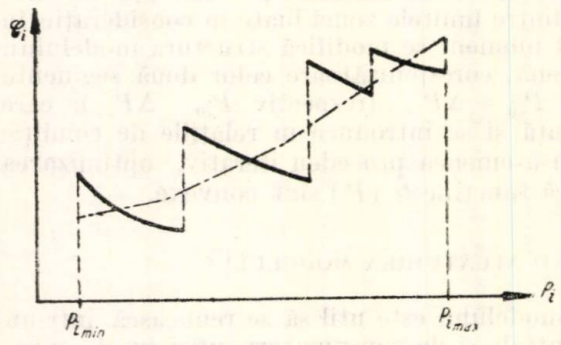


Fig. 4. — Aproximarea printr-o funcție convexă, liniară pe porțiuni, a unei funcții criteriale oarecare.

În formularea dată problemei nu a intervenit timpul. Această formulare este deci valabilă fie pentru optimizarea structurii rețelei la un moment dat, fie în cazul studierii pas cu pas a planului de dezvoltare a rețelei pentru determinarea structurii optime a rețelei la sfîrșitul intervalului de timp T, corespunzător unui pas. În ambele cazuri se pune problema ca, pornind de la o structură cunoscută din momentul t și cunoscînd relațiile de condiție valabile în momentul $t + T$, să se găsească structura optimă a rețelei în momentul $t + T$. În general, funcția criterială se alege astfel încît să țină seama de cheltuielile și de beneficiile corespunzătoare unei perioade mult mai lungi decît T — de exemplu egală cu perioada de amortizare a diferitelor elemente ale sistemului — și de aceea calculul coeficienților c și d necesită ipoteze asupra dinamicii exploatării acestor elemente; fie

$$P_{ij},\quad K_{ij}^{(1)} P_{ij},\quad K_{ij}^{(2)} P_{ij} \ldots \quad K_{ij}^{(n)} P_{ij}$$

și

$$E_{ij},\quad k_{ij}^{(1)} E_{ij},\quad k_{ij}^{(2)} E_{ij} \ldots \quad k_{ij}^{(n)} E_{ij}$$

valorile puterii maxime și a energiei totale caracteristice pentru elementul ij în perioadele $t + T$, $t + T_1, \ldots t + T_n$.

Dacă se folosesc cheltuielile actualizate drept funcție criterială și dacă cheltuielile inițiale și cele anuale pentru elementul ij se exprimă liniar, primele în funcție de puterea maximă, iar cele anuale și de energia totală transmisă prin acest element, contribuția elementului ij la funcția scop va fi

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{ij} = {} & [C^0_{ij} K^{\max}_{ij} + C^0_{ij}(1 + a^{(1)} K^{(2)}_{ij} + \ldots + a^{(n)} K^{(n)}_{ij})] P_{ij} + \\ & + [d^0_{ij}(1 + a^{(1)} k^{(1)}_{ij} + a^{(2)} k^{(2)}_{ij} + \ldots + a^{(n)} k^{(n)}_{ij})] E_{ij}, \end{aligned} \tag{12}$$

unde $a^{(1)}, \ldots, a^{(n)}$ sînt coeficienții de actualizare a cheltuielilor din anul $t + T_1, \ldots, t + T_n$ raportate la anul $t + T$, c^0_{ij} și d^0_{ij} sînt cheltueli anuale unitare, iar

$$C^0_{ij} \; P_{\max}$$

este expresia cheltuielilor inițiale.

Pentru a evita obținerea unor soluții contradictorii în cele două subdiviziuni ale problemei, cea referitoare la puteri și cea referitoare la energii, ceea ce conduce la oscilații în calculul iterativ, este util să se introducă o valoare medie h a numărului de ore de utilizare, scriind

$$E_{ij} = h \, P_{ij} + \Delta E_{ij}, \tag{13}$$

astfel încît $\mathcal{C}_{ij}$ să poată fi pus sub forma căutată :

$$\mathcal{C}_{ij} = c_{ij} \, p_{ij} + d_{ij} \, e_{ij} \tag{14}$$

unde

$$\begin{aligned} & p_{ij} = P_{ij}; \qquad e_{ij} = \Delta E_{ij}, \\ & c_{ij} = C^0_{ij} K^{\max}_{ij} + c^0_{ij}(1 + a^{(1)} K^{(1)}_{ij} + \ldots + a^{(n)} K^{(n)}_{ij}) + h d_{ij}, \end{aligned} \tag{15}$$

$$d_{ij} = (1 + a^{(1)} k^{(1)}_{ij} + \ldots + a^{(n)} k^{(n)}_{ij}) \; d^0_{ij}. \tag{16}$$

La utilizarea acestei formulări, primul pas de calcul se va referi la problema puterilor. Pentru liniile și centralele existente la începutul perioadei de studiu, adică în momentul t, expresia cheltuielilor inițiale se va referi la ridicarea parametrilor de regim sau, în unele cazuri, la demontarea instalațiilor existente, iar pentru amplasamentele de centrale și traseele de linii de transport plauzibile la construirea unor instalații noi. Pentru cheltuielile anuale se va folosi o aproximație liniară valabilă pentru un domeniu cît mai larg de variație a parametrilor, expresie care se va preciza în cursul iterațiilor următoare pe măsură ce se vor cunoaște acești parametri. În relațiile de condiție se vor introduce pentru P_{i0} numai valorile corespunzătoare creșterii puterii prevăzute prin soluția inițială a structurii centralelor și pentru P_j creșterea puterii cerute de consumatori în perioada t, $t + T$.

După obținerea unei prime soluții în problema puterilor se poate trece la problema energiilor. Pentru elementele care au fost selecționate

în programul puterilor, coeficienţii d_{i+}, d_{i-}, d_{ij} se calculează conform relaţiei (16). Pentru celelalte elemente se va folosi relaţia (17) :

$$d_{ij} = \frac{1}{h'} [C_{ij}^0 K_{ij}^{\max} + c_{ij}^0 (1 + a^{(1)} K_{ij}^{(1)} + \ldots + a^{(n)} K_{ij}^{(n)})] + \\ + d_{ij}^0 (1 + a^{(1)} k_{ij}^{(1)} + \ldots + a^{(n)} k_{ij}^{(n)}). \tag{17}$$

Pentru h' se va admite în acest caz o valoare cît mai mare a numărului orelor de utilizare.

Pentru E_{i0} şi E_j se vor folosi diferenţele dintre creşterea energiei anuale — prevăzută prin programul iniţial al structurii centralelor, respectiv cerute de consumatori — şi valorile energiilor corespunzătoare transmiterii puterilor din soluţia de primă aproximaţie a problemei de transport cu numărul de ore de utilizare h, admis în această primă soluţie. Soluţiile obţinute pentru energii vor corespunde astfel unei măriri sau micşorări a numărului orelor de utilizare faţă de prima aproximaţie, de care se poate ţine seama într-o a doua aproximaţie a problemei puterilor.

Modelul propus nu abordează îmbunătăţirea soluţiei obţinute la rezolvarea pas cu pas, prin adoptarea unor parametri superiori celor rezultaţi pentru acoperirea creşterii consumului în intervalul T corespunzător unui singur pas, aspect care face obiectul unei alte lucrări.

CONCLUZII

În concluzie se desprind următoarele carateristici ale metodei principiale, exemplificate în cazul optimizării reţelelor de transport, utile de reţinut în vederea generalizării lor la racordarea altor probleme parţiale liniare ale optimizării sistemelor energetice :

1. Problemele parţiale se ordonează în funcţie de dependenţa dintre ele, considerîndu-se supraordonată problema a cărei soluţie este mai puţin influenţată de soluţia adoptată pentru problemele conexe ; astfel problema structurii centralelor electrice s-a considerat supraordonată problemei reţelelor electrice de transport.

2. Racordarea constă în rezolvarea exactă a problemei subordonate în care se introduce un model liniar al problemei supraordonate, valabil într-un domeniu centrat pe o soluţie a problemei supraordonate rezolvate independent.

3. În scopul construirii unui model liniar al problemei supraordonate relaţiile de condiţie valabile la frontiera dintre cele două probleme conexe se exprimă în funcţie de parametrii comuni, „parametrii de interconexiune". În exemplul dat, parametrii de interconexiune dintre problema structurii centralelor şi aceea a structurii reţelelor electrice au fost puterile maxime şi energiile anuale injectate de centrale în reţeaua de transport. Se aproximează apoi printr-o funcţie liniarizată pe porţiuni variaţia funcţiei criteriale cu parametrii de interconexiune, obţinută printr-o rezolvare parametrică a problemei supraordonate tratate independent. Dacă este posibilă aproximarea printr-o funcţie convexă, este posibilă o rezol-

vare interativă în care se păstrează în modelul aproximativ numai cîte două segmente adiacente, valabile pentru valori crescătoare şi descrescătoare ale parametrului de interconexiune faţă de valoarea obţinută ca soluţie într-un pas precedent de iteraţie.

4. Reprezentarea topologică a relaţilor este utilă pentru selecţionarea parametrilor de interconexiune, interpretarea evoluţiei modelului în cursul iteraţiei şi alegerea secţionărilor indicate dacă este necesară rezolvarea pe porţiuni.

5. Folosirea unor variabile duale — preţurile marginale — este utilă pentru delimitarea domeniului de valabilitate al modelului simplificat al problemei supraordonate, deoarece din experienţa practică privind problema subordonată se pot obţine indicaţii pentru delimitarea domeniului de variaţie a acestor preţuri marginale. Astfel, cunoaşterea cheltuielilor unitare maxime de transport permite delimitarea domeniului de variaţie a preţurilor marginale ale puterii şi energiei injectate de centrale în reţeaua electrică.

Primită la redacţie la 2 octombrie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. J. R. Dillard, H. K. Sels, *Nouveaux horizons dans la planification des réseaux.* CIGRE, Rap. 313/1960.
2. J. L. Whysong ş. a., *Computer Programm for Automatic Transmission Planning.* IEE-Trans. PAS., 774—781 (1963).
3. V. Converti ş. a., *Optimized Distribution and Subtransmission System Planning by Digital Computer.* IEE-Trans. PAS, **83**, *4*, 341—347 (1964).
4. R. F. Lawrence ş. a., *Automated Distribution System Planning.* IEE-Trans. PAS, **83**, *4*, 311—320 (1964).
5. U. G. W. Knight, *The logical design of electrical networks using linear programming methods.* Proc. IEE—A, **107**, *33* (1960). Paper nr. 31385, Dec. 1959.
6. И. М. Маркович, В. П. Браилов, В. И. Денисов, *Применение методов математического программирования к решению задачи перспективного развития электроэнергетической системы.* Изв. АН СССР—ОТН, Энерг. и авт., *6*, 11—16 (1962).
7. В. Г. Карпов, Г. Б. Левентал, И. П. Сыров, *Математические модели энергетической системы для выбора ее оптимальной структуры и режимов.* Изв. АН СССР, Энерг. и трансп., *4*, 417 (1963).
8. И. Б. Моцкус, В. Л. Леонас, В. Р. Шалтианис, *О нахождении оптимальной конфигурации распределительных сетей.* Изв. АН СССР—ОТН, Энерг. и трансп., *2*, 176—182 (1963).
9. Л. А. Мелентиев, И. П. Сыров, *О методе оптимизации развития энергетических систем с использованием математических моделей.* Изв. АН СССР, Энерг. и трансп. *5*, 531—542 (1964).
10. P. Gaussens ş. a., *Méthodes modernes d'études technico-économiques des réseaux.* CIGRE, Rap. 326/1962.
11. — *Application des calculatrices arithmétiques à l'étude et à l'exploitation des réseaux de transport d'énergie électrique.* CIGRE, Rap. 327/1964.
12. M. Petcu, *Modele matematice pentru optimizarea programului de dezvoltare a centralelor din sistemele energetice.* St. cerc. energ. electr., *2* (1965).
13. L. Groza, *Evoluţii recente în folosirea maşinilor electronice de calcul în probleme de planificare a reţelelor.* Energetica, **12**, *10*, 502—506 (1964).
14. G. Kron, *Diakoptics. The piecewise solution of large-scale systems*, Londra, Ed. MacDonald, 1963.

CONSIDERAȚII PRIVIND DETERMINAREA TIPULUI OPTIM DE CENTRALĂ ELECTRONUCLEARĂ PENTRU CONDIȚIILE REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

DE

C. HAIDUC

621.039 ; 621.391

În lucrare se dau considerații privind determinarea tipului optim de centrală electronucleară pentru condițiile țării noastre. Se dă metoda de comparație a diferitelor tipuri de centrale electronucleare între ele precum și de comparație a centralelor electronucleare cu centrale termoelectrice pe baza criteriului cheltuielilor specifice de calcul. Se prezintă rezultatele calculelor de comparație economică respective.

Se demonstrează că CEN cu reactori fierbători sînt mai economice decît CTE. Se pune în evidență economicitatea CEN cu reactori moderați cu D_2O și a reactorilor răciți cu gaz de tip AGR și magnox față de CTE pe ligniți.

În etapa actuală de dezvoltare a energeticii nucleare se pune tot mai des problema cunoașterii cît mai precise a indicilor tehnici-economici pentru diferite tipuri de centrale electronucleare (CEN). Această necesitate este determinată de faptul că răspîndirea tot mai mare a instalațiilor energetice nucleare și diversitatea lor implică efectuarea pe scară largă a unor calcule tehnice-economice de optimizare a parametrilor CEN, precum și de comparație a eficacității economice a diferitelor tipuri de CEN cu centrale termoelectrice sau hidroelectrice.

Această necesitate este dictată și de faptul că pe plan mondial există o diversitate de vederi în ceea ce privește valorile și structura dife-

---

Articol publicat și în „Rev. roum. sci. tech. — Electrotechn. Energ." **11**, 2 (1966).

riţilor indici tehnici-economici ai CEN. Există necesitatea de a se cunoaşte evoluţia acestor indici pentru diferitele tipuri de CEN, precum şi punerea în evidenţă a tipurilor de reactoare nucleare cu economicitate mai ridicată.

Pornind de la aceste considerente, iniţial au fost efectuate o sinteză şi o sistematizare a materialelor publicate în literatura de specialitate şi prezentate la a treia Conferinţă internaţională pentru folosirea energiei nucleare în scopuri paşnice din 1964 [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7].

Avînd în vedere faptul că datele existente în literatura de specialitate se referă la ţări diferite, indicii tehnici-economici au fost exprimaţi în lei.

S-au avut în vedere CEN cu următoarele tipuri de reactoare nucleare : reactoare răcite cu gaz moderate cu grafit, reactoare cu apă sub presiune, reactoare fierbătoare, reactoare cu D_2O sub presiune şi reactoare cu neutroni rapizi. Rezultatele sintezei indicilor tehnici-economici pentru aceste tipuri de CEN sînt date mai jos.

Pe baza datelor existente se pot obţine curbe de variaţie a preţului de cost al energiei electrice C_e şi al componentelor de combustibil C_c,

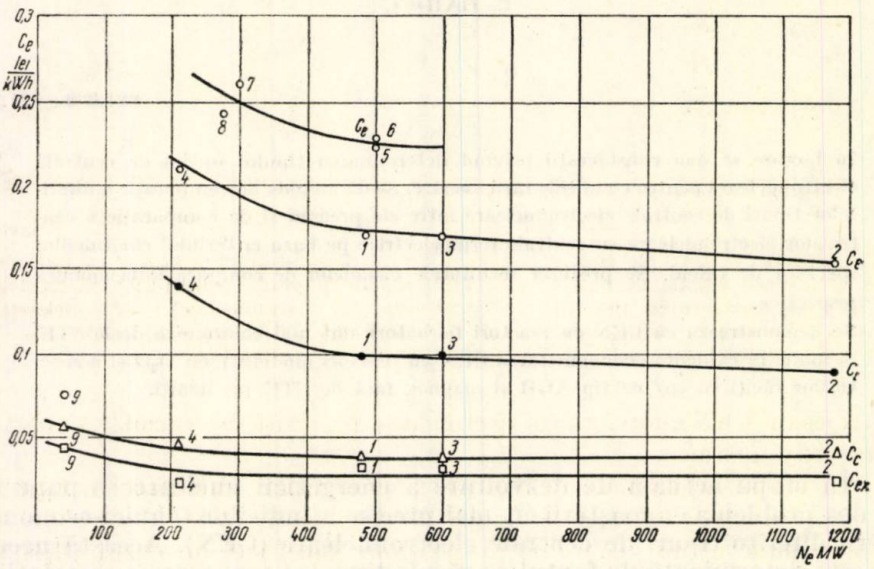


Fig. 1. — Variaţia preţului de cost al energiei electrice în funcţie de putere pentru CEN cu reactoare răcite cu gaz : *1*—EDF—3 ; *2*—Wylfa ; 3—Oldbury ; *4*—Latina ; *5*—Trawsfynydd ; *6*—Hinkley-Point ; *7*—Bradwell ; *8*—Berkeley ; *9*—HTGR.

investiţii C_i şi exploatare (C_{ex}) ale acestuia în funcţie de puterea CEN. În figura 1 se prezintă aceste curbe pentru CEN cu reactoare răcite cu gaz.

Variaţia preţului de cost al energiei electrice în funcţie de puterea electrică are o alură similară şi este cuprinsă între 0,15 şi 0,21 lei/kWh. Din figura 1 rezultă că centralele Tranwsfynydd, Hinkley-Point, Bradwell şi Berkeley se grupează împreună şi au preţuri de cost ale energiei electrice mai ridicate. Componenta relativă a combustibilului în preţul

de cost reprezintă în medie $\overline{C}_c = 0{,}23$, componenta relativă a investiţiilor în medie $\overline{C}_i = 0{,}598$, iar componenta exploatării $C_{ex} = 0{,}176$. Variaţia preţului de cost al energiei electrice pentru CEN cu reactoare cu apă sub presiune şi fierbătoare în funcţie de putere este dată în figurile 2 şi 3.

În cazul CEN cu reactoare cu apă sub presiune, preţul de cost al energiei electrice scade mult cu creşterea puterii electrice a CEN şi variază între 0,1 şi 0,19 lei/kWh. Componenta de combustibil şi investiţii scade de asemenea.

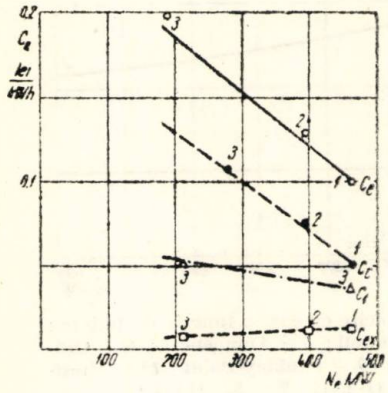


Fig. 2. — Variaţia preţului de cost al energiei electrice în funcţie de putere pentru CEN cu reactoare cu apă sub presiune : *1* — Malibu ; *2* — San-Onofre ; *3* — Indian-Point.

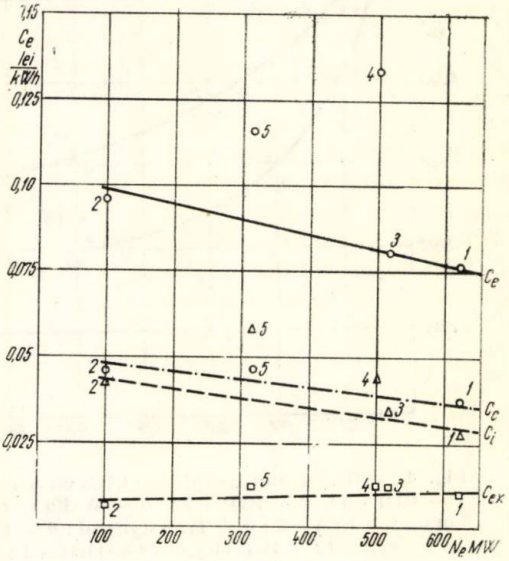


Fig. 3. — Variaţia preţului de cost al energiei electrice în funcţie de putere pentru CEN cu reactoare fierbătoare : *1* — Oyster-Creek ; *2* — Beloiarsk ; *3* — Oyster-Creek ; *4* — Nine-Mail Point ; *5* — Bodega-Bay.

În cazul CEN cu reactoare fierbătoare, tendinţa de variaţie a acestor mărimi este aceeaşi.

Investiţiile specifice în CEN de diferite tipuri sînt date în figurile 4—8.

Din punctul de vedere al investiţiilor specifice în cazul CEN cu reactoare răcite cu gaz, centralele se împart în două grupe : pe curba de sus din figura 4 se plasează centralele Wylfa, Hinkley-Point, Trawsfynydd, Bradwell, Berkeley şi HTGR ; pe curba de jos se plasează centralele EDF-5, EDF-3, Latina, EDF-2, EDF-1, G-2 şi G-3 (centralele Sizewell, Dungeness şi Oldbury au aproximativ aceeaşi valoare a investiţiilor specifice).

În ultimul timp, în urma cercetărilor întreprinse în Anglia, s-a dovedit posibilitatea construirii reactoarelor de tip AGR cu puteri electrice de 1 000 MW şi mai mult. În acest caz se presupune că perfecţionarea reactorului AGR va duce la micşorarea investiţiilor iniţiale de la

801 st/kW cu 10—20%. Costul energiei electrice reprezintă în acest caz 0,4 pence/kWh pentru o durată de viață a CEN de 20 de ani și un coeficient de sarcină de 85% scade la 0,35 pence/kWh.

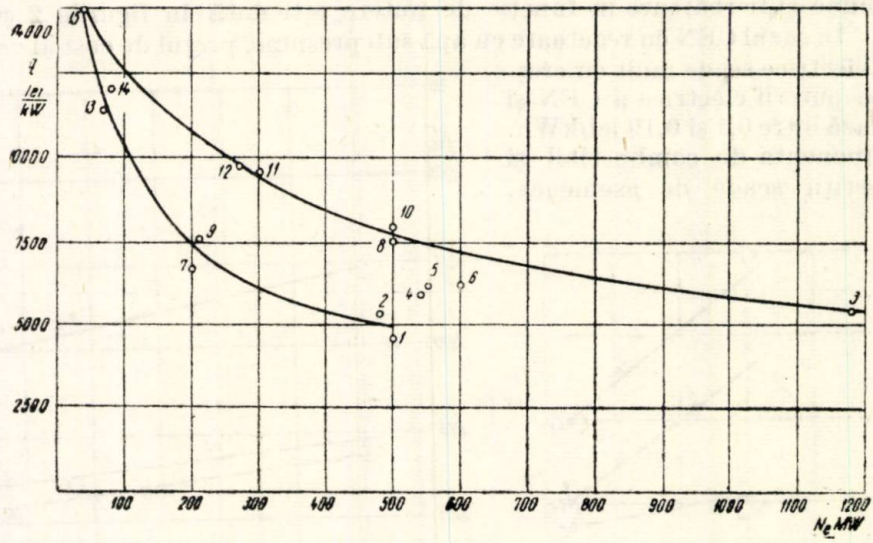


Fig. 4. — Investițiile specifice în CEN cu reactoare răcite cu gaz în funcție de putere : *1* — EDF - 5 ; *2* — EDF - 3 ; *3* — Wylfa ; *4* — Sizewell ; *5* — Dungeness ; *6* — Oldbury ; *7* — EDF - 2 ; *8* — Trawsfynydd ; *9* — Latina ; *10* — Hinkley-Point ; *11* — Bradwell ; *12* — Berkeley ; *13* — DDF - 1 ; *14* — G-2, G - 3 ; *15* - HTGR.

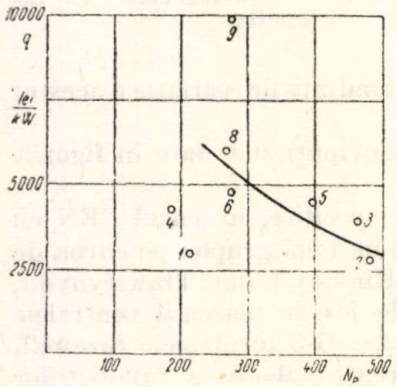


Fig. 5. — Investițiile specifice în CEN cu reactoare cu apă sub presiune în funcție de putere ; *1* — Novo-Voronej ; *2* — BR - 3 ; *3* — Malibu ; *4* — Yanke ; *5* — San-Onofre ; *6* — SELNI ; *7* — KBWP ; *8* — Sena ; *9* — Indian-Point.

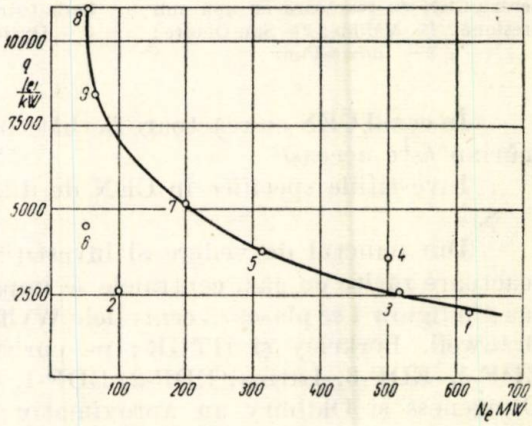


Fig. 6. — Investițiile specifice în CEN cu reactoare fierbătoare în funcție de putere : *1* — Oyster-Creek ; *2* — Beloiarsk ; *3* — Oyster-Creek ; *4* — Nine-Mail Point ; *5* — Bodega-Bay ; *6* — La-Cross ; *7* — Dresden ; *8* — Big-Rok ; *9* — Pathfinder.

Investiţiile specifice pentru CEN cu reactoare cu apă sub presiune se dau în figura 5, ele variind între 3 000 şi 6 000 de lei/kW.

În figura 6 se dau investiţiile specifice pentru CEN cu reactoare fierbătoare.

În acest caz, pentru puteri sub 200 MW investiţiile specifice scad brusc cu creşterea puterii centralei, iar pentru puteri mai ridicate această

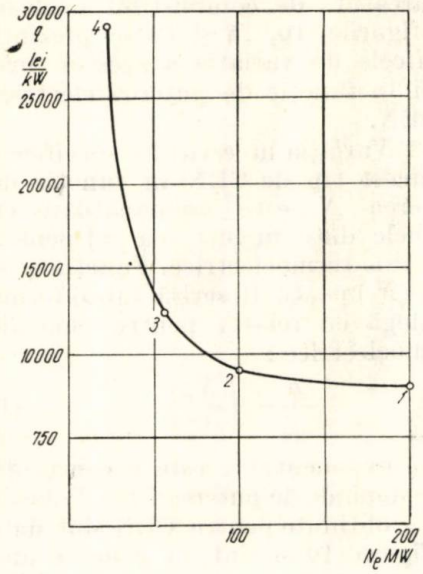


Fig. 7. — Investiţiile specifice în CEN cu reactoare moderate cu D_2O; *1* — CANDU; *2*— AKB (R.F.G.); *3*— MZFR (R.F.G.); *4* — NPD.

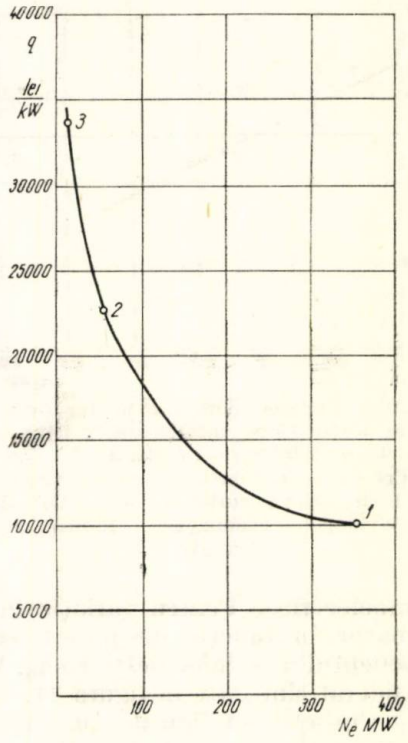


Fig. 8. — Investiţiile specifice în CEN cu reactoare cu neutroni rapizi; *1* — BN - 350; *2* — Enrico-Fermi; *3* — EBR - 2. →

scădere se atenuează. O variaţie asemănătoare a investiţiilor specifice cu puterea CEN are loc şi în cazul centralelor electronucleare cu reactoare moderate cu D_2O (fig. 7).

În cazul CEN cu reactoare cu neutroni rapizi (fig. 8), variaţia investiţiilor specifice cu puterea electrică a centralei este identică ca alură cu a CEN cu reactoare moderate cu D_2O, iar valorile acestor investiţii sînt mai ridicate.

Pe baza datelor din literatura de specialitate, în figura 9 se prezintă variaţia costului combustibilului din kWh (t) produs de reactoare fierbătoare şi de reactoarele răcite cu gaz. Din figura 9 rezultă că pentru reactoarele răcite cu gaz mărimea B reprezintă practic o constantă egală cu $B = 0{,}0128$ lei/kWh (t). Pentru centralele Beloiarsk, Oyster-Creek şi Bodega-Bay, cu reactoare cu apă sub presiune, se obţine dreapta A. Costurile combustibilului din kWh (t) produs de reactor se aliniază pe o

dreaptă și scad cu creșterea puterii. Pentru CEN, AGR, Latina, Oldbury și Wylfa, costul combustibilului ce revine kWh (t) se așază pe dreapta B, nu depind practic de puterea electrică a CEN și este egal cu $B = 0{,}013$ lei/kWh (t).

Pe baza datelor publicate de firma „General Electric" [2] relativ la investițiile specifice în CEN, în reactoarele nucleare fierbătoare și în încărcătura de combustibil nuclear, în figurile 10, 11 și 12 se prezintă graficele de variație a acestor mărimi în funcție de puterea electrică a CEN.

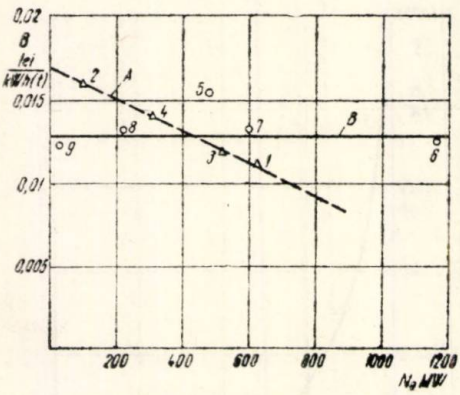


Fig. 9. — Variația mărimii B în funcție de putere pentru CEN cu reactoare fierbătoare și reactoare răcite cu gaz : curba A : *1* — Oyster Creek ; *2* — Beloiarsk ; *3* — Oyster-Creek ; *4* — Bodega-Bay ; curba B : *5* — EDF—3 ; *6* — Wylfa ; *7* — Oldbury ; *8* — Latina ; *9* — AGR.

Variația investițiilor specifice q în acest tip de CEN în funcție de puterea N_e este asemănătoare cu curbele date în lucrarea [8] pentru centrale termoelectrice. Funcția $q = f(N_e)$ poate fi scrisă sub o formă analogă cu relația pentru centrale termoelectrice :

$$\frac{q}{q_0} = \left(\frac{N_e}{N_e^0}\right)^{\alpha}, \qquad (1)$$

unde exponentul α este o constantă care depinde de puterea CEN. Valorile lui α obținute pentru CEN sînt date în figura 10 și sînt în general mai scăzute decît în cazul centralelor termoelectrice. Pentru variația investițiilor specifice în reactorul nuclear fierbător în funcție de putere se poate scrie o relație identică în care exponentul α se înlocuiește cu α_0. Valorile lui α_0 pentru reactorul fierbător considerat sînt date în figura 11.

Curbele din figurile 10, 11, 12 se referă la un ciclu termodinamic direct cu abur saturat. Introducerea preîncălzirii intermediare a aburului în cadrul acestui ciclu conduce la o creștere neînsemnată a investițiilor în centrală, datorită creșterii puterii acesteia (fig. 10).

Spre deosebire de acestea, investițiile specifice în reactorul fierbător al CEN nu depind practic de folosirea preîncălzirii intermediare a aburului în ciclul termodinamic al CEN (fig. 11).

Pentru combustibilul nuclear din reactorul fierbător cu ciclu direct, investițiile specifice prezintă la început o scădere (în domeniul $N_e < 375$ MW), apoi o creștere lentă. În cazul folosirii preîncălzirii intermediare, aceste investiții scad cu circa 4,7%, datorită creșterii puterii electrice a CEN la o putere termică constantă a reactorului.

Repartiția procentuală a investițiilor în cazul centralei considerate la o putere de 400 MW este următoarea : investiții specifice în reactoare 30,7%, investiții specifice în încărcătura de combustibil 14,8% și investiții specifice în restul centralei 54,5%. Pentru puteri mai ridicate, componenta relativă a investițiilor specifice în combustibilul nuclear utilizat

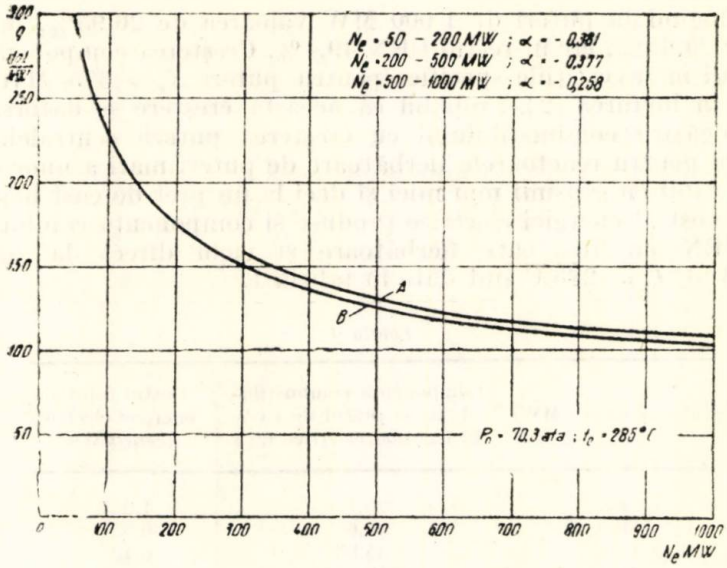


Fig. 10. — Variaţia investiţiilor specifice în CEN cu reactoare fierbătoare în funcţie de puterea centralei : *A* — ciclu cu preîncălzire intermediară ; *B* — ciclu fără preîncălzire intermediară.

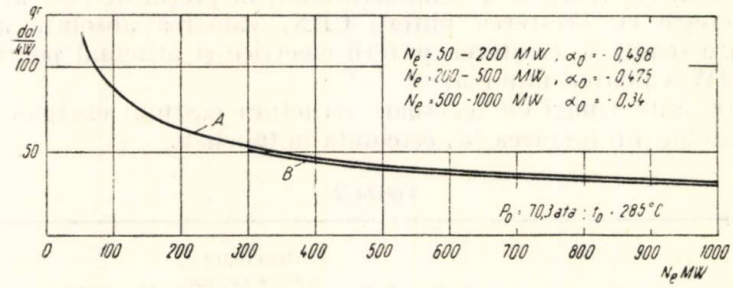


Fig. 11. — Variaţia investiţiilor specifice în reactorul fierbător cu ciclu termic direct : *A* — fără preîncălzire intermediară ; *b* — cu preîncălzire intermediară.

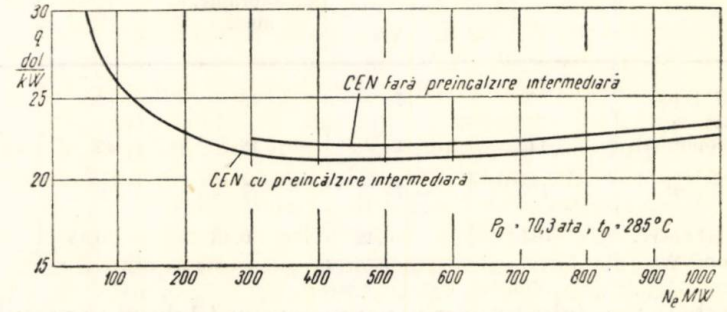


Fig. 12. — Investiţiile specifice în combustibilul nuclear la CEN cu reactor fierbător şi ciclu termic direct.

crește, atingînd la puteri de 1 000 MW valoarea de 20,95%, investițiile în reactor 29,65%, iar în restul CEN 49,4%. Creșterea componentei combustibilului în investițiile specifice pentru puteri $N_e > 375$ MW nu este explicată în lucrarea [2]. Probabil că această creștere se datorează ridicării îmbogățirii combustibilului cu creșterea puterii centralei, precum și utilizării pentru reactoarele fierbătoare de puteri mari a unor elemente de combustibil cu grosimi mai mici și deci la un preț de cost mai ridicat. Prețul de cost al energiei electrice produse și componenta combustibilului pentru CEN cu reactoare fierbătoare și ciclu direct la parametrii $P_0 = 70{,}3$ at, $t_0 = 285°C$ sînt date în tabela 1.

Tabela 1

Puterea CEN (MW)	Componenta combustibilului în prețul de cost al energiei electrice (%)	Costul total al energiei electrice (cent/kWh)
50	25,1	1,037
300	30,6	0,52
600	35,95	0,42
750	37,35	0,402
1 000	39,2	0,38

Componenta relativă a combustibilului în prețul de cost al energiei electrice crește cu creșterea puterii CEN, valoarea absolută a acestei componente scade cu creșterea puterii electrice și atingînd pentru $N_e =$ $= 1\,000$ MW valoarea minimă.

Pentru alte tipuri de reactoare structura costului energiei electrice pe baza datelor din lucrarea [3] este dată în tabela 2.

Tabela 2

Indici economici	Reactoare gaz-grafit cu U nat.	Reactoare cu compuși organici D_2O și U nat.	Reactoare răcite cu apă moderată cu grafit cu U slab îmbog. cu supraînc. nucl.	Reactoare cu H_2O cu U slab îmbog.	Reactoare cu neutroni rapizi răciți cu natriu
Amortizare și reparații curente, %	77	79	45	49	65
Componenta combustibilului, %	11	10	48	45	25
Salarii și cheltuieli diverse, %	12	11	7	6	10
Costul mediu al energ. electrice, cop/kWh	0,40	0,42	0,43	0,48	0,33

Din tabela 2 rezultă că componenta combustibilului în prețul de cost al energiei electrice a reactoarelor considerate variază în limite largi

(10—48%), fiind cea mai scăzută în cazul reactoarelor cu U natural. Componenta investițiilor în prețul de cost are valorile cele mai ridicate în cazul reactoarelor cu U natural, urmînd reactoarele cu neutroni rapizi și apoi reactorii cu U slab îmbogățit. Componenta exploatării în prețul de cost al energiei electrice variază între 6 și 12%, fiind mai ridicată în cazul utilizării U natural drept combustibil.

În literatura de specialitate, problema alegerii tipului optim de centrală electronucleară este tratată în mod sumar. Sînt prezentate în special metodele de optimizare a diferitelor tipuri de reactoare nucleare. Acestea, în general, folosesc ca criteriu de bază prețul de cost al energiei electrice produse [9, 10]. Există de asemenea cîteva lucrări publicate în problema optimizării parametrilor CEN bazate pe folosirea cheltuielilor specifice de calcul, ca, de exemplu, lucrările [11, 12, 13, 14, 15]. Pentru compararea eficacității economice a diferitelor tipuri de CEN în condițiile țării noastre apare evidentă necesitatea folosirii criteriului cheltuielilor specifice de calcul la producerea de energie electrică. Pe baza acestui criteriu, în lucrarea de față s-a elaborat metoda de comparație a CEN luîndu-se ca centrală de referință o centrală cu economicitate mai ridicată. În felul acesta, relațiile de calcul permit obținerea creșterii relative a cheltuielilor specifice de calcul pentru o CEN față de centrala de referință.

Pentru o variantă dată de CEN, aceste cheltuieli specifice de calcul se exprimă sub forma

$$\mathfrak{z}^0_{\delta e} = \frac{B_0}{\eta_{n0}} + \frac{(P_e + P_a)_0}{\tau_0} q_0 + \frac{(\Sigma E)_0}{\tau_0 N_{e0}}, \tag{2}$$

unde

$B_0 \left[\frac{\text{lei}}{\text{kWh}}\right]$ este costul combustibilului din kWh (t) produs de reactor;

η_{n0} — randamentul net al CEN;

P_e, P_a — coeficientul de eficacitate a investițiilor și coeficientul de amortizare;

τ_0 [h] — numărul de ore de funcționare a CEN la putere nominală;

N_{e0} [kW] — puterea electrică netă a CEN;

$q_0 \left[\frac{\text{lei}}{\text{kW}}\right]$ — investițiile specifice în CEN, inclusiv prima încărcătură de combustibil;

$(\Sigma E)_0$ [lei] — suma cheltuielilor de exploatare la producerea energiei electrice.

În relația (2), toate mărimile s-au notat cu zero, ele referindu-se la o variantă de CEN care se ia de referință.

Pentru variația relativă a cheltuielilor specifice de calcul față de o variantă de CEN luată de referință, în cazul general avem

$$\Delta\mathfrak{z}^*_{\delta e} = \frac{\mathfrak{z}^J_{\delta e}}{\mathfrak{z}^0_{\delta e}} - 1, \tag{3}$$

unde

$$\hat{z}_{\delta e}^{j} = \frac{B_j}{\eta_{nj}} + \frac{(P_e + P_a)_j}{\tau_j} q_j + \frac{(\Sigma E)_j}{\tau_j N_{ej}}. \tag{4}$$

Mărimile notate cu j se referă la CEN care se compară cu CEN luată de referinţă.

Introducînd expresiile lui $\hat{z}_{\delta e}^{0}$ şi $\hat{z}_{\delta e}^{j}$ din relaţiile (2) şi (4) în relaţia (3) şi considerînd pentru ambele centrale $P_e + P_a = \text{const.}$, $\tau_0 = \text{const.}$, $N_e = \text{const.}$, rezultă

$$\Delta_{\delta e}^{*} = \frac{\left(\frac{B_J}{\eta_{nJ}} - \frac{B_0}{\eta_{n0}}\right) + \frac{P_e + P_a}{\tau}(q_J - q_0) + \frac{1}{\tau N_e}[(\Sigma E)_J - (\Sigma E)_0]}{\frac{B_0}{\eta_{n0}} + \frac{P_e + P_a}{\tau} q_0 + \frac{(\Sigma E)_0}{\tau_0 N_{e0}}}. \tag{5}$$

În expresia (5), costul combustibilului corespunzător kWh (t) produs de reactor se obţine dintr-o relaţia de forma

$$B = B_c + B_{\text{con}} + B_{\text{fab}} + B_{\text{dep}} + B_{\text{chim}} - B_{Pu+U}, \tag{6}$$

unde

$B_c \left[\frac{\text{lei}}{\text{kWh}}\right]$ este costul combustibilului nuclear,

$B_{\text{con}} \left[\frac{\text{lei}}{\text{kWh}}\right]$ — costul materialelor de construcţie din zona activă a reactorului,

$B_{\text{fab}} \left[\frac{\text{lei}}{\text{kWh}}\right]$ — costul de fabricaţie al zonei active,

$B_{\text{dep}} \left[\frac{\text{lei}}{\text{kWh}}\right]$ — costul depozitării şi transportului elementelor de combustibil după utilizarea lor în reactor,

$B_{\text{chim}} \left[\frac{\text{lei}}{\text{kWh}}\right]$ — costul prelucrării combustibilului după utilizare şi depozitare,

$B_{Pu+U} \left[\frac{\text{lei}}{\text{kWh}}\right]$ — costul P_u produs şi U obţinut în urma prelucrării chimice a elementelor de combustibil după utilizarea lor în reactor.

Costul combustibilului nuclear pentru reactoarele cu U natural se obține ținînd seama de următoarele prețuri:

Tabela 3

Prețul U natural sub formă de concentrat U_3O_8

Nr. crt.	Țara producătoare	Prețul U natural F/kg U_3O_8
1	Franța	104
2	Anglia	90
3	S.U.A.	78—104
4	Canada pînă în 1970	65— 78
5	Canada după 1970	65—130

Prețurile indicate în tabela 3 servesc drept bază pentru proiectele actuale de CEN în țările respective și pot fi luate drept orientative în calcule, ținîndu-se seama de coeficientul de transformare a valutei străine în lei.

Costul combustibilului uraniului ușor îmbogățit utilizat în calcule este de 101,5—145 dol/kg, după datele publicate de firma „General Electronic" [1], [2]. Dacă la încărcarea reactorului se utilizează G Kg de uraniu îmbogățit la un preț de Cu $\left[\frac{\text{lei}}{\text{Kg}}\right]$ și cu un grad de ardere $b\left[\frac{\text{MW zile}}{\text{t}}\right]$, costul combustibilului consumat la un kWh produs de reactor va fi

$$B_c = \frac{G\,\text{Cu}}{\tau\, Qr} = \frac{\text{Cu}}{24\,b}\left[\frac{\text{lei}}{\text{kWh}}\right].$$

Costul materialelor de construcție din zona activă depinde de tipul elementelor de combustibil utilizate și al moderatorului și variază în limite largi. De obicei nu se dau aceste date în literatura de specialitate.

Costul de fabricație al elementelor de combustibil depinde de asemenea de tipul acestora. Astfel pentru elemente tuburi la reactori răciți cu gaz costul de fabricație este de 198 F/kgU cu înveliș, iar pentru elemente plăci de 140—210 F/kgU cu înveliș. Pentru reactoarele de tip AGR, acest cost este de 320 F/kgU, cu o precizie de $\pm$ 20% [1].

În cazul reactoarelor cu U îmbogățit moderate cu apă, după datele Comisiei pentru energia atomică a S.U.A. acest cost este de 540—550 F/kg. Costurile depozitării și transportului elementelor de combustibil variază în funcție de puterea CEN și de modul de exploatare. Costurile de transport sînt foarte nesigure și depind de asemenea de distanța pînă la care se face transportul. Aceste costuri țin seama de asemenea de tipul containerelor destinate să servească drept protecție biologică. Pentru Franța, costul de transport al combustibilului iradiat este de 11—18 F/kg U (la distanțe scurte de cîteva sute de km), în Anglia de 5 F/kg U (pentru distanțe medii), în S.U.A. de 30 F/kgU. Costul tratamentului

chimic al combustibilului iradiat depinde mult de capacitatea uzinei de tratare. Aceste costuri se dau în tabela 4.

Tabela 4

Costul de tratament chimic al combustibililor nucleari iradiaţi

Capacitatea de tratare în t/zi de U iradiat	1	5	10	Observaţii
	F/kg U iradiat			
U.S.A. (Oak Ridge)	160	—	31,5	Cuprinde stocarea deşeurilor şi pierderile de materiale fisionabile
Anglia		28—42		
Franţa	85	35	25	Nu cuprinde pierderile de materiale fisionabile

Preţul plutoniului produs intervine mult în preţul de cost al energiei electrice la CEN. Astfel, în S.U.A. componenta credit la P_u este de 0,2 cent/kWh. În S.U.A. există un preţ la P_u de 10 dol/g, iar în Anglia de 5—6 dol/g. În Franţa şi în U.R.S.S. se consideră prematură fixarea unui preţ pentru P_u. În Suedia se consideră că poate fi neglijat acest cost dacă se ţine seama că costul tratării combustibilului iradiat este ridicat [1].

În expresia (5), mărimile P_a şi P_e se dau în prealabil. Coeficientul de amortizare se poate calcula cu o relaţie de forma [13]:

$$P_a = (1{,}2-1{,}3)\ (0{,}04+3{,}5\cdot 10^{-6}\tau). \qquad (7)$$

Pentru cazul cînd CEN funcţionează în baza graficului de sarcină, considerăm $\tau = 7\,000$ h, iar $P_a = 0{,}06-0{,}085$.

Mărimea P_e pentru CEN se poate considera $P_e = 0{,}125$.

În expresia (5) se observă că putem folosi notaţiile

$$C_c^J = \frac{B_J}{\eta_{nJ}};\quad C_i^J = \frac{P_a}{\tau} q_J;\quad C_{ex}^J = \frac{(\Sigma E)_j}{\eta N_e},$$

$$C_c^0 = \frac{B_0}{\eta_{n0}};\quad C_i^0 = \frac{P_a}{\tau} q_0;\quad C_{ex}^0 = \frac{(\Sigma E)_0}{\tau N_e},$$

care reprezintă componentele combustibilului, investiţiilor şi exploatării din preţul de cost al energiei electrice produse, respectiv pentru CEN dată şi CEN luată de referinţă.

Introducînd în relaţia (4) aceste notaţii, obţinem

$$\Delta_{\hat{\jmath}e}^{*} = \frac{(C_c^J - C_c^0) + (C_i^J - C_i^0) + \frac{P_e}{\tau}(q_J - q_0) + (C_{ex}^J - C_{ex}^0)}{C_c^0 + C_i^0 + \frac{P_e}{\tau} q_0 + C_{ex}^0}. \tag{8}$$

În ecuaţia (8), suma

$$C_c^0 + C_i^0 + C_{ex}^0 = C_e^0 \tag{9}$$

şi deci

$$\Delta_{\hat{\jmath}e}^{*} = \frac{1}{1 + \frac{1}{C_e^0}\frac{P_e}{\tau} q_0}\left[\left(\frac{C_c^J}{C_e^0} - \overline{C}_c^0\right) + \left(\frac{C_i^J}{C_e^0} - \overline{C}_i^0\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{C_e^0}\frac{P_e}{\tau}(q_J - q_0) + \left(\frac{C_{ex}^J}{C_e^0} - \overline{C}_{ex}^0\right)\right]. \tag{10}$$

Introducînd notaţiile

$$\overline{C}_c^{*} = \frac{C_c^J}{C_e^0};\quad \overline{C}_i^{*} = \frac{C_i^J}{C_e^0};\quad \overline{C}_{ex}^{*} = \frac{C_{ex}^J}{C_e^0}, \tag{11}$$

obţinem

$$\Delta_{\hat{\jmath}e}^{*} = \frac{(\overline{C}_c^{*} - \overline{C}_c^0) + (\overline{C}_i^{*} - \overline{C}_i^0) + (\overline{C}_{ex}^{*} - \overline{C}_{ex}^0) + \frac{1}{C_e^0}\frac{P_e}{\tau}(q_J - q_0)}{1 + \frac{1}{C_e^0}\frac{P_e}{\tau} q_0}. \tag{12}$$

Expresia (12) permite să se efectueze analiza comparativă a două CEN de aceeaşi putere electrică. Se calculează în prealabil mărimile relative cuprinse în expresie. Pentru aceasta se consideră cunoscute din literatura de specialitate sau calculate mărimile B, η_n şi q. În lucrarea de faţă se dau mărimile $\overline{C}_c^0$, $\overline{C}_i^0$, $\overline{C}_{ex}^0$. Se cunosc de asemenea C_c C_i şi C_{ex}, ceea ce simplifică efectuarea de calcule comparative. În lucrare se iau în consideraţie 16 CEN cu patru tipuri de reactori nucleari, şi anume :

5 CEN cu reactoare răcite cu gaz,
6 CEN cu reactoare cu apă sub presiune,
4 CEN cu reactoare fierbătoare,
1 CEN cu reactor cu neutroni rapizi.

Pentru aceste CEN există suficiente date publicate.

Ca centrală de referinţă a fost considerată CEN Oyster Creek, echipată cu reactor fierbător, pentru care preţul de cost al energiei electrice produse este cel mai scăzut.

Ca relație de calcul s-a folosit formula (12), în care $P_e = 0{,}125$ și $\tau = 7\,000$ h.

În figura 13 s-au trasat curbe de variație pentru $\Delta_{\delta_e}^*$ grupate pe tipuri de CEN.

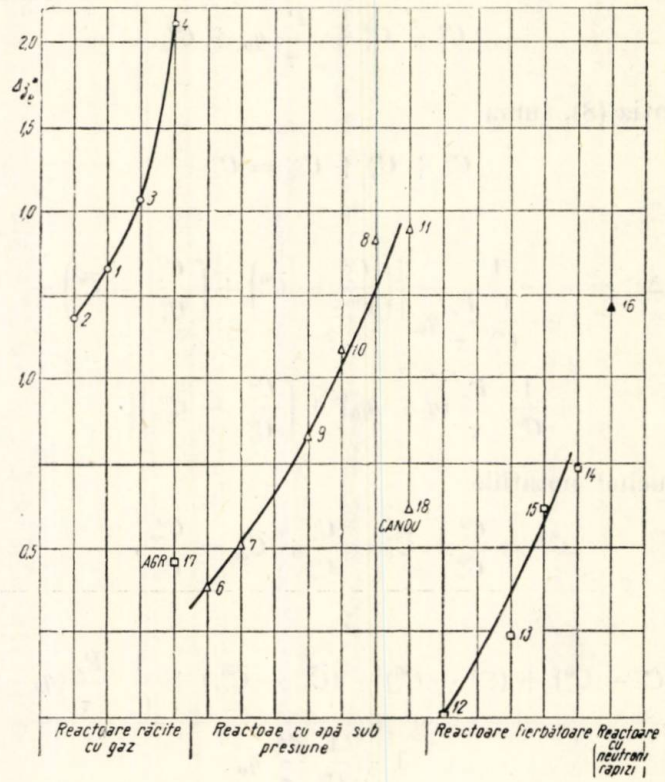


Fig. 13. — Variația relativă a cheltuielilor specifice de calcul pentru CEN cu diferite tipuri de reactoare nucleare: *1* — EDF - 3; 2 — Wylfa; *3* — Oldbury; *4* — Latina; *6* — Novo-Voronej; *7* — Malibu; *8* — Yanke; *9* — San-Onofre; 10 — SELNI; *11* — SENA; *12* — Oyster-Creek; *13* — Beloiarsk; *14* — Nine-Mail Point; *15* — Bodega-Bay; *16* — BN - 350; *17* — AGR; *18* — CANDU.

Curbele au alură crescătoare pentru fiecare tip de CEN. De remarcat că în partea inferioară a curbelor se plasează CEN mai noi din tipul respectiv.

După cum era de așteptat, cele mai economice CEN în condițiile Republicii Socialiste România sînt CEN cu reactoare fierbătoare și cu U slab îmbogățit, ca, de exemplu, CEN Oyster Greek și Beloiarsk. Pentru aceste centrale, mărimea $\Delta_{\delta_e}^*$ are valorile cele mai scăzute. Urmează apoi CEN cu reactoare cu apă sub presiune, CEN cu reactoare de tip

AGR, moderate cu D_2O (CANDU), cu neutroni rapizi şi reactoare răcite cu gaz de tip magnox.

Din figura 13 se observă că centralele cu ciclu direct sau cu supraîncălzire nucleară a aburului (vezi punctele *12* şi *13*) au economicitatea cea mai ridicată. De aici rezultă şi perspectivele mari pe care le au acest tip de reactoare. Reactoarele răcite cu gaz, deşi folosesc U natural, prin faptul că necesită investiţii mari conduc la faptul că pentru CEN Wylfa, de exemplu (vezi punctul *2* în fig. 1), $\Delta\hat{z}^{*}_{\delta e} = 1{,}185$. Deci cheltuielile specifice de calcul sînt mai ridicate în acest caz faţă de CEN Oyster-Greek cu 118,5 %.

În cazul comparaţiei dintre CEN şi CTE, variaţia relativă a cheltuielilor de calcul este

$$\Delta\hat{z}^{*\prime}_{\delta e} = \frac{\hat{z}^{\text{CEN}}_{\delta e}}{\hat{z}^{\text{CTE}}_{\delta e}} - 1, \tag{13}$$

unde $\hat{z}^{\text{CEN}}_{\delta e}$ şi $\hat{z}^{\text{CTE}}_{\delta e}$ reprezintă, respectiv, cheltuielile specifice de calcul pentru CEN şi CTE cu care se face comparaţia.

Relaţia (13) poate fi scrisă sub forma

$$\Delta\hat{z}^{*\prime}_{\delta e} = \bar{\hat{z}}^{\text{CTE}}_{\delta c}\,\delta\hat{z}^{*}_{\delta c} + \bar{\hat{z}}^{\text{CTE}}_{\delta i}\,\delta\hat{z}^{*}_{\delta i} + \bar{\hat{z}}^{\text{CTE}}_{\delta ex}\,\delta\hat{z}^{*}_{\delta ex}, \tag{14}$$

unde

$$\delta\hat{z}^{*}_{\delta c} = \frac{\hat{z}^{\text{CEN}}_{\delta c}}{\hat{z}^{\text{CTE}}_{\delta c}} - 1,$$

$$\delta\hat{z}^{*}_{\delta i} = \frac{\hat{z}^{\text{CEN}}_{\delta i}}{\hat{z}^{\text{CTE}}_{\delta i}} - 1, \tag{15}$$

$$\delta\hat{z}^{*}_{\delta ex} = \frac{\hat{z}^{\text{CEN}}_{\delta ex}}{\hat{z}^{\text{CTE}}_{\delta ex}} - 1.$$

reprezintă variaţia relativă a componentelor combustibilului, a investiţiilor şi a cheltuielilor de exploatare la CTE în raport cu mărimile identice pentru CEN.

În (15), componentele combustibilului se pot exprima

$$\hat{z}^{\text{CEN}}_{\delta c} = \frac{B^{\text{CEN}}}{\eta^{\text{CEN}}_{n}}; \quad \hat{z}^{\text{CTE}}_{\delta c} = \frac{B^{\text{CTE}}}{\eta^{\text{CTE}}_{n}}, \tag{16}$$

unde B^{CEN}, B^{CTE} şi η^{CEN}_{n}, η^{CTE}_{n} reprezintă, respectiv, costul kWh termic şi randamentul net pentru CEN şi CTE.

Pentru CTE, costul kWh termic produs în instalaţiile de cazane este de forma

$$B^{\text{CTE}} = \frac{d_e\,(i_0 - \bar{t}_a)}{Q^c_i\,\eta_c}\,C, \tag{17}$$

unde

$d_e \left[\frac{\text{kg}}{\text{kWh}}\right]$ este consumul specific de abur în CTE,

$i_0 \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ — entalpia inițială a aburului,

$t_a \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ — entalpia apei de alimentare,

$Q_i^c \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ — puterea calorifică calculată inferioară a combustibilului utilizat în CTE,

η_c — randamentul cazanelor în CTE,

$C \left[\frac{\text{lei}}{\text{kg}}\right]$ — costul combustibilului clasic utilizat în CTE.

În cazul cînd se consideră

$$(P_e + P_a)^{\text{CEN}} = (P_e + P_a)^{\text{CTE}}$$

și

$$\tau^{\text{CEN}} = \tau^{\text{CTE}},$$

se poate scrie

$$\delta_{\bar{\delta}i}^{*} = \frac{q^{\text{CEN}}}{q^{\text{CTE}}} - 1, \tag{18}$$

adică variația relativă a componentei investițiilor este proporțională cu raportul investițiilor specifice în CEN și CTE.

Relația (14), dacă se ține seama de expresiile (15) (16), (17) și (18) și dacă se consideră $\bar{\delta}_{ex}^{\text{CTE}} \simeq \bar{\delta}_{ex}^{\text{CEN}}$ și $\delta_{\bar{\delta}ex}^{*} = 0$, se poate scrie sub forma

$$\delta_{\bar{\delta}e}^{*\prime} = \bar{\delta}_e^{\text{CTE}} \left[\left(\frac{B^{\text{CEN}}}{B^{\text{CTE}}} \right) \left(\frac{\eta_n^{\text{CTE}}}{\eta_n^{\text{CEN}}} \right) - 1 \right] + \bar{\delta}_i^{\text{CTE}} \left(\frac{q^{\text{CEN}}}{q^{\text{CTE}}} - 1 \right). \tag{19}$$

Pentru CTE se poate considera cu destulă precizie $\bar{\delta}_{ex}^{\text{CTE}} \simeq 0{,}1$ și deci

$$\bar{\delta}_i^{\text{CTE}} = (0{,}9 - \bar{\delta}_c^{\text{CTE}}). \tag{20}$$

În acest caz, relația (19) capătă forma

$$\Delta_{\bar{\delta}e}^{*\prime} = \bar{\delta}_c^{\text{CTE}} \left[\left(\frac{B^{\text{CEN}}}{B^{\text{CTE}}} \right) \left(\frac{\eta_n^{\text{CTE}}}{\eta_n^{\text{CEN}}} \right) - 1 \right] + (0{,}9 - \bar{\delta}_c^{\text{CTE}}) \left(\frac{q^{\text{CEN}}}{q^{\text{CTE}}} - 1 \right). \tag{21}$$

În (21), rapoartele $\frac{B^{\text{CEN}}}{B^{\text{CTE}}}$, $\frac{\eta_n^{\text{CTE}}}{\eta_n^{\text{CEN}}}$ și $\frac{q^{\text{CEN}}}{q^{\text{CTE}}}$ se pot calcula în prealabil sau folosi date din literatura de specialitate. Componenta combustibilului în cheltuielile de calcul $\bar{\delta}_c^{\text{CTE}}$ se poate varia pentru a cuprinde toată gama de combustibili din țara noastră.

În lucrarea de față se compară CTE la parametrii $P_0 = 130$ ata și $t_0 = 565°C$, funcționînd pe gaz metan, păcură și pe lignit, cu CEN de diferite tipuri în condițiile țării noastre.

Rezultatele calculelor pentru mărimea B^{CTE} sînt date în tabela 5.

Tabela 5

Nr. crt.	Combustibili	d_e kg/kwh	i_0 kcal/kg	$\bar{t}_a$ kcal/kg	Q_i^c kcal/kg. c.c.	η_c	C_c lei/kg. c.c.	B^{CTE} lei/kwh
1	Gaz metan	3,54	840,2	236,5	7000	0,93	0,100	0,0327
2	Păcură	3,54	840,2	236,5	7000	0,93	0,165	0,054
3	Lignit	3,54	840,2	236,5	7000	0,93	0,200	0,0654

Pentru CTE se consideră următoarele randamente nete și investiții specifice în funcție de combustibilul clasic folosit :

gaz metan $\eta_a^{CTE} = 0{,}364$; $q^{CTE} = 2000-3000$ lei/kW
păcură $\eta_a^{CTE} = 0{,}357$; $q^{CTE} = 2000-4000$ lei/kW
lignit $\eta_a^{CTE} = 0{,}349$; $q^{CTE} = 2000-5000$ lei/kW

Componenta combustibilului în cheltuielile specifice de calcul a variat de asemenea în limitele $\bar{\delta}_c^{CTE} = 0{,}5-0{,}7$, valorile mai scăzute fiind pentru gaz metan, iar cele mai ridicate pentru lignit. Rezultatele calculului mărimii $\Delta\bar{\delta}_e^{*\prime}$ sînt prezentate în figurile 14 *a*, *b*, *c*.

Din figurile de mai sus rezultă că, într-o serie de cazuri, CEN cele mai economice, deci care se construiesc în prezent sau se vor construi în anii următori, sînt mai economice decît CTE. Punctele de pe curbe corespund următoarelor CEN : *1* — Wylfa (Anglia) ; *2* — EDF-3(Franța) ; *3* — Oldbury (Anglia), *4* — Novo-Voronej (U.R.S.S.) ; *5* — Yanke (S.U.A.) ; *6* — San-Onofre (S.U.A.) ; *7* — Oyster-Creek (S.U.A) și *8* — Beloiarsk (U.R.S.S.).

Premisele luate în considerație la efectuarea comparației CEN cu CTE sînt următoarele :

1. În lucrare s-a ținut seama de cursul oficial al valutelor străine și de un coeficient de transformare a leului valută în lei.

2. Pentru toate CEN considerate, cît și pentru CTE, numărul anual de ore de funcționare s-a considerat egal, precum și puterea electrică ;

3. Pentru ambele tipuri de centrale s-au considerat egale suma coeficienților de eficacitate a investițiilor în energetică și de amortizare :

$$(P_a + P_e)^{CEN} = (P_a + P_e)^{CTE}.$$

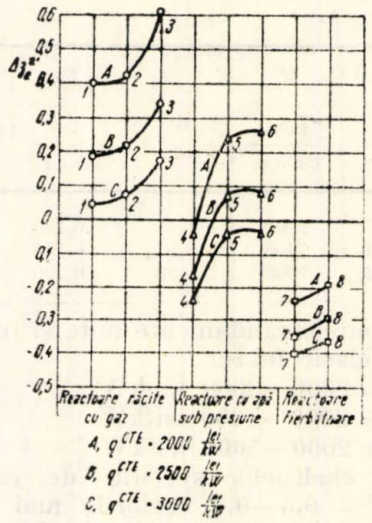
4. Pentru ambele tipuri de centrale s-au considerat egale componentele exploatării din cheltuielile specifice de calcul ($\bar{\delta}_{ex} = 0{,}1$).

5. Pentru CEN s-a avut în vedere importul întregului utilaj și al primei încărcături de combustibil nuclear din țara respectivă.

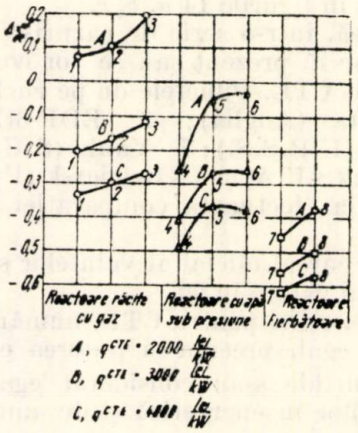
6. Pentru CEN s-au luat în considerație investițiile specifice în centrală și în prima încărcătură de combustibil.

7. Pentru CTE costul combustibilului clasic s-a adoptat fără a ține seama de cheltuielile la deschiderea de mine.

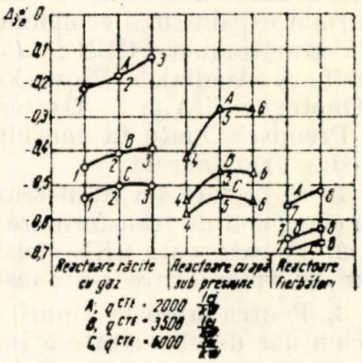
În cazul comparării CTE pe gaz cu CEN (vezi fig. 14a), centralele nucleare electrice cu reactoare răcite cu gaz apar mai puțin economice.



a



b



c

Fig. 14. — Variația mărimii $\Delta\bar{z}_e^{*\prime}$ la comparația diferitelor tipuri de CEN cu CTE: *a* — CTE cu gaz metan; *b* — CTE cu păcură; *c* — CTE cu lignit.

CEN cu reactoare cu apă sub presiune și cu reactoare AGR sînt comparabile ca economicitate cu CTE. CEN cu reactoare fierbătoare apar mai economice.

Mărimea $\Delta\bar{z}_e^{*\prime}$ scade cu creșterea lui q^{CTE}. Din figurile 14 b și c rezultă că CTE pe păcură și ligniți apar mai puțin economice decît CEN luate în considerație.

În toate cazurile, CEN cu reactoare fierbătoare apar mai economice decît CTE la parametrii considerați.

Centralele electronucleare cu reactoare cu apă sub presiune, cu reactoare de tip AGR şi cu reactoare moderate cu D_2O de tip CANDU apar mai economice decît CTE pe păcură sau ligniţi în condiţiile menţionate.

Centralele electronucleare cu reactoare răcite cu gaz de tip magnox apar mai economice decît CTE considerate pe păcură sau ligniţi.

Concluziile din lucrarea de faţă trebuie privite ca fiind în funcţie de considerentele avute în vedere la calcule şi de precizia cu care se dau indicii tehnici-economici ai CEN în literatura de specialitate şi de respectarea coeficienţilor de transformare a valutei străine în lei. Cu ridicarea coeficienţilor de transformare a valutelor străine în lei, ordinea în care se plasează diferitele tipuri de CEN din punctul de vedere al economicităţii (faţă de CTE) se păstrează.

CONCLUZII

1. În lucrare se dă metoda pentru determinarea tipului optim de CEN în condiţiile ţării noastre. Se face de asemenea o comparaţie a economicităţii diferitelor tipuri de CEN.

2. În lucrare se arată că CEN cu reactoare fierbătoare apar ca cele mai economice, urmînd CEN cu reactoare cu apă sub presiune, CEN cu reactoare de tip AGR, reactoarele moderate cu D_2O de tip CANDU şi reactoarele răcite cu gaz de tip magnox.

3. Centralele electronucleare cu reactoare fierbătoare apar mai economice decît CTE la parametrii iniţiali ai ciclului termic de $P_0 = 130$ ata şi $t_0 = 565°C$.

4. Dintre reactoarele cu U natural trebuie menţionat reactorul de tip CANDU moderat cu D_2O, care are o economicitate apropiată de reactoarele cu apă sub presiune şi de reactoarele de tip AGR. Reactoarele răcite cu gaz cu U natural de tip magnox apar de asemenea în condiţiile menţionate mai economice decît CTE pe păcură şi ligniţi. Trebuie avut de asemenea în vedere faptul că în construcţia şi exploatarea acestui tip de reactor există acumulată o mare experienţă.

Primită la redacţie la 27 noiembrie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. J. Gaussens, *L'économie à la Conférénce de Genève 1964*. Energie Nucléaire, **6**, *8* (1964).
2. G. E. Issues, *Nuclear Power Plant price List*. Nucleonics, *11* (1964).
3. M. M. Синев, Б. Б. Батуров, В. М. Шмелев, *О путях развития ядерной энергетически СССР*. Атомная энергия, **17**, *4* (1964).
4. L. Geller, J. Hagenton, S. Stoller, *Analyzing Power Costs for Nuclear Plants*. Nucleonics, *7* (1964).
5. — *Comparative Economics of European and U. S. Reactors*. Nuclear Engineering, May 1964.
6. — *Caracteristicile economice ale reactorilor energetici a Europei occidentale şi S.U.A.* Атмомная Техника за рубежом, *8* (1964).

7. L. Geller, *Indicii tehnico-economici ai CAE cu reactoare moderne cu grafit răcite cu gaz.* Атомная техника за рубежом, *1* (1965).
8. V. B. Pakşver, *Indici tehnico-economici ai centralelor termoelectrice de mare putere.* Gosenergoizdat (1957).
9. П. Х. Маргэн, *Выбор оптимальных вариантов в реакторостроении*, Атомиздат, 1961.
10. P. H. Margen, *Optimization of gas-cooled reactors with the aid of mathematical computers.* AE—20—1959.
11. А. Я. Крамеров, *О выборе оптимальных параметров АЭС*, Атомная энергия, **10**, *3* (1961).
12. C. Haiduc, *Studiul eficacităţii termice şi alegerea parametrilor optimi la centrale atomoelectrice combinate echipate cu reactoare cu apă sub presiune*, disertaţie, MEI, Moscova, 1964.
13. Ю.Д. Арсеньев, *Анализ термодинамического цикла атомных электростанций методом бозовой точки*, Госатомиздат, 1962.
14. C. Haiduc, *Determinarea temperaturii optime de preîncălzire regenerativă a apei de alimentare la centrale atomoelectrice combinate.* St. cerc. energ. **B XIII**, *2* (1963).
15. — *Методика определения оптимальных параметров парогенераторов комбинированных АЭС с реакторами ВВЭР.* Revue Roumaine des Sciences Techniques — Série Electrotechnique et Energétique, *3* (1964).

REACTANȚA DE DISPERSIE ȘI REZISTENȚA ÎN CURENT ALTERNATIV A LATURILOR DE BOBINĂ SITUATE ÎN CRESTĂTURI ELIPTICE

DE

ANDREI ȚUGULEA

Asimilîndu-se crestăturile ovale ale mașinilor electrice cu crestături eliptice, se integrează ecuația lui Poisson pentru potențialul magnetic vector în ipoteza unui cîmp plan-paralel. Pereții crestăturii se presupun de permeabilitate infinită iar densitatea de curent se consideră uniform repartizată pe secțiunea transversală a crestăturii.

Cu ajutorul soluției obținute se calculează energia magnetică, reactanța și apoi permeanța de dispersie. În cazul particular al crestăturii circulare se obține rezultatul cunoscut.

Utilizîndu-se rezultatele unei lucrări anterioare a autorului, se calculează și factorul de creștere al rezistenței în curent alternativ pentru bobine realizate din fire cilindrice circulare, în ipoteza unui efect pelicular slab.

Comparația formulelor de calcul obținute în lucrare cu alte formule cunoscute în literatură și obținute prin aproximații grosiere, arată diferențe de valori cuprinse între 10—20%.

1. INTRODUCERE

Reactanțele de dispersie ale laturilor de bobină din crestăturile mașinilor electrice sînt parametri importanți care intervin atît în proiectarea acestora cît și în studiul funcționării lor pe baza schemelor echivalente. În literatura de specialitate aceste reactanțe sînt calculate, în ipoteza uzuală a fierului nesaturat, pentru cazul crestăturilor circulare semiînchise, a crestăturilor dreptunghiulare deschise și semiînchise [1], [2].

Articol publicat și în „Rev. roum. sci. tech. — Electrotechn. Energ." **11**, 2 (1966).

Formule de aproximație grosieră sînt date pentru crestăturile trapezoidale și crestăturile ovale.

În lucrarea de față ne propunem să efectuăm calculul reactanței de dispersie în cazul crestăturilor ovale semiînchise, aproximînd ovalul prin elipse. O astfel de aproximație este posibilă întotdeauna printr-o

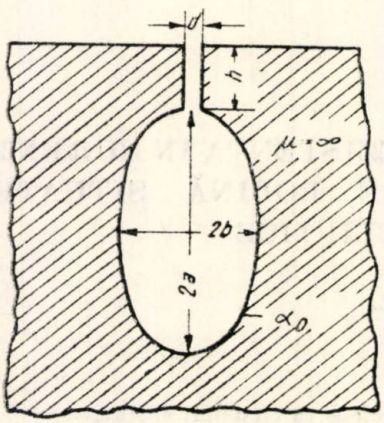


Fig. 1. — Crestătură eliptică semiînchisă.

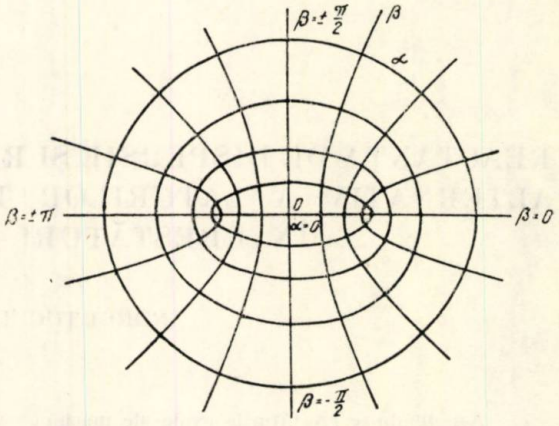


Fig. 2. — Sistemul coordonatelor eliptice plane.

alegere adecvată a axelor elipsei. Vom presupune, de asemenea, că deschiderea crestăturii e mică în comparație cu lungimea axei mici (fig. 1), și că întreaga secțiune a crestăturii este umplută cu firele laturii de bobină legate în serie și parcurse de același curent.

Vom utiliza următoarele notații :

a — lungimea semiaxei mari ;
b — lungimea semiaxei mici ;
$c = \sqrt{a^2 - b^2}$ — distanța focală ;
l — lungimea laturii de bobină ;
d — lungimea deschiderii ;
N — numărul de spire ale laturii de bobine considerate în serie ;
i — intensitatea curentului care străbate cele N spire ale laturii de bobină ;
α, β — coordonate eliptice plane (fig. 2) ;
$2\beta_0$ — deschiderea crestăturii exprimată în coordonate eliptice ;
α_0 — coordonata eliptică care definește conturul eliptic al crestăturii ;
J — densitatea de curent ;
A — componenta potențialului vector în lungul laturii de bobină ;
μ — permeabilitatea magnetică.

Ca în toate calculele clasice de acest fel, vom presupune fierul nesaturat, iar densitatea de curent uniform distribuită pe secțiunea crestăturii și avînd valoarea medie :

$$J = \frac{Ni}{\pi\, ab} \tag{1}$$

Deoarece în cazul mașinilor electrice lungimea laturii de bobină întrece cu mult dimensiunile transversale ale crestăturii, putem considera cu foarte bună aproximație cîmpul plan-paralel. În acest caz potențialul vector va avea o singură componentă A, dirijată în lungul firelor bobinei și va satisface ecuația lui Poisson [3]:

$$\Delta A = -\mu J. \tag{2}$$

2. INTEGRAREA ECUAȚIEI (2) PENTRU POTENȚIALUL VECTOR

Pentru integrarea ecuației vom utiliza coordonatele eliptice plane, aplicînd metoda separării variabilelor [4].

Ecuația (2) se transcrie:

$$\frac{1}{\frac{c^2}{2}[\mathrm{ch}2\alpha - \cos 2\beta]}\left[\frac{\partial^2 A}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial \beta^2}\right] = -\mu J \tag{3}$$

unde

$$\frac{c^2}{2}(\mathrm{ch}2\alpha - \cos 2\beta) = [c\sqrt{\mathrm{ch}^2\alpha - \cos^2\beta}]^2 = h_\alpha h_\beta \tag{4}$$

reprezintă produsul coeficienților lui Lamé pentru cele două coordonate ($h_\alpha = h_\beta$).

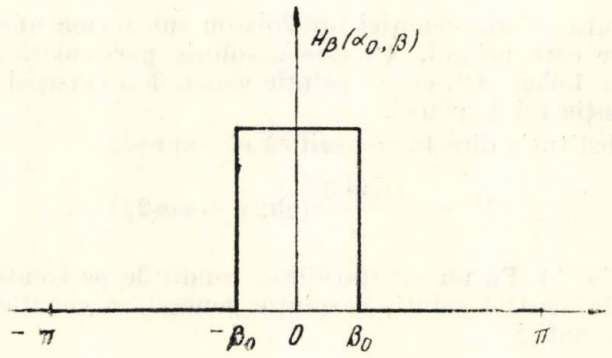


Fig. 3. — Reprezentarea variației cîmpului H_β (α_0, β) pe frontiera crestăturii.

Ecuația (3) se mai transcrie:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial \beta^2} = -\frac{\mu c^2}{2} J\,[\mathrm{ch}2\alpha - \cos 2\beta] \tag{5}$$

și trebuie integrată în următoarele condiții pe frontiere pentru intensitatea cîmpului magnetic (fig. 3):

$$\begin{cases} H_\beta(\alpha_0, \beta) = H_0(\beta) & \text{pentru } |\beta| \leqslant \beta_0 \\ H_\beta(\alpha_0, \beta) = 0 & \text{pentru } |\beta| \geqslant \beta_0 \end{cases} \tag{6}$$

Aceste condiţii pe frontieră se traduc în condiţii de tip Neumann pentru potenţialul vector. Observînd că

$$H = \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} A \tag{7}$$

şi utilizînd expresia rotorului în coordonate eliptice obţinem :

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{\mu}\left[u_\alpha \frac{1}{h_\alpha}\frac{\partial}{\partial \alpha} + u_\beta \frac{1}{h_\beta}\frac{\partial}{\partial \beta} + u_z \frac{\partial}{\partial z}\right] \times u_z A = \\ &= \frac{1}{\mu}\left[-u_\beta \frac{1}{h_\alpha}\frac{\partial A}{\partial \alpha} + u_\alpha \frac{1}{h_\beta}\frac{\partial A}{\partial \beta}\right] = u_\alpha H_\alpha + u_\beta H_\beta. \end{aligned} \tag{8}$$

Prin urmare condiţiile de pe frontiere se transcriu :

$$\begin{cases} -\left[\dfrac{1}{\dfrac{c}{\sqrt{2}}\sqrt{\operatorname{ch}2\alpha - \cos 2\beta}}\dfrac{\partial A}{\partial \alpha}\right]_{\alpha=\alpha_0} = \mu H_0(\beta) \text{ pentru } |\beta| \leqslant \beta_0 \\ -\left[\dfrac{1}{\dfrac{c}{\sqrt{2}}\sqrt{\operatorname{ch}2\alpha - \cos 2\beta}}\dfrac{\partial A}{\partial \alpha}\right]_{\alpha=\alpha_0} = 0 \text{ pentru } |\beta| \geqslant \beta_0 \end{cases} \tag{9}$$

Vom căuta soluţia ecuaţiei lui Poisson sub forma unei sume de doi termeni dintre care primul, A^{I}, este o soluţie particulară a ecuaţiei lui Poisson, iar al doilea, A^{II}, este o soluţie generală a ecuaţiei fără membrul al doilea (ecuaţia lui Laplace).

Prin substituţie directă se verifică că expresia

$$A^{\mathrm{I}} = -\frac{\mu c^2 J}{8}(\operatorname{ch}2\alpha + \cos 2\beta) \tag{10}$$

verifică ecuaţia (5). Ea nu satisface însă condiţiile pe frontieră. De aceea vom adăuga la această soluţie o soluţie generală a ecuaţiei lui Laplace, respectiv a ecuaţiei :

$$\frac{\partial^2 A^{\mathrm{II}}}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 A^{\mathrm{II}}}{\partial \beta^2} = 0 \tag{11}$$

determinînd constantele de integrare astfel încît suma

$$A = A^{\mathrm{I}} + A^{\mathrm{II}} \tag{12}$$

să satisfacă condiţiile pe frontieră. În virtutea unicităţii vom obţine soluţia problemei (pînă la o constantă aditivă).

Pentru soluţionarea ecuaţiei (11) vom utiliza metoda separării variabilelor, căutînd soluţii de forma

$$A^{\mathrm{II}} = F(\alpha)\, G(\beta). \tag{13}$$

Introducînd în (11) și împărțind cu produsul lor, obținem

$$\frac{F''(\alpha)}{F(\alpha)} + \frac{G''(\beta)}{G(\beta)} = 0 \tag{14}$$

din care rezultă :

$$\frac{F''}{F} = \lambda^2 \text{ și } \frac{G''}{G} = -\lambda^2. \tag{15}$$

Deoarece soluția trebuie să fie periodică în β, rezultă $\lambda^2 = n^2$, n fiind un număr întreg, astfel că integralele celor două ecuații sînt :

$$\begin{aligned} F_n &= F_n^{(1)} \operatorname{ch} n\alpha + F_n^{(2)} \operatorname{sh} n\alpha, \\ G_n &= G_n^{(1)} \cos n\beta + G_n^{(2)} \sin n\beta. \end{aligned} \tag{16}$$

Orice sumă de produse $F_n . G_n$ va fi o soluție a ecuației (11) datorită liniarității ei.

Ținînd seama că numai produsele $\operatorname{ch} n\alpha \cos n\beta$ și $\operatorname{sh} n\alpha \sin n\beta$ admit gradient finit în focare, produsele încrucișate de forma $\operatorname{ch} n\alpha \sin n\beta$ și $\operatorname{sh} n\alpha \cos n\beta$ trebuie eliminate [5], astfel că soluția generală se transcrie :

$$A^{II} = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \operatorname{ch} n\alpha \cos n\beta + B_n \operatorname{sh} n\alpha \sin n\beta). \tag{17}$$

Se observă că din motive de simetrie față de originea coordonatelor β, $A^{II}(\alpha,\beta) = A^{II}(\alpha, -\beta)$, și în soluție trebuie reținuți numai termenii pari în β. Obținem :

$$A^{II} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \operatorname{ch} n\alpha \cos n\beta \tag{18}$$

iar soluția rezultantă va fi :

$$\begin{aligned} A = A^{I} + A^{II} = -\frac{\mu c^2 J}{8} [\operatorname{ch} 2\alpha + \cos 2\beta] + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \operatorname{ch} n\alpha \cos n\beta. \end{aligned} \tag{19}$$

Pentru determinarea constantelor A_n impunem condițiile pe frontieră (6), respectiv (9).

În acest scop observăm că din (9) rezultă :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0} = -\frac{c}{\sqrt{2}} \sqrt{\operatorname{ch} 2\alpha_0 - \cos 2\beta} \, . \, \mu H_0 (\beta) & \text{pentru } |\beta| \leqslant \beta_0 \\ \left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0} = 0 & \text{pentru } |\beta| \geqslant \beta_0 \end{cases} \tag{20}$$

Deoarece deschiderea crestăturii, d, este mică, putem admite cîmpul magnetic constant şi egal cu

$$H_0(\beta) = \frac{N\,i}{d} \cong \text{const.} \tag{21}$$

Aproximînd arcul de elipsă din dreptul crestăturii cu coarda, putem scrie

$$d \approx 2\beta_0 \frac{c}{\sqrt{2}} \sqrt{\text{ch}2\alpha_0 - \cos 2\beta} \tag{22}$$

şi deoarece pentru unghiuri mici $\cos 2\beta \approx \cos 2\beta_0 \approx 1$, condiţiile (20) se transcriu :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0} = -\mu \frac{Ni}{2\beta_0} = -\mu \frac{\pi\, ab\, J}{2\,\beta_0} = \Theta_0 \text{ pentru } |\beta| \leqslant \beta_0 \\ \left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0} = 0 \qquad\qquad \text{pentru } |\beta| \geqslant \beta_0 \end{cases} \tag{23}$$

Variaţia acestor condiţii în funcţiune de β este similară celei reprezentate în figura 3, iar dezvoltarea lor în serie Fourier este :

$$\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0} = \Theta_0 \left[\frac{\beta_0}{\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\beta_0}{n} \cos n\beta\right] \tag{24}$$

Substituind în membrul stîng al acestei relaţii expresia (19) obţinem ecuaţia

$$-\frac{\mu\, c^2 J}{8} 2\,\text{sh}\,2\alpha_0 + \sum_{n=1}^{\infty} n\, A_n\, \text{sh} n\alpha_0 \cos n\beta = \Theta_0 \left[\frac{\beta_0}{\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\beta_0}{n} \cos n\beta\right] \tag{25}$$

din care rezultă, egalînd armonicile de acelaşi ordin,

$$-\frac{\mu\, c^2\, J}{4} \text{sh}2\alpha_0 \equiv \Theta_0 \frac{\beta_0}{\pi} = -\mu \frac{a\, b\, J}{2} \tag{26}$$

deoarece

$$ab = c\text{ch}\alpha_0\, c\text{sh}\,\alpha_0 = \frac{c^2}{2} \text{sh}2\alpha_0 \tag{27}$$

şi

$$A_n = \frac{2\Theta_0}{\pi\, n^2} \frac{\sin n\beta_0}{\text{sh} n\alpha_0} = -\frac{\mu\, c^2 J}{2\,\beta_0} \frac{\text{sh}2\alpha_0}{n^2} \frac{\sin n\beta_0}{\text{sh} n\alpha_0}. \tag{28}$$

Introducînd aceste constante în expresia soluţiei generale (19) obţinem în definitiv

$$A = -\frac{\mu\, c^2 J}{8} \left[\text{ch}2\,\alpha + \cos 2\,\beta + \frac{4}{\beta_0} \text{sh}2\alpha_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\beta_0}{n^2\, \text{sh} n\alpha_0} \text{ch} n\alpha \cos n\beta\right] \tag{29}$$

sau, ținînd seama de relațiile (1) și (21) :

$$A = -\mu \frac{Ni}{4\pi}\left[\frac{\operatorname{ch}2\alpha + \cos 2\beta}{\operatorname{sh}2\alpha_0} + \frac{4}{\beta_0}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n\beta_0}{n^2 \operatorname{sh} n\alpha_0}\operatorname{ch}n\alpha \cos n\beta\right] \quad (30)$$

Utilizînd relația (8) putem calcula cîmpul magnetic în fiecare punct al crestăturii.

3. CALCULUL REACTANȚEI DE DISPERSIE

Vom utiliza definiția energetică a reactanței

$$X_\sigma = \omega L_\sigma = \omega \frac{2W_m}{i^2} \quad (31)$$

unde W_m este energia magnetică acumulată în interiorul crestăturii.

Deoarece

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} \\ \boldsymbol{B} = \operatorname{rot} \boldsymbol{A} \end{cases} \quad (32)$$

energia magnetică mai poate fi exprimată astfel :

$$W_m = \frac{1}{2}\int_{\mathcal{D}} \boldsymbol{BH}\, \delta v = \frac{1}{2}\int_{\mathcal{D}} \operatorname{rot}\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{H}\, \delta v = \frac{1}{2}\int_{\mathcal{D}} \operatorname{div}(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{H})\cdot \delta v + \\ + \frac{1}{2}\int_{\mathcal{D}} \boldsymbol{A} \operatorname{rot}\boldsymbol{H}\, \delta v = \frac{1}{2}\oint_S (\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{H})\, \boldsymbol{n}\, \delta S + \frac{1}{2}\int_{\mathcal{D}} \boldsymbol{AJ}\, \delta v \quad (33)$$

unde $\boldsymbol{n}$ este normala exterioară la suprafața S care mărginește domeniul $\mathcal{D}$ (fig. 4).

Observînd că $(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{H})\,\boldsymbol{n} = (\boldsymbol{A}_t \times \boldsymbol{H}_t)\,\boldsymbol{n}$, expresia energiei se mai scrie :

$$W_m = \frac{1}{2}\int_{\mathcal{D}} \boldsymbol{AJ}\delta v + \frac{1}{2}\oint_S (\boldsymbol{A}_t \times \boldsymbol{H}_t)\,\boldsymbol{n}\,\delta S. \quad (34)$$

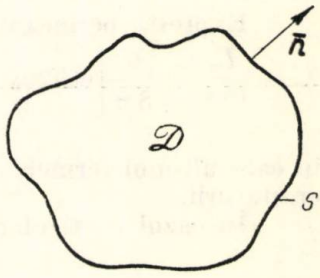


Fig. 4. — Ilustrarea calculului energiei magnetice în funcțiune de densitatea de curent și potențialul vector.

În cazul nostru fiind vorba de un cîmp plan-paralel :

$$\boldsymbol{AJ} = AJ$$

și

$$(\boldsymbol{A}_t \times \boldsymbol{H}_t)\,\boldsymbol{n} = -A\, H_\beta(\alpha_0, \beta) = \\ = \left[A \frac{1}{\frac{c}{\sqrt{2}}\sqrt{\operatorname{ch}2\alpha_0 - \cos 2\beta}} \frac{\partial A}{\partial \alpha}\right]_{\alpha=\alpha_0} \quad (35)$$

Observînd că în cazul coordonatelor eliptice considerate

$$\delta v = l\frac{c^2}{2}[\operatorname{ch}2\alpha - \cos 2\beta]\, \mathrm{d}\alpha\, \mathrm{d}\beta$$

și

$$\delta S = \frac{lc}{\sqrt{2}}\sqrt{\operatorname{ch}2\alpha - \cos 2\beta}\,\mathrm{d}\beta \quad (36)$$

l fiind lungimea laturii de bobină, din (34) rezultă :

$$W_m = \frac{l}{2}\left[\int_0^{\alpha_0}\int_{-\pi}^{+\pi} AJ\frac{c^2}{2}\,[\mathrm{ch}\,2\alpha - \cos 2\beta]\,d\alpha\,d\beta + \int_{-\beta_0}^{+\beta_0}\frac{A}{\mu}\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}\right)_{\alpha_0} d\beta\right]. \quad (37)$$

Introducînd în (37) expresia (29) a potențialului vector și efectuînd integrările obținem următoarea expresie a energiei :

$$W_m = \frac{\mu\, l\, c^4\, \pi J^2}{32}\left[\frac{\mathrm{sh}\,4\alpha_0}{4} + \frac{\sin 2\beta_0\,\mathrm{sh}\,2\alpha_0}{2\beta_0} + \right.$$
$$\left. + \frac{4}{\beta_0^2}\,\mathrm{sh}^2 2\alpha_0 \sum \frac{\sin^2 n\beta_0}{n^3}\;\mathrm{cth}\,n\alpha_0\right]. \quad (38)$$

Observînd că

$$J = \frac{Ni}{\pi\, ab} = \frac{Ni}{\frac{\pi c^2}{2}\,\mathrm{sh}\,2\alpha_0}$$

obținem :

$$W_m = \frac{\mu l}{8\pi} N^2 i^2\left[\frac{\mathrm{sh}4\alpha_0}{4\,\mathrm{sh}^2 2\alpha_0} + \frac{\sin 2\beta_0}{2\,\beta_0\,\mathrm{sh}\,2\alpha_0} + \frac{4}{\beta_0^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2 n\beta_0}{n^3}\;\mathrm{cth}\,n\alpha_0\right] \quad (39)$$

După cîteva transformări elementare obținem expresia inductivității de dispersie :

$$L_\sigma = \frac{2W_m}{i^2} = \frac{\mu l}{8\pi} N^2\left[\mathrm{cth}2\alpha_0 + \frac{\sin 2\beta_0}{\beta_0\,\mathrm{sh}\,2\alpha_0} + \frac{8}{\beta_0^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2 n\beta_0}{n^3}\;\mathrm{cth}\,n\alpha_0\right] \quad (40)$$

Expresia permeanței de dispersie pe unitatea de lungime va fi :

$$\lambda_\sigma = \frac{L_\sigma}{lN^2} = \frac{\mu}{8\pi}\left[\mathrm{cth}2\alpha_0 + \frac{\sin 2\beta_0}{\beta_0\,\mathrm{sh}\,2\alpha_0} + \frac{8}{\beta_0^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2 n\beta_0}{n^3}\;\mathrm{cth}\,n\alpha_0\right] + \mu_0\frac{h}{d} \quad (41)$$

în care ultimul termen reprezintă permeanța lineică a istmului aerian al crestăturii.

În cazul particular al crestăturii circulare ($\alpha_0 \to \infty$) obținem

$$\lim_{\alpha_0\to\infty}\lambda_\sigma = \frac{\mu}{8\pi}\left[1 + \frac{8}{\beta_0^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2 n\beta_0}{n^3}\right] + \mu_0\frac{h}{d}. \quad (42)$$

În cazul unor unghiuri β_0 mici, seria din expresia de mai sus se sumează ușor [6] :

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2 n\beta_0}{n^3} = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1-\cos 2n\beta_0}{n^3} \cong -\frac{1}{2}\left[\frac{\ln 2\beta_0}{2} - \frac{3}{4}\right](2\beta_0)^2 \quad (43)$$

astfel că expresia permeanței de dispersie pentru crestăturile circulare este calculabilă cu următoarea formulă simplă :

$$\lambda_\sigma = \mu\left[0{,}298 - \frac{1}{\pi}\ln\beta_0\right] + \frac{\mu_0 h}{d}. \quad (44)$$

Observînd că,

$$\operatorname{cth} 2\alpha_0 = \frac{\operatorname{ch} 2\alpha_0}{\operatorname{sh} 2\alpha_0} = \frac{\operatorname{ch}^2\alpha_0 + \operatorname{sh}^2\alpha_0}{2\operatorname{sh}\alpha_0 \operatorname{ch}\alpha_0} = \frac{a^2 + b^2}{2\,ab}, \tag{45}$$

dezvoltînd în serie și reținînd primii doi termeni ai expresiei :

$$\frac{\sin 2\beta_0}{\beta_0} = \frac{1}{\beta_0}\left[2\beta_0 - \frac{(2\beta_0)^3}{3!} + \right] \cong 2 - \frac{1}{3}\left(\frac{d}{b}\right)^2 \tag{46}$$

împreună cu

$$\operatorname{sh} 2\alpha_0 = \frac{2\,ab}{c^2} = \frac{2\,ab}{a^2 - b^2} \tag{47}$$

obținem :

$$\lambda_\sigma = \mu\left[\frac{a^2 + b^2}{16\,\pi\,ab} + \frac{1}{8\,\pi}\left[1 - \frac{1}{6}\left(\frac{d}{b}\right)^2\right]\frac{a^2 - b^2}{ab} + \Psi(\alpha_0,\ \beta_0)\right] + \frac{\mu_0\,h}{d} \tag{48}$$

unde

$$\Psi(\alpha_0,\ \beta_0) = \frac{1}{\pi\,\beta_0^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2 n\,\beta_0}{n^3}\operatorname{cth} n\alpha_0 = \Phi\left(\frac{a}{b},\ \frac{d}{b}\right) \tag{49}$$

deoarece

$$\alpha_0 = \operatorname{arcth}\frac{a}{b} \text{ și } \beta_0 \cong \frac{d}{2\,c\sqrt{\operatorname{ch}^2\alpha_0 - \cos^2\beta}} \cong \frac{d}{2\,c\operatorname{sh}\alpha_0} = \frac{d}{2\,b}$$

unde am aproximat $\cos^2\beta \cong \cos^2\beta_0 \cong 1$.

Valorile funcției $\Psi(\alpha_0,\beta_0)$ respectiv $\Phi\left(\frac{a}{b},\ \frac{d}{b}\right)$ sînt tabelate și reprezentate prin familia de curbe din figura 5. Sumarea seriilor s-a efectuat cu ajutorul calculatorului electronic CIFA-4 cu concursul matematicienilor Damian-Iordache Nicolae și Tudor Ioniță, cărora autorul le mulțumește călduros.

Relația de calcul se simplifică și mai mult dacă se observă că $\frac{1}{6}\left(\frac{d}{b}\right)^2 \ll 1$, ceea ce revine la a aproxima $\sin 2\beta_0 \approx 2\,\beta_0$. În acest caz se obține

$$\lambda_\sigma = \mu\left[\frac{1}{16\,\pi}\left(\frac{3a}{b} - \frac{b}{a}\right) + \Psi(\alpha_0,\ \beta_0)\right] + \frac{\mu_0\,h}{d} \tag{50}$$

4. CALCULUL FACTORULUI DE CREȘTERE AL REZISTENȚEI ÎN CURENT ALTERNATIV

Presupunînd înfășurarea alcătuită din conductoare cilindrice de secțiune circulară (fig. 6) de rază r_0 suficient de mică pentru ca efectul pelicular să fie slab, pentru calculul factorului de creștere al rezistenței

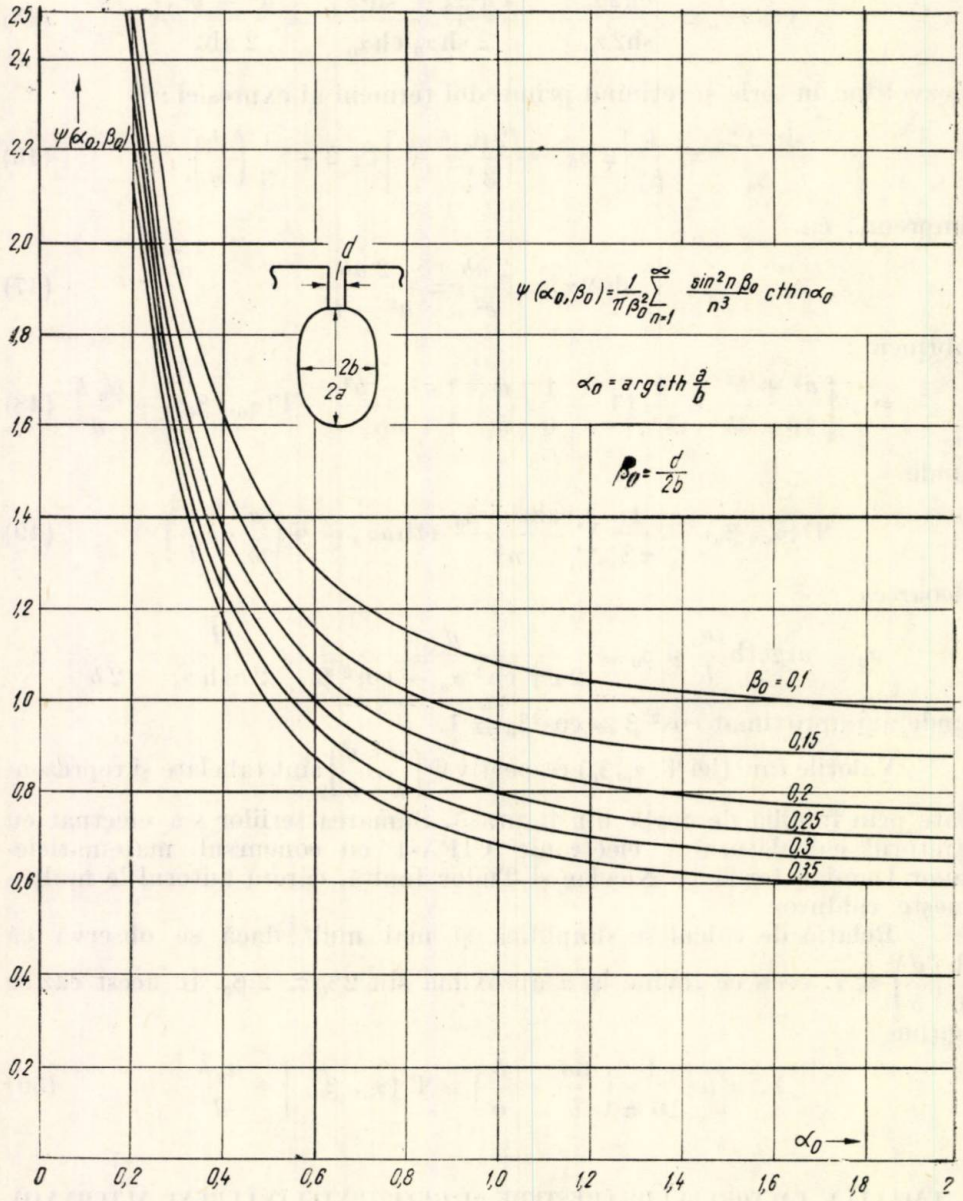


Fig. 5. — Familia de curbe $\Psi(\alpha_0, \beta_0) = \Phi\left(\frac{a}{b}, \frac{d}{b}\right)$ pentru calculul permeanței de dispersie.

în curent alternativ a întregii înfășurări, se poate utiliza relația stabilită în lucrarea [8]:

$$k_R = \frac{R_\sim}{R_0} = 1 + \frac{1}{48}\left(\frac{r_0}{\delta}\right)^4 (1+48\,\pi f_u N\,\lambda'_\sigma) \tag{51}$$

în care:

$R_\sim$ — este rezistența în curent alternativ a laturii de bobină;
R_0 — este rezistența în curent continuu a acestei înfășurări;
r_0 — este raza conductorului;
$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$ este adîncimea echivalentă de pătrundere a undelor electromagnetice în materialul conductorului avînd conductivitatea σ și permeabilitatea μ;
f_u — este factorul de umplere; $f_u = \frac{N\,\pi\,r_0^2}{\pi\,ab}$;
N — este numărul de spire al laturii de bobină;
λ'_σ — este permeanța de dispersie lineică a regiunii ocupate exclusiv de conductoare.

În cazul crestăturii eliptice

$$\lambda'_\sigma = \mu\left[\frac{a^2+b^2}{16\,\pi} + \frac{1}{8\,\pi}\left[1 - \frac{1}{6}\left(\frac{d}{b}\right)^2\right]\frac{a^2-b^2}{ab} + \Phi\left(\frac{a}{b}, \frac{d}{b}\right)\right] \tag{52}$$

respectiv

$$\lambda'_\sigma = \mu\left[\frac{1}{16\,\pi}\left(\frac{3\,a}{b} - \frac{b}{a}\right) + \Phi\left(\frac{a}{b}, \frac{d}{b}\right)\right] \tag{53}$$

dacă se utilizează relația simplificată (50).
Cu aceasta din urmă expresia (51) devine:

$$k_R = 1 + \frac{1}{48}\left(\frac{r_0}{\delta}\right)^4\left[1 + \frac{\mu}{3} f_u N\left(\frac{3\,a}{b} - \frac{b}{a}\right) + 48\,\pi\,\mu\,f_u N\,\Phi\left(\frac{a}{b}, \frac{d}{b}\right)\right] \tag{54}$$

În cazul efectului pelicular slab reactanța de dispersie este egală practic cu valoarea ei din curent continuu.

Pentru crestăturile circulare (fig. 7) ($a = b$) obținem

$$k_R = 1 + \frac{1}{48}\left(\frac{r_0}{\delta}\right)^4\left[1 + \frac{2}{3}\,\mu f_u N + 48\,\pi\,\mu f_u \Phi\left(1, \frac{d}{a}\right)\right] \tag{55}$$

sau, utilizînd dezvoltarea asimptotică a funcțiunii $\Phi\left(1, \frac{d}{a}\right)$, (44), obținem:

$$k_r = 1 + \frac{1}{48}\left(\frac{r_0}{\delta}\right)^4\left[1 + 48\,\pi f_u N\,\mu\left(0{,}298 + \frac{1}{\pi}\ln\frac{2a}{d}\right)\right] \tag{56}$$

APLICAȚII NUMERICE

Considerăm crestătura ovală din figura 8, în care

$$\frac{b_1}{h_1} = \frac{1}{2}; \quad \frac{d}{b_1} = \frac{1}{4}; \quad \frac{h}{d} = 1$$

Aproximăm această crestătură cu o elipsă avînd axa mare

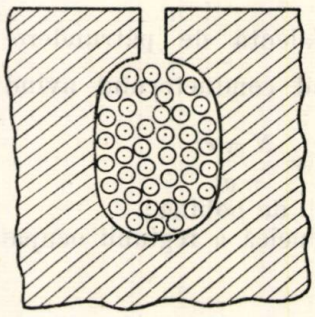


Fig. 6. — Crestătură eliptică cu bobinaj din conductoare cilindrice circulare.

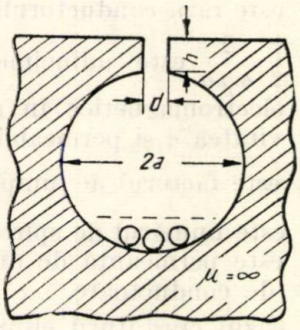


Fig. 7. — Crestătură circulară.

$-2a = h_1 + b_1 = 3b_1$ — și axa mică $-2b = b_1$ — pentru care $\alpha_0 = \operatorname{arg\,cth}\frac{a}{b} = \operatorname{arg\,cth}\frac{3b_1}{b_1} \cong 0{,}35$ și $\beta_0 \cong \frac{d}{2b} = \frac{d}{b_1} = 0{,}25$.

În aceste condiții funcția $\Psi(\alpha_0, \beta_0)$ are valoarea $\Psi(0{,}35;\ 0{,}25) \cong 1{,}44$. Aplicînd formula (50) obținem :

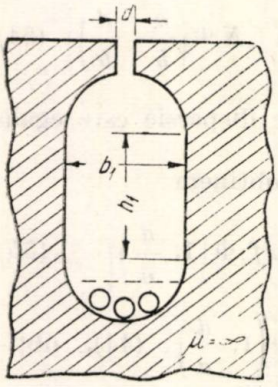


Fig. 8. — Crestătură ovală asimilabilă cu o crestătură eliptică.

$$\lambda_\sigma = 2{,}61\ \mu_0$$

în timp ce cu formula (381) dată pentru acest caz de Richter [1] :

$$\lambda_\sigma = \frac{h_1}{3\,b_1} + 0{,}66 + \frac{d}{b_1}$$

se obține

$$\lambda_\sigma = 2{,}33\ \mu_0$$

Formula stabilită în lucrare dă, prin urmare, valori cu $\frac{2{,}61 - 2{,}33}{2{,}33}\,100 = 12\,\%$ mai mari decît formula aproximativă dată de Richter.

O altă formulă de calcul a permeanței de dispersie a acestor crestături este indicată în lucra-

rea lui Petrov [2]. Dacă se ține seama de indicațiile de la pag. 54, fig. 3—72, a lucrării citate și se neglijează grosimea izolației crestăturii și coeficientul de efect pelicular, se obține relația (în notațiile adoptate în fig. 8)

$$\lambda_\sigma = \left[\frac{h_1 + \frac{\pi b_1}{4}}{3 b_1} + \frac{0{,}1\, b_1}{b_1 - d} \ln \frac{b_1}{d} + \frac{h}{d} \right] \mu_0$$

sau pentru cazul concret ales,

$$\lambda_\sigma = 2{,}11\ \mu_0 .$$

Rezultatul numeric conduce la valori cu aproximativ 10% mai mici față de valorile obținute cu formula lui Richter și cu 23% mai mici decît formula stabilită în lucrare.

Cum atît formula indicată de Richter cît și formula indicată de Petrov se bazează pe aproximații cu totul grosiere, în timp ce formula dată în lucrare a fost obținută prin integrarea ecuațiilor cîmpului, avem toate premisele de a o considera mai apropiată de realitate decît formulele precedente. De altfel, în cazul particular al crestăturii circulare (fig. 7) permeanța corespunzătoare numai spațiului ocupat de crestătură are expresia

$$\lambda'_\sigma = \mu_0 \left[0{,}298 - \frac{1}{\pi} \ln \beta_0 \right]$$

care pentru $\frac{d}{b_1} = \beta_0 = 0{,}25$ conduce la valoarea

$$\lambda'_\sigma = 0{,}738\ \mu_0$$

în timp ce formula stabilită de Rothert [7] pentru acest tip de crestătură dă

$$\lambda'_\sigma = 0{,}47 + 0{,}061 \frac{d}{b_1} = 0{,}734\ \mu_0$$

adică practic același rezultat.

Această coincidență este normală, deoarece formula lui Rothert a fost stabilită de asemenea pe baza integrării ecuațiilor cîmpului. În același timp Richter arată [1, pag. 263] că formula lui Rothert dă valori cu 15% mai mari decît formulele bazate pe aproximarea liniilor de cîmp care se dau pentru aceste cazuri.

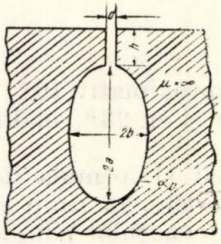
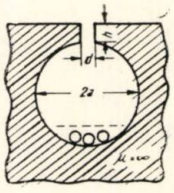
Observăm prin urmare că, în general, în cazul crestăturilor ovale remarca lui Richter își menține valabilitatea.

6. CONCLUZII

În lucrare s-a stabilit o formulă de calcul pentru permeanța de dispersie lineică a crestăturilor ovale, prin asimilarea lor cu crestături echivalente eliptice și prin integrarea ecuației lui Poisson pentru potențialul vector în coordonate eliptice plane.

T a b

pentru calculul permeanţei de dispersie λ_σ şi a coeficientului de creştere al rezistenţei în

Forma crestăturii	λ_σ Formula exactă	$X_\sigma = \omega N^2 l \lambda_\sigma$
1. Eliptică 	$\lambda_\sigma = \mu \left[\frac{a^2+b^2}{16\,\pi\,ab} + \frac{1}{8\pi}\left(1-\frac{1}{6}\frac{d^2}{b^2}\right)\frac{a^2-b^2}{ab} + \Phi\left(\frac{a}{b}, \frac{d}{b}\right)\right] + \mu_0 \frac{h}{d}$ *)	
2. Circulară 	$\lambda_\sigma = \mu \left[\frac{1}{8\pi} + \Phi\left(1, \frac{d}{b}\right)\right] + \mu_0 \frac{h}{d}$	

*) Obs.: Curbele $\Phi\left(\frac{a}{b}, \frac{d}{b}\right) \equiv \Psi(\alpha_0, \beta_0)$ cu $\sigma_0 = \arg \operatorname{cth} \frac{a}{b}$

Pentru valori uzuale ale parametrilor ce caracterizează geometric crestăturile ovale s-au determinat şi s-au trasat curbe care permit aplicarea comodă a formulelor stabilite.

Utilizîndu-se rezultatele unei lucrări anterioare, s-a stabilit şi expresia coeficientului de creştere al rezistenţei în curent alternativ a acestor crestături.

Aplicaţiile numerice arată că rezultatele obţinute cu formula stabilită în lucrare diferă cu 10—20 % faţă de rezultatele obţinute cu formule stabilite pe baza unor aproximaţii extrem de grosiere, dar coincid cu cele obţinute de Rothert în cazul crestăturilor circulare. Cum reactanţa de dispersie a laturilor de bobină poate constitui în anumite cazuri aproximativ jumătate din reactanţa de dispersie totală a maşinilor, determinarea cît mai exactă a acesteia prezintă interes, cu atît mai mult cu cît calculul celorlalte reactanţe (de exemplu a capetelor de bobină) este extrem de aproximativ.

În tabela de mai sus sînt prezentate formulele finale de calcul.

Primită la redacţie la 1 decembrie 1965

e l ă

eurent alternativ k_R pentru laturile de bobină situate în crestături eliptice și circulare

$\lambda\sigma$ Formula aproximativă	$k_R = \frac{R_\sim}{R_0}$
$\lambda_\sigma = \mu \left[\frac{3\ a^2 - b^2}{16\ \pi\ ab} + \varphi\left(\frac{a}{b}, \frac{d}{b}\right)\right] + \mu_0 \frac{h}{d}$	$k_R = 1 + \frac{1}{48}\left(\frac{r_0}{\delta}\right)^4 \left[1 + \frac{\mu}{3} f_u N \left(\frac{3a^2 - b^2}{ab}\right) + 48\,\mu\, f_u N \Phi\right]$ $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}}$ f_u = factor de umplere N — numărul de spire
$\lambda_\sigma = \mu \left[0{,}298 + \frac{1}{\pi} \ln \frac{2a}{d}\right] + \mu_0 \frac{h}{d}$	$k_R = 1 + \frac{1}{48}\left(\frac{r_0}{\delta}\right)^2 \left[1 + 48\,\mu\, f_u N \left(0{,}298 + \frac{1}{\pi} \ln \frac{2a}{d}\right)\right]$

și $\beta_0 = \frac{d}{2b}$ sînt reprezentate în figura 5.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Richter, *Mașini Electrice*, vol. I, Edit. tehnică, București, 1958, 262—263.
2. Г. Н. Петров, *Электрические машины*, ч.II, стр. 54, рис. 3—7—2. Г.Э.И., 1963.
3. R. Răduleț, *Curs de Bazele teoretice ale Electrotehnicii*, vol. II. Edit. Energetică de Stat, 1956.
4. Ph. Morse, H. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics, Part II, chap. 10.* 1 NewYork-Toronto-London. McGraw-Hill Book Company Inc., 1953.
5. Н. Н. Лебедев ,И .П. Скальская, Я.С. Уфлянд, *Сборник задач по математической физике.* Problema 437, p. 382. Государственное издательство технико-теоретической литературы, Москва — 1955.
6. A. Țugulea, *Calculul prin încadrare al permeanțelor în cîmpuri cu simetrie.* Lucrare de disertație, 1958.
7. H. Rothert, *Über die Nutstreuung elektrischer Maschinen.* Teil II. Arch. für Elektrotechn., **32** (1938), 6, p. 372—389.
8. А. Цугуля, Ал. Франсуа, *Общее выражение активного и внутренего реактивного сопротивления обмоток переменого тока с круглыми проводниками.* Bul. Inst. Polit., Iași **IX (XIII)** (1963), 1—2, p. 205—210.

CURENȚII TURBIONARI ȘI CĂLDURA DEZVOLTATĂ ÎNTR-UN CONDUCTOR CILINDRIC FOARTE LUNG, SITUAT ÎNTR-O BOBINĂ CIRCULARĂ DE LUNGIME FINITĂ PARCURSĂ DE CURENT ALTERNATIV

DE

CEZAR FLUERAȘU și NICOLAE GALAN

538.541 ; 621.3.017

Se determină expresia densității curenților turbionari induși într-un conductor cilindric circular înconjurat de o bobină cu secțiunea circulară, de înălțime finită, parcursă de curent alternativ.

În cazul efectului pelicular net se dau expresii simple pentru densitatea curenților turbionari și pentru puterea transformată în căldură prin efect Joule-Lenz în interiorul conductorului.

În anexă se dau formule pentru densitatea curenților turbionari induși într-un semispațiu conductor de către o bandă conductoare paralelă cu suprafața semispațiului, parcursă de curent alternativ. Se dă formule pentru calculul puterii transformate în căldură în interiorul semispațiului.

1. INTRODUCERE

Tehnica încălzirii prin inducție a căpătat o extindere din ce în ce mai mare în construcția de mașini, datorită multiplelor avantaje pe care le prezintă. Dintre acestea vom aminti faptul că, întrucît degajarea de căldură se produce chiar în interiorul piesei supuse tratamentului și într-un timp relativ scurt, aceasta nu se oxidează, încît nu e necesară o operație ulterioară de curățire. De asemenea, încălzirea poate fi concentrată la suprafața piesei, putîndu-se obține tratamente superficiale.

Articol publicat și în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechn. Energ." **11**, 2 (1966).

Trebuie arătat însă că acest procedeu are și o serie de dezavantaje, cum ar fi randamentul relativ mic și costul relativ ridicat al instalațiilor. Pentru reducerea costului instalațiilor se folosesc în mod frecvent instalații de mică putere. Acestea pot fi utilizate nu numai pentru încălzirea pieselor mici, ci și pentru cele relativ mari; în acest caz, încălzirea se execută pe porțiuni, dînd inductorului o mișcare lentă față de piesa supusă tratamentului.

În cazul pieselor cilindrice, inductorul este realizat sub forma unei bobine de înălțime relativ mică, ale cărei spire urmăresc cît mai bine conturul secțiunii transversale a piesei și care efectuează o mișcare de translație în lungul piesei.

În articolul de față ne propunem determinarea curenților induși și a pierderilor Joule-Lenz într-un conductor cilindric circular foarte lung cuprins de o bobină circulară coaxială cu el, parcursă de curent alternativ.

Calculul se va face integrînd ecuațiile cîmpului electromagnetic.

2. INTEGRAREA ECUAȚIILOR CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC

2.1. Formularea problemei

Problema pe care ne propunem s-o rezolvăm constă în următoarele: un conductor cilindric circular, avînd lungimea mult mai mare decît diametrul $2a$, permeabilitatea magnetică μ constantă și conductivitatea

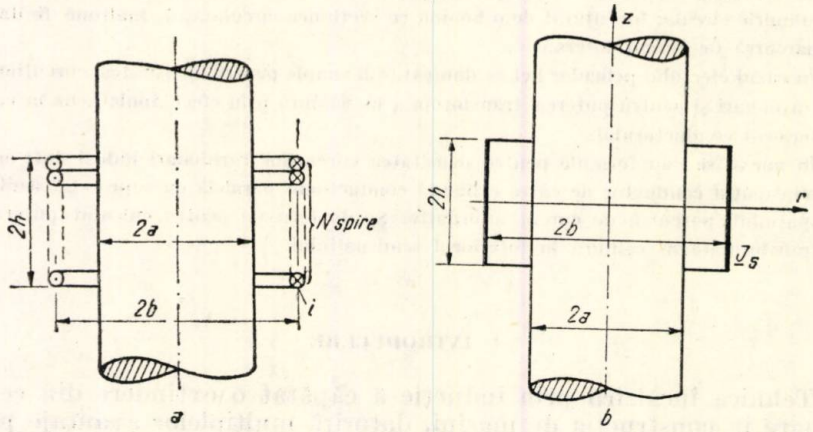


Fig. 1. — Conductor cilindric înconjurat de o bobină parcursă de curent alternativ.

σ, este înconjurat de o bobină de înălțime $2h$ și diametru $2b$, avînd N spire parcurse de un curent electric alternativ $\underline{I}$. Se va considera că grosimea bobinei este foarte mică, astfel încît bobina va putea fi înlocuită cu o pînză de curent cu densitatea lineică

$$\underline{J}_S = \frac{N}{2}\frac{\underline{I}}{h} \tag{1}$$

În aceste condiții ne propunem determinarea densității curenților turbionari induși în conductorul cilindric și pierderile prin efect Joule-Lenz din acesta.

Deoarece suprafața conductorului este o suprafață de discontinuitate se vor căuta soluții separate pentru domeniul cuprins în interiorul conductorului și pentru domeniul exterior acestuia.

Calculul se va face utilizînd potențialul magnetic vector. Se vor folosi coordonatele cilindrice (r, φ, z).

2.2. Soluția pentru domeniul interior

Ecuația potențialului magnetic vector din domeniul interior este

$$\Delta \underline{A}_i = k^2 \underline{A}_i, \tag{2}$$

unde

$$k^2 = j\omega\mu\sigma. \tag{3}$$

Din motive de simetrie, potențialul vector va avea numai componentă după direcția φ, încît

$$\underline{A}_i = u_\varphi A_i, \tag{4}$$

și va depinde numai de coordonatele r și z:

$$\underline{A}_i = \underline{A}_i(r, z).$$

Utilizînd metoda separării variabilelor, se caută soluția sub forma

$$\underline{A}_i = \underline{A}_i(r, z) = R_i(r)\, Z_i(z). \tag{5}$$

Funcțiile R_i și Z_i satisfac ecuațiile

$$Z_i''(z) = -\lambda^2 Z_i(z),$$

$$R_i''(r) + \frac{1}{r} R_i'(r) - (\lambda^2 + k^2) R_i = 0, \tag{6}$$

ale căror soluții generale sînt

$$Z_{i\lambda}(z) = A_\lambda \cos \lambda z + B_\lambda \sin \lambda z,$$

$$R_{i\lambda}(r) = C_\lambda I_1(r\sqrt{\lambda^2 + k^2}) + D_\lambda K_1(r\sqrt{\lambda^2 + k^2}), \tag{7}$$

unde I_1 și K_1 sînt funcțiile Bessel modificate de speța întîi și a doua.

Deoarece potențialul vector este o funcție pară de z, rezultă

$$B_\lambda = 0.$$

De asemenea, întrucît funcția $K_1(r\sqrt{\lambda^2 + k^2})$ are o singularitate în origine, trebuie considerat

$$D_\lambda = 0.$$

Soluția generală pentru domeniul interior va fi deci

$$A_i = \int_0^\infty F_\lambda I_1(r\sqrt{\lambda^2 + k^2}) \cos \lambda z \, d\lambda. \tag{8}$$

2.3. Soluția pentru domeniul exterior

Potențialul vector din domeniul exterior poate fi descompus în două componente :

$$\underline{A}_e = \underline{A}'_e + \underline{A}''_e, \tag{9}$$

unde $\underline{A}'_e$ este potențialul vector al cîmpului magnetic creat de bobină, considerată singură. Din ecuația potențialului vector din exterior

$$\Delta \underline{A}_e = -\mu_0 \underline{J}, \tag{10}$$

observînd, ca și mai sus, că

$$\underline{A}_e = \overline{u}_\varphi \underline{A}_e(r, z), \tag{11}$$

se obțin ecuațiile

$$\begin{aligned} \Delta \underline{A}'_e &= -\mu_0 \underline{J}(r, z), \\ \Delta \underline{A}''_e &= 0, \end{aligned} \tag{12}$$

unde $\underline{J}$ este densitatea de curent din bobină.

Folosind metoda separării variabilelor, se obține pentru $\underline{A}'_e$

$$\begin{aligned} \underline{A}'_{e_1} &= \int M_\lambda I_1(\lambda r) \cos \lambda z \, d\lambda \quad \text{(pentru } r < b\text{)}, \\ \underline{A}'_{e_2} &= \int N_\lambda K_1(\lambda r) \cos \lambda z \, d\lambda \quad \text{(pentru } r > b\text{)}, \end{aligned} \tag{13}$$

unde s-a ținut seama de faptul că funcția $K_1(\lambda r)$ are o singularitate în origine, iar $I_1(\lambda r)$ la infinit.

Mărimile M_λ și N_λ se determină punînd condițiile de trecere

$$\underline{A}'_{e_1}|_{r=b} = \underline{A}'_{e_2}|_{r=b},$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \underline{A}'_{e_1}}{\partial r}\bigg|_{r=b} - \frac{1}{r} \frac{\partial \underline{A}'_{e_2}}{\partial r}\bigg|_{r=b} = \mu_0 \underline{J}_S(z),$$

unde $\underline{J}_S(z)$ este densitatea pînzei de curent echivalentă bobinei, dată de relația (1).

Dezvoltînd funcția

$$\underline{J}_S(z) = \begin{cases} = \underline{J}_S & \text{pentru } |z| \leqslant h, \\ = 0 & \text{pentru } |z| > h, \end{cases}$$

în integrală Fourier și identificînd termenii, se obține

$$\underline{A}'_{e_1} = \frac{2\mu_0 b \underline{J}_S}{\pi} \int_0^\infty \frac{K_1(\lambda b) I_1(\lambda r)}{\lambda} \sin \lambda h \cdot \cos \lambda z \, d\lambda \quad (r \leqslant b). \tag{14}$$

Funcția $\underline{A}_e''$ se obține de asemenea prin metoda separării variabilelor :

$$\underline{A}_e'' = \int_0^\infty E_\lambda K_1(\lambda r)\cos \lambda z \, d\lambda, \tag{15}$$

unde s-a ținut seama de faptul că ea este pară în raport cu z și că se anulează la infinit.

În aceste condiții, potențialul vector din domeniul exterior este

$$\underline{A}_e = \int_0^\infty E_\lambda K_1(\lambda r)\cos \lambda z \, d\lambda + $$

$$+ \frac{2\mu_0 b \underline{J}_s}{\pi} \int_0^\infty \frac{K_1(\lambda b) I_1(\lambda r)}{\lambda} \sin \lambda h \cdot \cos \lambda z \, d\lambda \quad (r \leqslant b) \tag{16}$$

2.4. Determinarea constantelor de integrare

Pentru determinarea mărimilor E_λ și F_λ se impun condițiile de trecere la suprafețele de discontinuitate

$$\underline{A}_i|_{r=a} = \underline{A}_e|_{r=a},$$

$$\frac{1}{\mu}\frac{1}{r}\frac{\partial \underline{A}_i}{\partial r}\bigg|_{r=a} = \frac{1}{\mu_0}\frac{1}{r}\frac{\partial \underline{A}_e}{\partial r}\bigg|_{r=a} \tag{17}$$

Introducînd în aceste relații expresiile (8) și (16) ale potențialelor $\underline{A}_i$ și $\underline{A}_e$ și efectuînd calculele, se obține

$$F_\lambda = \frac{2\underline{J}_s}{\pi}\frac{\underline{b}}{\underline{a}}\frac{\sin \lambda h}{\lambda}\frac{K_1(\lambda b)}{\frac{\sqrt{\lambda^2+k^2}}{\mu} K_1(\lambda a) I_0(a\sqrt{\lambda^2+k^2}) + \frac{\lambda}{\mu_0} K_0(\lambda a) I_1(a\sqrt{\lambda^2+k^2})},$$

$$E_\lambda = \frac{2\underline{b}\underline{J}_s}{\pi}\mu_0 \frac{K_1(\lambda b)\sin \lambda h}{\lambda} \cdot \frac{\frac{\lambda}{\mu_0} I_0(\lambda a) I_1(a\sqrt{\lambda^2+k^2}) - }{\frac{\lambda}{\mu_0} K_0(\lambda a) I_1(a\sqrt{\lambda^2+k^2}) + }$$

$$\frac{- \frac{\sqrt{\lambda^2+k^2}}{\mu} I_1(\lambda a) I_0(a\sqrt{\lambda^2+k^2})}{+ \frac{\sqrt{\lambda^2+k^2}}{\mu} K_1(\lambda a) I_0(a\sqrt{\lambda^2+k^2})}. \tag{18}$$

Densitatea curenţilor turbionari induşi în conductorul cilindric va fi

$$\underline{J} = \sigma \underline{E} = -j\omega\sigma \underline{A}_t = $$

$$= -k^2 \frac{2\underline{J}_s}{\mu\pi} \frac{b}{a} \int_0^\infty \frac{\sin \lambda h}{\lambda} \cdot \frac{K_1(\lambda b) I_1(r\sqrt{\lambda^2 + k^2}) \cos \lambda z \, d\lambda}{\frac{\sqrt{\lambda^2+k^2}}{\mu} K_1(\lambda a) I_0(a\sqrt{\lambda^2+k^2}) + \frac{\lambda}{\mu_0} K_0(\lambda a) I_1(a\sqrt{\lambda^2+k^2})} \tag{19}$$

2.5. Determinarea densităţii curenţilor turbionari şi a pierderilor prin efect Joule-Lenz în cazul refulării nete

În cazul general, calculul integralei care figurează în relaţia (19) nu se poate efectua prin mijloace obişnuite.

În practică prezintă însă importanţă cazul refulării nete a curenţilor turbionari, de exemplu pentru călirea superficială.

În aceste condiţii, k are o valoare foarte mare. Ţinînd seama că expresia de sub integrala din relaţia (19) este descrescătoare în funcţie de λ (după cum se poate constata utilizînd dezvoltările asimptotice ale funcţiilor Bessel [3]), contribuţia sa la valoarea integralei este neglijabilă atunci cînd λ capătă valori mari. Cum valorile lui k^2 sînt foarte mari, rezultă de aici că se va putea neglija peste tot λ^2 faţă de k^2.

Limitîndu-ne la cazul $\mu \approx \mu_0$, ceea ce — în cazul în care cilindrul e confecţionat dintr-un material feromagnetic — corespunde situaţiei cînd temperatura sa a depăşit punctul Curie, un calcul direct arată de asemenea că se va putea neglija al doilea termen de la numitorul expresiei de sub integrala din (19).

În acest caz, relaţia (19) devine

$$\underline{J} = -k^2 \frac{2\underline{J}_s}{\pi} \frac{b}{a} \sqrt{\frac{a}{r}} e^{k(r-a)} \int_0^\infty \frac{K_1(\lambda b)}{K_1(\lambda a)} \cdot \frac{\sin \lambda h}{\lambda} \cos \lambda z \, d\lambda, \tag{20}$$

unde s-a folosit dezvoltarea asimptotică [3]

$$\lim_{\xi \to \infty} I_n(\xi) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi\xi}} e^{\xi}. \tag{21}$$

Introducînd notaţiile

$$k = \sqrt{j\omega\mu\sigma} = \alpha(1+j); \quad \alpha = \sqrt{\frac{1}{2}\omega\mu\sigma},$$

$$m = \frac{a}{b},$$

$$\zeta = \frac{z}{b},$$

$$n = \frac{h}{b},$$

$$\nu = \lambda b \tag{22}$$

și ținînd seama de (1), relația (20) devine

$$\underline{J} = -\alpha\sqrt{2}\,\frac{1}{m}\,\frac{N\underline{I}}{\pi h}\sqrt{\frac{a}{r}}\,e^{\alpha(r-a)}\,\Phi(m, n, \zeta)\,e^{j\left[\frac{\pi}{4}+\alpha(r-a)\right]}, \tag{23}$$

unde

$$\Phi(m, n, \zeta) = \int_0^\infty \frac{K_1(\nu)}{K_1(m\nu)} \cdot \frac{\sin n\nu}{\nu} \cos \zeta\nu\, d\nu. \tag{24}$$

Integrala (24) se poate calcula aproximativ observînd că raportul

$$\frac{K_1(\nu)}{K_1(\nu m)}$$

poate fi aproximat foarte bine printr-o exponențială:

$$\frac{K_1(\nu)}{K_1(\nu m)} \approx A\, e^{-\beta\nu}, \tag{25}$$

unde $\beta = \beta(m)$.

Coeficientul A se determină din relația

$$\lim_{\nu\to 0} \frac{K_1(\nu)}{K_1(\nu m)} = A.$$

Dacă se folosește dezvoltarea în serie a funcției K în jurul originii, reținînd un singur termen [4]

$$\lim_{x\to 0} K_n(x) \approx \frac{1}{2}\,\Gamma(n)\left(\frac{2}{x}\right)^n,$$

se obține

$$A = m,$$

încît

$$\frac{K_1(\nu)}{K_1(\nu m)} = m\, e^{-\beta\nu}. \tag{25'}$$

Mărimea $\beta(m)$ este calculată în anexa I, iar rezultatul e reprezentat grafic în figura 2.

Relația (24) devine

$$\Phi(m, n, \zeta) = \int_0^\infty m\, e^{-\beta\nu} \frac{\sin n\nu \cdot \cos \zeta\nu}{\nu}\, d\nu =$$

$$= \frac{m}{2}\left[\int_0^\infty e^{-\beta\nu} \frac{\sin(n+\zeta)\nu}{\nu}\, d\nu + \int_0^\infty e^{-\beta\nu} \frac{\sin(n-\zeta)\nu}{\nu}\, d\nu\right],$$

dar

$$\int_0^\infty e^{-px} \frac{\sin ax}{x}\, dx = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{a}{p}\right),$$

încît

$$\Phi(m, n, \zeta) = \frac{m}{2} \operatorname{arc\,tg} \frac{2n\beta}{\beta^2 + \zeta^2 - n^2}.$$

Densitatea de curent va fi deci

$$\underline{J} = -\frac{\alpha\sqrt{2}}{\pi} \frac{N\underline{I}}{2h} \sqrt{\frac{a}{r}}\, e^{\alpha(r-a)} \operatorname{arc\,tg} \frac{2n\beta}{\beta^2 + \zeta^2 - n^2}\, e^{j\left[\frac{\pi}{4} + \alpha(r-a)\right]}. \qquad (26)$$

Trebuie remarcat faptul că relația (26) nu este valabilă pentru valori mici ale lui r față de a, deoarece la deducerea sa s-au folosit expresiile asimptotice ale funcțiilor Bessel. Acesta nu e însă un inconvenient, deoarece în cazul refulării nete densitatea de curent scade foarte repede în interiorul conductorului.

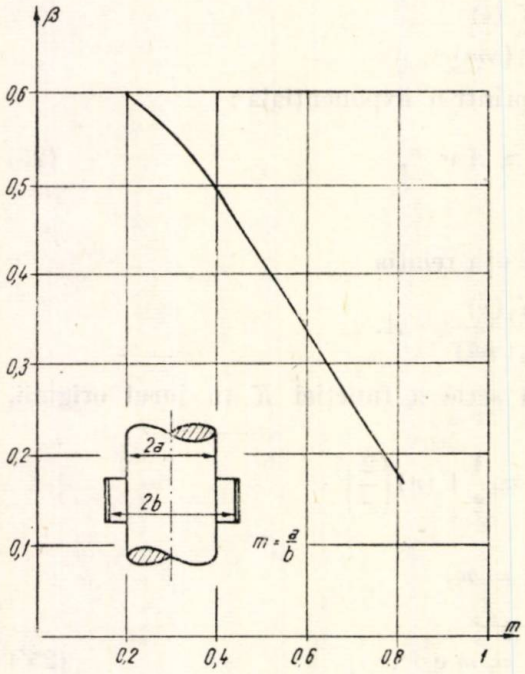


Fig. 2. — Valorile funcției β (m).

În figura 3 au fost reprezentate calitativ variațiile densității curenților turbionari în funcție de rază în planul $z = 0$ și în funcție de z la suprafața conductorului.

Se constată că densitatea de curent scade foarte repede spre interiorul conductorului.

Folosind metoda uzuală a „adîncimii de pătrundere", se poate considera că întreg curentul este repartizat cu densitate constantă $\underline{J}_e$ într-o pătură superficială de grosime δ, numită adîncime de pătrundere.

După cum se știe, se definește drept adîncime de pătrundere distanța de la suprafața conductorului la care densitatea de curent reprezintă $\frac{1}{e}$ din cea de la suprafață.

În cazul de față

$$\frac{|J(a - r = \delta)|}{|J(r = a)|} = \frac{\sqrt{\frac{a}{a - \delta}}\, e^{-\alpha\delta}}{1} = e^{-1}.$$

Cum $\delta \ll a$, se obține

$$\delta = \frac{1}{\alpha}, \tag{27}$$

relație cunoscută și de alte situații [1].

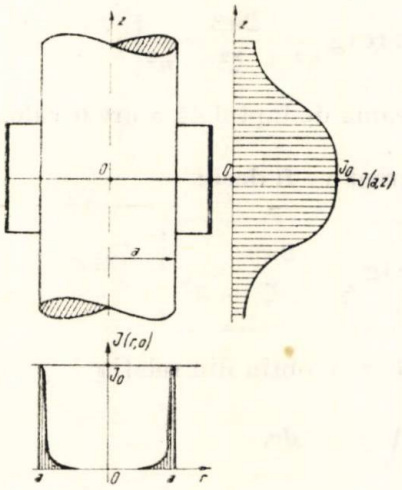


Fig. 3. — Densitatea curenților turbionari în planul $z = 0$ și la suprafața conductorului.

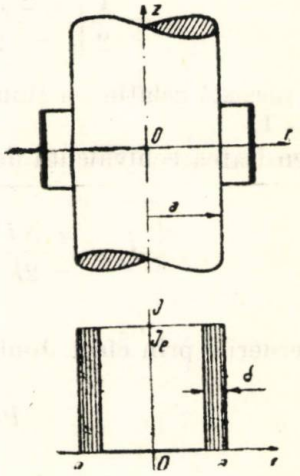


Fig. 4. — Curenți turbionari repartizați cu densitate constantă J_e într-un strat de grosime δ la suprafața conductorului.

Densitatea de curent echivalentă $\underline{J}_e$ se calculează din condiția ca pierderile Joule-Lenz determinate de aceasta să fie egale cu cele reale. Aceasta conduce la relația

$$\int_{\varepsilon}^{\infty} \rho \underline{J}\,\underline{J}^{*}\, 2\pi r\, dr = \rho\, 2\pi a \delta |\underline{J}_e|^2. \tag{28}$$

unde $0 < \varepsilon \ll a$ [1]).

Înlocuind expresia (26) a densității de curent, se obține

$$\int_{\varepsilon}^{a} \rho \left[\frac{\alpha\sqrt{2}}{\pi} \frac{NI}{2h} \operatorname{arc\,tg} \frac{2n\beta}{\beta^2 + \zeta^2 - n^2} \right]^2 e^{j\left[\frac{\pi}{4} + \alpha(r-a)\right]} e^{-j\left[\frac{\pi}{4} + \alpha(r-a)\right]} \frac{a}{r} e^{2\alpha(r-a)} 2\pi r dr =$$

$$= \rho \cdot 2\pi a \delta |\underline{J}_e|^2$$

[1]) Nu se poate integra de la $r = 0$, deoarece expresia (26) a densității curenților turbionari nu e valabilă pînă în origine. Acest fapt nu afectează însă rezultatul final, deoarece, după cum s-a arătat și mai sus, densitatea de curent scade foarte repede în interiorul conductorului.

$$|\underline{J}_e|^2 = \frac{1}{\delta}\left[\frac{\alpha\sqrt{2}}{\pi}\frac{NI}{2h}\operatorname{arc\,tg}\frac{2n\beta}{\beta^2+\zeta^2-n^2}\right]^2\int_\varepsilon^a e^{2\alpha(r-a)}\,dr =$$

$$= \frac{1}{\delta}\left[\frac{\alpha\sqrt{2}}{\pi}\frac{NI}{2h}\operatorname{arc\,tg}\frac{2n\beta}{\beta^2+\zeta^2-n^2}\right]^2\frac{1}{2\alpha} =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{\alpha\sqrt{2}}{\pi}\frac{NI}{2h}\operatorname{arc\,tg}\frac{2n\beta}{\beta^2+\zeta^2-n^2}\right]^2.$$

În această relaţie s-a ţinut seama de faptul că α are o valoare mare, iar $\alpha\delta = 1$.

Densitatea echivalentă de curent va fi deci :

$$\boxed{J_e = \frac{\alpha}{\pi}\frac{NI}{2h}\operatorname{arc\,tg}\frac{2n\beta}{\beta^2-\zeta^2-n^2}} \tag{29}$$

Pierderile prin efect Joule-Lenz se obţin din relaţia

$$P_j = \int_v \rho \underline{J}\underline{J}^*\,dv, \tag{30}$$

efectuată pe întreg volumul conductorului.

În cazul de faţă este mai comod să se calculeze cu expresia (23) a densităţii de curent. Se obţine astfel

$$\underline{J}^* = -\alpha\sqrt{2}\frac{1}{m}\frac{N\underline{I}^*}{\pi h}\sqrt{\frac{a}{r}}\,e^{\alpha(r-a)}\,e^{-j\left[\frac{\pi}{4}+\alpha(r-a)\right]}\times$$

$$\times\int_0^\infty \frac{K_1(\nu')}{K_1(\nu' m)}\frac{\sin\nu' n}{\nu'}\cos\nu'\zeta\,d\nu'. \tag{23'}$$

unde variabila de integrare s-a notat diferit de cea din expresia lui J.

De aici rezultă

$$P = \left(\alpha\sqrt{2}\frac{1}{m}\frac{NI}{\pi h}\right)^2\int_\varepsilon^a \frac{a}{r}e^{2\alpha(r-a)}\,2\pi r\,dr\int_{-\infty}^{+\infty}dz\int_0^\infty \frac{K_1(\nu)}{K_1(\nu m)}\frac{\sin\nu n}{\nu}\cos\nu\zeta\,d\nu\times$$

$$\times\int_0^\infty \frac{K_1(\nu')}{K_1(\nu' m)}\frac{\sin\nu' n}{\nu'}\cos\nu'\zeta\,d\nu'. \tag{31}$$

Efectuînd integrarea după r, se obţine

$$P = \frac{\alpha}{\sigma}\frac{1}{m^2}\left(\frac{NI}{2h}\right)^2\frac{8ab}{\pi}F, \tag{32}$$

unde prin F s-a notat integrala

$$F = \int_{-\infty}^{+\infty} d\zeta \int_0^{\infty} \frac{K_1(\nu)}{K_1(\nu m)} \cdot \frac{\sin \nu n}{\nu} \cos \nu \zeta \, d\nu \int_0^{\infty} \frac{K_1(\nu')}{K_1(\nu' m)} \frac{\sin \nu' n}{\nu'} \cos \nu' \zeta \, d\nu'. \tag{33}$$

Schimbînd ordinea de integrare în (33), se obține

$$F = \int_0^{\infty} \frac{K_1(\nu)}{K_1(\nu m)} \frac{\sin \nu n}{\nu} d\nu \int_0^{\infty} \frac{K_1(\nu')}{K_1(\nu' m)} \frac{\sin \nu' n}{\nu'} d\nu' \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \nu \zeta \cdot \cos \nu' \zeta \, d\zeta. \tag{34}$$

Integrarea după ζ dă

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \cos \nu \zeta \cdot \cos \nu' \zeta \, d\zeta = \frac{1}{2} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \cos (\nu + \nu') \zeta \, d\zeta + \int_{-\infty}^{+\infty} \cos (\nu - \nu') \zeta \, d\zeta \right]. \tag{35}$$

Folosind relația

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \cos kx \, dk = 2\pi \, \delta(x), \tag{36}$$

unde $\delta(x)$ reprezintă funcția impulsie a lui Dirac, se poate scrie

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \cos \nu \zeta \cdot \cos \nu' \zeta \, d\zeta = \pi \, [\delta(\nu + \nu') + \delta(\nu - \nu')]. \tag{37}$$

Folosind proprietatea cunoscută a funcției δ :

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \; \delta(x - x') \; dx = f(x') \tag{38}$$

și observînd că integrala în care apare $\delta(\nu + \nu')$ este nulă, se obține

$$F = \pi \int_0^{\infty} \left[\frac{K_1(\nu)}{K_1(\nu m)} \frac{\sin \nu n}{\nu} \right]^2 d\nu. \tag{39}$$

Folosind aproximația dată de relația (25), se mai poate scrie

$$F = \pi m^2 \int_0^{\infty} e^{-2\beta\nu} \frac{\sin^2 \nu n}{\nu^2} \, d\nu. \tag{40}$$

Utilizînd relația [5]

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} \frac{\sin^2 at}{t^2} \, dt = a \operatorname{arc\,tg} \left(\frac{2a}{p} \right) - \frac{p}{4} \ln \left(1 + \frac{4a^2}{p^2} \right),$$

se obține

$$F = \pi m^2 \beta \left\{ \frac{n}{\beta} \operatorname{arc\,tg} \frac{n}{\beta} - \frac{1}{2} \ln \left[1 + \left(\frac{n}{\beta} \right)^2 \right] \right\}. \tag{41}$$

Înlocuind această valoare în relația (32), se obține rezultatul final

$$\boxed{P = \frac{\alpha}{\sigma}(NI)^2\, 2\frac{m\beta}{n^2} F\left(\frac{n}{\beta}\right)} \tag{42}$$

$$\boxed{F\left(\frac{n}{\beta}\right) = \frac{n}{\beta}\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{n}{\beta}\right) - \frac{1}{2}\ln\left[1 + \left(\frac{n}{\beta}\right)^2\right]} \tag{43}$$

Se obțin rezultate simple în următoarele cazuri particulare :

a) *Bobină foarte puțin înaltă* ($h \to 0$, $n \to 0$)

Observînd că

$$\lim_{n\to 0} \operatorname{arc\,tg} \frac{2n\beta}{\beta^2 + \zeta^2 - n^2} = \lim_{n\to 0} \frac{2n\beta}{\beta^2 + \zeta^2},$$

densitatea curenților turbionari dată de relația (29) devine

$$\boxed{J_s = \frac{\alpha m}{\pi a} NI \frac{\beta}{\beta^2 + \zeta^2}} \tag{29'}$$

Puterea transformată în căldură prin efect Joule-Lenz se obține din relația (42) dacă se ține seama că

$$\lim_{n\to 0} F\left(\frac{n}{\beta}\right) = \lim_{n\to 0} \left\{\frac{n}{\beta} \operatorname{arc\ tg} \frac{n}{\beta} - \frac{1}{2}\ln\left[1 + \left(\frac{n}{\beta}\right)^2\right]\right\} =$$

$$= \lim_{n\to 0} \left[\left(\frac{n}{\beta}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{n}{\beta}\right)^2\right] = \lim_{n\to 0} \frac{1}{2}\frac{n^2}{\beta^2},$$

unde s-au folosit relațiile

$$\lim_{n\to 0} \operatorname{arc\,tg} \frac{n}{\beta} = \lim_{n\to 0} \frac{n}{\beta},$$

$$\lim_{n\to 0} \ln\left[1 + \left(\frac{n}{\beta}\right)^2\right] = \lim_{n\to 0} \frac{n^2}{\beta^2}.$$

Rezultă

$$\boxed{P = \frac{\alpha m}{\sigma\beta}(NI)^2} \tag{42'}$$

Acest rezultat se poate obține și direct din relația (29′) :

$$P = \int \rho J_e^2 dv = \rho 2\pi a \delta \left(\frac{\alpha m}{\pi a} NI\beta\right)^2 2 \int_0^\infty \frac{dz}{(\beta^2 + \zeta^2)^2} = \frac{\alpha m}{\sigma\beta} (NI)^2.$$

b) *Bobină foarte înaltă* ($h \to \infty$, $n \to \infty$)

În acest caz, observînd că

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{arc\,tg} \frac{2n\beta}{\beta^2 + \zeta^2 - n^2} = \pi,$$

din (29) se obține densitatea de curent

$$\boxed{J_e = \alpha \left(\frac{NI}{2h}\right) = \alpha H_{0ef}} \tag{29''}$$

relație cunoscută din literatură.

Termenul

$$H_{0ef} = \frac{NI}{2h} \tag{44}$$

reprezintă „valoarea efectivă" a intensității cîmpului magnetic, care este practic uniform în cazul în care bobina este foarte lungă.

Puterea transformată în căldură prin efect Joule-Lenz se obține din relația (42) pentru $n \to \infty$. Efectuînd limita

$$\lim_{n\to\infty} F\left(\frac{n}{\beta}\right) = \lim_{n\to\infty} \left\{\frac{n}{\beta} \operatorname{arc\,tg} \frac{n}{\beta} - \frac{1}{2} \ln\left[1 + \left(\frac{n}{\beta}\right)^2\right]\right\} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{\beta} \frac{\pi}{2},$$

se obține

$$\boxed{P = \frac{\alpha}{\sigma} (H_{0ef})^2 2\pi a \cdot 2h = \frac{\alpha}{\sigma} (H_{0ef})^2 S} \tag{42''}$$

relație cunoscută, de asemenea, din literatură.

Factorul

$$\frac{\alpha}{\sigma} (H_{0ef})^2$$

poate fi considerat ca puterea primită de conductor prin unitatea de suprafață, iar $S = 2\pi a\ 2\ h$ este aria laterală a porțiunii de conductor cuprinsă în interiorul bobinei.

Același rezultat se obține și direct din (29″).

În scopul ușurării calculelor, în figura 5 s-a reprezentat funcția

$$E(m, n) = 2\frac{m\beta}{n^2} F\left(\frac{n}{\beta}\right).$$

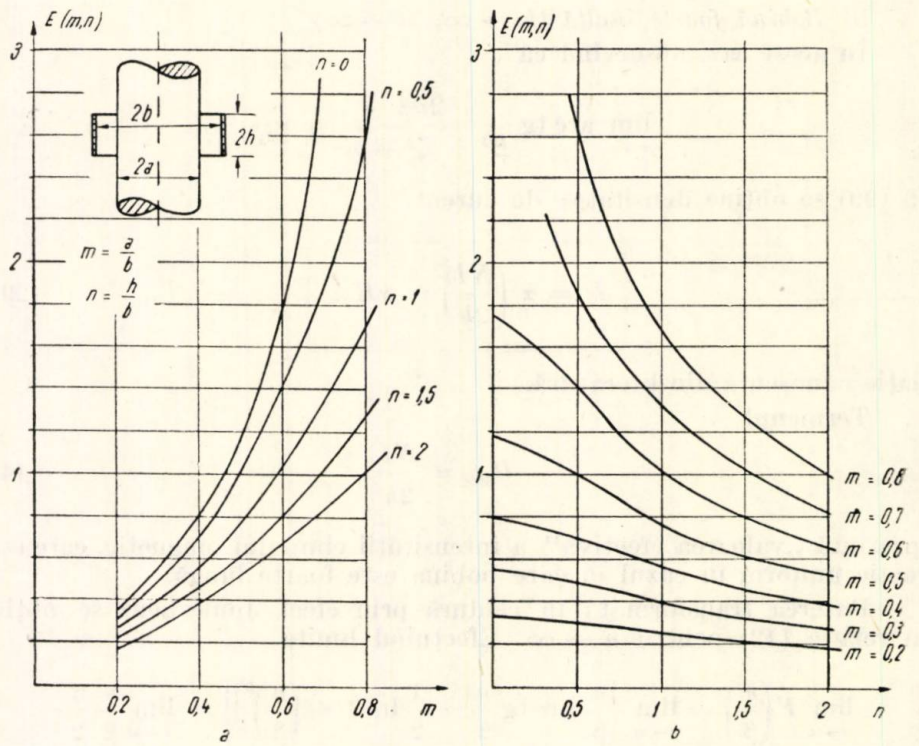


Fig. 5. — Valorile funcției $E(m, n)$.

Puterea transformată în căldură prin efect Joule-Lenz în interiorul conductorului va fi dată de relația

$$\boxed{P = \frac{\alpha}{\sigma}(NI)^2 E(m, n)} \qquad (24''')$$

3. CONCLUZII

Folosind integrarea ecuațiilor cîmpului electromagnetic prin metoda separării variabilelor, s-a obținut soluția exactă a regimului cvasistaționar al cîmpului electromagnetic într-un conductor cilindric înconjurat de o bobină parcursă de curent alternativ.

În cazul refulării nete s-au obținut rezultate care permit calcularea cu ușurință a densității curenților turbionari (relația (29)) și a pierderilor prin efect Joule-Lenz (relațiile (42 și 43)).

Rezultatele obținute sînt aplicabile și dacă lungimea cilindrului conductor e finită, în cazul în care raportul dintre ea și înălțimea bobinei inductoare e suficient de mare.

Din relația (29) se constată că densitatea curenților turbionari, care scade cu z, devine neglijabilă pentru $z = (3-4)\ h$. Se poate deci afirma că, dacă lungimea cilindrului e de cel puțin 3—4 ori mai mare decît înălțimea, $2\ h$ a bobinei, se pot utiliza formulele deduse pentru cilindrul de înălțime infinită.

ANEXE

I. CALCULUL MĂRIMII $\beta = \beta\ (m)$

Pentru determinarea exponentului $\beta\ (m)$ care figurează în relația (25'), s-a reprezentat grafic relația

$$\log\left(\frac{K_1(\nu)}{K_1(\nu m)}\right) = F(m, \nu) \qquad (A-1)$$

în funcție de ν, cu m ca parametru (vezi fig. 6).

Se constată că, pentru diverse valori ale parametrului m, relația $(A-1)$ poate fi aproximată suficient de bine printr-o dreaptă. Determinînd această dreaptă prin condiția ca abaterea pătratică dintre relația exactă și cea aproximată printr-o dreaptă să fie cît mai mică cu putință, s-a obținut relația $\beta = \beta\ (m)$, reprezentată grafic în figura 2.

II. CURENȚII TURBIONARI INDUȘI DE O BANDĂ CONDUCTOARE PARCURSĂ DE CURENT ALTERNATIV PARALELĂ CU SUPRAFAȚA UNUI SEMISPAȚIU CONDUCTOR

Dacă razele a și b ale cilindrului și spirei tind către infinit, se obține soluția problemei enunțate mai sus (fig. 7).

Folosind expresiile asimptotice (21) și

$$\lim_{\xi\to\infty} K_n(\xi) = \sqrt{\frac{\pi}{2\xi}}\, e^{-\xi} \qquad (A-2)$$

și ținînd seama că

$$r, a, b \to \infty,\ \frac{b}{a} \approx 1,\ \frac{r}{a} \approx 1,\ r - a = -x,\ b - a = d$$

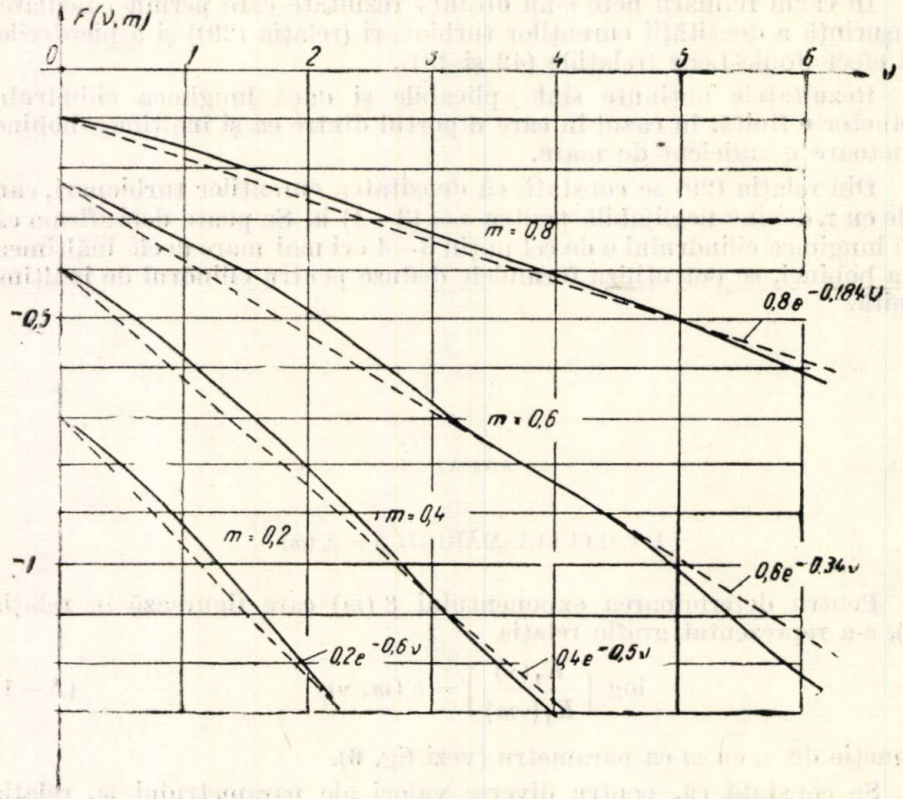


Fig. 6. — Determinarea funcției $\beta = \beta(m)$. Curbele desenate cu linie plină reprezintă valorile exacte. Cu linie întreruptă s-au reprezentat relațiile care le aproximează pe primele.

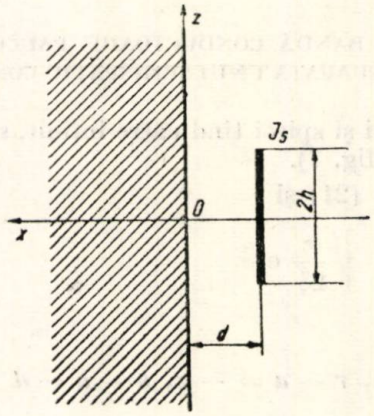


Fig. 7. — Bandă conductoare rectilinie paralelă cu suprafața unui semispațiu conductor.

se obține rezultatul

$$\underline{J} = -k^2 \frac{2\underline{J}_S}{\mu\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \lambda h}{\lambda} e^{-\lambda d} \frac{e^{-x\sqrt{\lambda^2+k^2}}}{\frac{\sqrt{\lambda^2+k^2}}{\mu} + \frac{\lambda}{\mu_0}} \cos \lambda z \, d\lambda \qquad (A-3)$$

în care $\underline{J}_S = \frac{I}{2h}$, I fiind valoarea efectivă a curentului care străbate banda, presupus uniform repartizat.

În particular, dacă conducătorul este practic filiform, $h \approx 0$, se obține

$$\underline{J} = -k^2 \frac{I}{\mu\pi} \int_0^\infty e^{-\lambda d} \frac{e^{-x\sqrt{\lambda^2+k^2}}}{\frac{\sqrt{\lambda^2+k^2}}{\mu} + \frac{\lambda}{\mu_0}} \cos \lambda z \, d\lambda \qquad (A-4)$$

relație cunoscută din literatură [2][2]).

În cazul particular al efectului pelicular net, făcînd aceleași aproximații ca mai sus (vezi § 2.5), densitatea curenților turbionari va fi

$$\underline{J} = -k \frac{2\underline{J}_S}{\pi} e^{-kx} \int_0^\infty e^{-\lambda d} \frac{\sin \lambda h \cos \lambda z}{\lambda} d\lambda.$$

După o serie de calcule elementare se obține

$$\underline{J} = -k \frac{\underline{J}_S}{\pi} e^{-kx} \operatorname{arc\,tg} \frac{2dh}{d^2 - h^2 + z^2}. \qquad (A-5)$$

Densitatea de curent echivalentă se obține din relația

$$J_e = \frac{\sqrt{\int_0^\infty \underline{J}\underline{J}^* dx}}{\delta}; \qquad J_e = \frac{\alpha \cdot J_S}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{2dh}{d^2 - h^2 + z^2} \qquad (A-6)$$

În felul acesta, curenții turbionari induși vor fi considerați concentrați într-un strat superficial de grosime $\delta = \frac{1}{\alpha}$ cu densitatea constantă dată de relația (A—6).

În cazul particular al conductorului filiform se obține

$$J_e = \frac{\alpha I}{\pi} \frac{d}{d^2 + z^2} \qquad (A-7)$$

unde I este intensitatea curentului care străbate conductorul.

[2]) În lucrarea citată, notațiile sînt întrucîtva diferite de cele ale noastre.

În caz contrar, dacă înălţimea $2h$ a conductorului creşte foarte mult, cîmpul magnetic devine constant :

$$H_{0ef} = J_S .$$

Cum în acest caz

$$\lim_{h\to\infty} \operatorname{arc\,tg} \frac{2dh}{d^2 - h^2 + z^2} = \pi,$$

se obţine relaţia

$$\boxed{J_e = \alpha J_S = \alpha H_{0ef}} \qquad (A-8)$$

relaţie cunoscută din literatură [1].

Puterea transformată în căldură prin efect Joule-Lenz pe unitatea de lungime a semispaţiului conductor se obţine din relaţia

$$P_1 = \int_v \rho \underline{J}\underline{J}^* \, dv,$$

unde integrarea se face asupra unui volum de lungime 1 din semispaţiu.

Folosind pentru J valoarea obţinută din (A—3) în aproximaţia refulării nete

$$\underline{J} = -k \frac{2\underline{J}_S}{\pi} e^{-kx} \int_0^\infty e^{-\lambda d} \frac{\sin \lambda h}{\lambda} \cos \lambda z \, d\lambda,$$

se obţine

$$P_1 = \frac{8\alpha^2 J_S^2}{\pi^2 \sigma} \int_0^\infty e^{-2\alpha x} \, dx \int_{-\infty}^{+\infty} dz \int_0^\infty e^{-\lambda d} \frac{\sin \lambda h \cos \lambda z}{\lambda} d\lambda \int_0^\infty e^{-\nu d} \frac{\sin \nu h \cdot \cos \nu z}{\nu} d\nu =$$

$$= \frac{4\alpha J_S^2}{\pi^2 \sigma} \int_0^\infty e^{-\lambda d} \frac{\sin \lambda h}{\lambda} d\lambda \int_0^\infty e^{-\nu d} \frac{\sin \nu h}{\nu} d\nu \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \lambda z \cdot \cos \nu z \, dz =$$

$$= \frac{4\alpha J_S^2}{\pi\sigma} \int_0^\infty e^{-\lambda d} \frac{\sin \lambda h}{\lambda} d\lambda \int_0^\infty e^{-\nu d} \frac{\sin \nu h}{\nu} d\nu \, [\delta(\lambda + \nu) + \delta(\lambda - \nu)] =$$

$$= \frac{4\alpha J_S^2}{\pi\sigma} \int_0^\infty \left[e^{-\lambda d} \frac{\sin \lambda h}{\lambda} \right]^2 d\lambda.$$

Se obţine rezultatul

$$\boxed{P_1 = \frac{\alpha}{\pi\sigma} \left(\frac{I}{2h} \right)^2 4 \left[h \operatorname{arc\,tg} \frac{h}{d} - \frac{d}{2} \ln \left(1 + \frac{h^2}{d^2} \right) \right]} \qquad (A-9)$$

În cazul particular al conductorului filiform ($h \to 0$), se obține

$$\lim_{h\to 0}\left[h \operatorname{arc\,tg}\frac{h}{d} - \frac{d}{2}\ln\left(1+\frac{h^2}{d^2}\right)\right] = \lim_{h\to 0}\left[\frac{h^2}{d} - \frac{1}{2}\frac{h^2}{d}\right] = \lim_{h\to 0}\frac{1}{2}\frac{h^2}{d},$$

de unde

$$\boxed{P_1 = \frac{\alpha}{\pi\sigma}\frac{I^2}{2d}} \qquad \text{(A—10)}$$

Aceeași relație poate fi obținută și direct, folosind relația (A—7)

$$P_1 = \rho\int_v J_e^2\,dv = \rho\delta 2\int_0^\infty J_e^2\,dz = 2\rho\delta\left(\frac{\alpha I}{\pi}\right)^2 d^2\int_0^\infty \frac{dz}{(d^2+z^2)^2} = \frac{\alpha}{\pi\sigma}\frac{I^2}{2d}.$$

Dacă lățimea $2h$ a benzii este foarte mare,

$$\lim_{h\to\infty}\left[h \operatorname{arc\,tg}\frac{h}{d} - \frac{d}{2}\ln\left(1+\frac{h^2}{d^2}\right)\right] = \lim_{h\to\infty}\frac{h\pi}{2},$$

iar puterea rezultă

$$\boxed{P_1 = \frac{\alpha}{\pi\sigma}J^2\,4h\,\frac{\pi}{2} = \frac{\alpha}{\sigma}(H_{0ef})^2\cdot 2h} \qquad \text{(A—11)}$$

unde $\frac{\alpha}{\sigma}(H_{0ef})^2$ este puterea care intră prin unitatea de suprafață a semispațiului.

Această relație este, de asemenea, cunoscută din literatură.

Primită la redacție la 8 decembrie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. A. Timotin, *Lecții de bazele electrotehnicii*, vol. II, București, Edit. didactică și pedagogică, 1964.
2. Milos Stafl, *Die elektrodynamische Wirkung eines Wechselstromfadens auf einem leitenden Halbraum.* Acta technica, Praga, 5 (1960).
3. A. Gray, G. B. Mathews, *Funcțiile Bessel și aplicațiile lor în fizică*, București, Edit. tehnică, 1958.
4. Janke-Emde-Lösch, *Tafeln höherer Funktionen*, Stuttgart, 1960.
5. В. А. Диткин, А. П. Прудников, *Справочник по операционному исчислению*, Москва, Изд., „Высшая школа", 1965.

SOLUȚIONAREA PRIN DIFERENȚE FINITE A ECUAȚIILOR LUI MAXWELL ÎN MEDII FEROMAGNETICE

DE

V. BUNEA

Se arată la început o nouă metodă care permite determinarea cîmpului la magnetizarea în curent alternativ a mediilor conductoare izotrope. Repartiția este dată de o funcție care se poate construi pentru fiecare contur în parte. Se pot obține relații de recurență. Acest lucru a permis abordarea problemei determinării, pe cale analitică punct cu punct, a repartiției inducției în medii conductoare feromagnetice și regim cvasistaționar.

Rezultatele de calcul au corespuns cu măsurătorile.

Soluția contribuie la aplicarea ecuațiilor lui Maxwell în medii feromagnetice.

538.312.001.24

Ecuațiile integrale ale cîmpului electromagnetic au fost transpuse sub formă diferențială de Maxwell. Pentru medii conductoare și în regim cvasistaționar aceste ecuații sînt

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} \tag{1}$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \tag{2}$$

la care s-ar mai adăuga și

$$\text{div } \mathbf{J} = 0, \tag{3}$$

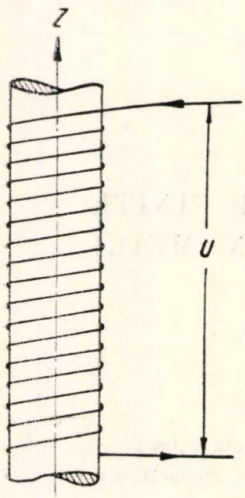
$$\text{div } \mathbf{B} = 0. \tag{4}$$

Spre deosebire de forma integrală a ecuațiilor cîmpului, pentru forma diferențială (1)—(4) nu se poate considera încă că este cunoscut

Articol publicat și în „Rev. roum. sci. techn.-Electrotechn. Energ. **11**, 2 (1966)

modul de aplicare şi în cazul mediului feromagnetic, respectiv al tuturor cazurilor de anizotropie.

Chiar în cazul mediului izotrop, ecuaţiile (1)—(4) s-au putut soluţiona matematic exact pentru un număr foarte limitat de cazuri. Cazul magnetizării în curent alternativ al elipsoidului de revoluţie conductor neferomagnetic [1] şi al conductorului neferomagnetic cu secţiune dreptunghiulară cilindru sau tor [2] trebuie socotite printre problemele dificile care s-au putut soluţiona.



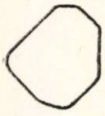


Fig. 1

Lucrarea de faţă caută să aducă o contribuţie în plus la extinderea aplicării ecuaţiilor lui Maxwell în medii feromagnetice şi, în general, la alte cazuri de neliniaritate decît cele cunoscute.

Pentru a putea aborda problema mediului feromagnetic saturat, am căutat mai întîi să găsim o soluţie generală principial aplicabilă totdeauna pînă la calculul numeric pentru soluţionarea problemei mediului izotrop. Vom expune problema bidimensională plan-paralelă, adică problema magnetizării în curent alternativ a conductorului cilindric infinit lung cu secţiunea oarecare (fig. 1), cu permeabilitatea μ const.

Se ştie că în acest caz ecuaţiile (1)—(4), într-un sistem de coordonate cartezian cu axa Z paralelă cu axa infinit lungă a cilindrului, ne conduc la ecuaţia

$$\frac{\partial^2 b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 b}{\partial y^2} = \frac{\mu \cdot \omega}{r} \frac{\partial b}{\partial \theta}. \tag{5}$$

Întrucît vectorii **H**, **B** au mereu aceeaşi direcţie, ne-am putut dispensa de notaţia vectorială. Ne propunem să soluţionăm ecuaţia (5) în condiţiile magnetizării din figura 1, adică în condiţia

$$\iint_S b\,ds = S\,\beta^{\max} \sin \omega t = S\,\beta^{\max} \sin \theta. \tag{6}$$

Ecuaţiile (5) şi (6) nu pot determina matematic o soluţie unică [3]. Pentru unicitatea soluţiei trebuie să facem uz de o ipoteză de natură fizică, şi anume să admitem că fenomenul este periodic în oricare punct al suprafeţei S, deci că avem îndeplinită condiţia

$$b_\theta = b_{(\theta + 2\pi)}, \tag{7}$$

care, împreună cu (5) şi (6), duce şi la satisfacerea condiţiei

$$\int_{-\pi}^{+\pi} b_\theta \cdot d\theta = 0. \tag{8}$$

Condiţiile (7) şi (8), decurgînd dintr-o ipoteză valabilă indiferent dacă mediul este sau nu izotrop, sînt valabile şi în cazul mediului fero-

magnetic. În cadrul mediului izotrop și liniar se știe că în acest caz fenomenul este peste tot sinusoidal, iar ecuația (5) devine o ecuație de tip eliptic :

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} = j \frac{\mu \cdot \omega}{r} B, \tag{9}$$

unde a dispărut variabila $\theta = \omega t$. Condiția (6) devine

$$\iint_S B ds = S B_{med}. \tag{10}$$

Acoperim secțiunea conductorului cu o rețea convenabilă ca în figura 2.

Rețeaua trebuie să fie suficient de fină pentru a reproduce cît mai bine marginile conductorului (linia groasă din figura 2). Fără a micșora generalitatea soluției, presupunem rețeaua cu ochiuri pătrate, în care caz putem pune în diferențe finite $\partial x = \partial y = \Delta s$, obținîndu-se pentru punctul ik (fig. 2) [4] relația

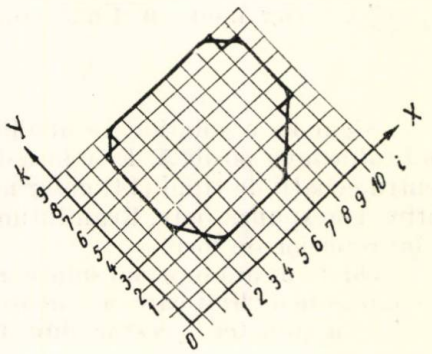


Fig. 2

$$B_{i\,(k+1)} - (4 + j\zeta_s) B_{ik} + B_{i\,(k-1)} + B_{(i+1)\,k} + B_{(i-1)\,k} = 0, \tag{11}$$

cu

$$\zeta_s = \frac{\mu \cdot \omega}{r} (\Delta s)^2. \tag{12}$$

Inducția la margine B_n, care în toate punctele frontierei este aceeași, o presupunem pentru moment cunoscută. Pentru un punct vecin frontierei (de ex. pentru $i = 9$, $k = 6$) se deduce o ecuație de forma

$$B_{i\,(k+1)} - (4 + j\zeta_s) B_{ik} + B_{i\,(k-1)} + B_{(i-1)\,k} = - B_n. \tag{13}$$

Obținem deci sistemul

$$[D]\ [B_{ik}] = [\varepsilon_{ik} B_n], \tag{14}$$

unde $[D]$ este o matrice pătrată avînd $m \times m$ elemente, m fiind numărul necunoscutelor B_{ik} (în fig. 2, $m = 43$). Matricele $[B_{ik}]$ și $[\varepsilon_{ik} B_n]$ sînt matrice-coloane. Din acest punct de vedere, notația $[B_{ik}]$ este puțin neobișnuită, însă noi o recomandăm, deoarece în acest fel necunoscutele B_{ik} sînt mai ușor de identificat.

În general, la un i (ori k) dat, k (ori i) nu ia toate valorile întregi pînă la m, acest lucru depinzînd de conturul secțiunii conductoarelor. Pe de altă parte, ecuația (10) devine

$$\frac{(\Delta s)^2}{S} \sum B_{ik} + \frac{S - m\,(\Delta s)^2}{S} \cdot B_n = B_{med}. \tag{15}$$

Din ecuațiile (14) se deduc necunoscutele B_{ik} :

$$[B_{ik}] = [D]^{-1} [\varepsilon_{ik} B_n], \tag{16}$$

care, introduse în (15), ne dau pe B_n și astfel întreaga distribuție de cîmp devine cunoscută.

Principial, ecuațiile (14), (15), (16) pot fi oricînd soluționate pînă la expresii analitice. Pentru fiecare necunoscută B_{ik} se va găsi o funcție $\psi_{ik}(j\zeta_s)$, astfel încît în final vom obține

$$B_{ik} = \psi_{ik}(j\zeta_s)\ B_{med}. \tag{17}$$

Sigur că o soluționare analitică a unui sistem (14) este laborioasă, însă totdeauna posibilă. Este însă de preferat o soluție numerică, deoarece, pentru ecuații de tipul (14) chiar mult mai complicate, sînt deja elaborate rutine corespunzătoare. Reamintim că ecuații de acest fel intervin la calculul rețelelor de forță.

Odată avută o primă soluție numerică, putem constata că în figura 1 avem o serie de linii care se bucură de o proprietate invariantă în raport cu ζ_s. În punctele acestor linii (fig. 3) avem

$$\frac{\partial B}{\partial s} = 0, \tag{18}$$

direcția s fiind perpendiculară pe linia respectivă. În general, o suprafață oarecare din figura 2 are cel puțin două astfel de linii.

Cunoscînd aceste linii, avem posibilitatea de a relua calculul în etapa a doua și simplifica considerabil aflarea *soluției analitice* a ecuațiilor (14) în felul următor. Considerăm că această linie (linia de minim) este o dreaptă fără a micșora generalizarea metodei (MN, fig. 4) și construim o nouă

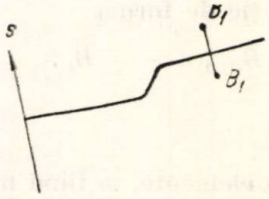


Fig. 3

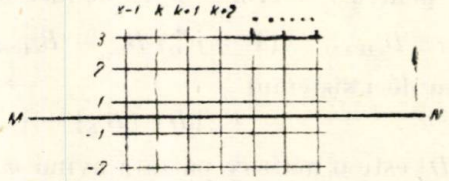


Fig. 4

rețea convenabilă, care să se încadreze bine cu frontiera, dar astfel încît linia MN să taie ochiurile corespunzătoare la jumătate, ca în figura 4. Să luăm ca necunoscute auxiliare valorile inducției în punctele liniei cu nr. 1, adică în punctele $(k-1)\ 1$; $k1$; $(k+1)\ 1$ etc. Este ușor de văzut că în funcție de aceste necunoscute se pot exprima pe rînd toate necunoscutele, însă succesiv de pe linia 2, apoi de pe linia 3 etc., sub forma unor ecuații de recurență. Astfel, scriind ecuația (11) pentru punctul

$k1$ și ținînd cont că datorită ecuației (18) $B_{k0} = B_{k(-1)} = B_{k1}$, se obține relația de recurență

$$B_{k2} = (3 + j\zeta_s) \cdot B_{k1} - B_{(k+1)1} - B_{(k-1)1}, \tag{19}$$

astfel încît toate mărimile B_{k2} pot fi imediat deduse. În continuare și în mod analog se vor putea găsi valorile B_{k3} etc.

În final va trebui să se mai rezolve un sistem minim, care ar cuprinde numai valorile B_{k1} și B_n.

Pentru forme de secțiuni complicate, calculul în etapa a doua poate fi de cîteva zeci de ori mai simplu decît dacă s-ar întreprinde un calcul analitic pornind direct de la ecuația (14).

S-a arătat pînă acum problema generală. Dacă avem însă de-a face cu secțiuni cu axe de simetrie ca tolă subțire, cerc, dreptunghi, poligon regulat etc., ne putem dispensa de ecuațiile (14), deoarece liniile de minim sînt chiar axele de simetrie.

Să luăm cazul dreptunghiului cu raportul laturilor 1 : 3. Considerînd o rețea ca în figura 5 :

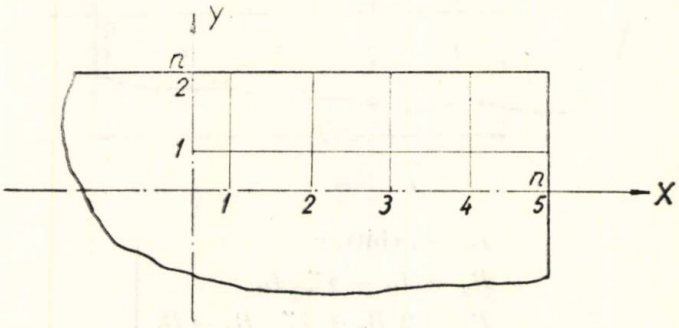


Fig. 5

se deduce foarte ușor forma funcțiilor ψ_{ki}, respectiv

$$\psi_{k1} = \frac{27\ F_{k1}}{4F_{11} + 4F_{21} + 4F_{31} + 4F_{41} + 11}, \tag{20}$$

în care k poate lua succesiv valorile 1, 2, 3, 4 și unde

$$\left.\begin{aligned}
F_{11} &= \frac{-68 + 52\zeta_s^2 - \zeta_s^4 + j\zeta_s(-98 + 12\zeta_s^2)}{(2 + j\zeta_s)[-34 + 42\zeta_s^2 - \zeta_s^4 + j\zeta_s(-65 + 11\zeta_s^2)]},\\
F_{21} &= \frac{-34 + 10\zeta_s^2 + j\zeta_s(-33 + \zeta_s^2)}{-34 + 42\zeta_s^2 - \zeta_s^4 + j\zeta_s(-65 + 11\zeta_s^2)},\\
F_{31} &= \frac{-34 + 11\zeta_s^2 + j\zeta_s(-36 + \zeta_s^2)}{-34 + 42\zeta_s^2 - \zeta_s^4 + j\zeta_s(-65 + 11\zeta_s^2)},\\
F_{41} &= \frac{-102 + 95\zeta_s^2 - 2\zeta_s^4 + j\zeta_s(-166 + 23\zeta_s^2)}{(3 + j\zeta_s)[-34 + 42\zeta_s^2 - \zeta_s^4 + j\zeta_s(-65 + 11\zeta_s^2)]}.
\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Pentru cazul tolelor subțiri, considerînd o rețea ca în figura 6, se obțin următoarele relații de recurență :

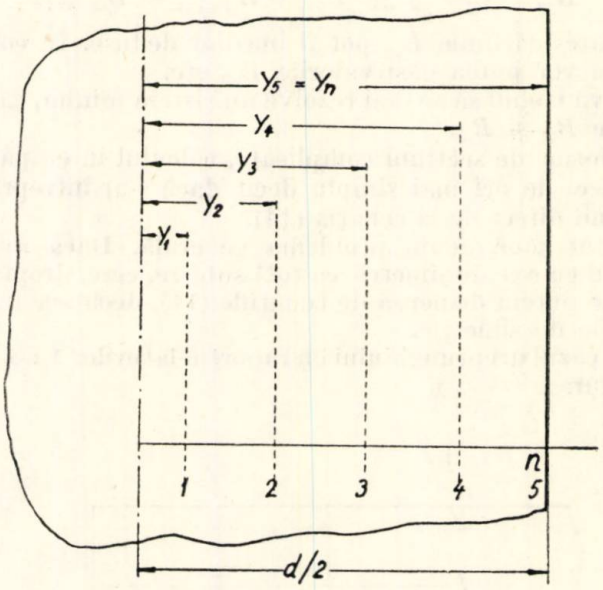


Fig. 6

$$\left.\begin{aligned} B_1 &\to \text{arbitrar} \\ B_2 &= B_1 + j\,\zeta_{t5}\,B_1 \\ B_3 &= 2\,B_2 + j\,\zeta_{t5}\,B_2 - B_1 \\ B_4 &= 2\,B_3 + j\,\zeta_{t5}\,B_3 - B_2 \\ B_5 &= 2\,B_4 + j\,\zeta_{t5}\,B_4 - B_3 \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

precum și

$$B_{\text{med}} = \frac{2}{9}\left[\left(\sum_1^4 B_k\right) + \frac{B_5}{2}\right],$$

de unde se deduce

$$\left.\begin{aligned} \psi_1(j\,\zeta_{t5}) &= 1/N \\ \psi_2(j\,\zeta_{t5}) &= (1 + j\,\zeta_{t5})/N \\ \psi_3(j\,\zeta_{t5}) &= (1 - \zeta_{t5}^2 + j\,3\,\zeta_{t5})/N \\ \psi_4(j\,\zeta_{t5}) &= [1 - 5\,\zeta_{t5}^2 + j\,\zeta_{t5}\,(6 - \zeta_{t5}^2)]/N \\ \psi_5(j\,\zeta_{t5}) &= [1 - 15\,\zeta_{t5}^2 + \zeta_{t5}^4 + j\,\zeta_{t5}\,(10 - 7\,\zeta_{t5}^2)]/N \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

cu

$$N = 1 - 3\,\zeta_{t5}^2 + \frac{1}{9}\,\zeta_{t5}^4 + j\,\zeta_{t5}\left(\frac{10}{3} - \zeta_{t5}^2\right).$$

Ecuațiile de recurență (22) pot fi ușor transpuse într-o diagramă fazorială ca în figura 7, care ne oferă soluția grafică a distribuției cîmpului în tole subțiri cu permeabilitate constantă.

În mod analog se obțin relațiile de recurență și forma funcțiilor $\psi_k (j\zeta_{cn})$ pentru cerc.

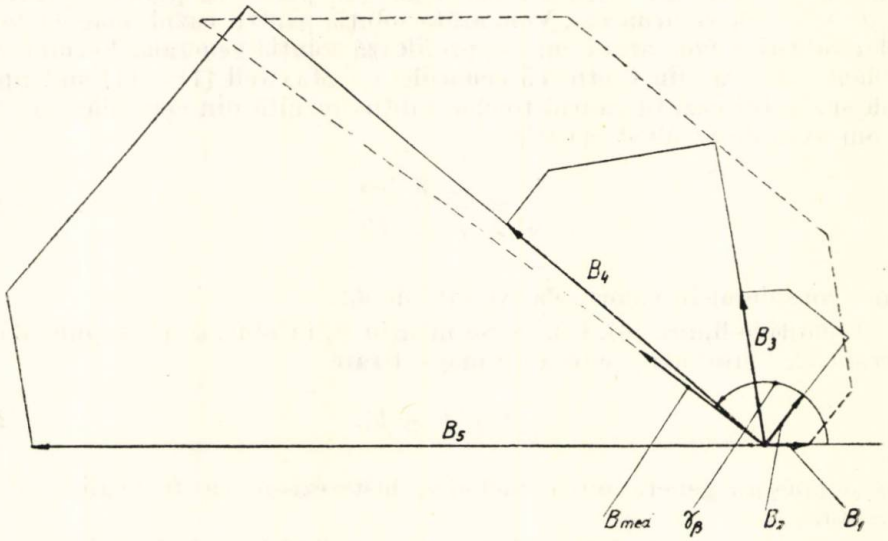


Fig. 7

Dar, atît pentru tole subțiri, cît și pentru cerc, sînt cunoscute soluțiile exacte ale distribuției de cîmp [5]. O comparație făcută într-un exemplu numeric socotind o rețea grosolană ca în figura 6 a arătat diferențe de numai 1,5% în cazul tolelor subțiri și 5% la cerc, ceea ce este cu totul satisfăcător.

În încheierea capitolului conductorului izotrop și liniar, trebuie să mai arătăm că metoda în felul cum s-a expus aici în cazul problemei bidimensionale este aplicabilă în mod analog și pentru cîmpuri tridimensionale, metoda diferențelor finite decurgînd în mod analog [4].

CAZUL MEDIULUI FEROMAGNETIC SATURAT

Metoda de calcul dezvoltată în prima parte a lucrării are avantajul că permite în principiu soluționarea tuturor problemelor liniare, inclusiv a celor care pînă azi nu s-au putut încă rezolva.[1]

Dar avantajul acestei metode constă și în faptul că forma recursivă a ecuațiilor și simplicitatea lor duc la abordarea cu succes a soluționării distribuției de cîmp la magnetizarea mediului feromagnetic saturat. Este

evident că nu trebuie să ne aşteptăm la o soluţionare pur analitică atîta timp cît curba de magnetizare nu s-a putut transpune pînă azi sub o formă analitică satisfăcătoare. De asemenea, nici măcar curentul magnetizat nu se poate încă determina analitic, căci, precum se ştie, şi azi încă se face acest lucru grafic punct cu punct, presupunînd cîmpul egal repartizat pe întreaga secţiune. Tot o metodă punct cu punct va fi dezvoltată şi în cele ce urmează. Vom arăta soluţia pentru cazul magnetizării tolelor subţiri şi vom arăta cum se profilează soluţia generală. Formularea problemei derivă din faptul că ecuaţiile lui Maxwell (1) — (4) sînt aplicabile şi acestui caz. În cadrul tolelor subţiri rezultă din ecuaţiile (1)—(4) că vom avea de rezolvat ecuaţia

$$\frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{\omega}{r} \frac{d^2}{4} \frac{\partial b}{\partial \theta}, \tag{24}$$

y fiind considerat în valori relative faţă de $d/2$.

Condiţiile-limită (6), (7), (8) se menţin şi, în plus, se presupune dată în grafic sau intabulată curba de magnetizare

$$\pm h = f(\pm b). \tag{25}$$

Fără a micşora generalitatea metodei, histerezisul va fi neglijat deocamdată.

Condiţia (7) aplicabilă ambelor variabile b şi h poate fi mai restrînsă respectiv :

$$b_\theta = - b_{\theta+\pi}. \tag{26}$$

Să considerăm reţeaua din figura 6 (cu $n = 5$). Calculul ar fi extrem de simplu dacă, în loc să se cunoască unda β^{max} sin θ, s-ar cunoaşte unda $b_{1\theta}$, pe care o vom numi de acum înainte unda iniţială. Dacă s-ar cunoaşte deci unda $b_{1\theta}$, se obţine succesiv h_1 din (25) şi unda h_2 cu relaţia

$$h_2 = h_1 + p_n\ (\Delta b_1). \tag{27}$$

Unda b_2 rezultă din nou din (25). Mai departe, unda h_3 (şi respectiv b_3) rezultă din

$$h_3 = 2h_2 - h_1 + p_n\ (\Delta b_2) \tag{28}$$

etc.

S-a notat cu

$$p_n = \frac{\omega}{r} \frac{1}{\Delta\theta} \left(\frac{d}{2n-1} \right)^2. \tag{29}$$

Mersul calculului este concretizat în figura 8, care reprezintă o diagramă-bloc a soluției problemei în ipoteza că unda $b_{1\theta}$ este cunoscută.

În general, această undă este necunoscută. Soluția problemei se găsește în acest caz pornind în principiu de la o undă b_1 întîmplătoare, care ne va determina unda β și pe care o comparăm cu o sinusoidă.

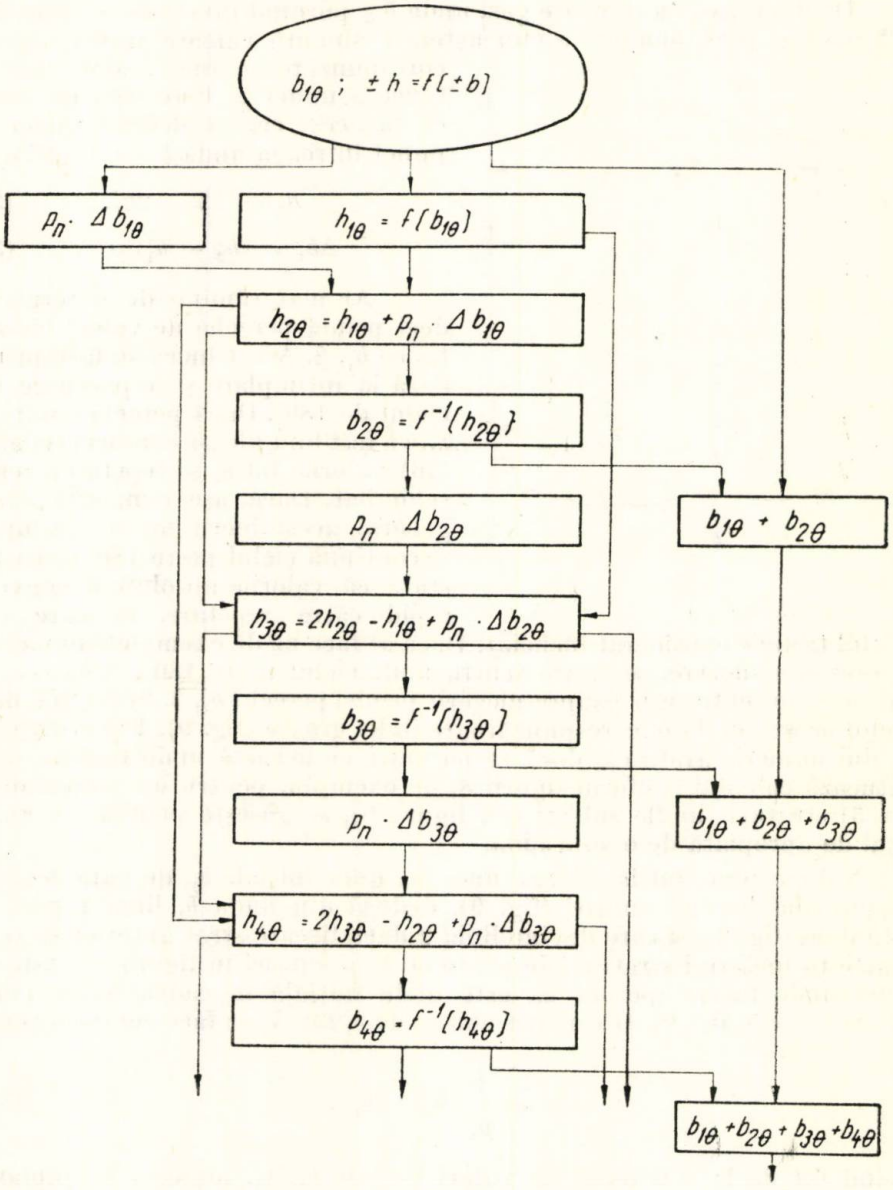


Fig. 8

Prin deformații succesive ale undei alese b_{10} se poate obține pentru β o undă cît dorim de aproape de o sinusoidă.

Noi am preconizat însă și o metodă care să ne ofere o formă de undă inițială b_{10}. Pentru aceasta împărțim grosimea tolei în numărul minim de trei straturi ($n = 2$), conform figurii 9 (linii groase).

De data aceasta se poate găsi unda b_{10} pornind invers de la sinusoida $\beta^{max} \sin \theta$ și presupunînd că cunoaștem o singură valoare instantanee b_1 corespunzătoare unei valori instantanee a undei β. Este ușor de văzut că în acest caz se deduce punct cu punct întreaga undă b_1 cu relațiile

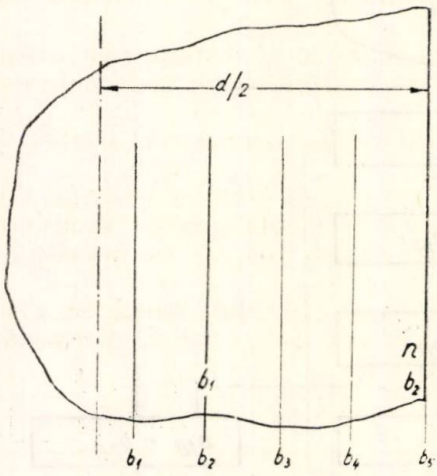


Fig. 9

$$b_2 = 3\beta - 2b_1 \tag{30}$$

$$\Delta b_1 = (h_2 - h_1)/p_2. \tag{31}$$

Ar mai rămîne de determinat deci prima pereche de valori instantanee b_1, β. Acest lucru se face prima dată la întîmplare și se parcurge tot ciclul de 180°. Dacă perechea inițială b_1, β a fost bine aleasă conform ecuației (26), valorile lui b_1 se repetă cu semn schimbat. Dacă, așa cum este cazul general, acest lucru nu se întîmplă, se continuă ciclul peste 180° și se constată că valorile absolute b_1 converg rapid către repetare, în care caz calculul trebuie considerat încheiat. Dacă se face uz de exemplele numerice din prezenta lucrare, se poate scurta mult ciclul peste 180°, deoarece ne vom putea orienta ușor asupra alegerii primei perechi b_1, β. Se obține deci în felul acesta unda b_1 corespunzătoare liniei groase (fig. 9). Experiența în calculul numeric arată că, dacă se pornește cu această undă inițială și se efectuează calculul conform figurii 8, de exemplu, pentru un număr de 9 ($n = 5$) straturi (liniile subțiri din figura 9), se găsește pentru β o undă destul de apropiată de o sinusoidă.

Noi am procedat la aflarea unei noi unde inițiale b_1, de data aceasta corespunzînd liniei 1 subțiri (fig. 9), dedusă din unda b_1 linia 1 groasă, aflată deja (fig. 9), și care devine linia 2 dacă fiecare strat anterior se subîmparte în încă trei straturi (desenate cu linii subțiri în figura 9). Asupra acestei unde facem ipoteza că este unda inițială în cadrul celor nouă straturi ($n = 5$, fig. 9). Obținerea noii unde b_1 din b_2 se face conform ecuațiilor

$$\Delta b_1 = \frac{1}{p_5}(h_2 - h_1), \tag{32}$$

pornind tot de la o pereche de valori inițiale b_2, b_1, luate la întîmplare, care după parcurgerea a 180° converg către repetarea valorilor absolute.

Toate cazurile de exemple numerice efectuate de noi pentru nouă straturi ($n = 5$) au arătat că se obțin pentru β unde apropiate de sinusoidă în condițiile standard (5% diferență), cu care cel mai adesea ne putem declara satisfăcuți. În orice caz, deformarea ulterioară a undei inițiale nu mai prezintă dificultăți.

În figurile 10 și 11 s-au arătat formele de undă ale inducției în straturile 1—5 (fig. 9), precum și unda β pentru cazul unei saturații mijlocii $\beta^{max} = 10\,463$ Gs (fig. 10) și unei saturații mari $\beta^{max} = 18\,800$ Gs (fig. 11).

Figura 12 arată unda cîmpului la margine h_n dedusă prin calcul pentru $\beta^{max} = 18\,800$ Gs și care reprezintă cu multă exactitate curentul magnetizant absorbit.

Oscilograma ridicată experimental a acestui curent este arătată în figura 13.

Experimentări s-au efectuat la 50 Hz asupra unui tor executat din tole de fier OL 38 de 2,5 mm grosime, cu $r = 0{,}15$ ohmi mm²/m. Secțiunea utilă a fost de 11 cm², diametrul exterior de 368 mm, iar cel interior de 280 mm.

S-au măsurat, în funcție de curentul magnetizant, tensiunile aplicate și pierderile. Prin calculul de mai sus s-au dedus valori diferind de cele măsurate, așa cum rezultă din tabela 1.

Tabela 1

	$I_{eff} = 1{,}58$ A		$I_{eff} = 5{,}12$ A	
	calculat	măsurat	calculat	măsurat
U (V)	180	168,6	323	302
P (W)	207	212	685	802

Se constată o foarte bună coincidență, cu toate că măsurătorile erau afectate de unele erori inerente, ca, de exemplu, curbura torului, spirele plasate în patru straturi, variația temperaturii etc.

Metoda de calcul arătată mai sus se aplică în mod identic și, atunci cînd în loc de o curbă de magnetizare (relația 25), se ia în considerație o buclă de histerezis. Mersul calculului urmează în mod identic ca în figura 8. Este necesar în acest caz să se anticipeze valorile inducției maxime în fiecare strat, urmînd a relua calculul, cu valori diferite ale inducției maxime, după obținerea undei integrale β. Cu foarte mare exactitate, valorile maxime ale inducțiilor în diferite straturi pot fi anticipate după un prim calcul, efectuat prin neglijarea histerezisului. Figura 11 arată că, în cazul unor saturații mai mari, inducția maximă este aproximativ aceeași în toate straturile, ceea ce ușurează calculele în cazul cînd se ia în considerație o buclă de histerezis.

Se vede deci că considerarea histerezisului mărește volumul de calcule numai la saturații mijlocii, fără însă a le face mai dificile.

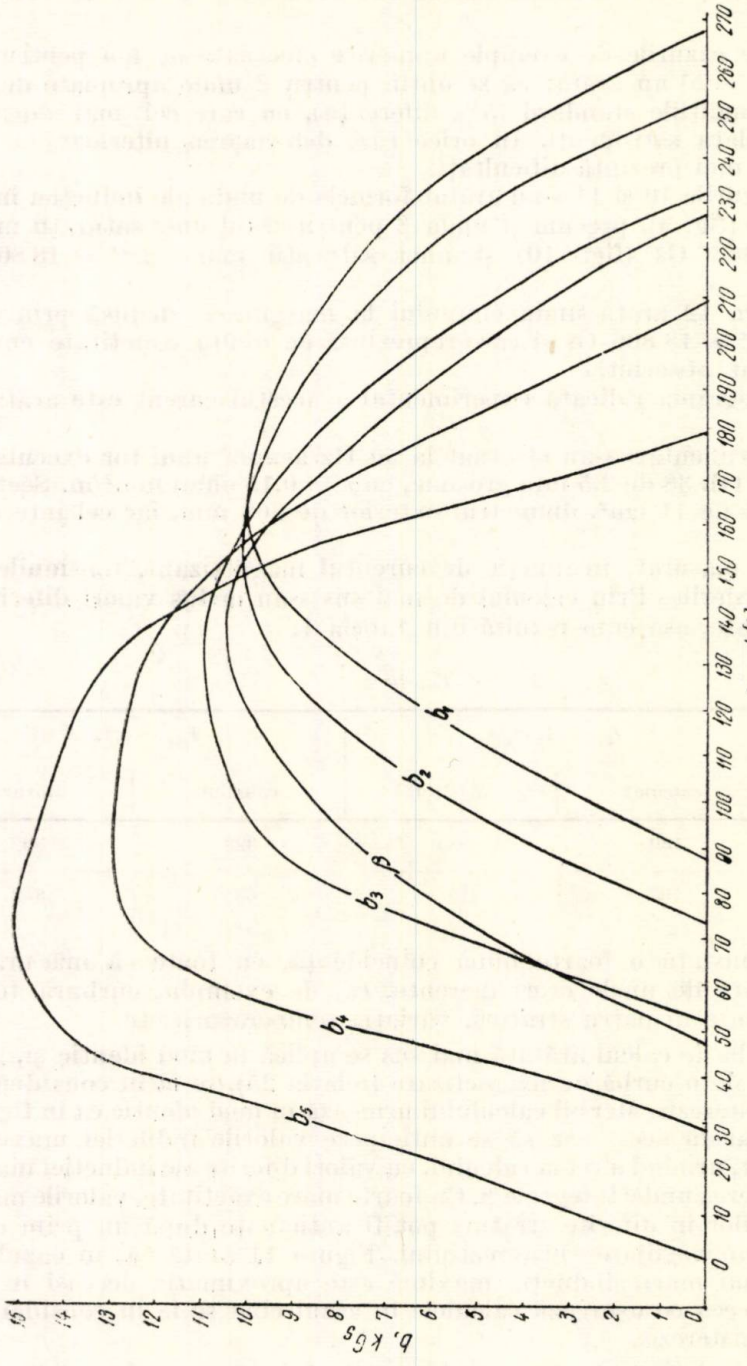


Fig. 10

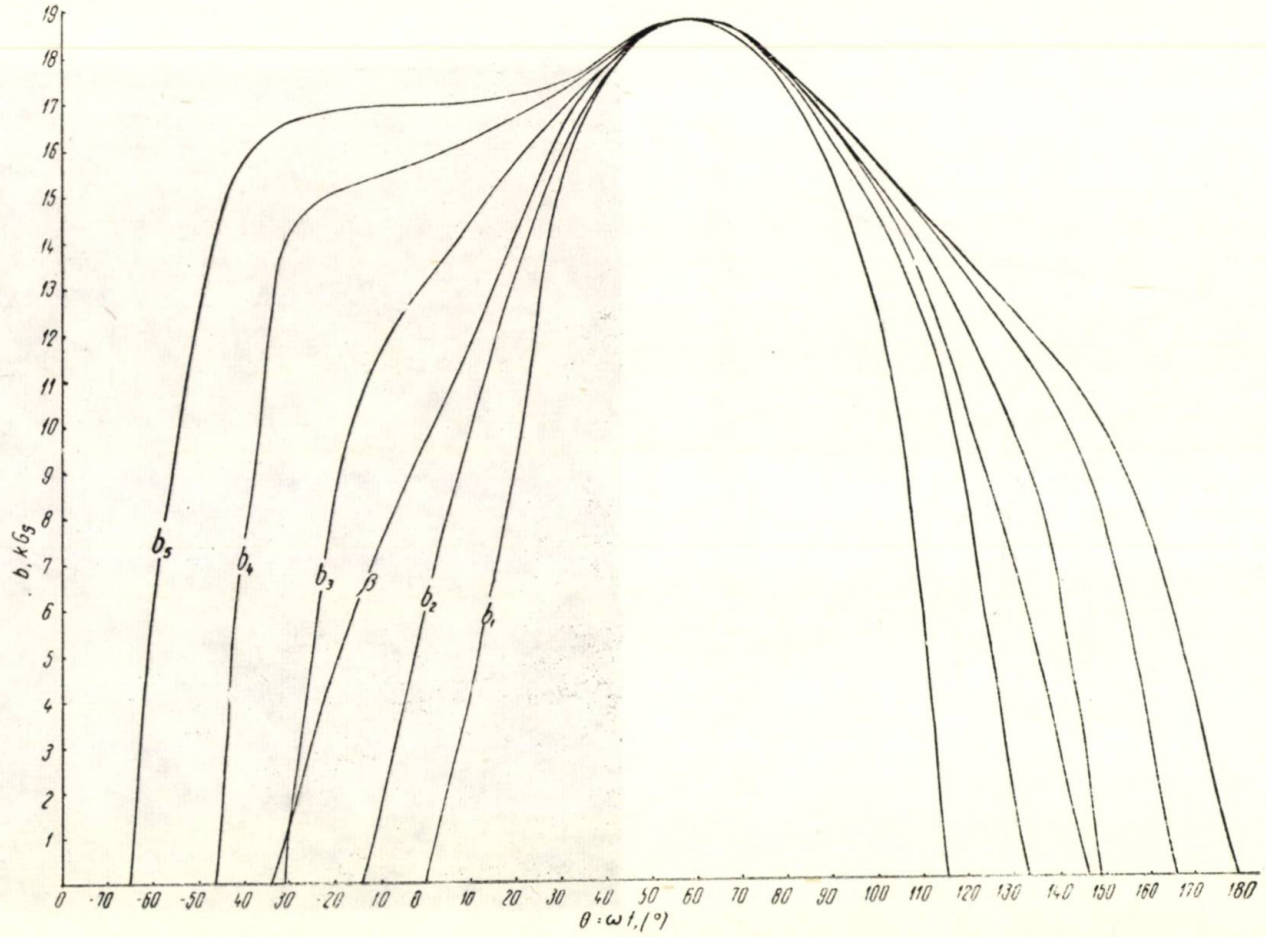


Fig. 11

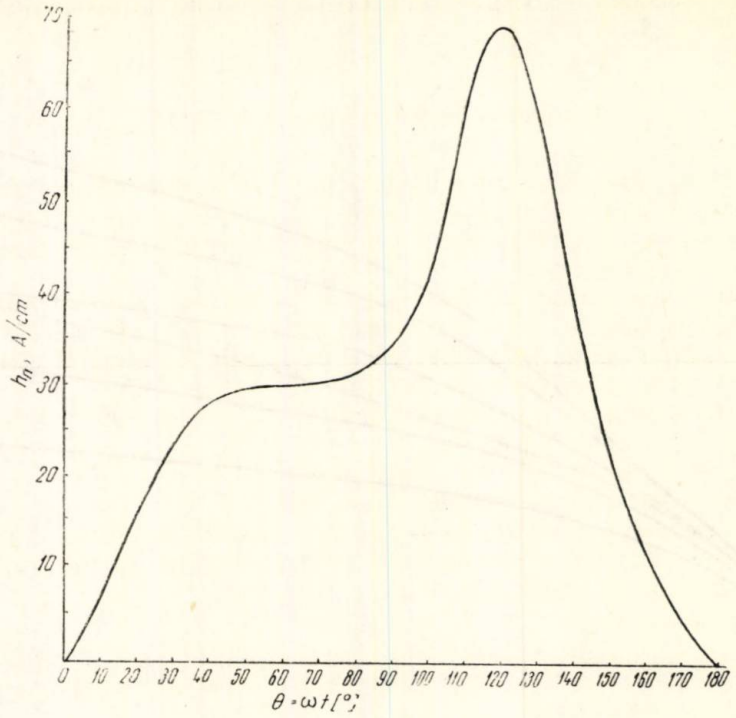

70
60
50
40
30
20
10
h_m, A/cm
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160 170 180
$\theta = \omega t$ [°]

Fig. 12

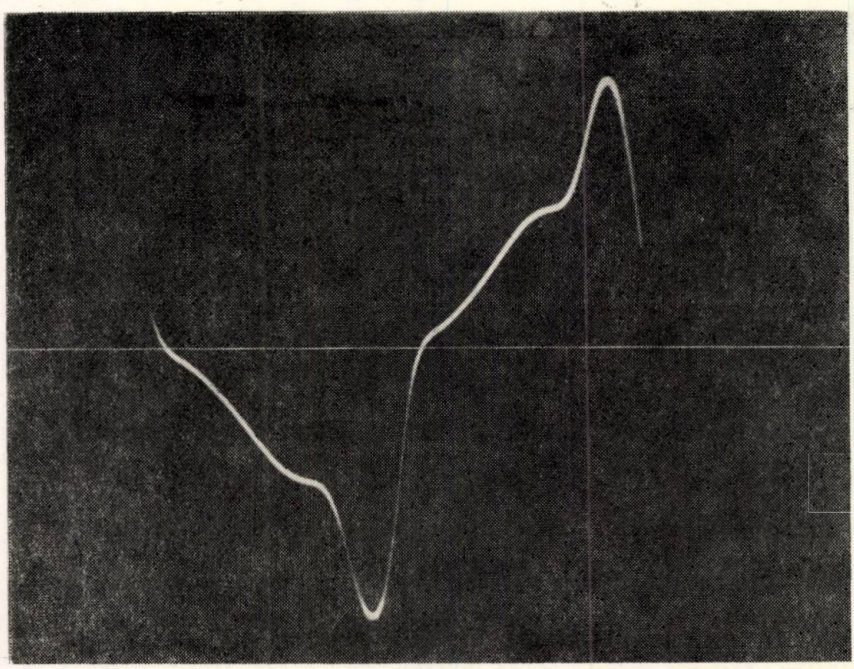


Fig. 13

PROBLEMA STABILITĂȚII CALCULULUI

Calculul punct cu punct arătat mai sus pentru aflarea repartiției inducției în mediul feromagnetic poate fi afectat uneori de instabilitate cînd se lucrează la inducții mari sau cînd caracteristica de magnetizare are cot foarte pronunțat.

Aceste nestabilități pot interveni la aplicarea variantei numerice a metodei atît la calculul direct, conform figurii 8, cît și la calculul invers, conform relațiilor (30), (31), (32). Nestabilitatea se ivește și atunci cînd derivata $\partial b/\partial \theta$ se ia în diferențe finite.

Pentru înlăturarea acestor nestabilități se pot aplica următoarele metode:

1. Pentru calculul direct, confrom figurii 8:

a) micșorarea creșterii unghiulare $\Delta\theta$;

b) trecerea pe porțiuni la un calcul analitic asimilînd unde b_k cu mici arce de parabolă racordate între ele sau trecerea în totalitate la un calcul analitic de la undă la undă;

c) grafoanalitic.

2. Pentru calculul invers: folosirea unei metode de liniarizare limitată și progresivă [6] a curbei de magnetizare, asociată cu asimilarea undei b_k cu arce de parabolă.

Rezultatele experienței numerice efectuate de noi au arătat că aceste metode duc la rezultate bune, care înlătură nestabilitățile ivite.

EXTINDEREA METODEI

Faptul că s-a putut aborda problema magnetizării mediului feromagnetic se datorește caracterului de recurență al ecuațiilor (22), valabil și în cazul mediului feromagnetic.

Datorită acestui lucru, se poate întrevedea posibilitatea extinderii procedeului la o secțiune oarecare pornind de la liniile de minim (unde $(\partial B/\partial s) = 0$). Volumul de calcule crește considerabil, căci trebuie pornit de la o serie de unde mai mult sau mai puțin arbitrare și care trebuie corectate.

În orice caz, calculul se poate foarte ușor extinde acolo unde distribuția cîmpului depinde de o singură dimensiune, ca, de exemplu, în cazul cercului și al semispațiului.

Materialele feromagnetice tratate în prezenta lucrare reprezintă un caz complicat de neliniaritate. Din acest motiv, nu se întrevăd greutăți speciale în cazul unor alte categorii de neliniaritate. În principiu, neliniaritatea nu trebuie să modifice poziția liniilor de minim. Fiecare caz trebuie, bineînțeles, analizat în raport cu particularitățile lui și în măsura în care metoda diferențelor finite în forma arătată aici este aplicabilă.

NOTAȚII PRINCIPALE FOLOSITE

$b, b_{y\theta}, b_k, \Delta b_k$ — inducție magnetică val. instantanee, ca funcție de y și θ, în stratul k, creșterea finită a lui b_k;

$B, B_k, B_{ik}, B_{\text{med}}, B_n$ — fazorul corespunzător lui b cînd acesta este sinusoidal în timp, în stratul k ec. 22, în punctul ik (fig. 2), valoarea medie ecuația (10), la marginea tolei;

$\mathbf{B}$ — vectorul spațial (incl. timp) al inducției;

$\mathbf{E}$ — vectorul spațial (incl. timp) al cîmpului electric;

$[D]$ — matrice;

f — simbol pentru funcția de magnetizare (ec. 25);

F_{ki} — simbol pentru funcțiile ec. (21);

$\mathbf{J}$ — vectorul spațial (incl. timp) al densității de curent;

$h, h_k, h_n, \Delta h$ — cîmp magnetic val. instantanee, în stratul k, la marginea tolei, creșterea finită;

$\mathbf{H}$ — vectorul spațial (incl. timp) al cîmpului magnetic;

$j = \sqrt{-1}$

k — indicele stratului;

n — indicele stratului de la margine;

p_n — mărime ec. (29);

r — rezistivitate;

$s, \Delta s, S$ — drum (fig. 3), creștere finită, suprafață ec. (6); în subsidiar indice;

t — timpul;

$\beta, \beta^{\max}$ — valoarea instantanee a inducției medii (vezi și B_{med} mai sus), valoarea maximă;

ε_{ik} — coeficient ec. (14);

$\zeta_s, \zeta_t, \zeta_c$ — mărime dată de ec. (12), mărime analogă pentru cazul tolei subțiri și al cercului;

$\theta, \Delta\theta,$ — $= \omega t$, creștere finită a lui θ;

μ — permeabilitate;

ψ_k, ψ_{ki} — simbol pentru funcțiile ec. (23), pentru ec. (17) și (20);

ω — pulsația.

Se folosește sistemul CGS e.m. raționalizat.

Primită la redacție la 16 septembrie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleț, C. Mocanu, *Beitrag zur Theorie der eisenlosen Induktionsöfen.* Revue d'Électrotechnique et d'Énergétique, **A VII**, *2*, 295 (1962).
2. А. Цугуля, *Расчет вихровых токов и соответствующих потерь в тороидальной плите прямоугольного сечения.* Revue d'Électrotechnique et d'Énergétique, **9**, *3*, 341 (1964).
3. J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory*, McGraw-Hill, Londra, 1941, p. 486.
4. L. Collatz, *The numerical treatment of differential equations*, ed. a 3-a, Springer-Verlag, Berlin, 1960, p. 236 și 343.
5. R. Răduleț și colectiv, *Bazele electrotehnicii. Probleme*, vol. III, București, Edit. învățămîntului, 1958, p. 104 și 111.
6. V. Bunea, *Theory of medium frequency pulsating field machines.* Proc. IEE, **111**, 7, 1 326 (1964).

CÎMPUL ELECTROMAGNETIC AL UNUI FIR RECTILINIU PARCURS DE CURENT ALTERNATIV DISPUS ÎN ÎNTREFIERUL MĂRGINIT DE UN CILINDRU CONDUCTOR ȘI O COAJĂ CILINDRICĂ

DE

NICOLAE GALAN

538.311

În această lucrare se calculează cîmpul electromagnetic al unui fir rectiliniu situat în întrefierul mărginit de un cilindru conductor și o coajă cilindrică coaxială în cazul în care cîmpul are o repartiție spațială plan-paralelă. Se calculează apoi parametrii echivalenți care prezintă interes pentru schemele electrice echivalente, utilizate în teoria mașinilor electrice.

Să considerăm un conductor rectiliniu filiform parcurs de curentul alternativ $i = \sqrt{2}\ I \sin \omega t$ dispus în întrefierul dintre un cilindru conductor de rază a, avînd axa paralelă cu firul și o coajă cilindrică conductoare de raze (fig. 1) b și c coaxială cu cilindrul conductor. Materialul coajei și cilindrului se presupune liniar și omogen, adică conductivitatea σ și permeabilitatea μ sînt independente de mărimile de cîmp.

Interesează determinarea cîmpului electromagnetic în cele patru domenii indicate în figura 1, precum și puterea electromagnetică dezvoltată în cilindrul conductor.

Calculul se va conduce în cadrul regimului cvasistaționar al cîmpului electromagnetic.

Articol publicat și în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechn. Energ." **11**, 2 (1966).

Considerăm un sistem de coordonate cilindrice avînd axa OZ coincidentă cu axa cilindrului conductor, urmînd să integrăm următoarele ecuaţii ale potenţialului vector :

$$\Delta A_1 = -\mu_1 J_1 \text{ pentru domeniul I,}$$
$$\Delta A_3 = -\mu_3 J_3 \text{ pentru domeniul III,} \quad (1)$$

deoarece presupunem că materialul cilindrului e diferit de cel al coajei.

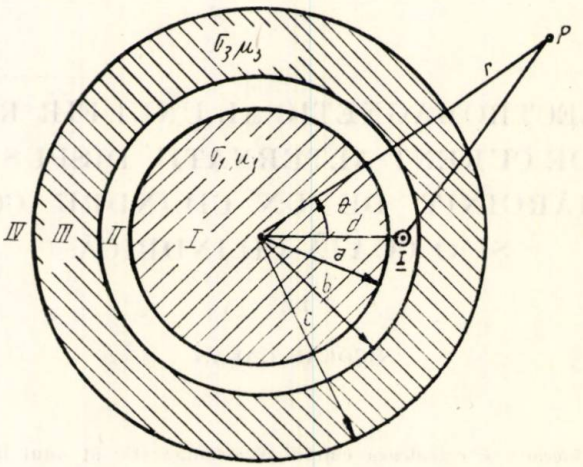


Fig. 1

$$\Delta A_2' = 0 \text{ pentru domeniul II, unde se află firul,} \quad (2)$$
$$\Delta A_4' = 0 \text{ pentru domeniul IV,}$$

unde prin A_i $(i = 1, 2, 3, 4)$ s-au notat reprezentările în complex ale componentelor după axa OZ ale potenţialului vector în cele patru domenii care depind numai de r şi θ, adică

$$\overline{A}_i = \overline{K} A_{zi}\ (r,\ \theta). \quad (3)$$

Pentru că

$$J_z = \sigma E_z = -j\,\omega\sigma A, \quad (4)$$

ecuaţiile (1) se pot scrie

$$\Delta A_1 - j\omega\sigma_1\ \mu_1 A_1 = 0,$$
$$\Delta A_3 - j\omega\sigma_3\ \mu_3 A_3 = 0. \quad (5)$$

1. SOLUŢIA PROBLEMEI ÎN DOMENIUL I ŞI III

Scriem explicit laplacianul în coordonate cilindrice :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial A_i}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_i}{\partial \theta^2} + \gamma_i^2 A_i = 0 \ (i = 1, 3), \quad (6)$$

unde s-a notat

$$\gamma_i^2 = -j\omega\mu_i\,\sigma_i \quad (i = 1, 3).$$

Folosind metoda separării variabilelor, se caută o soluție de forma

$$A_i = R_i(r)\;\Theta_i(\theta) \quad (i = 1, 3). \tag{7}$$

Aceasta va conduce la ecuațiile

$$\frac{d^2\Theta_i}{d\theta^2} + n^2\Theta_i = 0, \tag{8}$$

$$\frac{d^2R_i}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dR_i}{dr} + \left(\gamma_i^2 - \frac{n^2}{r^2}\right)R_i = 0, \tag{9}$$

unde n este un număr întreg.

Soluțiile ecuațiilor (8) și (9) sînt

$$\Theta_n^i = D_n^i \sin n\theta + E_n^i \cos n\theta,$$

$$R_n^i = F_n^i J_n(\gamma_i r) + G_n^i Y_n(\gamma_i r). \tag{10}$$

Avînd în vedere că planul care conține firul filiform și axa cilindrului reprezintă un plan de simetrie pentru problema dată, rezultă că $D_n^i = 0$.

Soluția pentru domeniul I este de forma

$$A_1 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n J_n(\gamma_1 r)\cos n\theta$$

unde

$$A_n' = E_n' F_n' \tag{11}$$

Deoarece în punctul $r = 0$ $Y_n(\gamma_1 r) \to \infty$, însă potențialul are o valoare finită și deci $G_n^1 = 0$.

Pentru domeniul III, soluția este de forma

$$A_3 = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^3 J_n(\gamma_3 r) + B_n^3 Y_n(\gamma_3 r)]\cos n\theta, \tag{12}$$

unde

$$A_n^3 = E_n' F_n' \text{ și } B_n^3 = E_n^3 G_n^3.$$

2. SOLUȚIA PROBLEMEI ÎN DOMENIUL II ȘI IV

Pentru a ține seama de singularitatea logaritmică corespunzătoare firului, soluția problemei în domeniul II și IV se va căuta sub forma

$$A_2 = A_2' + A_2'',$$

$$A_4 = A_4' + A_4'', \tag{13}$$

unde

$$A_2'' = \begin{cases} \frac{\mu_0}{2\pi} I \left[-\ln d + \sum_1^\infty \frac{1}{n} \left(\frac{r}{d}\right)^n \cos n\theta \right] \text{pentru } a < r < d, \\ \frac{\mu_0}{2\pi} I \left[-\ln r + \sum_1^\infty \frac{1}{n} \left(\frac{d}{r}\right)^n \cos n\theta \right] \text{pentru } d < r < b, \end{cases} \tag{14}$$

$$A_4'' = \frac{\mu_0}{2\pi} I \left[-\ln r + \sum_1^\infty \frac{1}{n} \left(\frac{d}{r}\right)^n \cos n\theta \right] \text{pentru } r > c > d.$$

În relaţiile de mai sus s-a avut în vedere că potenţialul vector al unui fir rectiliniu este dat de relaţia

$$A'' = -\frac{I}{2\pi} \mu_0 \ln R,$$

unde R este distanţa de la fir la punctul considerat P. Din figura 1 rezultă că R se poate pune sub forma

$$R^2 = r^2 + d^2 - 2\,r\,d\,\cos\theta.$$

Avînd în vedere dezvoltările în serie

$$\ln\,(r^2 + d^2 - 2\,r\,d\,\cos\,\theta) = \ln r - \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n} \left(\frac{d}{r}\right)^n \cos\,n\theta \text{ pentru } r > d,$$

$$\ln\,(r^2 + d^2 - 2\,rd\,\cos\,\theta) = \ln d - \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n} \left(\frac{r}{d}\right) \cos\,n\theta \text{ pentru } r < d,$$

rezultă că potenţialul vector al firului se poate scrie sub forma (14).

Aplicînd principiul superpoziţiei, rezultă potenţialul vector sub forma (13) pentru domeniile II şi IV, în care A_i' $(i = 2, 4)$ ar reprezenta potenţialul vector al curenţilor turbionari din corpurile masive stabiliţi în final, ca şi cum firul rectiliniu parcurs de curentul I n-ar exista.

În aceste condiţii, A_i' $(i = 2, 4)$ va satisface ecuaţia lui Laplace în domeniile II şi IV :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial_r} \left(r \frac{A_i'}{\partial_r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_i'}{\partial\,\theta^2} = 0. \tag{15}$$

Căutînd o soluţie sub forma

$$A_i' = R_i(r)\,\Theta_i\,(\theta), \tag{16}$$

se obţin ecuaţiile

$$\frac{\mathrm{d}^2\Theta_i}{\mathrm{d}\,\theta^2} + n^2\,\Theta_i = 0 \qquad (i = 2, 4),$$

$$r^2 \frac{\mathrm{d}^2 R_i}{\mathrm{d}r^2} + r \frac{\mathrm{d}R_i}{dr} - n^2\,R_i = 0. \tag{17}$$

Pentru domeniul II, soluția va fi de forma

$$A_2' = (A_0^2 \ln r + B_0^2)(D_0\,\theta + 1) + \sum_1^\infty (A_n^2 r^n + B_n^2 r^{-n}) \cos n\theta, \qquad (18)$$

pentru $a \leqslant r \leqslant b$, unde s-a ținut seama de condițiile de simetrie.

Pentru domeniul IV, ținînd seama de condițiile de simetrie și de faptul că soluția trebuie să fie finită la infinit, soluția va fi de forma

$$A_4' = \sum_{n=0}^\infty A_n^4 r^{-n} \cos n\theta. \qquad (19)$$

3. DETERMINAREA CONSTANTELOR

Pentru determinarea constantelor punem condițiile de trecere pe cele trei frontiere :

$$\left.\begin{aligned} A_1(a,\theta) &= A_2(a,\theta), \\ \frac{1}{\mu_1}\left(\frac{\partial A_1}{\partial r}\right)_{r=a} &= \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial A_2}{\partial r}\right)_{r=a}, \\ A_2(b,\theta) &= A_3(b,\theta), \\ \frac{1}{\mu_2}\left(\frac{\partial A_2}{\partial r}\right)_{r=b} &= \frac{1}{\mu_3}\left(\frac{\partial A_3}{\partial r}\right)_{r=b}, \\ A_3(c,\theta) &= A_4(c,\theta), \\ \frac{1}{\mu_3}\left(\frac{\partial A_3}{\partial r}\right)_{r=c} &= \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial A_4}{\partial r}\right)_{r=c}. \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

Ținînd seama de expresiile (11), (12), (13), (14), (18), (19) și introducîndu-le în (20), obținem

$$A_0' J_0(\gamma_1 a) + \sum_1^\infty A_n' J_n(\gamma_1 a) \cos n\theta = (A_0^2 \ln a + B_0^2)(D_0\,\theta + 1) +$$

$$+ \sum_1^\infty (A_n^2 a^n + B_n^2 a^{-n}) \cos n\theta + \frac{\mu_0}{2\pi} I \left[-\ln d + \sum_1^\infty \frac{1}{n}\left(\frac{a}{d}\right)^n \cos n\theta \right],$$

$$\frac{1}{\mu_1}\left[A_0' \gamma_1 J_0'(\gamma_1 a) + \sum_1^\infty \gamma_1 A_n' J_n'(\gamma_1 a) \cos n\theta = \right.$$

$$= \frac{1}{\mu_0}\left[\frac{A_0^2}{a} + \sum_1^\infty n(A_n^2 a^{n-1} - B_n^2 a^{-n-1}) \cos n\theta + \frac{I\mu_0}{2\pi d} \sum_1^\infty \left(\frac{a}{d}\right)^n \cos n\theta \right],$$

$$(A_0^2 \ln b + B_0^2)(D_0\theta + 1) + \sum_1^\infty (A_n^2 b^n + B_n^2 b^{-n}) \cos\theta +$$

$$+ \frac{\mu_0}{2\pi} I\left[-\ln b + \sum_1^\infty \frac{1}{n}\left(\frac{d}{b}\right)\cos n\theta\right] =$$

$$= A_0^3 J_0(\gamma_3 b) + B_0^3 Y_0(\gamma_3 b) + \sum_1^\infty [A_n^3 J_n(\gamma_3 b) + B_n^3 Y(\gamma_3 b)]\cos n\theta,$$

$$\frac{1}{\mu_0}\left[\frac{A_0^2}{b} + \sum n(A_n^2 b^{n-1} - B_n^2 b^{-n-1})\cos n\theta - \frac{\mu_0 I}{2\pi b} - \frac{\mu_0 I}{2\pi b}\sum_1^\infty \left(\frac{d}{b}\right)^n \cos n\theta\right] =$$

$$= \frac{\gamma_3}{\mu_3}[A_0^3 J_0'(\gamma_3 b) + B_0^3 Y_0'(\gamma_3 b)] + \frac{\gamma_3}{\mu_3}[A_n^3 J_n(\gamma_3 b) + B_n^3 Y_n(\gamma_3 b)]\cos n\theta,$$

$$A_0^3 J_0(\gamma_3 c) + B_0^3 Y_0(\gamma_3 c) + \sum_1^\infty [A_n^3 J_n(\gamma_3 c) + B_n^3 Y_n(\gamma_3 c)]\cos n\theta = A_0^4 +$$

$$+ \sum A_n^4 c^{-4}\cos n\theta + \frac{\mu_0}{2\pi} I\left[-\ln c + \sum_1^\infty \frac{1}{4}\left(\frac{d}{c}\right)^n \cos n\theta\right],$$

$$\frac{\gamma_3}{\mu_3}[A_0^3 J_0'(\gamma_3 c) + B_0^3 Y_0'(\gamma_3 c)] + \frac{\gamma_3}{\mu_3}\sum_1^\infty [(A_n^3 J_n'(\gamma_3 c) + B_n^3 Y_n'(\gamma_3 c)]\cos n\theta =$$

$$= \frac{1}{\mu_0}\left[-\sum_1^\infty n A_n^4 c^{-n-1}\cos n\theta - \frac{\mu_0 I}{2\pi c} - \frac{\mu_0}{2\pi c}\sum_1^\infty \left(\frac{d}{c}\right)^n \cos n\theta\right].$$

Deoarece relațiile de mai sus trebuie să fie satisfăcute pentru orice valoare a lui θ, rezultă următoarele relații între constantele de integrare :

$$D_0 = 0,$$

$$A_0^1 J_0(\gamma, a) = A_0^2 \ln a + B_0^2 - \frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln d,$$

$$\gamma_1 A_0' J_0'(\gamma_1 a) = \frac{\mu_1}{\mu_0}\frac{A_0^2}{a},$$

$$A_0^2 \ln b + B_0^2 - \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln b = A_0^3 J_0(\gamma_3 b) + B_0^3 Y_0(\gamma_3 b), \tag{21}$$

$$\frac{A_0^2}{\mu_0 b} - \frac{I}{2\pi b} = \frac{\gamma_3}{\mu_3}[A_0^3 J_0'(\gamma_3 b) + B_0^3 Y_0'(\gamma_3 b)],$$

$$A_0^3 J_0(\gamma_3 c) + B_0^3 Y_0(\gamma_3 c) = A_0^4 - \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln c,$$

$$\gamma_3 [A_0^3 J_0'(\gamma_3 c) + B_0^3 Y_0'(\gamma_3 c)] = -\frac{\mu_3}{2\pi c} I,$$

iar pentru constantele de ordinul n rezultă

$$A_n' J_n(\gamma_1 a) = A_n^2 a^n + B_n^2 a^{-n} + \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{n} \left(\frac{a}{d}\right)^n, \tag{22}$$

$$\gamma_1 A_n^1 J_n'(\gamma_1 a) = \frac{\mu_1}{\mu_0} \left[n (A_n^2 a^{n-1} - B_n^2 a^{-n-1}) + \frac{I \mu_0}{2\pi a} \left(\frac{a}{d}\right)^n \right],$$

$$A_n^2 b^n + B_n^2 b^{-n} + \frac{\mu_0}{2\pi} I \frac{1}{n} \left(\frac{d}{b}\right)^n = A_n^3 J_n(\gamma_3 b) + B_n^3 Y_n(\gamma_3 b), \tag{23}$$

$$n (A_n^2 b^{n-1} - B_n^2 b^{-n-1}) - \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \left(\frac{d}{b}\right)^n = \frac{\mu_0 \gamma_3}{\mu_3} [A_n^3 J_n'(\gamma_3 b) + B_n^3 Y_n'(\gamma_3 b)],$$

$$A_n^3 J_n(\gamma_3 c) + B_n^3 Y_n(\gamma_3 c) = A_n^n c^{-n} + \frac{1}{n} \left(\frac{d}{c}\right)^n \frac{\mu_0}{2\pi} I,$$

$$[A_n^3 J_n'(\gamma_3 c) + B_n^3 Y_n'(\gamma_3 c)] \gamma_3 = -\frac{\mu_3}{\mu_0} n c^{-n-1} A_n^4 - \frac{I \mu_3}{2\pi c} \left(\frac{d}{c}\right)^n.$$

Rezolvînd sistemele de ecuații (22) și (23), obținem

$$A_0' = \frac{I \mu_1}{2\pi \mu_3 a} \cdot \frac{\mu_0 \frac{\gamma_3}{\gamma_3} \Delta_0'' \ln \frac{b}{d} + \frac{\Delta_0}{b} - \frac{2}{\pi \gamma_3 b c}}{\left| \gamma_1 J_0'(\gamma_1 a) \ln \frac{b}{a} + J_0(\gamma_1 a) \frac{\mu_1 \gamma_3}{\mu_0 \mu_3 a} \right| \Delta_0'' + \frac{\gamma_1 J_0'(\gamma_1 a)}{\mu_0 b} \Delta_0'} \tag{24}$$

$$A_0^2 = \frac{\mu_0 \gamma_1}{2\pi \mu_3} I J_0'(\gamma_1 a) \times$$

$$\times \frac{\mu_0 \frac{\gamma_3}{\mu_3} \Delta_0'' \ln \frac{b}{d} + \frac{\Delta_0'}{b} - \frac{2}{\pi \gamma_3 b c}}{\left| \gamma_1 J_0'(\gamma_1 a) \ln \frac{b}{a} + J_0(\gamma_1 a) \frac{\mu_1 \gamma_3}{\mu_0 \mu_3 a} \right| \Delta_0'' + \frac{\gamma_1 J_0'(\gamma_1 a)}{\mu_3 b} \Delta_0'}$$

$$B_0^2 = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln d + \left[\frac{I \mu_1}{2\pi \mu_3 a} I J_0'(\gamma_1 a) - \frac{\mu_0 \gamma_1}{2\pi \mu_3} I J_0'(\gamma_1 a) \ln a \right] \times$$

$$\times \frac{\mu_0 \frac{\gamma_3}{\mu_3} \Delta_0'' \ln \frac{b}{d} + \frac{\Delta_0'}{b} - \frac{2}{\pi \gamma_3 bc}}{\left[\gamma_1 J_0'(\gamma_1 a) \ln \frac{b}{a} + J_0(\gamma_1 a) \frac{\mu_1 \gamma_3}{\mu_0 \mu_3 a}\right] \Delta_0'' + \frac{\gamma_1 J_0'(\gamma_1 a)}{\mu_0 b} \Delta_0'},$$

$$A_0^3 = \frac{\gamma_3 b}{4} I \Delta_0 \frac{\mu_0 \frac{\gamma_3}{\mu_3} \ln \frac{b}{d} \Delta_0'' + \frac{\Delta_0'}{b} - \frac{2}{\pi \gamma_3 bc}}{\left[\gamma_1 J_0'(\gamma_1 a) \ln \frac{b}{a} + J_0(\gamma_1 a) \frac{\mu_3 \gamma_3}{\mu_0 \mu_3 a}\right] \Delta_0'' + \frac{\gamma_1 J_0'(\gamma_1 a)}{\mu_0 b} \Delta_0'},$$

$$B_0^3 = -\frac{\gamma_3 b}{4} I \Delta_0 \frac{\mu_0 \frac{\gamma_3}{\mu_3} \ln \frac{b}{d} \Delta_0'' + \frac{\Delta_0'}{b} - \frac{2}{\pi \gamma_3 bc}}{\left[\gamma_1 J_0'(\gamma_1 a) \ln \frac{b}{a} + J_0(\gamma_1 a) \frac{\mu_1 \gamma_3}{\mu_0 \mu_3 a}\right] \Delta_0'' + \frac{\gamma_1 J_0'(\gamma_1 a)}{\mu_0' b} \Delta_0'} -$$

$$- \frac{\gamma_3 b}{4} I \left[\mu_0 J_0(\gamma_3 b) \ln d - \mu_0 J_0'(\gamma_3 b) \ln b + \frac{\mu_3}{b \gamma_3} J_0(\gamma_3 b)\right],$$

$$A_0^4 = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln c + A_0^3 J_0(\gamma_3 c) + B_0^3 Y_0(\gamma_3 c),$$

unde s-a notat

$$\Delta_0'' = J_0'(\gamma_3 b)\, Y_0'(\gamma_3 c)\, Y_0'(\gamma_3 b)\, J_0'(\gamma_3 c),$$

$$\Delta_0' = Y_0(\gamma_3 b)\, J_0'(\gamma_3 c) - J_0(\gamma_3 b)\, Y_0'(\gamma_3 c),$$

$$\Delta_0 = \frac{\mu_0 \gamma_1}{\mu_3} J_0'(\gamma_1 a)\, Y_0'(\gamma_3 b) \ln b - \frac{\gamma_1}{\gamma_3 b} Y_0(\gamma_3 b) J_0'(\gamma_1 a) + \frac{\mu_1}{\mu_3 a} J_0(\gamma_1 a) Y_0(\gamma_3 b),$$

$$+ \frac{\mu_0 \gamma_1}{\mu_3} J_0'(\gamma_1 a)\, Y_0(\gamma_3 b) \ln a,$$

iar constantele de ordinul n sînt

$$A_n^1 = -\frac{I}{\pi} \cdot \frac{M_n}{\Delta_n} \cdot \frac{\mu_1}{a} \cdot \frac{n}{b} \left[\left(\frac{b}{d}\right)^n + \left(\frac{d}{b}\right)^n\right] + \frac{I}{\pi} \cdot \frac{N_n}{\Delta_n} \cdot \frac{\mu_1}{a} \left[\left(\frac{d}{b}\right)^n - \left(\frac{b}{d}\right)^n\right],$$

$$A_n^2 = \frac{I \mu_0}{2\pi \Delta_n} a^{-n} \left(\frac{d}{b}\right)^n \left(\frac{N_n}{n} - \frac{M_n}{b}\right) \left[\frac{n}{a} \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} - 1\right) J_n(\gamma_1 a) + \gamma_1 J_{n-1}(\gamma_1 a)\right] +$$

$$+ \frac{I \mu_0}{2\pi \Delta_n} b^{-n} \left(\frac{a}{d}\right)^n \left(\frac{M_n}{b} - \frac{N_n}{n}\right) \left[\gamma_1 J_{n-1}(\gamma_1 a) - \frac{n}{a} \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} + 1\right) J_n(\gamma_1 a)\right],$$

$$B_n^2 = \frac{I \mu_0}{2\pi \Delta_n} \left[\left(\frac{ab}{d}\right)^n - \left(\frac{ad}{b}\right)^n \left[\left(\frac{M_n}{b} + \frac{N_n}{n}\right) \left[\gamma_1 J_{n-1}(\gamma_1 a) - \frac{n}{a} \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} + 1\right) J_n(\gamma_1 a)\right]\right],$$

$$A_n^3 = -\frac{I}{\pi \Delta n}\left[\frac{\gamma_3}{c^n} Y_{n-1}(\gamma_3 c) + \frac{n}{c^{n+1}}\left(\frac{\mu_3}{\mu_0} - 1\right) Y_n(\gamma_3 c)\right]\left\{\frac{n}{ab} J_n(\gamma_1 a)\right.$$

$$\left.\left[\left(\frac{d}{a}\right)^n(\mu_1-\mu_0) + \left(\frac{a}{d}\right)^n(\mu_1+\mu_0)\right] + \frac{\mu_0\gamma_1}{b} J_{n-1}(\gamma_1 a)\left[\left(\frac{d}{a}\right)^n - \left(\frac{a}{d}\right)^n\right]\right\},$$

$$B_n^3 = \frac{I}{\pi \Delta_n}\left[\frac{\gamma_3}{c^n} J_{n-1}(\gamma_3 c) + \frac{n}{c^{n+1}}\left(\frac{\mu_3}{\mu_0} - 1\right) J_n(\gamma_3 c)\right]\left\{\frac{n}{ab} J_n(\gamma_1 a)\left[\left(\frac{d}{a}\right)^n(\mu_1-\mu_0)\right.\right.$$

$$\left.\left. + \left(\frac{a}{d}\right)^n(\mu_1+\mu_0)\right] + \frac{\gamma_1\mu_0}{b} J_{n-1}(\gamma_1 a)\left[\left(\frac{d}{a}\right)^n - \left(\frac{a}{d}\right)^n\right]\right\},$$

unde s-a notat

$$M_n = c^{-n}\left\{\frac{n}{c}\left(1 - \frac{\mu_3}{\mu_0}\right) J_n(\gamma_3 c)\, Y_n(\gamma_3 b) - J_n(\gamma_3 b)\, Y_n(\gamma_3 c) + \right.$$

$$\left. + \gamma_3\left[Y_{n-1}(\gamma_3 c)\, J_n(\gamma_3 b) - J_{n-1}(\gamma_3 c)\, Y_n(\gamma_3 b)\right]\right\},$$

$$N_n = \frac{\gamma_3\mu_0}{3c^n}\left\{\gamma_3\left[J_{n-1}(\gamma_3 c)\, Y_{n-1}(\gamma_3 b) - Y_{n-1}(\gamma_3 c)\, J_{n-1}(\gamma_3 b)\right] + \right.$$

$$+ \frac{n}{c}\left(1 - \frac{\mu_3}{\mu_0}\right)\left[Y_n(\gamma_3 c)\, J_{n-1}(\gamma_3 b) - J_n(\gamma_3 c)\, Y_{n-1}(\gamma_3 b)\right] +$$

$$+ \frac{n}{b}\left[J_n(\gamma_3 b)\, Y_{n-1}(\gamma_3 c) - J_{n-1}(\gamma_3 c)\, Y_n(\gamma_3 b)\right] +$$

$$\left. + \frac{n^2}{bc\,\gamma_3}\left(1 - \frac{\mu_3}{\mu_0}\right)\left[J_n(\gamma_3 c)\, Y_n(\gamma_3 b) - Y_n(\gamma_3 c)\, J_n(\gamma_3 b)\right]\right\},$$

$$\Delta_n = -\left(\frac{b}{a}\right)^n n\left(\frac{M_n}{b} + \frac{N_n}{n}\right)\left[\frac{n}{a}\left(\frac{\mu_1}{\mu_0} - 1\right) J_n(\gamma_1 a) + \gamma_1 J_{n-1}(\gamma_1 a)\right] +$$

$$+ \left(\frac{a}{b}\right)^n n\left(\frac{N_n}{n} - \frac{M_n}{b}\right)\left[\gamma_1 J_{n-1}(\gamma_1 a) - \frac{n}{a}\left(\frac{\mu_1}{\mu_0} + 1\right) J_n(\gamma_1 a)\right].$$

În calculele de mai sus s-au folosit relațiile

$$J_n'(X) = J_{n-1}(X) - \frac{n}{x}(X),$$

$$Y_n'(X) = Y_{n-1}(X) - \frac{n}{x} Y_n(X). \tag{28}$$

Astfel, cunoscîndu-se dimensiunile geometrice și caracteristicile materialelor, se pot calcula constantele de integrare în ordinea expusă mai sus.

În acest caz, potențialul vector are următoarele expresii pentru cele patru domenii :

$$\text{I. } A_1 = \sum_0^\infty A_0^1 J_n(\gamma_1 r) \cos n\theta,$$

$$\text{II. } A_2 = A_0^2 \ln r + B_0^2 + \sum_1^\infty (A_n^2 r^n + B_n^2 r^{-n}) \cos n\theta + \begin{cases} \dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\left[-\ln d + \sum_1^\infty \dfrac{1}{n}\left(\dfrac{r}{d}\right)^n \right. \\ \left. \cos n\theta \right] \text{ pt. } a \leqslant r \leqslant d, \\ \dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\left[-\ln r + \sum_1^\infty \dfrac{1}{n}\left(\dfrac{d}{r}\right)^n \right. \\ \left. \cos n\theta \right] \text{pt. } d \leqslant r \leqslant b, \end{cases}$$

$$\text{III. } A_3 = \sum_1^\infty [A_n^3 J_n(\gamma_3 r) + B_n^3 Y_n(\gamma_3 r)] \cos n\theta,$$

$$\text{IV. } A_4 = \sum_1^\infty A_n^4 r^{-n} \cos n\theta + \frac{\mu_0}{2\pi} I \left[-\ln r + \sum_1^\infty \frac{1}{n}\left(\frac{d}{r}\right)^n \cos n\theta\right]$$

pentru $r > c > d$,

unde constantele au fost calculate.

4. CALCULUL CÎMPULUI ȘI AL PUTERII COMPLEXE ABSORBITE DE CILINDRUL CONDUCTOR

Cunoscînd expresia potențialului vector, se pot calcula componentele cîmpului magnetic și cîmpul electric în cilindrul conductor :

$$H_\rho = \frac{1}{\mu_1} \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial A_1}{\partial \theta} = -\frac{1}{\mu_1} \sum_0^\infty \frac{n}{\gamma} A_n' J_n(r\gamma_1) \sin n\theta, \tag{29}$$

$$H_\theta = -\frac{1}{\mu_1} \frac{\partial A_1}{\partial r} = -\frac{1}{\mu_1} \sum_0^\infty A_n' \gamma_1 J_n'(r\gamma_1) \cos n\theta, \tag{30}$$

$$E_z = -j\omega A_1 = -j \sum_0^\infty A_n' J_n(\gamma_1 r) \cos n\theta. \tag{31}$$

Calculăm fluxul vectorului Poynting prin suprafața cilindrică de raza a și de lungime egală cu unitatea pentru componenta de ordinul n :

$$S_n = -E_{zn} \cdot H_{\theta n}^* = -\frac{j\omega}{\mu_1} A_n^1 J_n(\gamma_1 a) [A_n' \gamma_1 J_n'(\gamma_1 a)]^* \cos^2 n\theta,$$

$$P_n = \int_0^{2\pi} S_n a \, d\theta = -\frac{j\omega}{\mu_1} \pi |A_n^1|^2 J_n(\gamma_1 a) J_n'^*(\gamma_1 a) \gamma_1^*. \tag{32}$$

Pentru că funcțiile cos $n\theta$ sînt ortogonale, rezultă

$$P = \sum_{0}^{\infty} P_n = -\frac{j\omega}{\mu_1} \pi \gamma_1^* \sum |A_n^1|^2 J_n(\gamma_1 a) J_n'^*(\gamma_1 a). \tag{33}$$

Dacă luăm cazul cînd $d = b$, care se întîlnește la mașinile electrice, atunci din (26) rezultă

$$A_n' = -2\frac{I}{\pi} \cdot \frac{M_n}{\Delta_n} \cdot \frac{\mu_1 n}{ab},$$

iar puterea complexă absorbită de cilindrul conductor corespunzătoare termenului de ordinul n va fi

$$P_n = -4\frac{I^2}{\pi} j \frac{\mu_1 n^2}{(ab)^2} \omega \gamma_1^2 \left|\frac{M_n}{n}\right|^2 J_n(\gamma_1 a) J_n'^*(\gamma_1 a) =$$

$$= -4\frac{I^2}{\pi} j \frac{\mu_1 n^2}{(ab)^2} \omega \left|\frac{M_n}{\Delta_n}\right|^2 \gamma_1^2 J_n(\gamma_1 a)\left[J_{n-1}(\gamma_1 a) - \frac{n}{\gamma_1 a} J_n(\gamma_1 a)\right]^* =$$

$$= 4\frac{I^2}{\pi} \cdot \frac{\mu_1 n^2}{(ab)_2} \omega \left|\frac{M_n}{\Delta_n}\right|^2 \left[j\frac{n}{a} |J_n(\gamma_1 a)|^2 - j\gamma_1^* J_n(\gamma_1 a) J_{n-1}^*(\gamma_1 a)\right]. \tag{34}$$

Parametrii echivalenți pentru componenta de ordinul n vor fi

$$R_n = \mathrm{Re}\left(\frac{P_n}{I^2}\right) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\mu_1 n^2}{(ab)^2} \omega \left|\frac{M_n}{\Delta_n}\right|^2 \mathrm{Re}\,[\alpha(1-j) J_n(\gamma_1 a) J_{n-1}^*(\gamma_1 a)], \tag{35}$$

$$X_n = I_m\left(\frac{P_n}{I^2}\right) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\mu_1 n^2}{(ab)^2} \omega \left|\frac{M_n}{\Delta_n}\right|^2 \left\{\frac{n}{a} |J_n(\gamma_1 a)|^2 + I_m\,[\alpha(1-j) \right. \tag{36}$$

$$\left. J_n(\gamma_1 a) J_{n-1}^*(\gamma_1 a)]\right\}.$$

Se poate calcula raportul

$$a_n = \frac{X_n}{R_n} = \frac{\frac{n}{a} J_n(\gamma_1 a)|^2 + I_m\,[\alpha(1-j) J_n(\gamma_1 a) J_{n-1}^*(\gamma_1 a)]}{\mathrm{Re}\ (1-j) J_n(\gamma_1 a) J_{n-1}^*(\gamma_1 a),}$$

unde $\alpha_1 = \sqrt{\frac{\omega \mu_1 \sigma_1}{2}}$.

După cum se vede, raportul a_n nu depinde de A_n^1, adică acest raport este același și în cazul în care coaja cilindrică este realizată din tole și, prin urmare, $\sigma_3 \approx 0$ de asemenea nu depinde de numărul de conductoare.

În cazul în care $|\gamma_1 a| \gg 1$, atunci obținem

$$a_n \approx \frac{\operatorname{sh} 2\alpha_1 a - \sin 2\left(\alpha_1 a - \dfrac{2n+1}{4}\right)}{\operatorname{sh} 2\alpha_1 a + \sin 2\left(\alpha_1 a - \dfrac{2n+1}{4}\right)},$$

unde s-a folosit expresia asimptotică a funcției Bessel $J_n(\gamma_1 a)$.

Pentru $\alpha_1 a$ suficient de mare,

$$a_n \approx 1.$$

5. CONCLUZII

Folosind metoda separării variabilelor, s-a găsit soluția exactă a cîmpului electromagnetic a unui fir rectiliniu parcurs de curent alternativ și dispus în întrefierul mărginit de un cilindru conductor și o coajă cilindrică coaxială cu cilindrul conductor. S-a găsit soluția potențialului vector pentru cele patru domenii, însă interesează mai ales cîmpul electromagnetic în cilindrul conductor.

S-a calculat raportul a_n, care poate fi folosit în unele calcule referitoare la mașinile electrice, deoarece nu depinde de caracteristicile fizice ale cojii cilindrice, iar pentru $\alpha a \gg 1$ nu depinde de n.

Primită la redacție la 12 ianuarie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. Andrei Țugulea, *Efectul de proximitate.* St. cerc. electr. energ., **14**, *1*, 63—70 (1964).
2. — *Cîmpul electromagnetic al conductoarelor rectilinii.* St. cerc. energ. electr., **14**, *4*, 807—836 (1964).
3. R. W. Smythe, *Static and Dynamic Electricity.* New York-Toronto-Londra, 1950.
4. B. G. Mathews, A. Gray, *Funcții Bessel* (trad. din limba engleză) București, Edit. tehnică, 1958.

CU PRIVIRE LA LIMITA DE STABILITATE A MOTOARELOR SINCRONE SUPUSE LA VARIAȚII BRUȘTE ALE TENSIUNII ȘI SARCINII

DE

MIHU BÎRGĂUANU și DUMITRU CREȚU

621.313.323; 621.3.016.35

Uneori tensiunea la borne a motorului sincron poate să scadă brusc la o fracțiune din valoarea ei nominală pentru o anumită durată. În această situație, motorul poate ieși din sau rămîne în sincronism. Durata limită a acestui salt negativ al tensiunii pentru care motorul se menține în sincronism constituie un criteriu al stabilității acestuia și depinde de fracțiunea din tensiunea nominală la care se efectuează saltul și de parametrii externi și interni ai mașinii (sarcină, excitație, reactanțe rezistente, moment de inerție). În articol se prezintă metodologia analizei acestei dependențe cît și influența reactanțelor sincrone și asupra duratei limită.

1.0. *Acționarea cu motoare sincrone* se bucură de o largă răspîndire în special în domeniul puterilor mari pe unitate cu serviciu staționar de durată.

Pe lîngă cunoscutele avantaje pe care le prezintă mașina sincronă, utilizarea acesteia în acționări de mare putere este însoțită de unele riscuri legate mai puțin de capacitatea redusă de menținere a sincronismului la sarcini care depășesc pe cea corespunzătoare cuplului maxim, cît mai ales de pericolul ieșirii din sincronism în urma căderii tensiunii de alimentare la zero sau la o valoare oarecare sub cea nominală. În serviciile în care sînt folosite mașinile sincrone (cu precădere pompe, compresoare) sînt rare, dacă nu chiar excluse, posibilitățile de depășire a sarcinii limite; în nici un caz ca urmare a procesului tehnologic ci ca urmare a unor defecțiuni ale agregatului (înțepenirea, griparea arborilor, reduc-

Articol publicat, cu unele modificări, și în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechn. Energ." **11**, 2 (1966).

toarelor, pistoanelor). Mai frecvente sînt cazurile de salturi negative — gropi — ale tensiunii chiar în sisteme electroenergetice puternice și chiar în cazul unor alimentări dublate pentru siguranță. Avarii mai apropiate sau mai îndepărtate, trecerea de la un sistem de bare pe alt sistem produc asemenea „gropi" mai mult sau mai puțin adînci, de durată mai lungă sau mai scurtă. Ieșirea din sincronism poate avea urmări grave ca de exemplu : compromiterea unei șarje, întrerupere îndelungată a procesului tehnologic etc.

1.1. *Problema* pe care o ridică aceste împrejurări este de a ști care este intervalul de timp în care motorul sincron poate fi menținut la o anumită valoare a tensiunii (inclusiv nulă) coborîtă sub sau, a unei sarcini ridicate, peste limitele admisibile. Atît acest interval cît și limitele în interiorul cărora el are valoare infinită sînt funcții de parametrii interni și externi ai mașinii.

Cunoașterea acestor limite și a acestui interval care depinde de construcția mașinii și de sistemul de reglaj al excitației sau al sarcinii, este necesară pentru : alegerea mașinii la condiții externe date, alegerea aparaturii de comandă, reglaj și automatizare cum și a sistemului de excitație în cazul mașinii existente cu parametri dați. Problema ca atare este vastă și complexă. O soluție analitică este abia de găsit și practic nu este utilizabilă, cu atît mai mult cu cît pe lîngă neliniaritatea intrinsecă a sistemului de ecuații ce descrie comportarea mașinii mai apar și neliniarități în valoarea parametrilor datorită saturației magnetice.

1.2. *Cercetări recente* s-au întreprins în această problemă privită din un unghi sau altul, folosind o metodă de analiză sau alta. Spicuim cîteva din aceste lucrări : [1] conține rezultatul unei cercetări complexe efectuate asupra unui motor sincron de 2,1 MW cu scopul de a determina mijloacele prin care s-ar putea evita întreruperea mai îndelungată a funcționării acestuia ; la rezolvarea problemei s-a folosit un calculator cifric. Tot cu un calculator cifric și folosind de asemenea o ecuație a cuplurilor în care cuplurile sincron și asincron sînt separate (cel asincron dedus din caracteristica mecanică) iar ca parametrii interni explicit apar doar reactanțele x_d și x_q în ecuația cuplurilor sincrone — principal și de anizotropie se rezolvă în [2] o problemă similară în care cuplul de sarcină este variabil periodic. Calculatorul cifric a servit și autorilor articolului [3] în care se folosesc ecuațiile Park într-o formă convenabilă fără a se ține seama de saturația circuitului magnetic principal și fără a analiza interdependența parametrii interni — comportarea la salt.

1.3. *Obiectul cercetării* relatate în lucrarea de față constă în stabilirea metodicii de analiză a comportării motorului sincron la variații bruște ale tensiunii și sarcinii, în analiza influenței saturației asupra proceselor dinamice, în stabilirea duratei maxime în care sincronismul nu este periclitat la „gropi" de tensiune și salturi de sarcină ca funcție de unii din parametrii interni ai mașinii în speță reactanțele sincrone x_d și x_q.

2.0. *Metoda de analiză* constă în calculul unor familii de regimuri de tip salt — groapă de diferite amplitudini la diferite valori ale unora din parametri interni, efectuat pe un model analogic al ecuațiilor Park

puse sub o formă convenabilă cu considerarea caracteristicii magnetice a circuitului principal. Sub o primă formă ecuaţiile şi modelul au fost prezentate în o lucrare anterioară [4]. Faţă de aceasta ecuaţiile şi modelul utilizat se caracterizează în principal prin introducerea neliniarităţii magnetice.

2.1. *Ecuaţiile* modelate au expresia

$$u_d = -U \sin \vartheta \tag{1}$$

$$u_q = +U \cos \vartheta \tag{2}$$

$$p\psi_d = u_d - r_a i_d + (1 - p\vartheta)\,\psi_q, \tag{3}$$

$$p\psi_q = u_q - r_a i_q - (1 - p\vartheta)\,\psi_d, \tag{4}$$

$$i_d = k(\psi_{ad}) \frac{\psi_{ad} - \psi_e}{\frac{x_{ad}}{p}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\psi_{ad} - \psi_e}{\frac{z_{\sigma i}(p)}{p}}, \tag{5}$$

$$i_q = \frac{1}{\frac{z_q(p)}{p}}\,\psi_q, \tag{6}$$

$$\psi_{ad} = \psi_d - i_d \frac{x_{\sigma a}}{p}, \qquad \psi_e = \frac{i_e x_{ad}}{k(\psi_{ad})\,p}. \tag{7), (8}$$

$$Hp^2\vartheta = m_r - (\psi_d i_q - \psi_q i_d). \tag{9}$$

Sistemul de ecuaţii este scris în unităţi relative şi în timp sincron. El diferă de cel prezentat în [4] prin ecuaţiile (5) şi (7) şi (8). Această formă de prezentare permite prin introducerea funcţiei $k(\psi_{ad})$ şi separarea reactanţei de scăpări a indusului $x_{\sigma a}$ considerarea saturaţiei circuitului magnetic principal. Funcţia $k(\psi_{ad})$ reprezintă inversul caracteristicii de magnetizare.

Ecuaţiile (5), (7) şi (8) pot fi înlocuite prin altele care permit realizarea unui model diferit şi care părăseşte, într-o măsură, relativa simetrie a axelor d şi q:

$$i_d + i_e = \frac{k(\psi_{ad})\,\psi_{ad}}{x_{ad}/p} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\psi_{ad}}{z_{\sigma i}/p} \tag{10}$$

$$i_d = \frac{\psi_d - \psi_{ad}}{\frac{x_{\sigma a}}{p}}, \tag{11}$$

$$i_e = \frac{\psi_e - \psi_{ad}}{x_{\sigma e}/p}. \tag{12}$$

Conţinînd o singură dată un factor neliniar ecuaţiile din urmă pot fi mai uşor de modelat. Din punctul de vedere al preciziei aceste ecuaţii prezintă un dezavantaj prin aceea că i_d şi i_e se calculează din cîte o diferenţă a două mărimi apropiate ca valoare.

2.2. *Modelul analogic* al acestor ecuaţii utilizat în calcule diferă de cel prezentat în [4] atît prin elementele rezultate din ecuaţiile (5), (7) şi (8) care afectează doar modelul axei d cît şi prin următoarele particularităţi: s-a extins domeniul de funcţionare a generatoarelor trigonometrice şi s-a recurs la alt tip de multiplicatoare. Deşi în cercetare nu s-a avut în vedere posibilitatea resincronizării după un număr de rostogoliri (unele calcule făcute au arătat că în majoritatea cazurilor după rostogoliri se ajunge la alunecări prohibitive) extinderea generatoarelor trigonometrice a fost necesară întrucît limitele dinamice de stabilitate depăşesc sensibil unghiul $\frac{\pi}{2}$.

Utilizarea altui tip de multiplicatoare (bazate pe funcţii parabolice) deşi în detrimentul preciziei s-a dovedit a fi necesară în scopul eliminării unor constante de timp parazite care conduceau la o nestabilitate artificială a schemei.

2.3. *Saturaţia* circuitului magnetic principal poate fi considerată la realizarea modelului analogic întocmai aşa cum rezultă din ecuaţiile (5, 7, 8).

În figura 1 *a* este reprezentat modelul acestei ecuaţii. Blocul neliniar la intrarea înmulţitorului şi în reacţia amplificatorului 6 modelează curba reprezentînd funcţia $k(\psi_{ad})$ respectiv $k^{-1}(\psi_{ad})$; rezistenţei $\frac{x_{ad}}{p}$ i se aplică o tensiune proporţională cu $k(\psi_{ad})(\psi_{ad} - \psi_e)$ astfel că componenta staţionară a curentului i_d care trece prin această rezistenţă să corespundă pe caracteristica de magnetizare cu fluxul principal rezultant real. Celelalte componente ale curentului i_d nu sînt afectate de saturaţia circuitului principal. Din aceleaşi motive spre deosebire de [4] şi de ramura q — ecuaţia (6) — rezistenţa $\frac{x_{\sigma a}}{p}$ corespunzătoare cu reactanţa de scăpări a indusului nu este înseriată cu $\frac{z_{ad}(p)}{p}$ ci apare în reacţie negativă conform ecuaţiei (7). Acest mod de a introduce saturaţia prezintă o serie de dezavantaje printre care principalele constau în introducerea unor înmulţitoare suplimentare şi a două blocuri neliniare, introducerea curentului de excitaţie şi nu a tensiunii aplicate la bornele de excitaţie. Avantajul pe care-l prezintă schema constă în principal în faptul că nu necesită cunoaşterea explicită a rezistenţei şi a reactanţei de scăpări a inductorului, raportaţi la indus, fiind astfel suficiente pentru modelarea axei d cunoaşterea răspunsurilor tranzitorii a rezistenţei şi a reactanţei de scăpări a indusului. Din motivele tehnice arătate mai sus s-a preferat modelarea ecuaţiilor (10), (11) şi (12) cu riscul reducerii preciziei semnalate la 2.1. Modelul realizat pe această cale este cel prezentat în figura 1 *b* cunoscut în literatură, prezentat — cu o mică eroare — şi în 5.

3.0. *Influenţa saturaţiei* asupra comportării dinamice a maşinii este ilustrată prin figurile 2 *a* ... *d*; curbele s-au obţinut variind reactanţa x_{ad} şi înregistrînd variaţia unghiului intern ϑ după aplicarea bruscă

a tensiunii la bornele maşinii, cu blocul neliniar înseriat sau scurtcircuitat, condiţiile iniţiale (fluxuri, unghi şi alunecări) fiind nule. Exemplele date corespund situaţiei excepţionale în care caracteristica de magnetizare

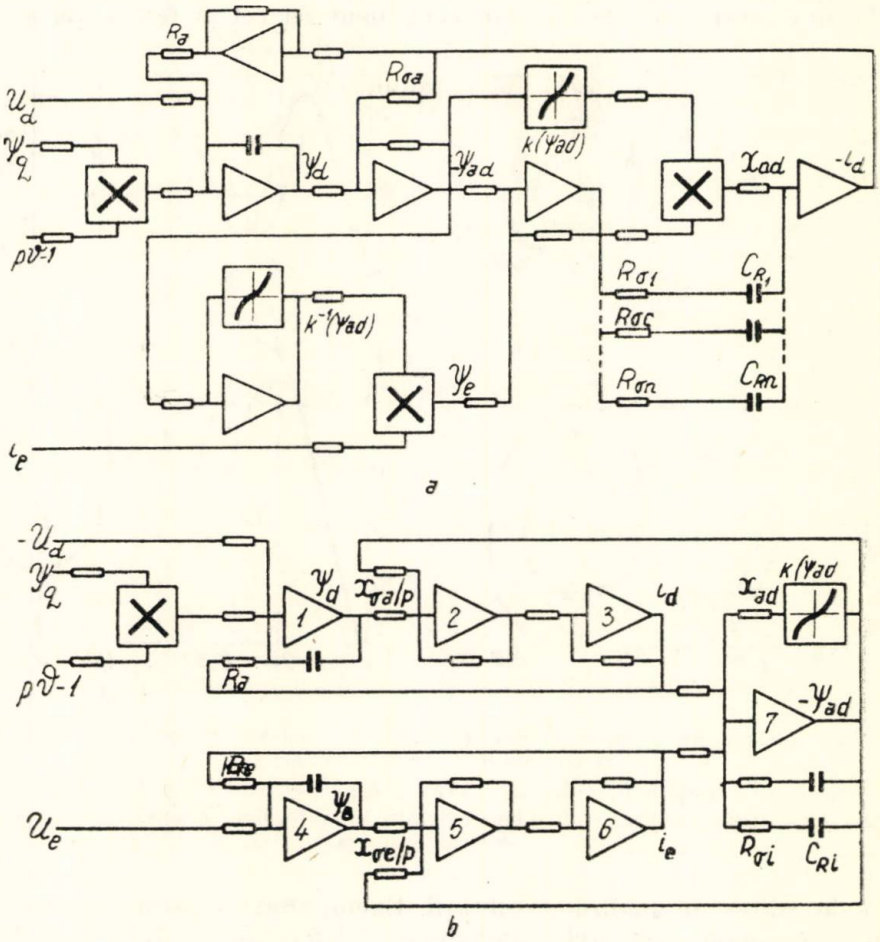


Fig. 1. — Modelul analogic al circuitelor electromagnetice de pe axa longitudinală cu considerarea saturaţiei:

a) model simetric cu axa *q* după ecuaţiile (3), (5), (7) şi (8); *b*) model după ecuaţiile (3), (9), (10), (11).

este foarte pronunţată, modelată prin patru segmente de dreaptă cu prima frîntură la 0,5, a doua la 1,0, iar a treia la 1,5 din fluxul nominal. În cazul curbei de magnetizare a maşinii modelate, reale, nu se face simţită apreciabil saturaţia cu atît mai mult cu cît curba de magnetizare a acesteia este foarte aplatizată.

Pentru calcule s-a utilizat modelul analogic cu elementul neliniar, adică s-a considerat maşina cu circuitul magnetic principial saturabil. Alături de $\vartheta = f(t)$ în figura 2 *a*... *d* se mai prezintă dependenţa alunecării funcţie de unghi pentru aceleaşi situaţii, în scopul de a sublinia influenţa saturaţiei într-un plan echivalent cu cel al frecvenţei şi fazei

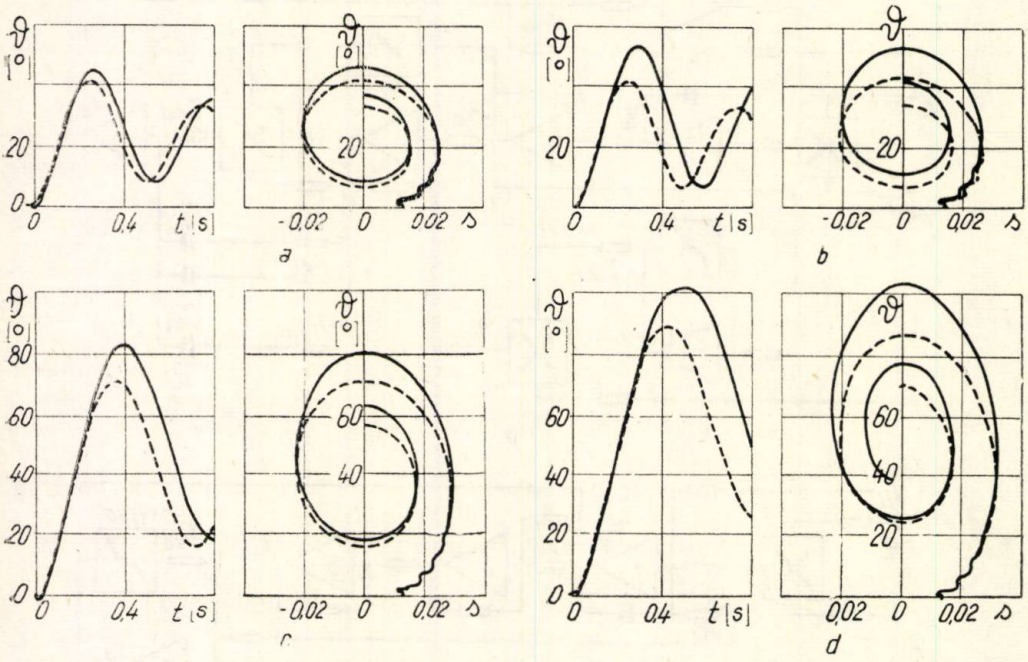


Fig. 2. — Unghiul intern funcţie de timp şi funcţie de alunecare la aplicarea bruscă a tensiunii pornind de la condiţii iniţiale nule :

a) $x_{ad} = 0{,}5$; *b*) $x_{ad} = 0{,}75$; *c*) $x_{ad} = 1{,}0$ şi *d*) $x_{ad} = 1{,}5$.

Linie continuă — cu considerarea unei puternice saturaţii, linie întreruptă — fără considerarea saturaţiei.

atît de utilizat în analiza stabilităţii. Exemplificările de calcul din aceste figuri corespund reactanţelor sincrone $x_{ad} = 0{,}5$; 0,75 ; 1 ; 1,5 şi $x_{aq} = 0{,}8\, x_{ad}$. La $x_{ad} = 2$ motorul nu se sincronizează.

4.0. *Durata limită a gropii de tensiune* definită în 1.1. pentru diferitele adîncimi ale gropii şi valori ale reactanţelor sincrone s-a calculat prin următorul procedeu. La o anumită valoare a parametrului dat (reglabilă prin rezistenţele sau capacităţile reprezentative de pe model) s-a determinat regimul de funcţionare staţionar pornind de la condiţii iniţiale nule. S-au măsurat în aceste condiţii valorile staţionare ale fluxurilor ψ_d, ψ_q şi cea a unghiului intern ϑ (derivata unghiului ϑ este firesc nulă în regimul staţionar). S-au introdus aceste valori drept condiţii iniţiale în modelul analogic. Trebuie amintit aici că singurii parametri care modifică valorile regimului staţionar sînt rezistenţa şi reactanţa

de scăpări ale indusului şi reactanţele de reacţie x_{ad} respectiv x_{aq}. Ceilalţi parametri (rezistenţele şi reactanţele de scăpări ale circuitelor de pe inductor cum şi momentul de inerţie al rotorului) neinfluenţînd decît regimul tranzitoriu, la modificarea lor nu trebuie determinat din nou regimul tranzitoriu şi deci nici modificate condiţiile iniţiale.

Pornind calculul de la aceste condiţii iniţiale în modelul analogic nici o mărime nu trebuie să varieze menţinîndu-se la valoarea regimului staţionar. Prin introducerea unei rezistenţe reglabile suplimentare la intrarea tensiunilor u_d şi u_q — care, pentru cazul dispariţiei totale a tensiunii, ia valoarea infinită — se modifică valoarea tensiunii. Introducerea şi scurtcircuitarea acestei rezistenţe se face cu ajutorul unui contact acţionat de preferinţă de un cronometru sau manual. Durata cît acest contact este deschis corespunde cu durata căderii tensiunii adică „lărgimea gropii". Prin încercări se determină durata limită a gropii după care unghiul ϑ mai revine la valoarea iniţială de regim staţionar. Se repetă pentru diferitele valori ale adîncimii gropii (amplitudinii la care cade tensiunea).

4.1. *Consecinţele nestabilităţii parazite* produse de existenţa unor capacităţi străine modelului matematic se manifestă în erori importante în determinarea duratei limită. Chiar la oscilaţii relativ mici ale unghiului ϑ staţionar în jurul unei valori medii, durata limită calculată depinde de sensul variaţiei unghiului.

Pentru ilustrarea acestor consecinţe s-a mărit în mod voit instabilitatea parazită a modelului accentuînd oscilaţiile staţionare şi s-a determinat durata limită pentru cazul începerii gropii la faze diferite ale unghiului intern ϑ. Pentru aceleaşi condiţii iniţiale şi aceeaşi valoare a saltului de tensiune acesta fiind însă început în momente diferite, în cazul instabilităţii parazite exagerate, se observă că duratele limită obţinute în cele două cazuri sînt mult diferite ca valoare. În principal această nestabilitate este introdusă de celula de filtrare a înmulţitoarelor cu impulsuri. Necesitatea înlăturării acestui fenomen nedorit a condus la înlocuirea înmulţitoarelor amintită la 2.2. încununată de succes. Dispărînd dependenţa rezultatului de momentul saltului acesta a fost efectuat chiar în momentul iniţial al calculului.

4.2. *Influenţa reactanţei de reacţie* x_{ad} asupra duratei limită a gropii de tensiune a fost determinată prin efectuarea unor calcule repetate pentru diferite valori ale reactanţei x_{ad} (0,5 ; 0,75 ; 1 ; 1,5 ; 2), x_{aq} (0,4 ; 0,6 ; 0,8 ; 1,2 ; 1,6) şi amplitudinilor ale fundului gropii (0 ; 0,25 ; 0,5 ; 0,75) păstrîndu-se constante valorile celorlalţi parametri.

În figura 3, *a* 1...*d* 3 sînt prezentate cîteva diagrame cu înregistrări ale unghiului ϑ funcţie de timp pentru cazuri limită de sincronizare şi de ieşire din sincronism.

În figura 3 *a* 3 ($x_{ad} = 0{,}5$, $U_g = 0{,}5$) se indică şi comportarea maşinii considerată nesaturată. Se remarcă că durata limită este mai mare (linie întreruptă).

Calculele efectuate au permis a urmări influenţa reactanţelor sincrone asupra duratelor limită a gropilor de tensiune. Conform teoriei

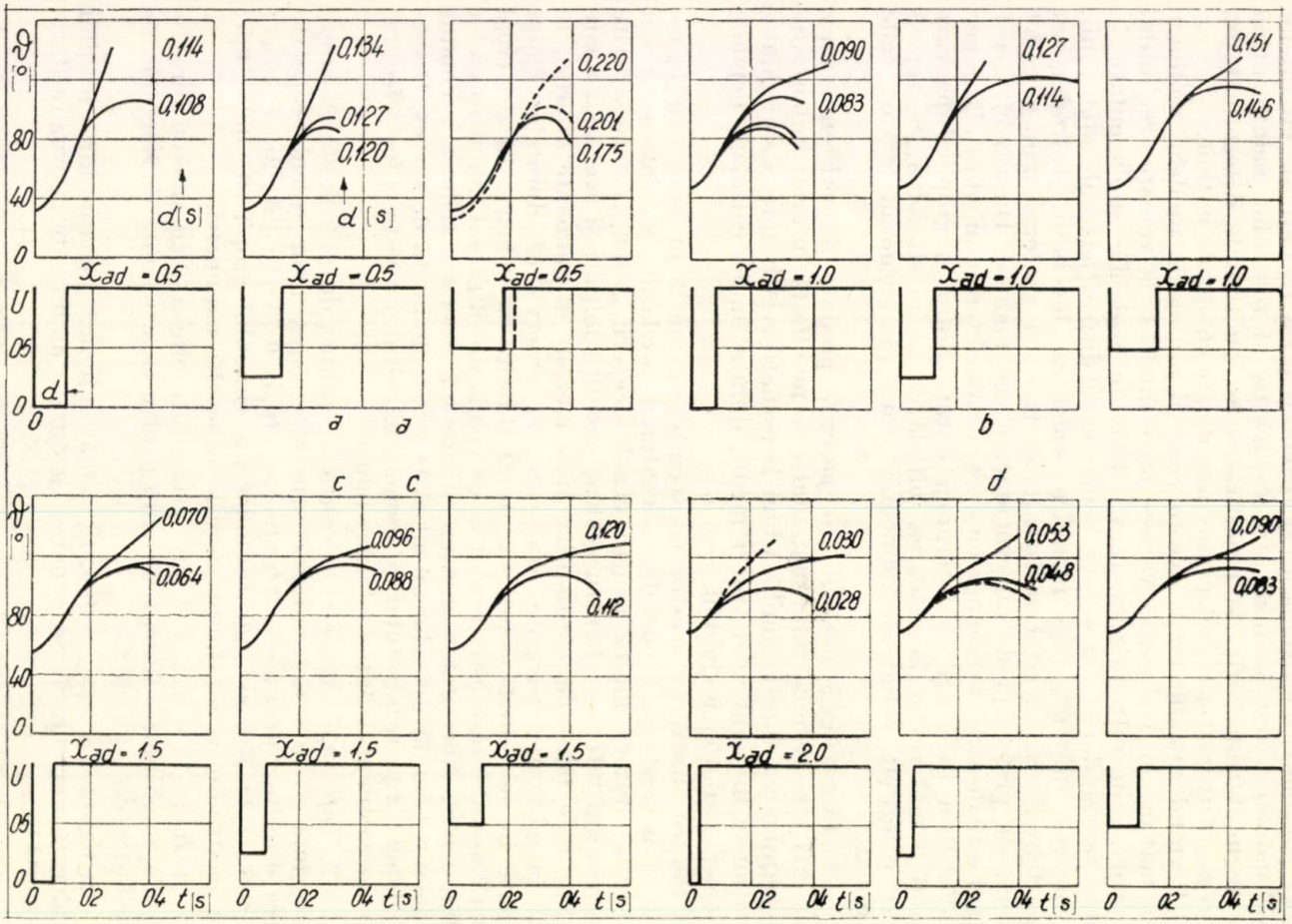


Fig. 3. — Unghiul intern funcție de timp la gropi ale tensiunii pentru
a) $x_{ad} = 0{,}5$; *b*) $x_{ad} = 1$; *c*) $x_{ad} = 1{,}5$ și *d*) $x_{ad} = 2$ pentru tensiunea coborîtă de 1) $U_g = 0$; 2) $U_g = 0{,}25$ și 3) $U_g = 0{,}5$.

cu cît reactanţele sînt mai mari cu atît unghiul intern corespunzător regimului permanent este mai mare. Durata limită scade însă pe măsură ce reactanţele cresc. Dacă se urmăreşte influenţa reactanţelor sincrone asupra duratei limită pentru diferitele valori la care cade tensiunea se constată că această durată poate fi infinită. Valoarea tensiunii coborîte

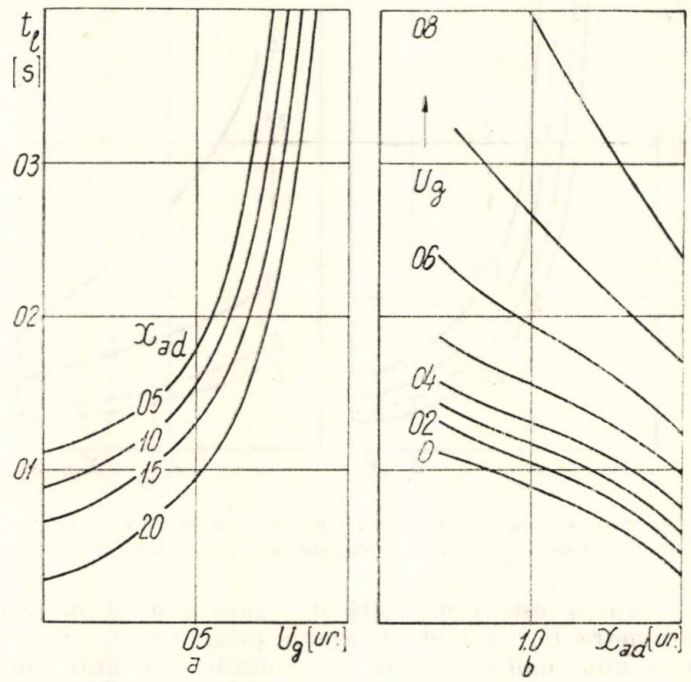


Fig. 4. — Durata limită *a*) funcţie de tensiunea coborîtă, *b*) funcţie de reactanţa x_{ad}, la gropi de tensiune.

însă nu este identică cu cea la care mai este posibilă funcţionarea staţionară a maşinii sincrone la reactanţe date. Acest lucru se explică uşor deoarece stabilitatea statică depinde exclusiv de tensiunea la borne U tensiunea electromotoare E şi reactanţele sincrone pe cînd cea dinamică depinde şi de parametri tranzitori şi supratranzitori. Aşadar la reglajul nivelului releului de tensiune minimă nu este întotdeauna suficientă cunoaşterea condiţiilor de stabilitate statică. Curbele de tipul celor prezentate în figura 3 *a* ... *d* pot fi folosite şi la reglajul releelor de alunecare excitate de tensiunea alternativă indusă în circuitul de excitaţie.

Rezultatele calculelor efectuate sînt sintetizate în figura 4 *a* în care sub formă de o familie de curbe se prezintă dependenţa duratei limită funcţie de tensiunea coborîtă, parametrul fiecărei curbe fiind reactanţa x_{ad}. Celelalte valori ale parametrilor interni — rezistenţe, reactanţe, momentul de inerţie fiind constante şi anume cele ale unei maşini sincrone de 30 kVA 1 500 rot/min. Curbele prezentate permit a se stabili legea dependenţei funcţionale $f_{(p_i - x_{ad})}(U_g, t_l, x_{ad})$ — în care

prin indicele ($p_i - x_{ad}$) se înţelege că restul parametrilor interni în afară de x_{ad} (şi $x_{aq} = kx_{ad}$) se păstrează constante în sistemul i dat. S-a menţinut de asemenea constant fluxul de excitaţie, influenţa acestuia din urmă asupra stabilităţii maşinii sincrone fiind analizată în [6].

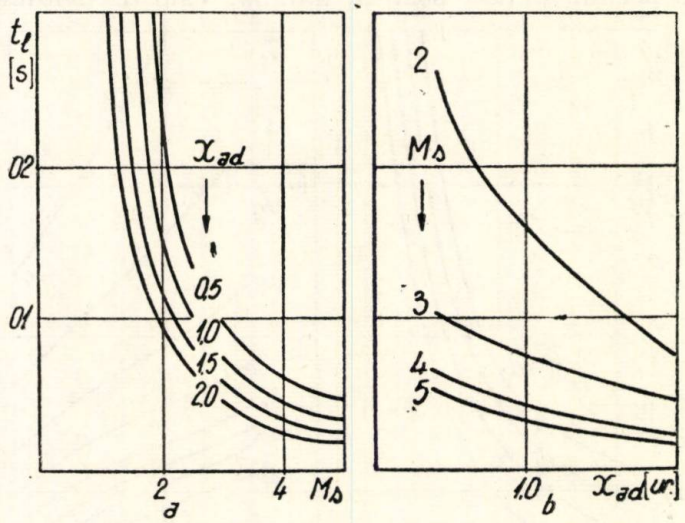


Fig. 5. — Durata limită *a*) funcţie de amplitudinea la care saltă cuplul rezistent; *b*) funcţie de reactanţa x_{ad} la salturi de cuplu.

Aceeaşi funcţie este prezentată în figura 4 *b* şi în planul x_{ad}, t_l avînd ca parametru U_g. Ambele diagrame permit a se stabili, după caz, fie necesitatea unui motor sincron de anumite reactanţe sincrone care impune condiţii de calcul, sau de alegere a motorului pentru acţionări date, fie la reglajul sistemului de comandă şi reglaj a motorului existent, fie, în sfîrşit, luarea unor alte măsuri de evitare a consecinţelor întreruperii procesului tehnologic în cazul unor durate limite prohibitive.

5.0. *Saltul sarcinii*, caz mai rar întîlnit în practica exploatării motoarelor sincrone şi atunci de durate care de obicei depăşesc cu mult cele limită de menţinere în sincronism, prezintă de aceea o importanţă mai mult teoretică, cu ecouri practice, poate, în cazul generatoarelor sincrone. Fireşte că comportarea maşinii sincrone, la variaţii bruşte ale sarcinii poate da indicaţii şi asupra comportării ei la alte forme de variaţie ale sarcinii, respectiv ale cuplului, de exemplu, pulsatorie analizată aceasta din urmă în [7]. Din aceste motive nu este lipsită de interes analiza limitelor de stabilitate la variaţii bruşte ale sarcinii. Din aceste variaţii s-a ales saltul de durată variabilă pentru a folosi aceleaşi criterii ca şi în cazul saltului de tensiune, urmărindu-se şi în acest caz stabilirea duratei limită definite la 1.1.

5.1. *Influenţa reactanţelor sincrone*, mai precis a reactanţei de reacţie a indusului asupra duratei limită a fost analizată după aceeaşi metodică descrisă la 4.0 şi 4.2.

Amplitudinea la care a fost săltat cuplul de sarcină a fost de 2, 3, 4 și 5 ori cuplul nominal iar reactanțele de reacție ale indusului au fost variate în limitele x_{ad} (0,5...2), x_{aq} (0,4...1,6) ceilalți parametri menținîndu-se constanți. Nu se mai prezintă curbele $\vartheta=f(t)$ pentru exemplificare, ele avînd un aspect asemănător cu cele din figura 3. Rezultatul calculului este prezentat sinoptic în diagrama din figura 5 *a* ca funcții ale duratei limită de amplitudinea de salt cu parametrul x_{ad} și în figura 5 *b* ca funcții ale duratei limită de x_{ad} cu paramentul amplitudinea de salt (M_s).

Și aici apare evidentă influența reactanțelor de reacție asupra stabilității mașinii sincrone.

6.0. ÎNCHEIERE

6.1. Deosebită utilitate pentru calculul, alegerea și exploatarea motoarelor sincrone are cunoașterea limitelor de stabilitate ale acestora la variații bruște ale tensiunii și în oarecare măsură la variații bruște ale sarcinii funcție de parametri interni ai mașinii dintre aceștia și reactanțele de reacție ale indusului.

6.2. În practica exploatării cunoașterea acestor limite este de natură a determina valoarea și temporizarea la care poate fi reglat releul de tensiune minimă. Cunoașterea limitei de stabilitate statică este insuficientă. De asemenea această cunoaștere permite a alege și regla în mod corespunzător alte relee și aparatajul de manevră.

6.3. În scopul cunoașterii limitelor de stabilitate ale unei unități concrete este necesară modelarea acesteia cu valori concrete ale parametrilor ei.

6.4. Este necesar ca modelul matematic și analogic să ia în considerare saturația numai în caz că caracteristica de magnetizare are un caracter pronunțat deoarece în acest caz neglijarea ei nu dă rezultate acoperitoare ale calculului.

6.5. Chiar sacrificînd ceva din precizie, din modelul analogic trebuie eliminate orice constante de timp parazitare (introduse de obicei de înmulțitoare). Nu se poate cerceta stabilitatea decît cu ajutorul unui model stabil.

6.6. Drept criteriu al stabilității s-a ales durata limită a saltului în care se mai păstrează sincronismul din motive impuse de practica exploatării. Chiar dacă teoretic nu rezultă acest criteriu ca cel mai eficient, rezultatele aplicării lui pot fi prelucrate astfel încît să permită concluzii și pentru alte moduri de perturbații. Este drept că analiza comportării mașinii la treaptă unitară, pe lîngă că constituie un criteriu mai utilizat conducînd la așa-zisul răspuns tranzitoriu, este și mai ușor de folosit în calculele pe model, în schimb nu conduce direct la răspunsul căutat.

6.7. Influența reactanțelor de reacție asupra limitelor de stabilitate este puternică. Diagramele prezentate în lucrare ilustrează aceasta.

6.8. Apare deplin justificată continuarea cercetării întreprinse în scopul depistării influenței și a altor parametri interni ai mașinii sincrone

în special a celor ai inductorului (rezistenţe şi reactanţe ale înfăşurărilor de amortizare, ale fierului masiv, ale excitaţiei precum şi a momentului de volant).

ANEXA 1

NOTAŢII

x_d — reactanţa sincronă longitudinală.
x_q — reactanţa sincronă transversală.
x_{ad} — reactanţa de reacţie a indusului longitudinală.
x_{aq} — reactanţa de reacţie a indusului transversală.
$x_{\sigma a}$ — reactanţa de scăpări a indusului.
$x_{\sigma i}$ — reactanţa de scăpări a înfăşurării de amortizare.
$x_{\sigma e}$ — reactanţa de scăpări a înfăşurării de excitaţie.
r_a — rezistenţa înfăşurării indusului.
r_i — rezistenţa înfăşurării i de amortizare.
r_e — rezistenţa înfăşurării de excitaţie.

$$R_{\sigma i} = \frac{x_{\sigma i}}{p}$$

$$C_{Ri} = \frac{1}{pr_i}$$

$x_{ad}(p)$ — impedanţa operaţională pe axa longitudinală.
$x_{aq}(p)$ — impedanţa operaţională pe axa transversală.
$Z_{\sigma i}(p)$ $= px_{\sigma i} + r_i$
U — valoarea maximă a tensiunii la borne.
U_g — tensiunea coborîtă la salt negativ.
u_d — tensiunea longitudinală.
u_q — tensiunea traversală.
ϑ — unghiul intern.
i_d — componenţa longitudinală a curentului din înfăşurarea indusului.
i_q — componenta transversală a curentului din înfăşurarea indusului.
i_e — curentul de excitaţie.
ψ_d — fluxul rezultant pe axa longitudinală.
ψ_q — fluxul rezultant pe axa transversală.
ψ_{ad} — fluxul principal pe axa longitudinală.
$\psi_{\sigma a} = \psi_d - \psi_{ad}$ — fluxul de scăpări al înfăşurării indusului.
$\psi_{\sigma e} = \psi_e - \psi_{ad}$ — fluxul de scăpări al înfăşurării de excitaţie.
$k(\psi_{ad})$ — funcţie de saturaţie (inversul curbei de magnetizare).
H — constantă de inerţie.
m_r — cuplul rezistent.
M_s — cuplul rezistent la care se efectuează saltul.

Toate mărimile sînt exprimate în unităţi relative. Timpul în care sînt scrise ecuaţiile este măsurat în timp sincron. Pe diagrame timpul este exprimat în secunde.

Primită la redacţie la 23 noiembrie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. C. V. BĂLĂ, M. E. BÎRGĂUANU, D. V. CREŢU, *Zur Frage der Anlauf- und Wiedersynchronesierungsfähigkeit von Synchronmotoren unter Belastung.* Revue d'Électrotechnique et d'Énergétique, Séria A, **VIII**, *1* (1963).
2. MIHU BÎRGĂUANU, DUMITRU CREŢU, POMPILIU OPRIŞAN, N. TĂTARU, *Modelarea analogică a motorului sincron în regimuri tranzitorii electromagnetice şi dinamice.* St. cerc. energ., **15**, *1* (1965).
3. MIHU BÎRGĂUANU, D. CREŢU, P. OPRIŞAN, *Le réenclenchement du moteur synchrone dans les cas particuliers de la charge pulsatrice.* Revue de Sciences techniques, Série EE, *4* (1965).
4. Е. Я. КАЗОВСКИ, Г. Б. РУБИСОВ, Г. М. САФАРОВ, *Расчет на цифровой вычислительной машине переходных процессов синхронного двигателя при кратковременном перерыве питания.* Известия ВУЗ. Электромеханика, *3* (1965).
5. Ю. А. БАХВАЛОВ, *Математическое моделирование переходных процессов синхронной машины на основе экспериментальных динамических характеристик.* Известия ВУЗ, Электромеханика, *2* (1962).

ANALIZA LOGISTICĂ A REȚELELOR ELECTRICE

DE

P. CARTIANU
Institutul de studii și proiectări energetice, București

621.316.11

Autorul generalizează aplicarea logicei bivalente oricăror rețele electrice. În acest scop este prezentat pe scurt acest instrument matematic, elementele principale de lucru fiind sintetizate în cîteva tablouri. În particular, se arată că analiza logistică aplicată rețelelor electrice secundare de comandă, control și automatizare, răspunde tuturor problemelor care se pun cu privire la funcționarea acestor rețele. „Matematizarea schemelor" pe această cale, creează formalismul necesar la tratarea științifică a funcționării rețelelor electrice, dîndu-se preferință notației frontale.

INTRODUCERE

Școala românească de studii teoretice asupra automatizărilor a adus, prin lucrările colectivului condus de tov. prof. acad. Gr. Moisil și îndeosebi prin lucrările sale personale, o contribuție originală considerabilă la teoria algebrică a sistemelor cu contacte și relee.

Aceste sisteme tehnice prezintă particularitatea că, modelate matematic, conduc la funcții care iau, atît ele, cît și argumentele lor, numai valori finite, spre deosebire de cele mai multe sisteme tehnice caracterizate prin variație continuă, ceea ce permite aplicarea analizei matematice clasice.

În consecință, pentru acest domeniu al tehnicii trebuie să fie constituit un alt instrument matematic.

Logistica a fost folosită cu succes, în principal algebra booleană bivalentă și polivalentă, pe lîngă care s-a făcut apel și la alte discipline;

Articol publicat și în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechn. Energ." **11**, 2 (1966)

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 2 p. 299—311 București 1966

astfel, teoria dezvoltată de tov. prof. Gr. Moisil se sprijină în mare parte pe teoria corpurilor imaginare a lui Galois.

Expunerea care urmează constituie un instrument introductiv pentru aplicarea logisticii la studiul rețelelor electrice în general.

Inginerul care studiază o rețea electrică fiind în principal interesat a i se da o metodă prin care să obțină rezultate imediate, partea teoretică, presupusă cunoscută, a fost redusă la minim.

După asimilarea procedeelor logisticii elementare, domeniul de aplicare poate fi extins la cazuri complexe.

Nu este intenția ca prin această expunere să se dezvolte toate posibilitățile, ci să se prezinte bazele unei metode utile la analiza circuitelor secundare, pentru care problemele esențiale nu se referă la transmiterea energiei, ci la realizarea unor anumite secvențe de conexiuni temporar necesare.

1. Obiectul

Analiza logistică a rețelelor electrice se bazează pe exprimarea analitică a funcționării acestora. Schema electrică transpusă într-o relație algebrică poate fi studiată prin metode unitare care pun în evidență în mod automat proprietățile principale, defectele, posibilitățile de simplificare etc.

În consecință, studiul unei rețele electrice se reduce la studiul unor expresii algebrice.

Examinarea vizuală a relațiilor electrice dintre diverse aparate ale unei scheme desenate este o operație mai mult cu caracter empiric, cu toate neajunsurile specifice, pe cînd matematizarea schemelor dă un mijloc riguros de tratare a oricărei rețele.

Este bine cunoscut că în toate domeniile de cunoaștințe se tinde la matematizări, metodele matematice pătrunzînd, în ultimul timp, neașteptat în discipline care nu apăreau susceptibile acestui mod de tratare.

Matematizarea schemelor se înscrie deci în tendința actuală de evoluție a științelor.

2. Dipolul electric reprezentat logistic

Un dipol, care poate prezenta două sau mai multe stări diferite funcțional, este modelabil logistic.

Exemple de stări funcționale : dipolul conduce sau nu conduce ; dipolul conduce într-un sens, în sens opus, conduce în ambele sensuri, nu conduce în nici un sens.

Modelarea logistică va fi dezvoltată mai departe pentru dipolii cu două stări diferite funcțional : dipolul conduce și dipolul nu conduce, ceea ce permite aplicarea logicii bivalente, în care o propoziție poate fi numai adevărată sau falsă.

Dacă funcționarea dipolilor poate prezenta mai multe stări diferite, își are aplicare logica polivalentă.

Un dipol, în cazul general, este constituit din mai multe elemente de circuit binare funcțional: contacte, putînd fi deschise (0) sau închise (1), înfășurări, putînd fi nealimentate (0) sau alimentate (1), lămpi, putînd fi stinse (0) sau aprinse (1) etc.

Fiecăruia dintre aceste elemente i se poate asocia o variabilă bivalentă, adică putînd lua două valori, 0 și 1 : x_j pentru contacte, y_j pentru înfășurări, z_k pentru lămpi etc.

De aceea un dipol poate fi reprezentat printr-o funcție booleană binară

$$U = f(x, y, z, \ldots)$$

de două sau mai multe argumente, al căror domeniu este mulțimea (0,1).

3. Proprietățile principale ale funcțiilor booleene binare

Funcțiile booleane, fiind caracterizate prin domenii și codomenii din valori finite, nu pot fi reprezentate prin grafice, ca funcțiile obișnuite ale algebrei clasice, ci tabelar, prin matrice logistice, în care se înscriu valorile funcțiilor pentru diferitele combinații de valori pe care le pot lua argumentele.

După numărul argumentelor se deosebesc funcții booleene cu unu, două sau mai multe argumente.

La același număr de argumente, funcțiile se deosebesc după operațiile logistice pe care le cuprind, simbolizate prin operatori logici (functori).

Numărul total al funcțiilor booleene binare cu n argumente este dat de relația

$$N = 2^{2^n}.$$

În consecință, sînt

— 4 funcții booleene binare cu un argument
— 16 funcții booleene binare cu două argumente
— 256 funcții booleene binare cu trei argumente
— 65 536 funcții booleene binare cu patru argumente etc.

Funcțiile cu un argument și cu două argumente se numesc elementare; ele sînt prezentate în tabelele 1 și 2, în care sînt indicați și opera-

Tabela 1

Funcțiile booleene binare cu un argument

Argument	Funcția			
	f_1 constanta 1	f_2 identică x	f_3 negație	f_4 constată 0
1	1	1	0	0
0	1	0	1	0
Notarea	I_1^1	$I_1^{(1)}$	N	I_1^0
	1 ; X_0^1	x	x	0 ; X_0^0

Tabela

Funcțiile boleene binare ele

Domeniul argument	X_1	1	1	0	0	Numirile funcțiilor	Notația funcțiilor		Echiva
	X_2	1	0	1	0		Russel Hilbert	Lukasie-wicz (frontală)	
Valorile funcțiilor	⊗ f_1	1	1	1	1	Constantă 1; identic adevărată; identitate logică; tautologie	X_0^1	I_2^1; 1	$f_1 = \bar{f}_{16}$
	f_2	1	1	1	0	Disjuncție	$\vee$	A	$f_2 = \bar{f}_{15}$
	f_3	1	1	0	1	Conversa implicației; implicația inversă; invers implicației	$\subset$	B, $\bar{C}$	$f_3 = \bar{f}_{14}$
	⊗ f_4	1	1	0	0	Identică X_1; afirmarea lui X_1	X_1	$I_2^{(1)}$	$f_4 = \bar{f}_{13}$
	f_5	1	0	1	1	Implicația	$\rightarrow$ $\Rightarrow$ $\supset$	C	$f_5 = \bar{f}_{12}$
	⊗ f_6	1	0	1	0	Identică X_2; afirmarea lui X_2	X_2	$I_2^{(2)}$; G	$f_6 = \bar{f}_{11}$
	f_7	1	0	0	1	Negația disjuncței tari	$\equiv \Leftrightarrow$ $\longleftrightarrow$ $\mp$	E; $\overline{R}$	$f_7 = \bar{f}_{10}$
	f_8	1	0	0	0	Conjuncția	$\mathcal{S}$·; · $\wedge$	K	$f_8 = \bar{f}_9$
	f_9	0	1	1	1	Negația conjuncției (funcția lui Schäffer)	$\overline{\wedge}$; $\mid$	D; $\overline{K}$	$f_9 = \bar{f}_8$
	f_{10}	0	1	1	0	Disjuncția tare; funcția sumă (modula 2)	$+$ (mod 2)	R	$f_{10} = \bar{f}_7$
	⊗ f_{11}	0	1	0	1	Identică negația lui X_2	$\bar{X}_2$	$\overline{I}_2^{(2)}$; $\bar{G}$;	$f_{11} = \bar{f}_6$
	f_{12}	0	1	0	0	Negația implicației		C; D;	$f_{12} = \bar{f}_5$
	⊗ f_{13}	0	0	1	1	Identică negația lui X_1	$\bar{X}_1$	$\overline{I}_2^{(1)}$; M	$f_{13} = \bar{f}_4$
	f_{14}	0	0	1	0	Negația conversei implicației, negația implicației inverse	$\overline{\leftarrow}$	$\overline{B}$; H	$f_{14} = \bar{f}_3$
	f_{15}	0	0	0	1	Negația disjuncței	$\overline{\vee}$ $\overline{+}$	$\overline{A}$	$f_{15} = \bar{f}_2$
	⊗ f_{16}	0	0	0	0	Constanta 0; contradicția logică; identic falsă	X_0^0	I_2^0; 0;	$f_{16} = \bar{f}_1$

⊗ Acestea sînt funcții boleene binare elementare identități

2

mentare cu două argumente

lența funcțiilor		Funcțiile exprimate numai cu ajutorul operatorilor „și", „sa u" și „negație"		Observații
$1 = \overline{0}$	$I_2^1 \equiv NI_2^0$	1	1	
$X_1 \vee X_2 = \overline{X_1 \vee X_2}$	$AX_1X_2 \equiv NAX_1X_2$	$X_1 \vee X_2$	AX_1X_2	
$X_2 \leftarrow X_1 = \overline{X_2 \leftarrow X_1}$	$BX_1X_2 \equiv NBX_1X_2$			
$X_1 = \overline{\overline{X_1}}$	$I_2^{(1)}X_1X_2 \equiv N\bar{I}_2^{(2)}$	X_1	X_1	
$X_1 \rightarrow X_2 = \overline{\overline{X_1 \rightarrow X_2}}$	$CX_1X_2 = N\bar{C}X_1X_2$	$X_1 \vee X_2$	ANX_1X_2	
$X_2 = \overline{\overline{X_2}}$		X_2	X_2	
$\overline{X_1 + X_2} = \overline{X_1} + \overline{X_2}$	$EX_1X_2 = NRX_1X_2$	$\overline{X_1 \vee X_2} = \overline{X}_1 \cdot \overline{X}_2$	KNX_1NX_2	
$X_1X_2 = \overline{\overline{X_1X_2}}$	$KX_1X_2 = NDX_1X_2$	X_1X_2	KX_1X_2	
$X_1/X_2 = \overline{X_1X_2}$	$DX_1X_2 = NKX_1X_2$	$\overline{X}_1 \vee \overline{X}_2 = \overline{X_1X_2}$	NKX_1X_2	
$X_1 + X_2 = \overline{\overline{X_1 + X_2}}$	$RX_1X_2 = NEX_1X_2$	$(X_1\overline{X}_2) \vee (X_2\overline{X}_1)$	AKX_1NX_2 KX_2NX_1	
$\overline{X}_2$	$\bar{I}_2^{(2)}X_1X_2 =$ $= NI_2^{(2)}X_1X_2$	$\overline{X}_2$	NX_2	
$\overline{X_1 \rightarrow X_2} = \overline{X_1 \rightarrow X_2}$	$CX_1X_2 = NCX_1X_2$	$\overline{X}_1 \vee X_2 = X_1 \cdot X_2$	KX_1NX_2	
$\overline{X}_1 = \overline{X}_1$	$\bar{I}_2^{(1)}X_1X_2 =$ $= NI_2^{(1)}X_1X_2$	$\overline{X}_1$	NX_1	
$\overline{X_2 \leftarrow X_1} = \overline{X_2 \leftarrow X_1}$	$\overline{B}X_1X_2 = NBX_1X_2$			
$\overline{X_1 \vee X_2} = \overline{X_1 \vee X_2}$	$\overline{A}X_1X_2 = NAX_1X_2$	$\overline{X}_1X_2$	KNX_1X_2	
$0 = 1$	$I_2^0X_1X_2 = NI_2^1X_1X_2$	0	0	

Tabela 3

Relații principale ale logisticii bivalente

A. RELAȚII FUNDAMENTALE

Nr. crt.		Relația	Numirea
1	*a*	$X \vee X \vee X \ldots = X$	Idempotența
	b	$XXX \ldots = X$	
2	*a*	$X_1X_2 = X_2X_1$	Comutativitatea
	b	$X_1 \vee X_2 = X_2 \vee X_1$	
3	*a*	$X_1 (X_2X_3) = (X_1X_2) X_3$	Asociativitatea
	b	$X_1 \vee (X_2 \vee X_3) = (X_1 \vee X_2) \vee X_3$	
4	*a*	$X_1 \vee (X_2X_3) = (X_1 \vee X_2) (X_1 \vee X_3)$	Distributivitatea
	b	$X_1 (X_2 \vee X_3) = X_1X_2 \vee X_1X_3$	
5	*a*	$X \vee 1 = 1$	Relațiile posibilității
	b	$X \cdot 1 = X$	
	c	$X \vee O = X$	
	d	$XO = 0$	
6	*a*	$1 \cdot 1 = 1$	$0 \vee 0 = 0$ $0.0 = 0$
	b	$O \vee 1 = 1$	
	c	$1 \cdot 1 = 0$	
	d	$0 \cdot 1 = 0$	
7	*a*	$X \cdot \bar{X} = 0$	
	b	$X \vee \bar{X} = 1$	
8	*a*	$\bar{\bar{X}} = X$	Dubla negație
9	*a*	$\bar{1} = 0$	Raportul adevăr, fals
	b	$\bar{0} = 1$	
10	*a*	$X \vee \bar{X} = 1$	Terțul exclus Noncontradicția
	b	$\bar{X} \cdot X = 0$	

B. RELAȚII DE TRANSFORMARE A OPERATORILOR

Nr. crt.	Relația	
1	$X_1 \vee X_2 = X_1X_2 + X_1 + X_2$	
2	$X_1 \rightarrow X_2 = \bar{X}_1 \vee X_2$	
3	$X_1/X_2 = \bar{X}_1 \vee \bar{X}_2$	
4	$X_1 = X_2 = (\bar{X}_1 \vee X_2) (X_2 \vee X_1)$	
5	$X_1 + X_2 = (X_1\bar{X}_2) \vee (X_2 \cdot \bar{X}_1)$	

RELAȚII DE SIMPLIFICARE

Nr. crt.		Relația	Numirea
1		$(X_1X_2) \vee X_1 = X_1$	Absorbția
2		$X_1(X_1 \vee X_2) = X_1$	
3		$X_1X_2 \vee X_1\bar{X}_2 = X_1$	Alipirea (excluderea, contopirea)
4	*a*	$X_1 \vee \bar{X}_2 = \bar{X}_1X_2$	Morgan
	b	$\bar{X}_1\bar{X}_2 = \bar{X}_1 \vee X_2$	
5		$X_1X_2 \vee X_1X_3 = X_1 (X_2 \vee X_3)$	Darea în factor comun
6		$(X_1 \vee \bar{X}_2) (X_1 \vee X_3) = X_1 \vee X_2X_3$	
7		$\bar{X}_1 \vee \bar{X}_1X_2 = X_1 \vee \bar{X}_2$	
8		$\bar{X}_1 \vee X_1X_2 = \bar{X}_1 \vee X_2$	

torii logici, putîndu-se folosi notarea intercalată sau cea frontală, ultima oferind unele avantaje față de prima.

Un dipol poate fi reprezentat prin funcții simple sau compuse, în care intervin mai mulți operatori diferiți.

4. Calculè logistice

Cu funcțiile și în general cu expresiile booleene se pot efectua calcule logistice. Calculul logistic diferă după felul algebrei bivalente, o algebră fiind caracterizată prin folosirea numai a unui sistem de operatori.

Algebra ce va fi folosită în analiza logistică a rețelelor se bazează pe operatorii logici : „conjuncția", „disjuncția", „negația" și „echivalența".

Funcțiile constituite „cu alți operatori logici" pot fi transformate în funcții cu operatorii „conjuncție", „disjuncție", „negație" și „echivalență" pe baza relațiilor din tabela 3 și 4.

Operatorii „conjuncție", „disjuncție" și „negație" se numesc prescurtat „și", „vel" și „non".

Pentru simbolizare vom încerca a da preferință notației frontale, potrivită și pentru dactilografiere. În tabela 4 sînt prezentate comparativ cele două notații cu privire la schema din fig. 3.

Tabela 4

Notația intercalată

Circuite de comandă în C.C.

$f = (Z_2 \vee X_3 \vee Y_4)\ (X_1 V_1 W_1 W_2)$

Controlul circuitului de declanșare Comandă de declanșare

$f = Z_1\ [(X_3\ Y_3) \vee (\bar{X}_3 \bar{X}_2 V_2)]\ W_1 W_2$

Comandă de declanșare și blocare împotriva săriturilor

$f = W_2\ U\ Y_3$ U = Dispozitivul de protecție

Circuitul de protecție

Circuite de semnalizare în C.C.

$g = Z_3 X_5\ (t_1 \vee t_2)$ $h = (Z_4 \vee Z_5)\ X_5\ (t_1 \vee t_2)$

$h = Z_6 X_4\ (t_1 \vee t_2)$ $g = Z_7 X_4\ (t_1 \vee t_2)$

Semnalizarea poziției întrerupătorului

Notația frontală

Circuite de comandă în C.C.

$f = K^4\ AA\ Z_2 X_3 Y_1\ X_1\ V_1\ W_1\ W_2$

Controlul circuitului de declanșare Comandă de declanșare

$f = K^3 Z_1\ (AKX_3 Y_3\ K^2 NX_3 NX_2 V_2)\ W_1 \cdot W_2$

Comandă de declanșare și de blocare împotriva săriturilor.

$f = K^2 W_2\ U\ Y_3$

Circuitul de protecție

Circuite de semnalizare în C.C.

$g = K^2 Z_3 X_5 A t_1 t_2$ $h = K^2\ AZ_4 Z_5 X_5 A t_1 t_2$

$h = K^2 Z_6 Z_4 A t_1 t_2$ $g = K^2 Z_7 X_4 A t_1 t_2$

Semnalizarea poziției întrerupătorului.

O a doua categorie de calcule sînt cele de simplificare şi de aducere la forme canonice sau ireductibile, echivalente logistic cu funcţiile date.

Aduse la forme ireductibile, funcţiile pot fi mai bine studiate spre a li se stabili proprietăţile.

În consecinţă, calculele logistice servesc în principal:

— la substituirea unor operatori logici şi

— la simplificarea expresiilor.

În scopul conducerii cît mai lesne a calculelor logistice s-au dat în tabelele 3 şi 4 relaţiile fundamentale, scrise în ambele feluri de notări: frontală şi intercalată.

5. Obiectivele analizei logistice

Analiza logistică serveşte la:

a) transcrierea analitică a schemelor, adică reprezentarea lor prin funcţii logistice;

b) stabilirea de echivalente între scheme diferite prin aducerea funcţiilor respective la forme ireductibile;

c) stabilirea modului de funcţionare al schemelor, dînd diferite sisteme de valori argumentelor (adică considerînd situaţia posibilă a fiecărui element de circuit, conduce sau nu conduce în raport cu situaţiile posibile ale celorlalte elemente), se obţin valorile-funcţii (adică se deduce situaţia rezultantă a dipolului, conduce sau nu conduce);

d) verificarea funcţionării schemei faţă de anumite condiţii impuse.

6. Metodele pentru realizarea obiectivelor analizei logistice

a) *Transcrierea logistică a schemelor* se efectuează aplicînd simbolurilor elementelor de circuit simbolurile operatorilor logici corespunzători.

Elementele de circuit sînt de două feluri: „normal conduc" sau „normal nu conduc", simbolul în cazul al doilea fiind negaţia cazului întîi. Termenul „normal" reprezintă starea de referinţă a schemei.

Operatorul „conjuncţie" corespunde „conectării în serie", iar operatorul „disjuncţie" corespunde „conectării în derivaţie" (fig. 1).

Transcrierea logistică a schemelor, reprezentînd un mod succint de descriere a acestor, este utilă să fie folosită chiar dacă nu se aplică mai departe calcule logistice.

În consecinţă este indicat a se folosi în orice prezentare de scheme electrice transcrierea logistică.

În figura 2 sînt date cîteva scheme electrice elementare, iar în figura 3 circuitele de comandă şi de semnalizare ale unui întreruptor de 6 kV, transcrise logistic.

Folosind pentru elementele de circuit simbolii cu indicii sistematic stabiliţi, citirea expresiilor logistice este mai lesne decît a schemelor şi tot atît de precisă.

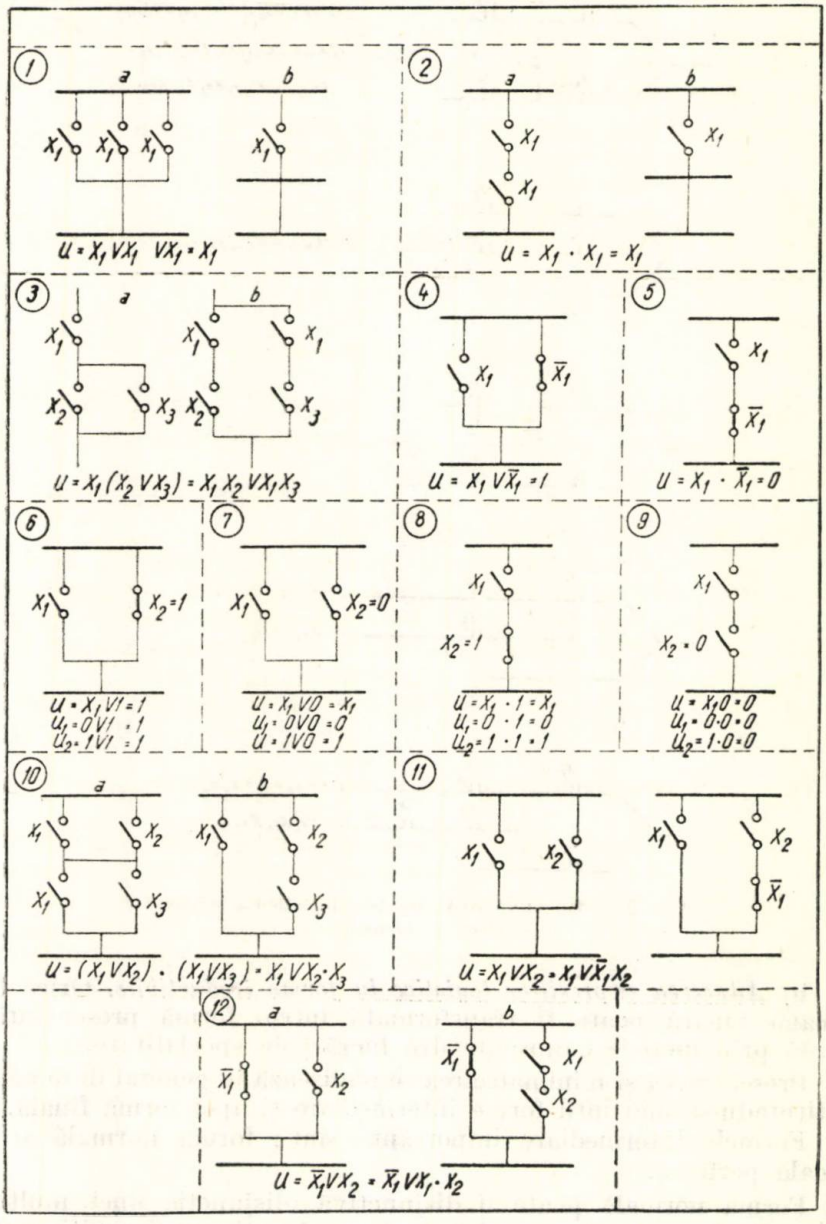


Fig. 1. — Relații logice fundamentale și schemele electrice corespunzătoare.

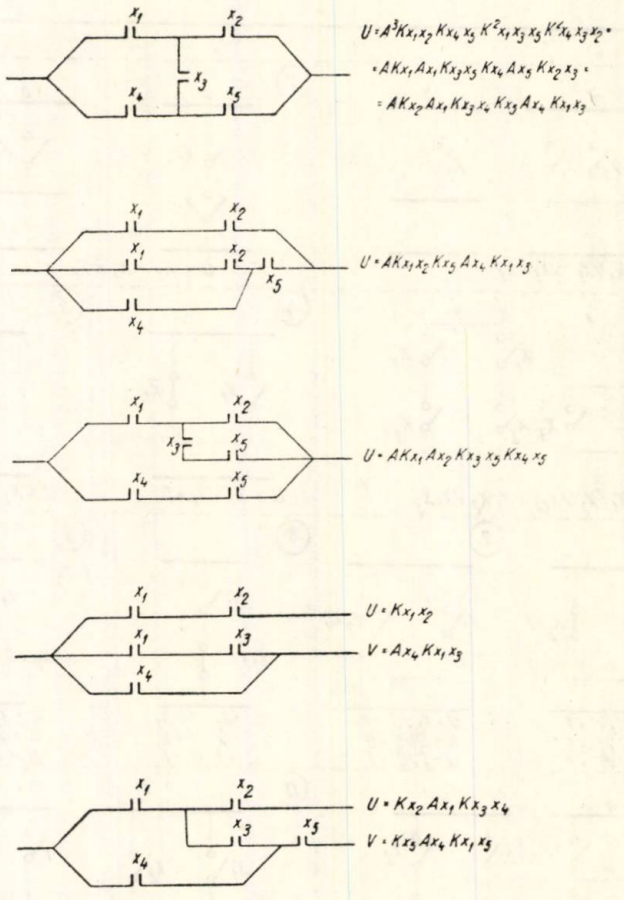


Fig. 2. — Exemple de transcriere logistică a schemelor electrice elementare.

b) *Aducerea expresiilor logistice la forme ireductibile.* Orice funcție booleană binară poate fi transformată într-o formă prescurtată sau minimă prin metode cunoscute din lucrări de specialitate.

Prescurtarea și minimalizarea se realizează în general în două etape, constituindu-se mai întîi forme intermediare și apoi forma finală.

Formele intermediare importante sînt : forma normală și forma normală perfectă.

Forma normală poate fi disjunctivă (disjuncția unei mulțimi de conjuncții elementare) și conjunctivă (conjuncția unei mulțimi de disjuncții elementare).

Forma normală este perfectă dacă

— termenii componenți conțin o singură dată fiecare dintre argumentele X_i sau negațiile lor :

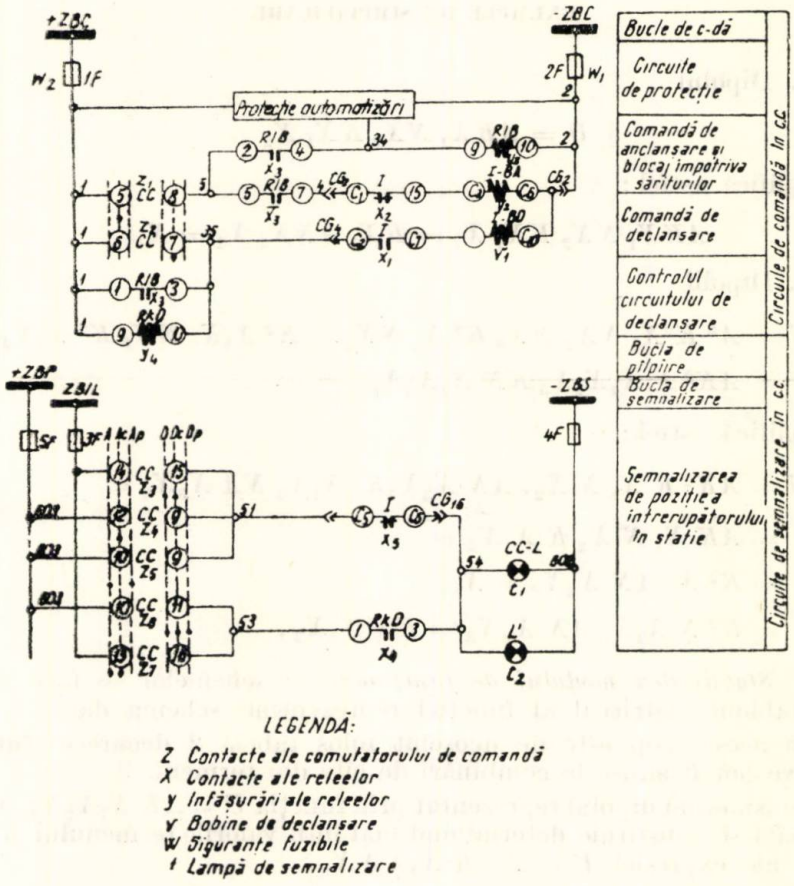


Fig. 3. — Schemă electrică de comandă și de semnalizare a unui întreruptor de 6 kV.

— termenii sînt distincți, deosebirea datorîndu-se faptului că conțin argumentele sau negațiile lor.

Conducerea mai departe a calculului logistic pînă la obținerea expresiilor ireductibile se face prin algoritmuri cunoscute.

Unele operații de simplificare pot introduce modificări ale schemei date. Astfel, în funcția

$$U = A^2 K X_1 X_2 K^2 X_1 X_3 X_5 K X_4 X_5,$$

dînd în factor comun pe X_1 rezultă

$$U = AKX_1 AX_2 KX_3 X_5 KX_4 X_5,$$

care reprezintă o schemă simplificată față de prima, dar care are o legătură nouă (X_3 este legat între X_1 și X_2, în loc să fie legat înaintea contactului X_1).

EXEMPLE DE SIMPLIFICARE

1. Dipolul

$$U = AKX_1\, NX_2\, KX_1\, X_2$$

se simplifică astfel:

$$AKX_1\, NX_2\, KX_1\, X_2 = KX_1\, ANX_2\, X_2 = X_1.$$

2. Dipolii

$$U = A^3\, K^2X_1\, NX_2\, NX_3\, K^2\, X_1\, NX_2X_3\, K^2\, X_1X_2\, NX_3\, K^2\, X_1X_2X_3,$$

$$V = AK^2\, N\, X_1X_2X_3\, KN\, X_1X_2X_3$$

se simplifică astfel:

$$U = AK^2\, K\, X_1\, N\, X_2,\ AN\, X_3X_3K^2\, X_1X_2\, NA\, X_3X_3 =$$

$$= AK\, X_1\, N\, X_2\, K\, X_1X_2 =$$

$$= K^2\, X_1\, AN\, X_2X_2 = X_1,$$

$$V = K^2\, N\, X_1X_2\, AN\, X_3X_3 = KN\, X_1X_2\,.$$

c) *Stabilitatea modului de funcționare* a schemelor se face constituind tabloul matriceal al funcției reprezentînd schema dată.

În acest scop este de deosebit folos tabela 2 deoarece funcțiile complexe pot fi aduse la combinări de cîte doi termeni.

Considerînd dipolul reprezentat prin funcția $U = AK\, X_1X_2X_3$, tabela matriceală se constituie determinînd mai întîi valorile termenului KX_1X_2 și apoi ale expresiei $U = A\ (K\, X_1X_2)\, X_3$.

Tabela matriceală a funcției $U = A\, K\, X_1\, X_2\, X_3$

X_1	X_2	X_3	$K\, X_1\, X_2$	$U = A\, K\, X_1\, X_2\, X_3$
1	1	1	1	1
1	1	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	0	0	0
0	1	1	0	1
0	1	0	0	0
0	0	1	0	1
0	0	0	0	0

d) *Verificarea funcționării unei scheme față de anumite condiții impuse.* În acest scop se dezvoltă în tabela matriceală condițiile impuse și se confundă cu tabela matriceală a schemei date.

7. Încheiere

Analiza logistică bazată pe discipline matematice dezvoltate în ultimul timp este un instrument de descriere și de calcul al funcționării rețelelor electrice.

Interesul pe care-l prezintă poate depăși pe acela al unei simple metode practice, întrucît se încadrează în procedeele generale noi de investigație în știință.

Primită la redacție la 10 decembrie 1965

LOCUL RĂDĂCINILOR ECUAȚIEI CARACTERISTICE PENTRU SISTEMELE CU TIMP MORT[1)]

DE

MIOARA CĂLUȘIȚĂ

Institutul de proiecte de automatizare, Bul. Kalinin nr. 18, București

621.3.078.001.24

Se prezintă locul rădăcinilor ecuației caracteristice a sistemelor de reglare cu timp mort atunci cînd amplificarea în circuit deschis variază. Se consideră funcția de transfer a circuitului deschis de forma unui produs între o funcție rațională de s și e^{-sT}. Se extinde metoda lui Evans de construire a locului rădăcinilor pentru acest caz.

1. INTRODUCERE

Metoda lui Evans de trasare a locului rădăcinilor a fost elaborată [1], [2], [3] pentru sistemele care au ca funcție de transfer în circuit deschis o funcție rațională de s. Această metodă nu este aplicabilă direct la sistemele automate de reglare a proceselor, deoarece, acestea avînd un timp mort, funcția de transfer conține în factor exponențiala e^{-sT}. Pentru asemenea cazuri, pînă în prezent locurile rădăcinilor au fost construite prin metode de compunere grafică punct cu punct [4]. Extinderea metodei lui Evans și deducerea unor reguli generale de trasare a locului rădăcinilor pentru sistemele cu timp mort deschid drumul utilizării sistematice a metodei locului rădăcinilor la studierea și la optimizarea circuitelor de reglare a proceselor.

[1)] Lucrare prezentată la consfătuirea „Realizări în domeniul automatizărilor și calculatoarelor electronice", Timișoara, 23—24 octombrie 1965.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 2 p. 313—324 București 1966

2. RELAȚII FUNDAMENTALE

2.1. Se consideră sistemele cu funcția de transfer în circuit deschis de forma :

$$G_d(s) = K\,\mathrm{e}^{-sT}\,G(s). \tag{1}$$

În ecuația (1), K reprezintă factorul de amplificare al sistemului în circuit deschis, factor care mai jos va fi numit, pe scurt, și amplificare, T este timpul mort echivalent al sistemului, iar $G(s)$ o funcție rațională de s având zerourile $-z_i$, unde $i = 1, 2, \ldots, Z$ și polii $-p_j$, unde $j = 1, 2, \ldots, P$:

$$G(s) = \frac{\prod_{i=1}^{Z}(s + z_i)}{\prod_{j=1}^{P}(s + p_j)}. \tag{2}$$

Se definesc coeficienții erorii statice de poziție H_0, de viteză H_1, de accelerație H_2, cu formula

$$H_q = \lim_{s \to 0} s^q G_d(s). \tag{3}$$

Pentru $G_d(s)$ dat există un singur H_q finit nenul, corespunzînd la q egal cu ordinul de multiplicitate al polului $s = 0$ al lui $G_d(s)$. Mai jos H_q va fi numit mai pe scurt și coeficient de amplificare.

Înlocuind (1) și (2) în (3),

$$H_q = K\,\frac{\prod_{i=1,\ z_i \neq 0}^{Z} z_i}{\prod_{j=1,\ p_j \neq 0}^{P} p_j}. \tag{4}$$

Notînd cu $X_i(s)$ transformata semnalului de intrare și cu $X_0(s)$ transformata semnalului de ieșire al sistemului în circuit închis, se obține

$$[1 + G_d(s)]\ \ X_0(s) = G_d(s)\,X_i(s). \tag{5}$$

$$1 + G_d(s) = 0 \tag{6}$$

se definește ca ecuația caracteristică a sistemului cu timp mort. Ținînd seama de (1), (6) devine

$$1 + K\,\mathrm{e}^{-sT}\,G(s) = 0. \tag{7}$$

2.2. În această lucrare *se definește locul rădăcinilor sistemului cu timp mort, locul descris de soluțiile ecuației sale caracteristice* (7) *atunci cînd amplificarea în circuit deschis variază de la 0 la* $+\infty$. Locul rădăcinilor se consideră orientat în sensul creșterii valorilor lui K.

Ținînd seama de (2), relația (7) poate fi scrisă

$$e^{-sT}\frac{\prod_{i=1}^{Z}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{P}(s+p_j)} = -\frac{1}{K}. \tag{8}$$

Relația în complex (8) reprezintă două condiții :
Condiția de fază sau de definiție a locului rădăcinilor este

$$\sum_{i=1}^{Z}\underline{/s+z_i} - \sum_{j=1}^{P}\underline{/s+p_j} - (\text{imag } s)\ T = (2n+1)\pi, \tag{9}$$

unde n este un număr întreg, iar (imag s) reprezintă partea imaginară a lui s și ulterior se va nota cu y.

Condiția de amplitudine sau de etalonare a locului rădăcinilor se poate exprima

$$K = e^{(\text{real } s)\,T}\frac{\prod_{j=1}^{P}|s+p_j|}{\prod_{i=1}^{Z}|s+z_i|}, \tag{10}$$

unde prin (real s) se notează partea reală a lui s, care se va nota ulterior cu x.

2.3. Punctele de pornire ale locului rădăcinilor corespund la $K = 0$. Studierea locului rădăcinilor în aceste puncte se face făcînd $K = 0$ în relațiile (10) și (9).

Din ecuația (10) de etalonare a locului rădăcinilor, făcînd $K = 0$, se obțin valorile

$$s = -p_k, \text{ unde } k = 1, \ldots, P, \tag{11}$$

adică polii funcției $G(s)$ și punctele

$$x = -\infty, \tag{12}$$

adică punctele în care se anulează exponențiala din (10). Prin analogie cu polii lui $G(s)$, aceste puncte, care fac infinită funcția $e^{-sT}G(s)$, se numesc polii asimptotici ai lui $e^{-sT}G(s)$.

Din condiția de fază (9) scrisă în polul finit $-p_k$ se obține unghiul α_{pk} pe care îl face tangenta la curbă în punctul $s = -p_k$ cu axa absciselor. Într-adevăr, dacă se consideră un punct aparținînd locului rădăcinilor (deci care satisface (9)) suficient de apropiat de polul $-p_k$, unghiul făcut cu axa absciselor de vectorul dus din polul $-p_k$ pînă în punctul considerat este egal cu α_{pk}, iar unghiurile făcute cu axa absciselor de vectorii care unesc ceilalți poli sau zerouri cu punctul considerat sînt

egale cu unghiurile făcute de vectorii care unesc punctele respective cu polul $s = -p_k$. Scriind relația (9) în $s = -p_k$, se obține

$$-\alpha_{pk} + \sum_{i=1}^{Z} \underline{/-p_k + z_i} - \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq k}}^{P} \underline{/-p_k + p_m} - yT = (2n+1)\pi, \qquad (13)$$

care exprimă pe α_{pk} în funcție de polii și zerourile lui $G(s)$ și de timpul mort.

Scriind condiția (9) pentru polii asimptotici, adică $x \to -\infty$, se obțin tangentele la curbă în polii asimptotici. Considerînd un punct în stînga planului complex astfel încît, y rămînînd finit, $x \to -\infty$, vectorii duși din polii sau zerourile finite în punctul considerat fac cu axa absciselor unghiuri care tind la 180°, adică π radiani. Ecuația (9) devine

$$\pi Z - \pi P - yT = (2n_1 + 1)\pi, \qquad (14)$$

unde n_1 este un număr întreg. Înlocuind

$$n_1 = -n + Z - P - 1 \qquad (15)$$

și calculînd pe y din (14), se obține

$$y = \frac{P - Z + 2n + 1}{T}\pi, \qquad (16)$$

care reprezintă o familie de drepte paralele cu axa absciselor asimptote la locul rădăcinilor în polii asimptotici. y exprimat de relația (16) definește ordonata polilor asimptotici.

Relația (16) poate fi demonstrată și pornind de la ecuația locului rădăcinilor, scrisă în complex. Scriind pe $G(s)$ ca raportul a două polinoame în s și înlocuind $s = x + jy$, (8) devine

$$e^{xT} e^{jyT} \frac{(x+jy)^P + b_{P-1}(x+jy)^{P-1} + \ldots + b_0}{(x+jy)^Z + a_{Z-1}(x+jy)^{Z-1} + \ldots + a_0} = -K. \qquad (17)$$

Dînd factor comun pe x la cea mai mare putere și punînd în evidență semnul negativ al lui x, se obține

$$e^{xT} e^{jyT} (-1)^{P-Z} |x|^{P-Z} \cdot \frac{\left(1 + j\frac{y}{x}\right)^P + b_{P-1}\frac{1}{x}\left(1 + j\frac{y}{x}\right)^{P-1} + \ldots}{\left(1 + j\frac{y}{x}\right)^Z + a_{Z-1}\frac{1}{x}(1+j)\frac{y}{x}^{Z-1} + \ldots} = -K. \qquad (18)$$

Din (18) se vede că, dacă $x \to -\infty$, condiția de fază devine

$$yT - (P - Z)\pi = (2n+1)\pi, \qquad (19)$$

care corespunde ecuației (14).

2.4. Punctele în care sosește locul rădăcinilor corespund la $K = \infty$.

Din ecuația (10) de etalonare a locului rădăcinilor făcînd $K = \infty$, se obțin pentru s valorile

$$s = -z_h \quad \text{un } h = 1, 2, \ldots, Z, \tag{20}$$

adică zerourile funcției $G(s)$, și,

$$x = +\infty, \tag{21}$$

adică valorile care fac infinită exponențiala din (10) și care se definesc ca zerourile asimptotice ale lui $G(s)\, e^{-sT}$.

Din condiția de fază (9) scrisă în punctul $s = -z_h$ se obține α_{zh}, unghiul pe care îl face tangenta la curbă în punctul de sosire $s = -z_h$ cu axa absciselor :

$$\alpha_{zh} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq h}}^{Z} \underline{/-z_h + z_i} - \sum_{m=1}^{P} \underline{/-z_h + p_m} - yT = 2(n+1)\pi. \tag{22}$$

Scriind condiția (9) pentru $x \to \infty$, se obțin tangentele la curbă în zerourile asimptotice, adică o familie de asimptote la locul rădăcinilor în zerourile asimptotice. Considerînd un punct în dreapta planului complex astfel încît, y rămînînd finit, $x \to \infty$, vectorii duși din polii sau zerourile finite în punctul considerat fac cu axa absciselor unghiuri care tind spre zero. Relația (9) devine

$$-Ty = (2n_2 + 1)\pi. \tag{23}$$

Înlocuind

$$n_2 = -(n+1), \tag{24}$$

din (23) se obține

$$y = -\frac{(2n+1)}{T}\pi, \tag{25}$$

care reprezintă și ordonata zerourilor asimptotice.

2.5. Ramurile locului rădăcinilor se definesc astfel încît, dacă pentru o valoare particulară a lui K se reprezintă grafic rădăcinile ecuației caracteristice, atunci pe fiecare din ramurile locului rădăcinilor corespunde cîte o rădăcină, iar cînd K variază, fiecare rădăcină a ecuației caracteristice descrie cîte o ramură a locului rădăcinilor.

Se numesc ramuri fundamentale ale curbei acele ramuri care au la una dintre extremități poli sau zerouri ale lui $G(s)$ sau punctul $x = -\infty$, $y = 0$ dacă acesta aparține locului rădăcinilor. Se numesc ramuri armonice acelea care au la extremități cîte un pol și un zero asimptotic. Rădăcinile ecuației caracteristice aflate pe ramurile fundamentale se numesc rădăcini fundamentale, iar cele de pe ramurile armo-

nice rădăcini armonice. $-\alpha_h \pm j\beta_h$ fiind zerourile complexe și $-\gamma_m \pm \pm j\delta_m$ polii complecși ai lui $G(s)$ dacă se notează $\omega_m = \max(\beta_h, \delta_m)$, relația

$$\omega_m \leqslant \frac{\pi}{T} \tag{26}$$

poate fi interpretată ca o condiție de neîncălecare a spectrelor de frecvență, analogă teoremei lui Shannon de la sistemele cu date eșantionate. Într-adevăr, notînd $T = \frac{2\pi}{\omega}$, condiția (26) devine

$$\omega_m \leqslant \frac{\omega}{2}. \tag{27}$$

3. REGULILE GENERALE DE TRASARE A LOCULUI RĂDĂCINILOR

3.1. Locul rădăcinilor este simetric față de axa reală.

Această proprietate se demonstrează cu ajutorul relației (9) de definiție a locului rădăcinilor. $-z_i$ (zerourile funcției de transfer în circuit deschis) fiind rădăcinile unei ecuații cu coeficienți reali, sînt numere reale sau perechi de numere complex conjugate; la fel, polii $-p_j$. Ținînd seama de această proprietate, se vede că dacă relația (9) este satisfăcută pentru o valoare a lui s, ea este satisfăcută și pentru valoarea lui complex conjugată, deoarece suma unghiurilor din membrul stîng rămîne aceeași, dar își schimbă semnul.

3.2. Locul rădăcinilor pornește din polii lui $G(s)$ și din polii asimptotici ai lui $G(s)\,e^{-sT}$. $G(s)\,e^{-sT}$ are o infinitate de poli asimptotici, situați la

$$x = -\infty, \tag{12}$$

$$y = \frac{P - Z + 2n + 1}{T}\pi, \tag{16}$$

în care P este numărul polilor lui $G(s)$, Z numărul zerourilor lui $G(s)$, iar n un număr întreg oarecare.

3.3. Locul rădăcinilor sosește în zerourile lui $G(s)$ și în zerourile asimptotice ale lui $G(s)\,e^{-sT}$. $G(s)\,e^{-sT}$ are o infinitate de zerouri asimptotice, situate la

$$x = \infty, \tag{21}$$

$$y = \frac{(2n+1)}{T}\pi, \tag{25}$$

unde n este un număr întreg oarecare.

3.4. Locul rădăcinilor are un număr infinit de ramuri.

Această proprietate decurge din faptul că ecuația caracteristică (7), fiind transcendentă, are un număr infinit de rădăcini.

În cazul general, numărul ramurilor fundamentale N este

$$N \leqslant P_1 + Z. \tag{28}$$

Dacă este îndeplinită condiția (26), atunci

$$N = \max(P_1, Z), \tag{29}$$

unde $P_1 = P$ dacă $P - Z$ este par și $P_1 = P + 1$ dacă $P - Z$ este impar. Cu alte cuvinte, P_1 este egal cu numărul polilor finiți ai lui $G(s)$ dacă funcția $G_d(s)$ nu are ca pol asimptotic punctul $x = -\infty$ de pe axa reală, iar dacă $G_d(s)$ are acest pol, el se adaugă la numărul polilor finiți.

3.5. Asimptotele locului rădăcinilor sînt drepte de pantă nulă.

3.6. Locul rădăcinilor are două familii infinite de asimptote, definite de (16) și (25):

$$y = \frac{P - Z + 2n + 1}{T}\pi \tag{16}$$

reprezintă familia de asimptote tangente la locul rădăcinilor în polii asimptotici, iar

$$y = \frac{2n + 1}{T}\pi \tag{25}$$

reprezintă familia de asimptote tangente la locul rădăcinilor în zerourile asimptotice.

Proprietățile 3.2, 3.3, 3.4, 3.5 și 3.6 rezultă direct din cele arătate la 2.3, 2.4 și 2.5.

3.7. Distanța dintre două asimptote duse la aceeași ramură a locului rădăcinilor (în polul și în zeroul asimptotic) este de

$$Y_2 - Y_1 = \frac{(P - Z)}{T}\pi. \tag{30}$$

Relația (9) de definiție a locului rădăcinilor este de forma

$$-yT + \underline{/G(s)} = (2n + 1)\pi, \tag{31}$$

$G(s)$ având polii și zerourile într-o zonă finită în jurul originii, în afara acestei zone $G(s)$ variază continuu, și de aceea, pentru aceeași ramură, yT și $G(s)$ variază în așa fel, încît suma lor să rămînă constantă. Așa cum s-a arătat în cazul polului asimptotic, (31) corespunde lui (14), adică

$$-y_1T + (Z - P)\pi = (2n + 1)\pi, \tag{32}$$

iar în cazul zeroului corespunde lui (23) și

$$-y_2T = (2n + 1)\pi. \tag{33}$$

Întrucît în cadrul aceleiași ramuri membrul drept nu variază în salturi, n este constant, și din (32) și (33) se obține

$$(y_2 - y_1)\, T = (P - Z)\,\pi, \tag{34}$$

care este tocmai relația (30).

3.8. În punctele de ordonată

$$y = \frac{2q\pi}{T}, \tag{35}$$

locul rădăcinilor sistemului cu timp mort intersectează locul rădăcinilor pe care l-ar avea același sistem dacă nu ar avea timp mort, q fiind un număr întreg.

Înlocuind în ecuația de definiție a locului rădăcinilor sistemului cu timp mort scrisă sub forma (31) pe (35), se obține

$$-2q\pi + \underline{/G(s)} = (2n+1)\,\pi, \tag{36}$$

n și q fiind două numere întregi.

$$m = q + n \tag{37}$$

este un număr întreg. Ținînd seama de (37), (36) devine

$$\underline{/G(s)} = (2n+1)\,\pi. \tag{38}$$

Urmează că punctele care satisfac condițiile (35) și (31), adică punctele de pe locul rădăcinilor sistemului cu timp mort de ordonată (35) satisfac și ecuația (38), ecuație care reprezintă locul rădăcinilor sistemului cu reacție fără timp mort, adică avînd funcția de transfer în circuit deschis $G(s)$, q.e.d.

3.9. Un punct de pe axa reală face parte din locul rădăcinilor dacă și numai dacă numărul total al polilor și zerourilor lui $G(s)$ care se găsesc pe axa reală în dreapta lui este impar.

Această proporție este un corolar al propoziției 3.8. Într-adevăr, punctele de pe axa reală satisfac (35), deci locul rădăcinilor sistemului cu timp mort de pe axa reală coincide cu locul rădăcinilor sistemului dacă acesta nu ar avea timp mort, adică este definit prin propoziția 3.9.

3.10. Unghiul α_{pk} de plecare a locului rădăcinilor sistemului cu timp mort din polul $-p_k$ al lui $G(s)$ și unghiul α_{zh} de sosire în zeroul $-z_h$ al lui $G(s)$ se calculează cu formulele (13) și (22):

$$-\alpha_{pk} + \sum_{i=1}^{Z} \underline{/-p_k + z_i} - \sum_{\substack{m=1 \\ m\neq k}}^{P} \underline{/-p_k + p_m} - yT = (2n+1)\,\pi, \tag{13}$$

$$+\alpha_{zh} + \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq h}}^{Z} \underline{/-z_h + z_i} - \sum_{m=1}^{P} \underline{/-z_h + p_m} - yT = (2n+1)\,\pi. \tag{22}$$

Formulele (13) și (22) au fost demonstrate anterior la 2.3 și 2.4.

3.11. Punctele de ramificație sînt puncte în care ecuația caracteristică prezintă rădăcini multiple. Punctele de ramificație sînt pe axa reală sau simetrice față de axa reală. Abscisa σ la care două ramuri părăsesc axa reală este dată de relația

$$\sum_1 \frac{1}{z_i - \sigma} - \sum_2 \frac{1}{p_k - \sigma} + \sum_3 \frac{2(\alpha_h - \sigma)}{(\alpha_h - \sigma)^2 + \beta_h^2} - \\ - \sum_4 \frac{2(\gamma_m - \sigma)}{(\gamma_m - \sigma)^2 + \delta_m^2} - T = 0, \tag{39}$$

unde $\sum_1$ se efectuează asupra zerourilor reale $-z_i$, $\sum_2$ asupra polilor reali $-p_k$, $\sum_3$ asupra perechilor de zerouri complex conjugate $-\alpha_h \pm j\beta_h$, iar $\sum_4$ asupra perechilor de poli complex conjugați $-\gamma_m \pm j\delta_m$ ai lui $G(s)$.

Punctele de ramificație ale locului rădăcinilor se găsesc pe axa reală sau simetric față de această axă, ca o consecință a proprietății 3.1.

Relația (9) de definiție a locului rădăcinilor este satisfăcută atît pentru punctul M_0 $(\sigma, 0)$, în care locul rădăcinilor părăsește axa reală, cît și pentru punctul vecin de pe locul rădăcinilor M, de ordonată ε. Urmează deci că, dacă punctul de pe locul rădăcinilor variază din M_0 în M, atunci variația unghiurilor din primul membru al relației (9) este nulă.

Ca și în cazul locului rădăcinilor sistemului fără timp mort, se arată că, aproximînd cu tangenta unghiul descris de vectorul dus din polul real $-p_j$ într-un punct cînd acest punct variază din $M_0(-\sigma, 0)$ în M de ordonată ε, se găsește $\dfrac{\varepsilon}{p_j - \sigma}$. Variația unghiurilor tuturor polilor reali este

$$\sum_2 \frac{\varepsilon}{p_k - \sigma},$$

unde $\sum_2$ se efectuează asupra tuturor polilor reali $-p_k$ ai lui $G(s)$.

În cazul polilor complecși $-\gamma_m \pm j\delta_m$ se obține

$$\sum_4 \frac{2(\gamma_m - \sigma)}{(\gamma_m - \sigma)^2 + \delta_m^2},$$

unde $\sum_4$ se efectuează asupra perechilor de poli complecși $-\gamma_m \pm j\delta_m$. Relații similare se obțin și pentru zerouri [3].

Cînd y variază de la 0 la ε, yT variază cu εT. Ținînd seama de cele de mai sus, se obține

$$\sum_1 \frac{\varepsilon}{z_i - \sigma} - \sum_2 \frac{\varepsilon}{p_k - \sigma} + \sum_3 \frac{2(\alpha_h - \sigma)\varepsilon}{(\alpha_h - \sigma)^2 + \beta_h^2} - \\ - \sum_4 \frac{2(\gamma_m - \sigma)\varepsilon}{(\gamma_m - \sigma)^2 + \delta_m^2} - T\varepsilon = 0 \tag{40}$$

și, simplificînd cu ε, se obține tocmai (39).

3.12. Valoarea amplificării corespunzînd unui punct de pe locul rădăcinilor se determină ducînd vectorii din poli și zerouri pînă în punctul respectiv și calculînd

$$K = \frac{\prod_{k=1}^{P} V_k}{\prod_{i=1}^{Z} U_i} e^{\sigma T}, \tag{41}$$

unde V_k este modulul vectorului dus din polul $-p_k$ în punctul considerat și U_i modulul vectorului dus din zeroul $-z_i$ în punctul considerat. Formula (41) se deduce direct din (10). În particular, în punctele de intersecție a locului rădăcinilor cu axa imaginară $e^{\sigma T} = 1$, și formula coeficientului de amplificare ia aceeași formă ca cea de la sistemul cu reacție fără timp mort.

4. SEMNIFICAȚIA RĂDĂCINILOR ECUAȚIEI CARACTERISTICE A SISTEMELOR CU TIMP MORT

Se arată [5], [6] că regimul liber al sistemului cu timp mort este exprimat de

$$x_0(t) = \sum_j e^{s_j t} \sum_{i=0}^{\mu_j - 1} c_{ji} t^i, \tag{42}$$

unde s_j sînt rădăcinile ecuației caracteristice, iar μ_j ordinul de multiplicitate a rădăcinii s_j. Spre deosebire de cazul sistemului fără timp mort, numărul rădăcinilor s_j pentru care se face însumarea este infinit. Deoarece pentru $P > Z$ există un număr finit de rădăcini ale ecuației caracteristice care au (real s) $> M$, unde M este un număr dat [5], este suficient să se studieze un număr finit de rădăcini ale ecuației caracteristice pentru a se stabili comportarea sistemului.

Într-adevăr, trasînd locul rădăcinilor, se constată că pe ramurile fundamentale corespund rădăcini care sînt mai apropiate de origine decît pe ramurile armonice, și cu cît ramurile armonice se depărtează de axa reală, rădăcinile care corespund aceleiași valori a lui K se deplasează spre stînga planului complex și importanța lor în evaluarea funcționării sistemului scade.

Odată trasat locul rădăcinilor sistemului cu timp mort, se pot folosi aceleași metode de compensare care se utilizează și la sistemele fără timp mort.

5. EXEMPLU

Folosind regulile arătate în § 3, în figura 1 s-a trasat locul rădăcinilor sistemului cu reacție, avînd

$$G_d(s) = K \frac{e^{-sT_m}}{s + \frac{1}{T_p}}. \tag{43}$$

Expresia (43) este mult utilizată în tehnica reglării proceselor, ea corespunzînd aproximării caracteristicii procesului ca avînd un timp mort T_m și o constantă de timp de întîrziere T_p.

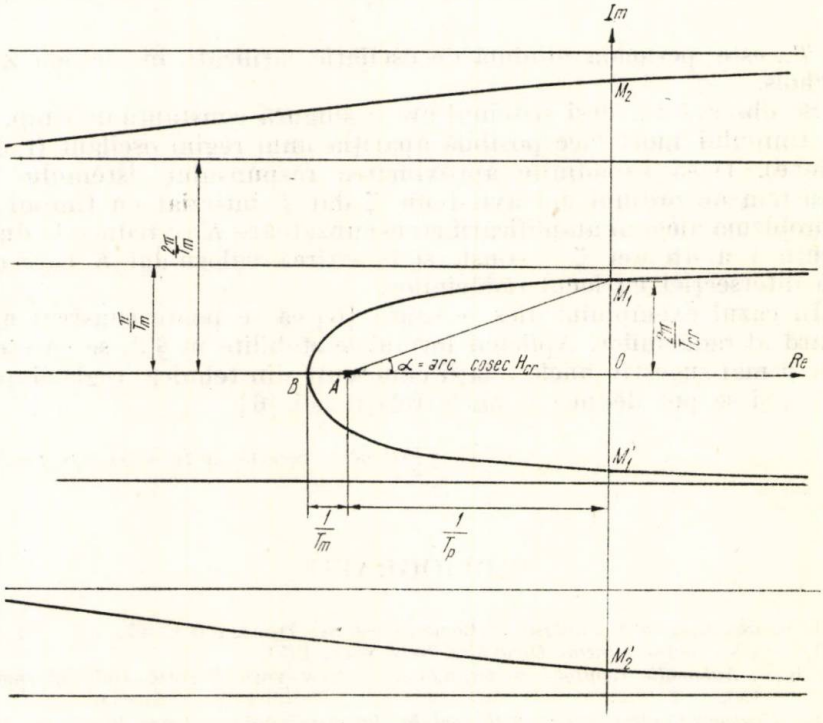


Fig. 1. — Locul rădăcinilor pentru sistemul avînd $G_d = \dfrac{Ke^{-sT_m}}{s + \dfrac{1}{T_p}}$

Aplicînd formula (4), se găsește coeficientul de amplificare a procesului

$$H_0 = KT_p. \tag{44}$$

Înlocuind în (44) valoarea critică a amplificării, adică cea care corespunde limitei de oscilație și folosind notațiile din figura 1, în baza formulei (41) se obține

$$K_{cr} = \overline{AM_1}. \tag{45}$$

Înlocuind pe (45) în (44), se obține H_{cr}, coeficientul de amplificare corespunzător acroșării de oscilații, care se determină experimental cînd se aplică metoda Ziegler și Nichols de acordare a regulatorului la proces [7]:

$$H_{cr} = \overline{AM_1}\, T_p = \frac{\overline{AM_1}}{\dfrac{1}{T_p}} = \operatorname{cosec} \alpha. \tag{46}$$

Pulsația corespunzătoare limitei de acroșare de oscilații este

$$\overline{OM_1} = \frac{2\pi}{T_{cr}}, \tag{47}$$

unde T_{cr} este perioada minimă de oscilație, utilizată în metoda Ziegler și Nichols.

Se observă că, deși sistemul are o singură constantă de timp, existența timpului mort face posibilă apariția unui regim oscilant (rădăcini complexe). Dacă se admite aproximarea răspunsului sistemului cu a unui sistem de ordinul doi avînd un ζ dat și întîrziat cu timpul mort T_m, problema alegerii amplificării corespunzătoare K se reduce la ducerea în figura 1 a dreptei $\zeta = \text{const.}$ și la citirea valorii lui K care corespunde intersecției cu locul rădăcinilor.

În cazul exemplului ales se arată [6] că se poate construi un loc standard al rădăcinilor. Aplicînd formulele stabilite în § 3, se găsesc mai simplu și mai sugestiv unele relații cunoscute din tehnica reglării proceselor [7] și se pot deduce și unele relații noi [6].

Primită la redacție la 20 noiembrie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. W. R. Evans, *Graphical Analysis of Control Systems*. Trans. AIEE, **67**, 547–551 (1948).
2. W. R. Evans, *Control-Systems Dynamics*, New York, 1954.
3. B. C. Kuo, *Automatic Control Systems*, Londra – New York, Prentice-Hall International, 1962.
4. Y. Chu, *Feedback Control Systems with dead time lag distributed time lag by Root Locus Method*. Trans. AIEE, **71**, *2*, 291–296 (1952).
5. Эдм. Пинней, *Обыкновенные дифференциально-разностные уравнения*, Москва, Изд. Иностранной Литературы 1951 (trad. din l. engleză).
6. M. Călușiță, *Locul rădăcinilor ecuației caracteristice a sistemelor cu timp mort*. Automatica și electronica, **10**, *2*, 61–69 (1966).
7. В. Оппелт, *Основы техники автоматического регулирования*, Москва-Ленинград, Госэнергоиздат, 1960 (trad. din l. germană).

INTERDEPENDENȚA SIMPLEXURILOR GEOMETRICE ȘI REGIMULUI DE CURGERE ÎN CAZUL MODELĂRII IZOTERMICE MONOFAZICE A FOCARELOR-CICLON

DE

N. PĂNOIU [1])

662.921

Pe baza unei metodici de cercetare prezentată în lucrări anterioare, se analizează influența simplexurilor geometrice $\frac{L}{D}$ și $\frac{F_i}{F_e}$, a construcției arzătoarelor și a cantității aerului primar asupra regimului de curgere din volumul focarului-ciclon orizontal, vertical și conic. Se dau relații de calcul generalizate pentru determinarea criteriilor Euler raportate la secțiunea de intrare și de ieșire, funcție de simplexurile geometrice ale focarelor-ciclon și dependența coeficientului de rezistență aerodinamică a focarelor-ciclon de caracteristica geometrică.

Intensificarea procesului de ardere în focarul-ciclon se realizează în primul rînd printr-un regim de curgere impus [1], [2], regim care să asigure creșterea corespunzătoare a vitezei de ardere [3], [4], [5] prin creșterea schimbului de masă comburant-carburant și asigurarea unei distribuții corecte a combustibilului în interiorul focarului [6],[7],[8]. Ca urmare, o parte importantă a cercetărilor fundamentale ce se efectuează în domeniul cunoașterii proceselor din focarul-ciclon sînt îndreptate spre cunoașterea regimului de curgere [9], [10].

Rezultatele cercetărilor efectuate pe modelele izotermice monofazice, care fac și obiectul acestei lucrări, permit formarea unei imagini generale asupra configurației fluxului și zonelor de circulație din interiorul focarului, zone a căror situare nu suferă modificări importante la funcționarea în alte regimuri [11], [12].

---

[1]) La lucrări au mai colaborat C. Crăciuneanu, G. Singer și I. Carabogdan.
Articol publicat și în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechn. Energ." **11**, *2* (1966).

Cercetările efectuate pe modele izotermice monofazice fiind mai comode din punct de vedere teoretic şi în special experimental permit studierea în detaliu a influenţei diverşilor factori geometrici asupra regimului de curgere, influenţă care se menţine, în linii mari, şi la funcţionarea neizotermică bifazică [13], [14].

Cercetările experimentale efectuate pe modele şi instalaţii industriale au arătat că relaţiile stabilite pe cale teoretică în condiţiile curgerii fluidului ideal au nevoie de corecţii sensibile. În scopul apropierii relaţiilor de calcul de realitatea fizică s-au dezvoltat trei metode de calcul care se referă la focarul-ciclon izotermic :

a) metoda injectorului centrifugal [16];
b) metoda venei turbionare rotative [17], [18];
c) metoda curgerii turbionare [19], [20], [21].

Cele trei metode de calcul menţionate fac o serie de simplificări în configuraţia geometrică a focarului şi a ecuaţiilor care descriu mişcarea fluidului, ajungînd la o serie de relaţii mai complexe care permit determinarea componentelor vitezei, distribuţia presiunii, coeficientul de rezistenţă a focarului, coeficientul de debit al focarului, căderea de presiune şi coeficientul de conservare a vitezei tangenţiale.

Rezultatele experimentale, aşa cum recunosc şi autorii acestor teorii, nu concordă cu realitatea într-o măsură convenabilă în cazul focarelor-ciclon, în special din cauza prezenţei capacului de ieşire, profilat într-o formă specială funcţie de necesităţile măririi gradului de separare a suspensiei solide şi care aduce toate complicaţiile în calculele teoretice.

O serie de cercetători au căutat să atace problema pe cale experimentală, studiind influenţa unor parametri constructivi şi funcţionali asupra distribuţiei vitezelor şi presiunii în volumul focarului. Rezultate valoroase au fost obţinute de Nehapetian [22], Liahovski [23], Nadjarov [24], Havemann [25], Roberts [26]. Rezultatele obţinute nu pot fi complet generalizate şi, ca urmare, există încă serioase lacune în cunoaşterea completă a procesului de curgere din focarele-ciclon [4].

O încercare de generalizare a datelor experimentale a fost efectuată de Iakubov [27], [28], care a prelucrat rezultatele altor cercetători. Din cauza condiţiilor diferite de experimentare însă, generalizarea încercată este afectată de erori sensibile, aşa cum de altfel recunoaşte şi autorul.

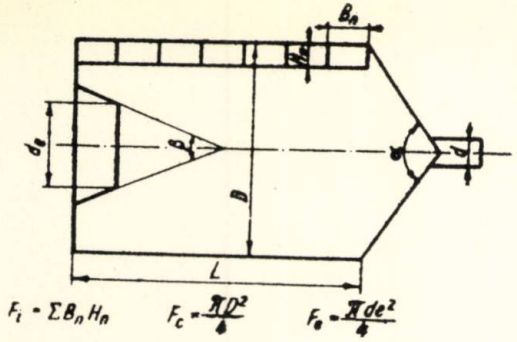
În lucrarea de faţă se încearcă o generalizare a rezultatelor privind interdependenţa dintre simplexurile geometrice şi regimul de curgere în cazul modelării izotermice monofazice a focarelor-ciclon şi o discuţie comparativă a focarelor-ciclon orizontal, vertical şi conic [29], [30], [31].

Schemele instalaţiilor experimentale folosite cu simbolurile mărimilor geometrice se prezintă în figura 1.

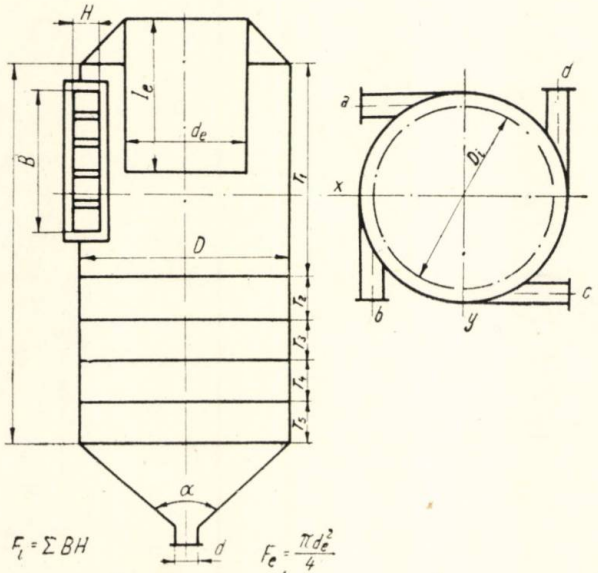
În vederea efectuării cercetărilor au fost studiate spectrul vitezelor şi presiunilor în volumul focarului, aşa cum se prezintă în figura 2.

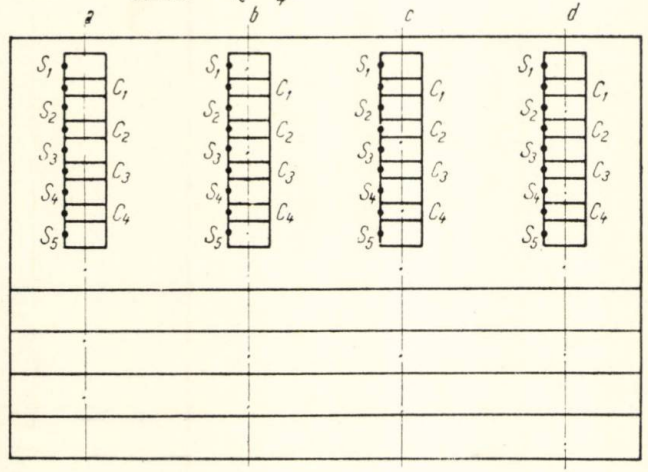
În conformitate cu diagramele din figura 2 se disting patru zone de circulaţie din punctul de vedere a componentelor axiale ale vitezei :

— turbionul principal, în zona periferică a focarului care se mişcă spre capacul de ieşire ;



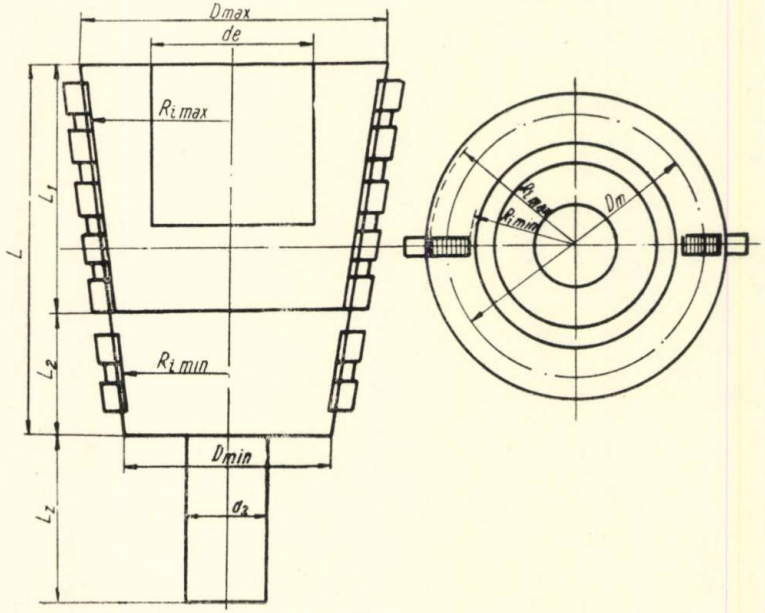
A

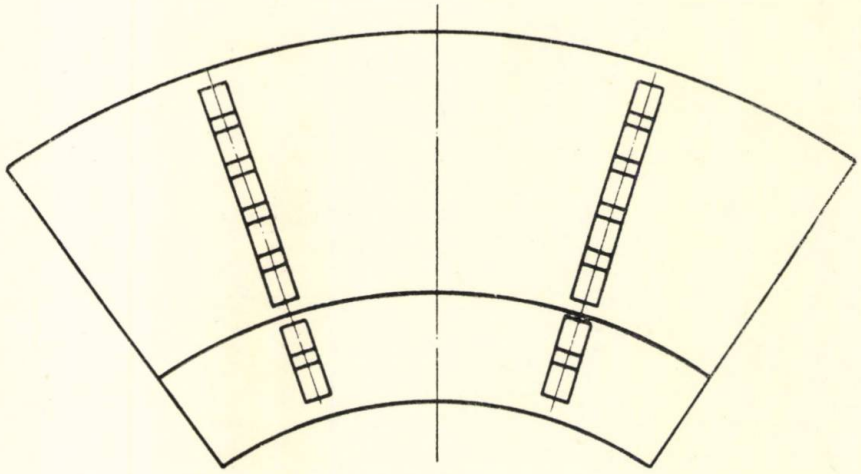




B

Fig. 1. — Schemele focarelor experimentale folosite cu simbolurile mărimilor geometrice : *A* — focar-ciclon orizontal ; *B* — focar-ciclon vertical ; *C* — focar-ciclon conic.



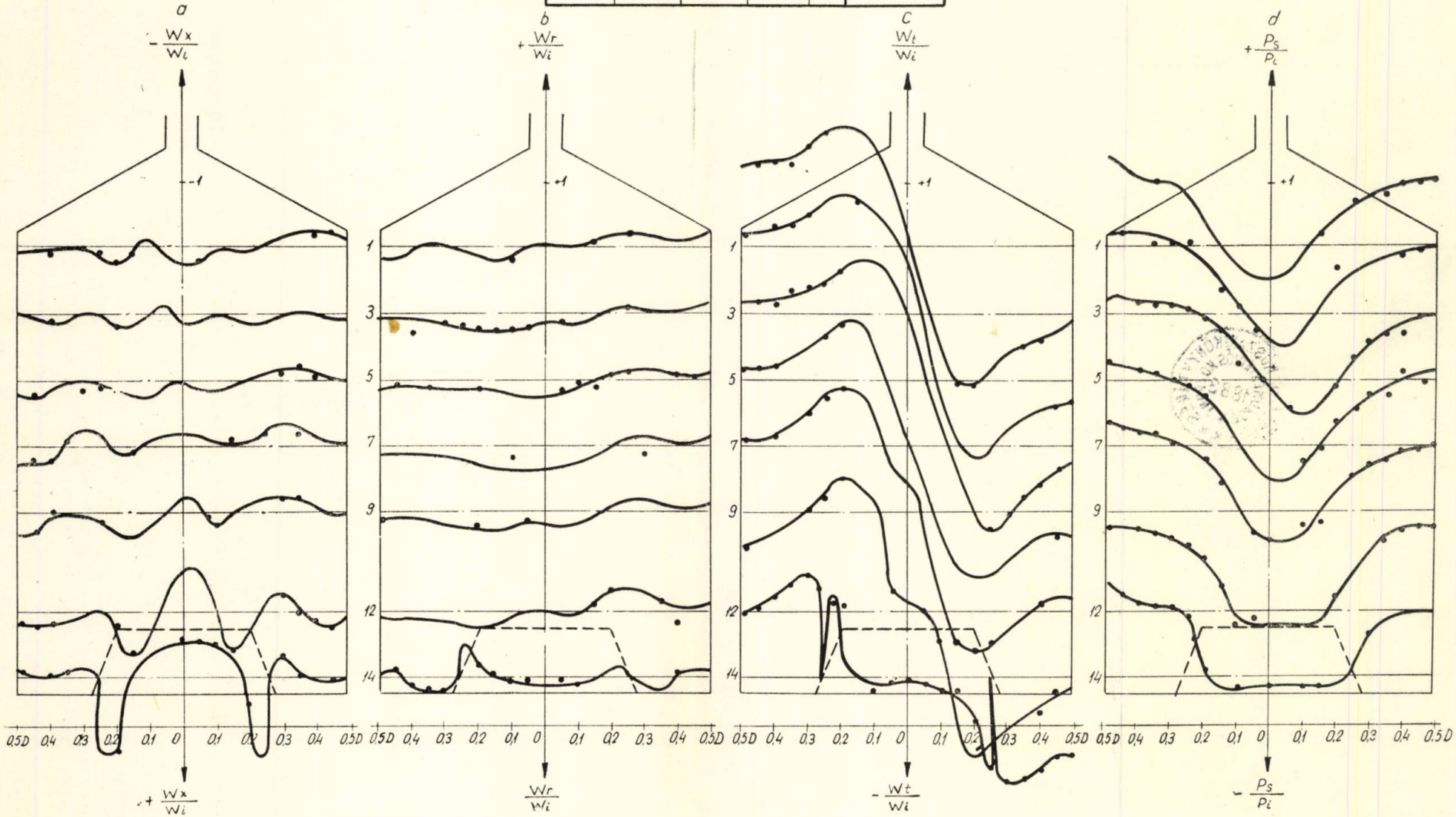


C

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT
1883

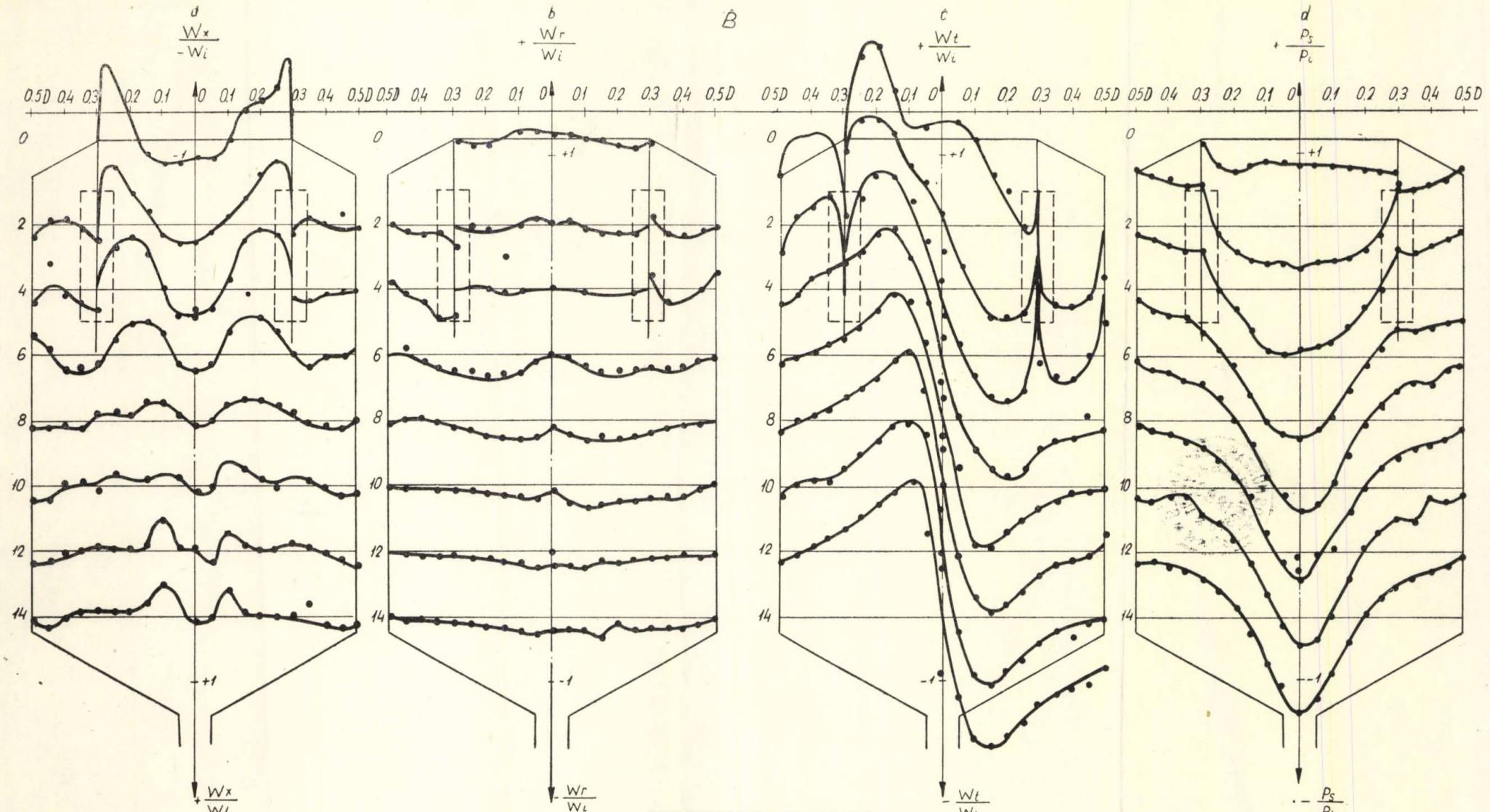
A

d	α	de	le	$\frac{l}{b}$	$S_1+S_2+S_3+S_4$
65	120°	200	100	1,4	

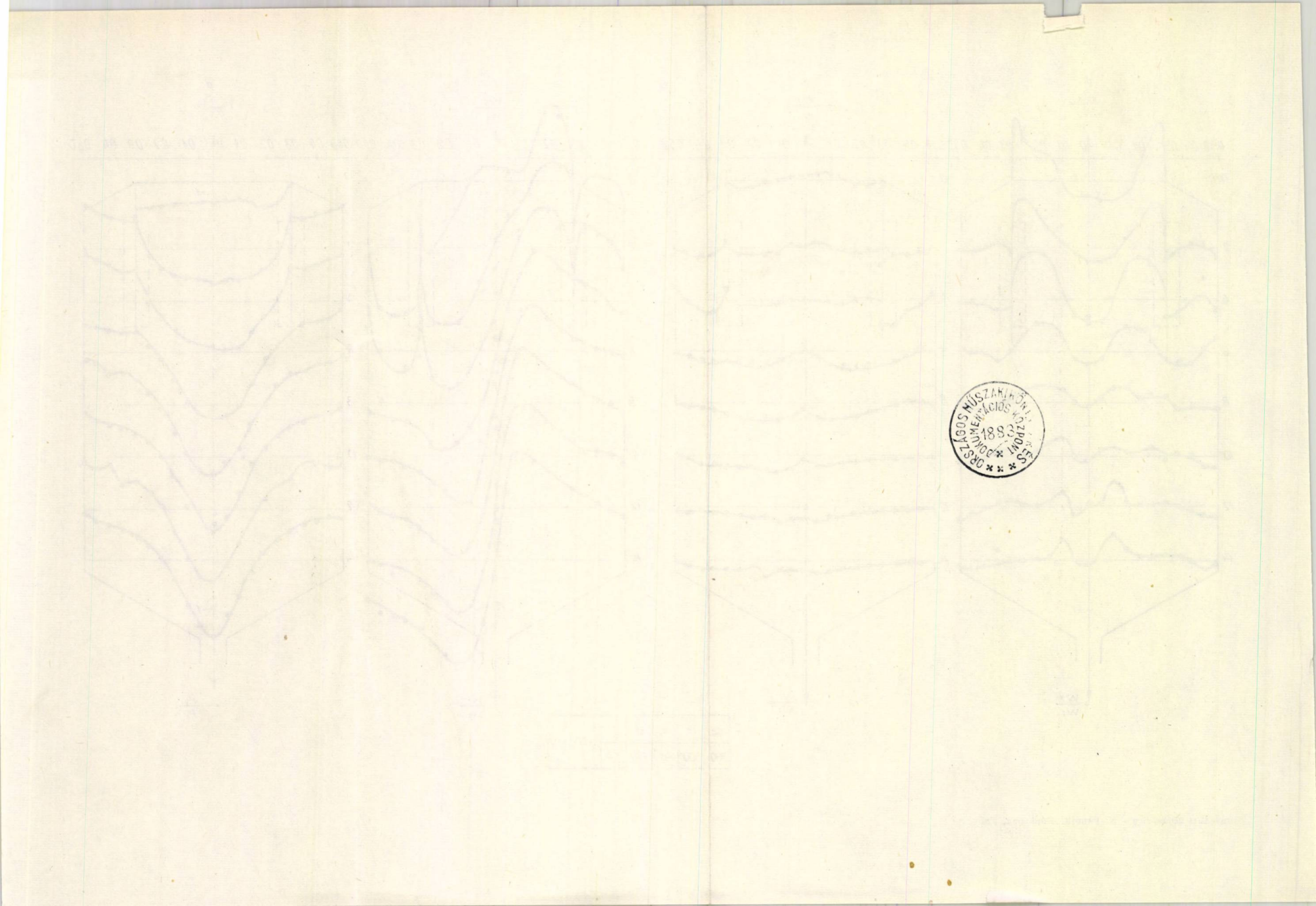


Simplexuri geometrice – N. Pănoiu. După pag. 326

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT
1882



de	le	α	d	$\frac{L}{D}$	$(S_1+S_2+S_3+S_4+S_5)$
300	300	45°	120	1.4	



ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRES
DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT
1883

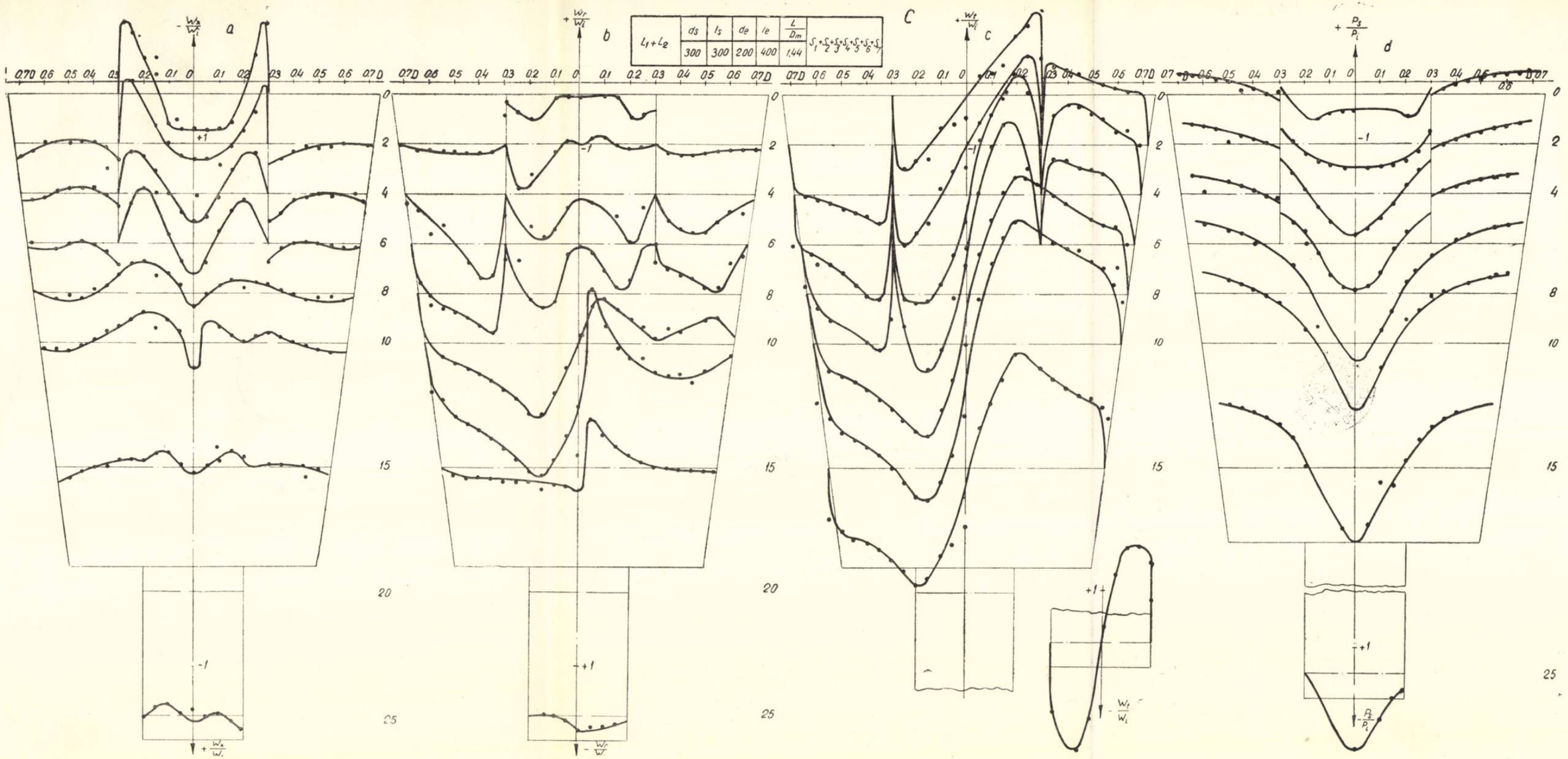


Fig. 2. — Spectrul componentelor vitezei şi presiunii raportate, în focarul-ciclon ; *A* — focar-ciclon orizontal ; *B* — focar-ciclon vertical ; *C* — focar-ciclon conic ; *a* — componentele axiale ale vitezei raportate ; *b* — componentele radiale ale vitezei raportate ; *c* — componentele tangențiale ale vitezei raportate ; *d* — presiuni raportate.

OR. SZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 83

— turbionul de ieşire, situat în domeniul axial al capacului de ieşire, deplasîndu-se spre capacul de ieşire;

— curentul axial invers, care ia naştere în afara focarului şi pătrunde în focar prin centrul ajutajului de ieşire printr-o secţiune caracterizată prin $r_\omega < r_e$;

— curentul inelar, situat între turbionul principal şi cel de ieşire.

Din punctul de vedere al componentelor tangenţiale ale vitezei se disting trei zone, şi anume:

— zona centrală, caracterizată prin dependenţele

$$W_t = \omega r, \tag{1}$$

$$p = p_0 + \rho \frac{\omega^2}{2} (r^2 - r_0^2); \tag{2}$$

— zona periferică, caracterizată printr-o mişcare cvasipotenţială a fluidului caracterizată prin relaţiile teoretice

$$W_t = \frac{\text{const.}}{r}, \tag{3}$$

$$p = p_0 + \rho \frac{c^2}{2} \left(\frac{1}{r_0^2} - \frac{1}{r^2} \right). \tag{4}$$

— zona de tranziţie, situată între aceste două zone.

Este de observat că în apropierea secţiunii de ieşire există mari abateri de la aceste dependenţe. În unele variante constructive există şi o anumită asimetrie a componentelor tangenţiale ale vitezei.

Caracteristic din punctul de vedere a structurii fluxului în volumul focarului este focarul-ciclon conic, care are suprafeţele caracteristice sub formă conică, de conicitate apropiată de conicitatea focarului.

Ajutajul de ieşire, construit din motive de creştere a gradului de separare, produce modificări importante în structura fluxului în volumul focarului.

Dezvoltarea ajutajului de ieşire, ca în cazul focarului ciclon vertical şi conic, contribuie la intensificarea gradului de amestec fluid aspirat — fluid de ieşire, ceea ce transformă acest ajutaj într-un stabilizator de flacără. Totodată acest fenomen atrage scăderea stabilităţii procesului de ardere în volumul focarului prin reducerea cantităţii fluidului aspirat care pătrunde în volumul propriu-zis al focarului.

Influenţa simplexurilor geometrice asupra regimului de curgere s-a studiat pornindu-se de la distribuţia componentelor vitezei şi presiunii raportate în volumul focarului.

Pentru uşurinţa urmăririi graficelor s-au trasat curbe de variaţie în trei secţiuni considerate caracteristice:

— secţiunea capacului anterior (inferior);
— secţiunea din faţa ajutajului de ieşire;
— secţiunea centrală a focarului.

În cazul focarului-ciclon orizontal cu pierderi de presiune mici prin frecări și la funcționarea izotermică monofazică, variația simplexului $\frac{L}{D}$ în limite largi $\left(0{,}6 < \frac{L}{D} < 1{,}4\right)$ are o influență insensibilă asupra regimului de curgere.

În cazul focarului-ciclon vertical este de observat o oarecare influență a variației simplexului $\frac{L}{D}$ asupra variației cantității aerului aspirat și a razei turbionului central invers r_ω în secțiunea inferioară a focarului.

În cazul focarului-ciclon conic, influența simplexului $\frac{L}{D_m}$ asupra regimului de curgere este similară cu a focarului-ciclon vertical, cu particularitatea că cu creșterea simplexului $\frac{L}{D_m}$ crește viteza unghiulară ω în zona inferioară a focarului și, ca atare, se măresc depresiunile în zona centrală a focarului.

A fost cercetată în continuare influența simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ asupra regimului de curgere. În cazul focarului-ciclon, la creșterea valorii simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ se înregistrează o creștere a componentelor vitezei în toate secțiunile cercetate.

Creșterea valorii simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ conduce la creșterea vitezei unghiulare ω în zona cvasisolidă a mișcării tangențiale și corespunzător la mărirea vitezei tangențiale maxime. Ca urmare crește depresiunea în zona centrală a focarului și presiunea la pereți.

Caracteristic focarului-ciclon orizontal este o creștere a turbulenței în zona capacului de ieșire, marcată de iregularitatea curbelor componentelor vitezei la creșterea valorii simplexului $\frac{F_i}{F_e}$. Creșterea valorii simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ conduce, de asemenea, la scăderea razei curentului central invers în secțiunea de ieșire și la mărirea vitezelor curentului central invers în secțiunea de ieșire, cu o creștere corespunzătoare a cantității de fluid ce se mișcă în curentul central invers în secțiunea de ieșire a focarului.

Caracteristic focarului-ciclon vertical este faptul că cu creșterea valorilor simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ se reduce cantitatea fluidului care circulă în curentul central invers în zona de ieșire. Ca urmare, la instalațiile cu funcționare neizotermică este de așteptat o scădere a stabilității proce-

sului de ardere la valori mari ale simplexului $\frac{F_i}{F_e}$, prin reducerea cantității de căldură introdusă în zona centrală a focarului prin curentul central invers. Totodată, creşterea mai importantă a componentelor tangenţiale faţă de cele axiale ale vitezei fac ca la funcţionarea în regim bifazic gradul de separare al focarului-ciclon vertical să fie mărit la creşterea valorilor simplexului $\frac{F_i}{F_e}$.

La variaţia simplexului $\frac{F_i}{F_e}$, regimul de curgere din focarul-ciclon conic este modificat similar regimului de curgere din focarul-ciclon vertical, cu unele particularităţi provenite de la forma conică a suprafeţelor caracteristice. Astfel, din cauza conicităţii, vitezele tangenţiale au valori maxime pe o suprafaţă conică. Ca urmare, la creşterea simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ apare o creştere a vitezei unghiulare ω şi corespunzător o creştere a valorilor maxime ale componentelor tangenţiale ale vitezei, însoţite de o deplasare pe rază a suprafeţelor caracteristice corespunzătoare vitezelor tangenţiale maxime.

După cum se cunoaşte din literatură [34], creşterea conicităţii conduce la mărirea unghiului suprafeţelor caracteristice, creşte cantitatea de fluid care se mişcă în turbionul periferic şi suprafaţa ocupată de acesta, scade debitul de fluid care circulă prin turbionul de evacuare, se măreşte schimbul de masă în volumul focarului şi scade coeficientul său de rezistenţă raportat la secţiunea de intrare, această ultimă observaţie fiind valabilă doar în cazul amplasării arzătoarelor în zona superioară a focarului, unde cu creşterea conicităţii creşte şi caracteristica geometrică A a focarului.

Întrucît cercetările au pus în evidenţă o influenţă majoră a simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ asupra regimului de curgere au fost întreprinse o serie de studii asupra influenţei construcţiei arzătoarelor şi ajutajelor de ieşire asupra regimului de curgere.

Întrucît din acest punct de vedere pentru focarul-ciclon orizontal există rezultate în literatură [5], [22], [23], [24], studiile au fost efectuate pentru focarul-ciclon vertical şi conic.

S-au studiat comparativ variantele cu arzătoarele situate pe patru, respectiv pe două generatoare, astfel:

α) arzătoarele situate pe patru generatoare, formate din cîte două ajutaje de insuflare a aerului secundar şi unul de aer primar;

β) arzătoarele situate pe două generatoare situate la 180° cu ajutajele de aer secundar şi cu ajutajele de aer primar din figura 1.

γ) arzătoarele situate pe patru generatoare cu ajutajele de aer secundar şi de aer primar, avînd o secţiune totală echivalentă cu varianta β).

Rezultatele cercetărilor arată că situaţia cea mai defavorabilă din punctul de vedere al curgerii fluidului este creată de construcţia arzătoarelor scurte chiar dacă are ajutajele pe patru generatoare. Situarea arzătoarelor pe două generatoare în construcţie lungă conduce la ameliorarea curgerii, cu introducerea excentricizării fluxului în zona centrală şi deformarea zonelor de circulaţie.

Rezultatele arată că deplasarea arzătoarelor pe generatoarele focarului-ciclon vertical nu conduce la modificări importante în structura fluxului. Plasarea superioară a arzătoarelor conduce la o ameliorare a regimului de curgere, iar amplasarea inferioară conduce la inversarea circulaţiei axiale periferice a fluidului.

Deplasarea ajutajelor de la poziţia superioară spre poziţia inferioară în cazul focarului-ciclon conic atrage, pe lîngă modificarea fluxului, şi modificarea caracteristicii geometrice A, prin variaţia razei R_i de la $R_{i_{max}}$ la $R_{i_{min}}$. Ca urmare, la amplasarea inferioară a arzătoarelor, spectrul componentelor axiale arată o inversare a direcţiei de curgere a turbionului axial periferic, se deplasează spre periferie suprafeţele caracteristice în volumul focarului, iar în zona gurii de insuflare acestea sînt deplasate spre centru [33].

Variaţia simplexului $\frac{D_j}{D}$ în limitele $0{,}6 < \frac{D_j}{D} < 0{,}76$, care caracterizează diametrul de insuflare a aerului secundar, nu conduce la variaţii sensibile ale regimului de curgere.

A fost cercetată de asemenea variaţia simplexului $\frac{l_e}{D}$ în limitele $0{,}5 < \frac{l_e}{D} < 0{,}6$ în cazul focarului-ciclon vertical, observîndu-se o centrare a fluxului în cazul creşterii simplexului. În cazul focarului-ciclon conic s-a studiat influenţa simplexului $\frac{l_e}{D}$ în limitele $0{,}4 < \frac{l_e}{D} < 0{,}66$ asupra regimului de curgere, fără a se observa o influenţă sensibilă. Kovbasiuk [33] atrage însă atenţia că la valori mari ale acestui simplex $\left(\frac{l_e}{L} = 0{,}7 - 0{,}8\right)$ nu variază distribuţia componentelor tangenţiale ale vitezei, ci creşte cantitatea de fluid ce se mişcă în turbionul periferic şi suprafaţa ocupată de acesta, se măresc vitezele radiale îndreptate spre perete şi gura ajutajului de evacuare şi, ca urmare a turbioanelor ce se formează, coeficientul de rezistenţă al ciclonului creşte cu 25 — 30% faţă de valoarea 0 a acestui simplex.

De o mare importanţă în funcţionarea focarelor este raportul aer primar-aer secundar şi, ca atare, în cadrul cercetărilor a fost urmărită influenţa cantităţii aerului primar asupra regimului de curgere.

Variaţia în limite largi a cantităţii aerului nu atrage nici modificarea fluxului şi nici a zonelor de circulaţie. În cazul focarului-ciclon

orizontal cu admisie axială a aerului primar, cu creşterea cantităţii aerului primar se înregistrează o creştere a componentelor axiale ale vitezei în direcţie pozitivă (spre ieşire). În cazul formei verticale şi conice a focarului-ciclon, creşterea cantităţii aerului primar conduce la uniformizarea regimului prin uniformizarea vitezelor în ajutajele de aer. În cazul focarului-ciclon orizontal a fost cercetată influenţa turbionării aerului primar asupra regimului de curgere, ajungîndu-se la concluzia că turbionarea aerului printr-o spirală cu pasul variat între $-60°$ şi $+60°$ nu aduce modificări fluxului din focar şi, ca atare, turbionarea aerului primar poate fi făcută funcţie de distribuţia iniţială a fazei solide în volumul focarului.

Interdependenţa simplexurilor geometrice şi criteriilor de similitudine care caracterizează regimul de curgere din focarele-ciclon a fost cercetată în vederea stabilirii unor relaţii unitare de calcul pentru cele trei tipuri de focare-ciclon.

Rezultatele cercetărilor efectuate au pus în evidenţă existenţa unor relaţii de calcul de tipul

$$\mathrm{Eu}_i = a\left(\frac{F_i}{F_e}\sqrt{\frac{D}{L}} + b\right). \tag{5}$$

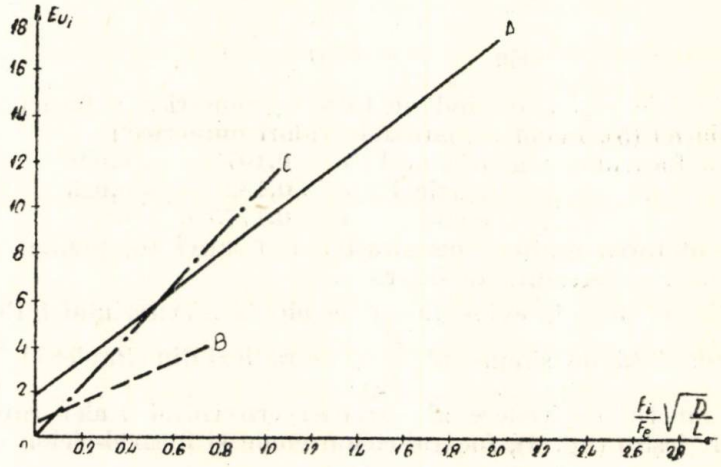


Fig. 3. — Variaţia criteriului Euler raportat la secţiunea de intrare funcţie de variaţia simplexurilor geometrice $\frac{F_i}{F_e}$ şi $\frac{L}{D}$: A — focar-ciclon orizontal ; B — focar-ciclon vertical ; C — focar-ciclon conic.

Constantele a şi b depind de forma geometrică a focarului, şi anume :

pentru focarul-ciclon orizontal $a = 7{,}6$ $b = 0{,}236$
,, ,, ,, vertical $a = 5{,}3$ $b = 0{,}0283$
,, ,, ,, conic $a = 12{,}5$ $b = -0{,}0246$

Reprezentarea grafică comparativă a celor trei dependenţe se prezintă în figura 3.

Din relaţia (5) şi din figura 3 reiese dependenţa direct proporţională a criteriului Euler raportat la secţiunea de intrare cu simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ şi invers proporţională cu radicalul simplexului $\frac{L}{D}$. Criteriul Euler raportat la secţiunea de intrare este practic independent de alţi parametri geometrici sau funcţionali (numărul generatoarelor de insuflare a aerului secundar, configuraţia capacelor, cantitatea şi turbionarea aerului primar etc.).

Din punctul de vedere al variaţiei criteriului Euler raportat la secţiunea de intrare, este de observat o oarecare apropiere între focarul-ciclon vertical şi conic pentru valori mici ale simplexului $\frac{F_i}{F_e}\sqrt{\frac{D}{L}}\left(\frac{F_i}{F_e}\sqrt{\frac{D}{L}} < 0{,}2\right)$ şi o apropiere între focarul-ciclon conic şi orizontal pentru valori $0{,}2 < \frac{F_i}{F_e}\sqrt{\frac{D}{L}} < 1{,}0$.

Influenţa simplexurilor geometrice asupra criteriului Euler raportat la secţiunea de ieşire Eu_e este pusă în evidenţă prin relaţia (6)

$$\frac{1}{Eu_e} = c\left(\frac{F_i}{F_e}\sqrt{\frac{L}{D}} - d\right). \tag{6}$$

Constantele c şi d depind de forma geometrică a focarului, ca şi în cazul relaţiei (5), avînd următoarele valori numerice :

pentru focarul-ciclon orizontal $c = 0{,}107$ $d = 0{,}028$
„ „ „ vertical $c = 0{,}182$ $d = 0{,}025$
„ „ „ conic $c = 0{,}1775$ $d = 0$

Reprezentarea grafică comparativă a relaţiei (6) pentru cele trei tipuri de focar se prezintă în figura 4.

Relaţia (6) pune în evidenţă o dependenţă a criteriului $1/Eu_e$ direct proporţională faţă de simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ şi de radical din simplexul $\frac{L}{D}$.

Din punctul de vedere al variaţiei criteriului Euler raportat la secţiunea de ieşire (fig. 4), focarul-ciclon conic şi focarul-ciclon orizontal se comportă similar în domeniul $\frac{F_i}{F_e}\sqrt{\frac{L}{D}} < 0{,}3$, iar pentru domeniul $0{,}3 < \frac{F_i}{F_e}\sqrt{\frac{L}{D}} < 1$ focarul-ciclon conic şi vertical se comportă similar.

Influenţa simplexurilor geometrice ale focarelor-ciclon se manifestă de asemenea asupra variaţiei componentei tangenţiale maxime a vitezei, în conformitate cu relaţia

$$\frac{W_{t\,max}}{W_i} = \alpha\left(\frac{F_i}{F_e}\right)^{\beta}. \tag{7}$$

Constantele α şi β, în conformitate cu rezultatele obţinute, depind de forma geometrică a focarului, avînd valorile numerice :

pentru focarul-ciclon orizontal $\alpha = 3{,}3$ $\beta = 0{,}46$
„ „ „ vertical $\alpha = 2{,}778$ $\beta = 0{,}536$
„ „ „ conic $\alpha = 3{,}3$ $\beta = 0{,}49$

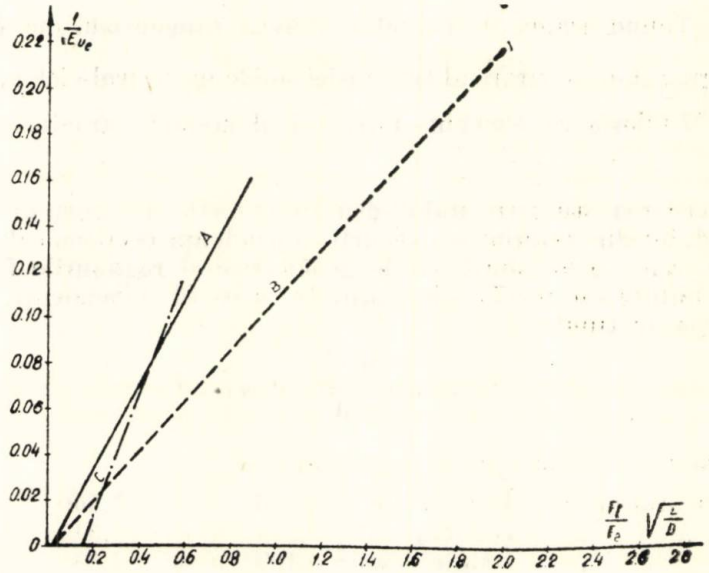


Fig. 4. — Variaţia criteriului Euler, raportat la secţiunea de ieşire funcţie de variaţia simplexurilor geometrice $\frac{F_i}{F_e}$ şi $\frac{L}{D}$: A — focar-ciclon conic ; B — focar-ciclon orizontal ; C — focar-ciclon vertical.

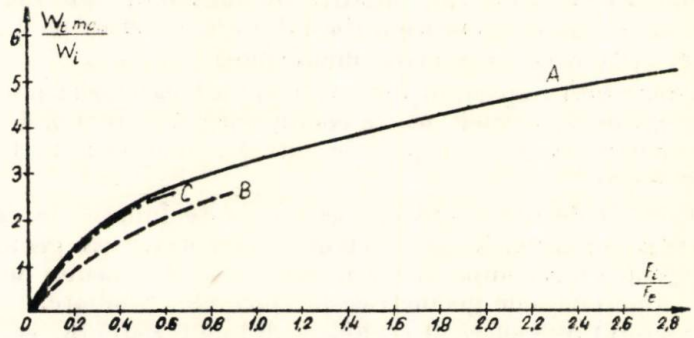


Fig. 5. — Variaţia componentei tangenţiale maxime a vitezei, raportate funcţie de variaţia simplexului $\frac{F_i}{F_e}$: A — focar-ciclon orizontal ; B — focar-ciclon vertical ; C — focar-ciclon conic.

Reprezentarea grafică comparativă a relaţiei (7) pentru cele trei tipuri de focar se prezintă în figura 5.

Relaţia (7) pune în evidenţă dependenţa componentei tangenţiale maxime a vitezei raportate numai de simplexul geometric $\frac{F_i}{F_e}$. Din analiza comparativă a celor trei tipuri de focar analizate este de menţionat o comportare similară a focarelor-ciclon orizontal şi conic în domeniul $\frac{F_i}{F_e} < 0{,}6$. Ţinînd seama de faptul că viteza tangenţială maximă condiţionează gradul de separare al suspensiei solide în focarul-ciclon, simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ poate fi folosit ca element de reglaj al acestei caracteristici fundamentale.

În vederea studierii stabilităţii funcţionale a focarului prin aspirarea fluidului din exterior s-a studiat dependenţa coeficientului secţiunii active de ieşire φ de simplexurile geometrice şi regimurile funcţionale. În conformitate cu rezultatele obţinute, această dependenţă este dată de o relaţie de tipul:

$$\varphi = m\left(\frac{W_{t\,\max}}{W_i} + n\right). \tag{8}$$

Constantele m şi n au valorile numerice:

pentru	focarul-ciclon	orizontal	$m = 0{,}140$	$n = -1{,}500$
„	„	„	vertical	$m = 0{,}254$	$n = 1{,}045$
„	„	„	conic	$m = 0{,}100$	$n = 4{,}85$

Reprezentarea grafică comparativă a relaţiei (8) este dată de figura 6.

Din analiza comparativă a focarelor cercetate este de observat o comportare similară a focarului-ciclon vertical şi conic.

Posibilităţi de stabilitate mărită are însă focarul-ciclon orizontal, care are o capacitate de aspirare a fluidului din exterior pe un diametru cu mult mai mare decît la celelalte două tipuri.

De o deosebită importanţă în construcţia focarelor-ciclon este coeficientul de rezistenţă, întrucît acesta condiţionează pierderea de presiune a focarului repartizată în ajutajele de intrare, formarea turbioanelor şi ajutajul de ieşire.

Coeficientul de rezistenţă al focarului este funcţie de configuraţia sa geometrică, exprimată prin aşa-zisa caracteristică geometrică. În figura 7 se reprezintă comparativ dependenţa coeficientului de rezistenţă funcţie de caracteristicile geometrice ale focarelor studiate.

Din punctul de vedere al coeficientului de rezistenţă, cel mai avantajos focar-ciclon este focarul-ciclon vertical; urmează focarul-ciclon conic, cel mai dezavantajos fiind focarul-ciclon orizontal. În domeniul $2{,}5 < A < 4$ există o apropiere între focarul-ciclon orizontal şi cel conic, iar în domeniul $A > 4$ există o apropiere între focarul-ciclon conic şi cel vertical. Cu mărirea valorii caracteristicii geometrice se apropie din ce în ce mai mult focarul-ciclon conic de cel vertical.

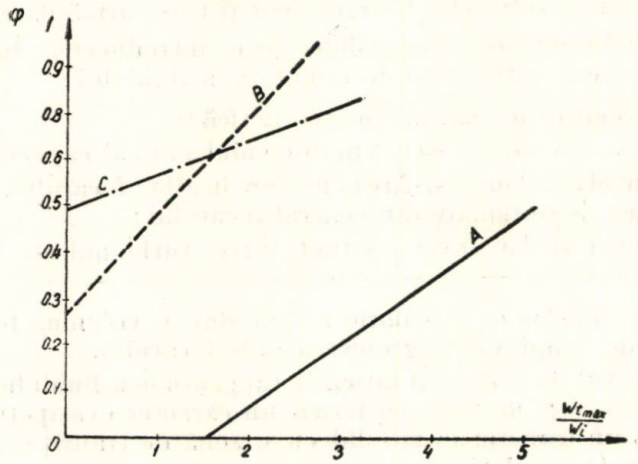


Fig. 6. — Variaţia coeficientului secţiunii active de ieşire funcţie de componenta tangenţială maximă a vitezei raportate : *A* — focar-ciclon orizontal ; *B* — focar-ciclon vertical ; *C* — focar-ciclon conic.

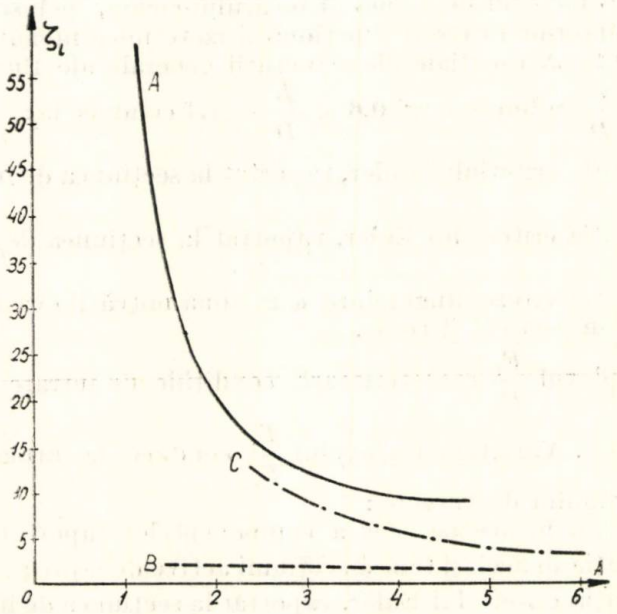


Fig. 7. — Variaţia coeficientului de rezistenţă aerodinamică a focarului-ciclon, raportat la secţiunea de intrare funcţie de variaţia caracteristicii geometrice a focarului : *A* — focar-ciclon orizontal ; *B* — focar-ciclon vertical ; *C* — focar-ciclon conic.

Din analiza rezultatelor obținute pot fi trase următoarele concluzii :

a) În volumul focarelor-ciclon, prin introducerea tangențială a aerului iau naștere patru zone de circulație a fluidului :

— turbionul principal, în zona periferică ;

— turbionul de ieșire, situat în domeniul axial al capacului de ieșire ;

— curentul axial invers, care ia naștere în afara focarului, ca urmare a existenței zonei depresionare din centrul focarului ;

— curentul inelar invers, situat între turbionul de ieșire și cel principal.

Situarea zonelor de circulație a fluidului în volumul focarului este condiționată de simplexurile geometrice ale focarului.

Din punctul de vedere al mișcării tangențiale a fluidului în volumul focarului, se distinge în zona periferică un caracter cvasipotențial, iar în zona centrală un caracter cvasisolid cu o zonă de tranziție între ele. Situarea zonelor de circulație este funcție de configurația geometrică a focarului. Din punct de vedere funcțional, cele trei tipuri de focare analizate sînt similare, în conformitate cu rezultatele obținute.

b) Simplexul $\frac{L}{D}$, caracteristică de bază a focarelor-ciclon care condiționează factorul de formă al focarului-ciclon, inclusiv schimbul de căldură din interior în cazul funcționării izotermice monofazice, nu conduce la modificări esențiale ale structurii generale ale fluxului. Variația simplexului $\frac{L}{D}$ în limite largi $0{,}6 < \frac{L}{D} < 1{,}4$ conduce la :

— variația criteriului Euler, raportat la secțiunea de intrare conform relației (5) ;

— variația criteriului Euler, raportat la secțiunea de ieșire conform relației (6) ;

— variația vitezei unghiulare ω în zona mișcării cvasisolide în cazul focarului-ciclon vertical și conic.

c) Simplexul $\frac{F_i}{F_e}$ caracterizează condițiile de intrare și de ieșire ale focarului-ciclon. Variația simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ conduce la următoarele modificări ale regimului de curgere :

— variația în același sens a componentelor raportate ale vitezei ;

— variația în același sens a secțiunii active de ieșire ;

— variația criteriului Euler, raportat la secțiunea de intrare conform relației (5) ;

— variația criteriului Euler, raportat la secțiunea de ieșire conform relației (6) ;

— variația vitezei tangențiale maxime conform relației (7).

Influența simplexului $\frac{F_i}{F_e}$ asupra criteriilor de similitudine și regimului de curgere este cu mult mai importantă decît a simplexului $\frac{L}{D}$.

d) Din punctul de vedere al rezistenței aerodinamice și, corespunzător, al cheltuielilor aferente insuflării aerului necesar arderii, focarul-ciclon vertical este cel mai avantajos.

e) Din punctul de vedere al posibilității de aspirație a fluidului din exterior și deci al stabilității procesului de ardere la variații mari ale încărcării termice ale focarului, focarul-ciclon orizontal este cel mai avantajos.

f) Ajutajul de ieșire realizează un intens proces de amestec între fluidul aspirat și fluidul de ieșire, reprezentînd pentru focar la funcționarea neizotermică un stabilizator de flacără și care contribuie la reducerea pierderilor de căldură prin ardere incompletă din punct de vedere chimic și mecanic. În cazul focarului-ciclon vertical și celui conic, dezvoltarea ajutajului de ieșire contribuie și la centrarea fluxului. Variația constructivă a acestui ajutaj nu aduce modificări fluxului, dacă se păstrează constantă secțiunea de ieșire, decît în zona acestui ajutaj.

g) Construcția și amplasarea arzătoarelor au o mare influență asupra situării zonelor de circulație, în special în cazul focarului-ciclon orizontal. La focarul-ciclon vertical și conic în construcție uzuală cu ajutajele situate la nivelul ajutajului de ieșire, influența construcției arzătoarelor apare mai slab din cauza prezenței ajutajului de ieșire.

h) Cantitatea și gradul de turbionare a aerului primar exercită o slabă influență asupra regimului de curgere și, ca atare, pot fi alese funcție de condițiile impuse de transportul și distribuția combustibilului în interiorul focarului.

i) O serie de alte caracteristici geometrice ale focarelor-ciclon, ca unghiurile capacelor, nu influențează practic regimul de curgere, și aceste mărimi pot fi alese din considerente constructive.

Rezultatele cercetărilor efectuate permit cunoașterea interdependenței dintre simplexurile geometrice și regimul de curgere la funcționarea izotermică monofazică. Relațiile de calcul stabilite pot fi aplicate în continuare și pentru stabilirea acestei interdependențe, în condiții neizotermice bifazice cu condiția ca să fie corectate cu o serie de simplexuri funcționale care să exprime concentrația fazei solide și neizotermicitatea fluidului de lucru în volumul focarului.

SIMBOLURI ȘI NOTAȚII FOLOSITE

A — caracteristica geometrică a focarului-ciclon;
d_e — diametrul ajutajului de ieșire (m);
D_m — diametrul mediu al focarului-ciclon conic (m);
Eu_i, Eu_e — criteriul Euler raportat la secțiunea de intrare, respectiv de ieșire;

F_i — secțiunea totală a ajutajelor de admisie a aerului (m^2);
F_e — secțiunea ajutajului de ieșire (m^2);
l_e — lungimea ajutajului de ieșire (m);
L — lungimea focarului-ciclon (m);
r_e — raza ajutajului de ieșire (m);
r_ω — raza de intrare a fluxului central invers (m);
R_i — raza centrului ajutajelor de admisie a aerului (m);
T_e — temperatura gazelor în secțiunea de ieșire a focarului -ciclon (°K);
T_i — temperatura aerului în secțiunea de admisie în focarul ciclon (°K);
W_i — viteza de intrare a aerului în secțiunea ajutajelor de admisie $\left(\frac{m}{s}\right)$;
W_r, W_t, W_x — componentele radială, tangențială, axială, ale vectorului viteză într-un punct oarecare al focarului-ciclon $\left(\frac{m}{s}\right)$;
$W_{t\,max}$ — valoarea maximă a componentei tangențiale $\left(\frac{m}{s}\right)$ a vitezei;
φ — coeficientul secțiunii active de ieșire;
ζ_i — coeficientul de rezistență al focarului-ciclon reportat la secțiunea de intrare;
ω — viteza unghiulară în zona mișcării cvasisolide (rad/s);
n — exponent adimensional.

Primită la redacție la 10 decembrie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. G. F. Knorre, *Perspectivele dezvoltării metodelor de intensificare a proceselor de ardere a combustibililor*. St. cerc. energ., seria B *1*, 17—23 (1963).
2. Г. Ф. Кнорре, *Топочные процессы*. Госэнергоиздат, Москва, 1959.
3. G. A. Roberts, *The cyclone furnace*. BCURA Monthly Bulletin, XXVIII, 1, 1—36 (1960).
4. П. В. Ромадин, *Анализ работы и конструкции топочных устройств крутных котлоагрегатов при сжигании твердых топлив*. Топлоэнергетика, 12, 41—52 (1963).
5. Г. Ф. Кнорре, А. М. Наджаров, *Циклонные топки*. Госэнергоиздат, Москва — Ленинград, 1958.
6. N. Păunoiu, I. Carabogdan, G. Singer, *Arderea intensificată a combustibililor solizi*. Ed. tehnică, București, 1964.
7. А. Н. Семененко, *Принципиальные основы циклонной плавки и энерготехнологического комбинирования в промышленной огнетехнике, Циклонные плавильные энерготехнологические процессы*. Металлургиздат, Москва, 1964.
8. N. Păunoiu, I. Carabogdan, G. Singer, C. Crăciuneanu, *Cercetări în domeniul arderii combustibililor solizi în focare-ciclon*, St. cerc. energ., seria B, XIII, 2, 277—285 (1963).
9. N. Păunoiu, *Tipuri constructive moderne de focare pentru cazane de abur*. Institutul de documentare tehnică, București, 1963.

10. N. Păroiu, I. Carabogdan, G. Singer, C. Crăciuneanu, *Stadiul actual şi perspectivele cazanelor de abur echipate cu focare-ciclon cu evacuare lichidă a zgurii*. Energetica, **10**, 497—503 (1963).
11. А. Е. Нахапетиан, *О некоторых оссобенностях циклонного потока несущего твердую взвесь* în *Исследование котельнотопочных процессов*. МВТУ, 94, Машгиз, Москва, 1958, p. 86—99.
12. И. Л. Калищевски, *Структура потока и аеродинамические характеристики циклонной камеры при горении*. Теплоэнергетика, 2, 27—33 (1958).
13. И. Г. Басина, А. В. Тонконоги, *О горении и сепарации частиц топлива в циклонной топке*, în *Вопросы аеродинамики и теплопередачи в котельнотопочных процессах, Госэнергоиздат*. Москва — Ленинград, 1958.
14. Н. Л. Сиделковски, *Оссобенности и принципиальные схемы энерготехнологических циклонных установок*, în *Циклонные плавильные энерготехнологические процессы*. Металлургиздат, Москва, 1963, p. 11—21,.
15. N. Păroiu, *Contribuţii la studiul focarului-ciclon*. Teză de disertaţie, Bucureşti, 1965.
16. Г. Н. Абрамович, *Прикладная газовая динамика*. Гостехиздат, Москва, 1953.
17. Л. А. Вулис, Б. П. Устименко, *Исследование аэродинамики циклонной топочной камеры*. ИФОРМПТП Алма-Ата, АН Каз. ССР. 1957, p. 389—406.
18. Л. А. Вулис, Б. П. Устименко, *Об аэродинамике циклонной топочной камеры, Вопросы аэродинамики и теплопередачи в котельно топочных процессах*. Госэнергоиздат, Москва—Ленинград, 1958.
19. С. А. Ковбасюк, *К расчету сопротивления циклонов. Известия высших учебных заведений*. Энергетика, 1, 85—92 (1962).
20. M. Z. Ledinegg, *Theorie der Zyklonfeuerung*. VDI, **28**, 921—927 (1948).
21. W. Cautius, *Erfahrungen mit Horizontal Zyklonfeuerungen*. BWK, **6**, 284—290 (1956)
22. А. Е. Нахапетиан, *Исследование изотермического циклонного потока на модели топочной камеры* în *Вопросы аэродинамики и теплопередачи в котельнотопочных процессах*. Госэнергоиздат, Москва, 1958, p. 150—165.
23. Н. Д. Ляховски, *Исследование аэродинамики циклонной камеры*, în *Вопросы аэродинамики и теплопередачи в котельно-топочных процессах*. Госэнергоиздат, Москва, 1958, p. 114—150.
24. А. М. Наджаров, *Основные конструктивные и расчетные характеристики горизонтальных циклонных камер*, în *Исследование котельно-топочных процессов МВТУ-94*. Машгиз, Москва, 1958, p. 46—54.
25. H. A. Havemann, *A theory for the design of vortex combustion chamber*. Journal of the Institute of fuel, 156, 25—34 (1959), 157, 25—34 (1959).
26. G. A. Roberts, *The cyclone furance BCURA*. Monthly Bulletin, **XXVIII**, *1*, 1—36 (1964)
27. В. Г. Якубов, *О некоторых закономерностях движения газов в циклонных камерах*. Труды Института Энергетики АН Каз. ССР, 2, 285—293 (1960).
28. В. Г. Якубов, *Обобщение аэродинамических закономерностей циклонных камер*. Известия АН Каз. ССР, серия Энергетика 1 (12), Алма — Ата, 105—119 (1957).
29. N. Păroiu, I. Carabogdan, G. Singer, C. Crăciuneanu, *Interdependenţa parametrilor geometrici şi funcţionali în cazul modelării izotermice monofazate a focarului-ciclon orizontal*. St. cerc. energ., *3*, 609—627, (1964).
30. N. Păroiu, I. Carabogdan, G. Singer, C. Crăciuneanu, *Kriterielle Abhängigkeit geometrischer Simplexe — Betriebsparameter für die Strömungsmodellierung des Horizontal-Zyklons*. Revue Roumaine de Sciences Techniques — Série Electrotechnique et Energétique, *1* 165—175, (1965).
31. N. Păroiu, I. Carabogdan, G. Singer, C. Crăciuneanu, *Interdependenţa dintre simplexurile geometrice şi regimul de curgere în cazul modelării izotermice monofazice a focarului-ciclon vertical*. St. cerc. energ.-electr., *4*, 857—880 (1965).
32. N. Păroiu, C. Crăciuneanu, G. Singer, I. Carabogdan, *Interdependenţa dintre simplexurile geometrice şi regimul de curgere în cazul modelării izotermice monofazice a focarului-ciclon conic*. St. cerc. energ.-electr., *1*, 123—137 (1966).
33. С. А. Ковбассюк, *Аэродинамика потока в циклонной конической камере*. Теплоэнергетика, *6*, 30—35 (1958).

OPTIMIZAREA PROCESELOR DE ÎNCĂLZIRE ȘI DE RĂCIRE INTERMEDIARĂ ÎN CICLURILE TURBINELOR CU GAZE ȘI CICLURILE MIXTE ABUR-GAZE

DE

C. DINCULESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România, N. DĂNILĂ și D. GRECOV

621.438:621.013

Metoda de analiză termodinamică a ciclului de turbine cu gaze sau a ciclului mixt abur-gaze permite a se pune în evidență influența diferiților factori asupra parametrilor optimi ai proceselor de încălzire și de răcire intermediară a agentului de lucru.

Metoda aplicată permite rezolvarea unor cazuri mai complexe, ca, de exemplu, cazul cînd se impune ca lucrul mecanic furnizat de una dintre treptele turbinei să fie egal cu lucrul mecanic absorbit de compresor.

În cazul ciclurilor termice ale turbinelor cu gaze, aplicarea proceselor de încălzire sau răcire intermediară poate conduce la o creștere a randamentului instalației, la o îmbunătățire a condițiilor de funcționare a agregatelor și la o creștere a puterii specifice produse de unitatea de masă a agentului de lucru.

Trebuie însă subliniat faptul că aplicarea proceselor de încălzire sau răcire intermediară conduce la o creștere a randamentului termodinamic al ciclului numai în cazul ciclurilor reale în funcție de presiunea la care se realizează procesele sau în cazul ciclurilor regenerative (cu recuperator de căldură) ideale și reale.

În lucrare se vor analiza condițiile în care se realizează randamentul maxim al instalației în cazul ciclurilor regenerative cu un grad de rege-

*) Articol publicat și în „Rev. roum. sci. tech. — Electrotehnic. Energ." **11**, *2* (1966).

nerare σ dat, punîndu-se în evidenţă influenţa schimbărilor proprietăţilor fizice ale agentului de lucru în evoluţia de parcurgere a ciclului, precum şi influenţa pierderilor de presiune în conductele şi schimbătoarele de căldură ale instalaţiei.

Metodele de analiză termodinamică a parametrilor optimi ai ciclurilor termice sînt expuse în lucrările [1], [2], [3], în care se explicitează expresia randamentului termodinamic în funcţie de parametrii cercetaţi şi se arată condiţiile de optim respective.

Trebuie remarcat faptul că, în anumite situaţii, pentru a obţine relaţii mai simple de calcul este indicat ca parametrii studiaţi să fie exprimaţi în funcţie de valoarea randamentului maxim η_t^{max} corespunzătoare valorilor optime ale parametrilor [3] [4] [8], deoarece, după cum se constată din calcule, valoarea η_t^{max} variază foarte lent într-o zonă relativ largă de variaţie a parametrilor studiaţi.

CICLUL REGENERATIV CU ÎNCĂLZIRE ŞI RĂCIRE INTERMEDIARĂ

În cazul ciclului regenerativ, vom considera că gradul de regenerare σ nu variază în funcţie de parametrii procesului de încălzire sau de răcire intermediară (ceea ce este perfect admisibil) în cazul construcţiei recuperatorului de căldură regenerativ în contracurent.

Conform definiţiei gradului de regenerare [5], [7], din figura 1 rezultă

$$\sigma = \frac{T_u - T'_d}{T'_c - T'_d}. \tag{1}$$

Pentru determinarea presiunilor optime de încălzire sau răcire intermediară trebuie să se ia în consideraţie influenţa randamentelor relativ interne ale turbinei şi compresorului.

Dacă se notează cu η_1^t şi η_2^t randamentele relativ interne ale turbinei înainte şi după încălzirea intermediară, cu η_1^c şi η_2^c randamentele relativ interne ale compresorului înainte şi după răcire intermediară şi cu h_1^t, h_2^t, h_1^c, h_2^c căderile izoentropice de entalpie în turbină şi compresor corespunzătoare valorilor η_1^t, η_2^t, η_1^c, η_2^c, expresia randamentului termodinamic al ciclului (se consideră cazul teoretic cînd grupurile sînt montate pe acelaşi ax comun) (fig. 1) va fi

$$\eta_t = 1 - \frac{C_{pf}\left[(T'_c - T_k) - \sigma\,(T'_c - T'_d)\right] + C_{pa}\,(T_a - T_k) + h_1^c\,\dfrac{1 - \eta_1^c}{\eta_1^c}}{C_{p_0}\left[(T_0 - T'_d) - \sigma\,(T'_c - T'_d)\right] + C_{p_1}\,(T_1 - T_p) - h_1^t\,(1 - \eta_1^t)} =$$

$$= 1 - \frac{q_2}{q_1}, \tag{2}$$

în care

$$T'_c = T_c + \frac{h'_2 (1 - \eta'_2)}{C_{pf}},$$
$$T'_d = T_d + \frac{h^c_2}{C_{p_0}} \frac{1 - \eta^c_2}{\eta^c_2}. \tag{3}$$

Valorile C_{p_0}, C_{pf}, C_{p_1} și C_{pa} reprezintă călduri specifice medii în procesele de încălzire sau răcire care au loc în ciclu (fig. 1), fiind egale cu raportul dintre diferențele de entalpii inițiale și finale ale agentului în procesul respectiv și diferențele de temperatură corespunzătoare.

Se observă din figura 1 că problema determinării presiunii p_1 optime de încălzire intermediară poate fi substituită prin determinarea valorii optime T_p (temperatura absolută a agentului de lucru la intersecția izoentropei inițiale de destindere cu izobara corespunzătoare presiunii la intrare în încălzitorul intermediar), deoarece între p_1 și T_p există o dependență univocă.

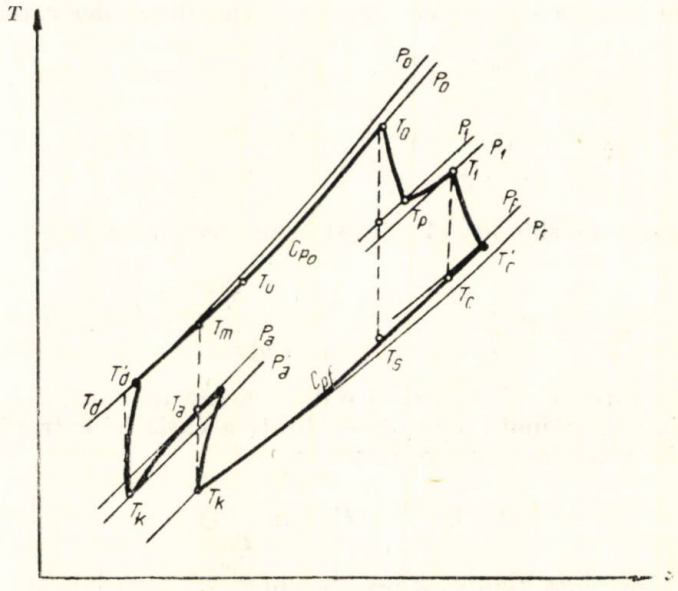


Fig. 1. — Ciclul turbinei cu gaze în diagrama $T - S$.

Pentru determinarea presiunii optime de încălzire intermediară se impune condiția de optim $\frac{\partial \eta_t}{\partial T_p} = 0$, de unde rezultă

$$\frac{\partial \eta_t}{\partial T_p} = C_{pf} \frac{\partial T'_c}{\partial T_p} (1 - \sigma)\, q_1 - \left[- C_{p_0} \sigma \frac{\partial T'_c}{\partial T_p} - C_{p_1} + \frac{\partial h'_1}{\partial T_p} (1 - \eta'_1) \right] q_2 = 0 \tag{4}$$

și ținînd seama de relația (2),

$$C_{pf}\frac{\partial T_c'}{\partial T_p}(1-\sigma)_{\eta}=\left[-C_{p_0}\sigma\frac{\partial T_c}{\partial T_p}-C_{p_1}\right](1-\eta_t^{\max}), \tag{5}$$

în care, conform (3),

$$\frac{\partial T_c'}{\partial T_p}=\frac{\partial T_c}{\partial T_p}+\frac{\partial h_2^t}{\partial T_p}\frac{1-\eta_2^t}{C_{pf}}. \tag{6}$$

Valoarea $\frac{\partial T_c}{\partial T_p}$ poate fi calculată ținînd seama de relațiile cunoscute în termodinamică :

$$\frac{\partial T_c}{\partial T_p}=\frac{\partial T_c}{\partial \Delta S_1}\cdot\frac{\partial \Delta S_1}{\partial T_p}=\frac{T_c}{C_{pf}}\left(-\frac{C_{p_1}}{T_p}\right), \tag{7}$$

în care $\Delta S_1 = C_{p_1}\ln\frac{T_1}{T_p}$ reprezintă creșterea entropiei agentului de lucru în încălzitorul intermediar. În continuare se calculează derivatele

$$\begin{aligned}\frac{\partial h_1^t}{\partial T_p}&=\frac{\partial (i_0-i_p)}{\partial T_p}\simeq -C_{p_1}\\ \frac{\partial h_2^t}{\partial T_p}&=\frac{\partial (i_1-i_c)}{\partial T_p}\cong -\frac{\partial i_c}{\partial T_p}=-C_{pf}\frac{\partial T_c}{\partial T_p}.\end{aligned} \tag{8}$$

Înlocuind expresiile (6), (7) și (8) în relația (5), rezultă

$$T_p^{\text{opt}}=T_c\frac{\eta_2^t}{\eta_1^t}\cdot\frac{(1-\sigma)+(1-\eta_t^{\max})\,\sigma\dfrac{C_{p_0}}{C_{pf}}}{1-\eta_t^{\max}}. \tag{9}$$

Deoarece între T_c și T_p există o dependență univocă, aceasta poate fi pusă în evidență scriind relația de egalitate a variației entropiei gazului în procesele de încălzire și răcire (fig. 1) :

$$C_{p_1}\ln\frac{T_1}{T_p}=C_{pf}\cdot\ln\frac{T_c}{T_s}, \tag{10}$$

unde $T_s\ ^\circ K$ reprezintă temperatura absolută a agentului de lucru în punctul de intersecție a izoentropiei inițiale s_0 cu izobara de joasă presiune a ciclului p_f (fig. 1).

Din relația (10) decurge

$$\frac{T_c}{T_s}=\left(\frac{T_1}{T_p}\right)^{x_1}, \tag{11}$$

unde $x_1=\frac{C_{p_1}}{C_{pf}}$.

Introducînd relaţia (11) în (9), rezultă pentru mărimea T_p^{opt} o expresie mai comodă de calcul (se evită un număr mare de încercări succesive):

$$T_p^{opt} = \left[T_s \, T_1^{x_1} \frac{\eta_2^t}{\eta_1^t} \frac{(1-\sigma) + \sigma (1 - \eta_t^{max}) \dfrac{C_{p_0}}{C_{pf}}}{1 - \eta_t^{max}} \right]^{\frac{1}{1+x}}. \tag{12}$$

Se observă că valoarea T_p^{opt} va fi influenţată de mărimea raportului η_2^t/η_1^t, care în general este mai mare decît unitatea, deoarece randamentul treptelor turbinei la presiune mai scăzută şi la temperaturi mai mari va fi mai ridicat $\eta_2^t > \eta_1^t$.

Se remarcă că, atunci cînd se neglijează faptul că valorile căldurilor specifice diferă în diferitele evoluţii de încălzire-răcire ale agentului de lucru se obţine o formă mai simplă a ecuaţiei (12) $\left[x_1 = 1, \dfrac{C_{p_0}}{C_{pf}} = 1 \right]$, care poate fi adusă la o formă similară cu rezultatul obţinut în [8].

Relaţia (12) poate fi aplicată şi în cazul cînd procesul de răcire intermediară nu are loc, cu condiţia ca valoarea η_t^{max} să fie calculată pentru această situaţie.

În cazul procesului de răcire intermediară se poate observa de asemenea că presiunea de răcire intermediară p_a este univoc dependentă de temperatura T_a (fig. 1) (temperatura agentului de lucru în punctul de intersecţie a compresiunii izoentropice iniţiale cu izobara corespunzătoare presiunii la intrare de răcitorul intermediar). În acest caz, presiunea optimă de răcire intermediară se poate obţine din ecuaţia $\dfrac{\partial \eta_t}{\partial T_a} = 0$ sau, ţinînd seama de relaţia (2), rezultă

$$\left[\sigma C_{pf} \frac{\partial T_d'}{\partial T_a} + C_{pa} + \frac{\partial h_1^c}{\partial T_a} \left(\frac{1 - \eta_1^c}{\eta_1^c} \right) \right] q_1 = \left[- C_{p_0} \frac{\partial T_d'}{\partial T_a} + \sigma \frac{\partial T_d'}{\partial T_a} C_{p_0} \right] q_2, \tag{13}$$

în care, conform relaţiilor (3),

$$\frac{\partial T_d'}{\partial T_a} = \frac{\partial T_d}{\partial T_d} + \frac{\partial h_2^c}{\partial T_a} \frac{(1 - \eta_2^c)}{\eta_2^c \, C_{p_0}}. \tag{14}$$

Valoarea derivatei $\dfrac{\partial T_d}{\partial T_a}$ poate fi calculată similar cu valoarea $\dfrac{\partial T_c}{\partial T_p}$ (relaţia 7):

$$\frac{\partial T_d}{\partial T_a} = \frac{\partial T_d}{\partial \Delta S_2} \cdot \frac{\partial \Delta S_2}{\partial T_a} = - \frac{T_d}{T_a} \cdot \frac{C_{pa}}{C_{p_0}}, \tag{15}$$

unde $\Delta S_2 = C_{pa} \ln \dfrac{T_k}{T_a}$ reprezintă variaţia entropiei agentului de lucru în răcitorul intermediar.

În continuare se calculează derivatele :

$$\frac{\partial h_1^c}{\partial T_a} = \frac{\partial (i_a - i_k)}{\partial T_a} = C_{pa},$$
$$\frac{\partial h_2^c}{\partial T_a} = \frac{\partial (i_d - i_k)}{\partial T_a} = C_{p_0} \frac{\partial T_d}{\partial T_a} = - C_{pa} \cdot \frac{T_d}{T_a}, \tag{16}$$

care, introducîndu-se în ecuaţia (13) şi ţinînd seama de relaţiile (14) şi (15), conduc la expresia

$$T_a^{\text{opt}} = T_d \frac{\eta_1^c}{\eta_2^c} \left[\frac{C_{pf}}{C_{p_0}} \sigma + (1 - \sigma)(1 - \eta_t^{\max}) \right]. \tag{17}$$

Se remarcă că valoarea T_d depinde direct de temperatura T_a relaţia de dependenţă fiind de forma

$$\frac{T_m}{T_d} = \left(\frac{T_a}{T_k} \right)^{x_2}, \tag{18}$$

unde $x_2 = \dfrac{C_{pa}}{C_{p_0}}$, iar T_m reprezintă temperatura absolută a gazului la intersecţia izoentropiei iniţiale de compresiune cu izobara de înaltă presiunea ciclului p_0 (fig. 1).

Ţinînd seama de relaţia (18), ecuaţia de optim (17) a parametrului T_a devine

$$T_a = \left\{ T_m T_k \frac{\eta_1^c}{\eta_2^c} \left[\frac{C_{pf}}{C_{p_0}} \sigma + (1 - \sigma)(1 - \eta_t^{\max}) \right] \right\}^{\frac{1}{1 + x_2}}. \tag{19}$$

Se observă că influenţa valorilor randamentelor relativ interne η_1^c şi η_2^c se reflectă în relaţia (19) prin mărimea $\eta_t^{\max}$ şi raportul $\dfrac{\eta_1^c}{\eta_2^c}$.

În practica construcţiei instalaţiilor de turbomotoare, cînd se utilizează transmisia mecanică turbină-compresor, se pot impune condiţiile ca lucrul mecanic furnizat de prima sau de a doua treaptă a turbinei să fie egal cu lucrul mecanic absorbit de una dintre treptele compresorului (ax comun turbină-compresor).

Metoda de analiză a parametrilor optimi ai proceselor de încălzire şi de răcire intermediară rămîne aceeaşi, însă calculul se complică, date fiind legăturile noi care apar în acest caz între parametrii ciclului.

Pentru a exemplifica modul de aplicare al metodei se va considera cazul instalaţiei date în figura 2.

Condiţia impusă de egalitatea lucrului mecanic consumat de compresorul de joasă presiune ($C\ I$) cu lucrul mecanic furnizat de turbina de înaltă presiune ($T\ I$) se poate exprima prin relaţia

$$h_1^t\ \eta_1^t = \frac{h_1^c}{\eta_1^c} \tag{20}$$

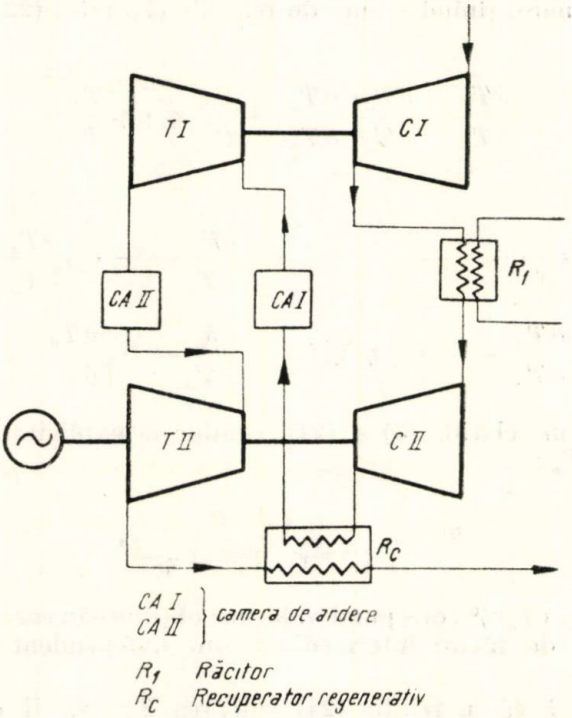


Fig. 2. — Schema instalaţiei de turbine cu gaze.

sau

$$(i_0 - i_p)\ \eta_1^t\ \eta_1^c = i_a - i_k\,,$$

de unde rezultă că mărimile T_p şi T_a vor fi în dependenţă reciprocă, deci determinarea presiunii optime de încălzire intermediară T_p^{opt} va defini totodată şi presiunea optimă de răcire intermediară T_a^{opt}.

Pentru determinarea valorii optime T_p^{opt} şi, implicit, a valorii corespunzătoare T_a^{opt} se impune condiţia $\frac{\partial \eta_t}{\partial T_p} = 0$ sau

$$\left[C_{pf} \cdot \frac{\partial T_d'}{\partial T_p}(1-\sigma) + C_{pf} \cdot \sigma \frac{\partial T_d'}{\partial T_p} + C_{pa} \cdot \frac{\partial T_a}{\partial T_p} + \frac{\partial h_1^c}{\partial T_p}\left(\frac{1-\eta_1^c}{\eta_1^c}\right)\right] q_1 -$$
$$\left[-C_{p_0}\frac{\partial T_d'}{\partial T_p}(1-\sigma) - \sigma\, C_{p_0}\frac{\partial T_c'}{\partial T_p} - C_{p_1} - \frac{\partial h_1^t}{\partial T_p}(1-\eta_1^t)\right] q_2 = 0, \tag{21}$$

în care valorile T'_c şi T'_d sînt date de relaţiile (3). Din relaţia (20) rezultă

$$\frac{\partial T_a}{\partial T_p} \simeq - \frac{C_{p_1}}{C_{pa}} \cdot \eta_1^t \, \eta_1^c . \tag{22}$$

În continuare, ţinînd seama de relaţiile (7), (15), (22), se calculează derivatele

$$\frac{\partial T_d}{\partial T_p} = \frac{\partial T_d}{\partial T_a} \cdot \frac{\partial T_a}{\partial T_p} = \frac{C_{p_1}}{C_{p_0}} \eta_1^t \cdot \eta_1^c \frac{T_d}{T_a} \tag{23}$$

şi

$$\frac{\partial h_1^t}{\partial T_p} = - C_{p_1}; \qquad \frac{\partial h_2^t}{\partial T_p} = - C_{pf} \frac{\partial T_c}{\partial T_p} = C_{p_1} \frac{T_c}{T_p};$$

$$\frac{\partial h_1^c}{\partial T_p} = C_{pa} \frac{\partial T_a}{\partial T_p} = - C_{p_1} \eta_1^t \, \eta_1^c; \qquad \frac{\partial h_2^c}{\partial T_p} = C_{p_0} \frac{\partial T_d}{\partial T_p} = C_{p_1} \eta_1^t \, \eta_1^c \frac{T_d}{T_a},$$

care, înlocuite în relaţiile (3) şi (21), conduc la explicitarea relaţiei (21) în raport cu T_p:

$$T_p^{\text{opt}} = \frac{(T_p^{\text{opt}})^0}{(T_a^{\text{opt}})^0 / T_a^{\text{opt}} - \eta_t^{\max}}, \tag{24}$$

în care $(T_p^{\text{opt}})^0$ şi $(T_a^{\text{opt}})^0$ corespund valorilor obţinute în cazul cînd procesele de încălzire şi de răcire intermediară sînt independente (relaţiile (12) şi (19)).

Se remarcă că în relaţia (24) valoarea T_a^{opt} va fi dependentă de mărimea T_p^{opt} (conform relaţiei (20)), ceea ce impune a se efectua cîteva încercări succesive pînă se determină valorile T_p^{opt} şi corespunzător T_a^{opt} care îndeplinesc condiţia impusă de relaţia (24).

CICLUL MIXT ABUR-GAZE CU ÎNCĂLZIRE ŞI RĂCIRE INTERMEDIARĂ A GAZULUI

Ciclul mixt abur-gaze, în care se utilizează căldura sensibilă a gazelor de eşapare din turbina de gaze pentru producere de abur cu care se alimentează turbina de abur a instalaţiei energetice, permite obţinerea unor randamente superioare, ceea ce conduce la realizarea unei instalaţii de economicitate ridicată. După cum rezultă din [6], aplicarea încălzirii şi răcirii intermediare a gazului conduce la o creştere a economicităţii ciclului mixt care justifică aplicarea acestui procedeu.

Pentru calculul presiunilor optime de încălzire sau de răcire intermediară a gazului, trebuie analizat modul cum influenţează acest para-

metru economicitatea ciclului mixt. Randamentul ciclului mixt va fi (fig. 3)

$$\eta_{t.m} = 1 - \frac{(1-\eta_{ab})\, q'_1 + (1-\sigma_1)\, C_{pf} \cdot (T_c - T_k) + (1-\sigma_2)\, C_{pa}\,(T_a - T_k)}{C_{p_0}\,(T_0 - T_d) + C_{p_1}\,(T_1 - T_p) + q'_{1ab}}, \quad (25)$$

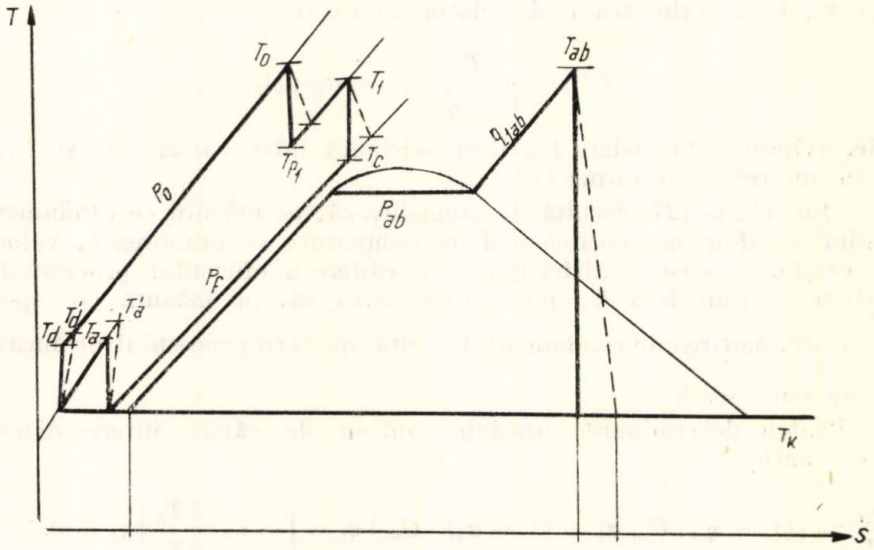


Fig. 3. — Ciclul mixt abur-gaze în diagrama $T - S$.

în care

σ_1 este coeficient de recuperare a căldurii evacuate prin gazele la eşapare din turbină;

σ_2 — coeficientul de recuperare a căldurii evacuate prin gazele eşapate din prima treaptă a compresorului;

q'_1 — cantitatea totală de căldură primită de ciclul abur;

q'_1 = $q'_{1ab} + C_{pf}\,(T_c - T_k) \cdot \sigma_1 + C_{pa}\,(T_a - T_k) \cdot \sigma_2$,

q'_{1ab} — cantitatea de căldură cedată suplimentar ciclului cu abur în focarul cazanului;

η_{ab} — randamentul ciclului cu turbina de abur.

Cînd σ_1 şi σ_2 sînt egali cu unitatea, rezultă că întreaga căldură sensibilă a gazelor, în evoluţia lor pe izobarele p_f şi p_a, este cedată în procesul de producere a aburului.

Pentru determinarea presiunilor optime de încălzire sau răcire intermediară, se impune condiţia de maxim a randamentului $\eta_{t.m}$, în care se consideră că valoarea η_{ab} este constantă, deoarece parametrii ciclului cu abur sînt daţi.

Din (25), impunînd condiția rezultă $\frac{\partial \eta_{t.m}}{\partial T_p} = 0$,

$$\left[C_{pf} \frac{\partial T_c}{\partial T_p} \sigma_1 (1 - \eta_{ab}) + (1 - \sigma_1) C_{pf} \cdot \frac{\partial T_c}{\partial T_p}\right] q_1 + C_{p_1} q_2 = 0, \tag{26}$$

din care, dacă se ține seama de relația (7), rezultă

$$T_p^{opt} = \frac{T_c}{1 - \eta_{t.m}} (1 - \sigma_1 \eta_{ab}), \tag{27}$$

unde, avîndu-se în vedere legătura existentă între valorile T_c și T_p, se pot obține relații de forma (12).

Din relația (27) rezultă de asemenea că, pe măsură ce randamentul ciclului de abur sau coeficientul de recuperare se micșorează, valoarea T_p^{opt} crește, ceea ce de altfel indică o scădere a eficienței procesului de încălzire intermediară (se poate demonstra că, pe măsură ce raportul $\frac{T_p^{opt}}{T_1}$ crește, mărirea de randament datorită aplicării procesului de încălzire intermediară scade).

Pentru determinarea presiunii optime de răcire intermediară se scrie ecuația

$$\frac{\partial \eta_{t.m}}{\partial T_a} = [(1 - \eta_{ab}) C_{pa} \sigma_2 + (1 - \sigma_2) \cdot C_{pa}] q_1 - \left[-C_{p_0} \frac{\partial T_d}{\partial T_a}\right] q_2 = 0, \tag{28}$$

în care, ținîndu-se seama de relația [15], rezultă

$$T_a = \frac{T_d (1 - \eta_{t.m}^{max})}{1 - \eta_{ab} \sigma_2}, \tag{29}$$

care poate fi de asemenea pusă sub forma (16).

Relațiile (27) sau (29), care dau valorile T_p sau T_a în cazul cînd se ține seama de randamentele relativ interne a le treptelor turbinei de gaze sau compresorului, vor fi multiplicate respectiv cu rapoartele η_2^t / η_1^t și $\frac{\eta_1^c}{\eta_2^c}$, avîndu-se totodată în vedere în acest caz faptul că randamentele $\eta_{t.m}^{max}$ și η_{ab} sînt randamentele termodinamice ale ciclurilor mixte și abur reale.

CONCLUZII

Pe baza metodei de analiză termodinamică a ciclurilor turbinelor de gaze sau a ciclurilor mixte gaze-abur, s-au putut obține o serie de formule simple care permit calculul valorilor optime ale parametrilor proceselor de încălzire și răcire intermediară a gazului.

Formulele pun în evidență influența variației căldurii specifice a gazului în diferitele evoluții ale agentului de lucru, a randamentelor relative interne ale turbinei și compresorului, a gradului de regenerare, dîndu-se rezolvarea și în cazul cînd se impun condiții restrictive, ca egalitatea lucrurilor mecanice parțiale a turbinei și compresorului montate pe un ax comun.

În cazul ciclurilor mixte gaze-abur se pune în evidență influența randamentului termodinamic al ciclului cu abur și a factorului de recuperare a căldurii sensibile a gazelor la ieșirea din turbină sau din compresor asupra parametrilor studiați.

Primită la redacție la 27 octombrie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. C. Dinculescu, V. Pimsner, *Influence des parèmetres fonctionnels sur les performances d'un cycle mixte vapeur d'eau-gaz.* Revue d'électrotechnique et d'énergétique, série B, *2* (1963).
2. N. Dănilă, A Leca, *Détermination de la division en marches de l'intervalle total de réchauffage de l'eau, dans les cycles thermiques des centrales thermoélectriques à resurchauffe de la vapeur.* Revue d'électrotechnique et d'énergétique, série B, *4* (1965).
3. D. Grecov, *Studiu asupra parametrilor optimi ai supraîncălzirii intermediare a aburului în centrale termoelectrice cu parametri înalți.* Energetica, *1* (1959).
4. P. Chambadal, *Contribution à l'étude des cycles thermiques.* Chaleur et Industrie, déc. 1959.
5. J. Kruschik, *Die Gasturbine,* Springer-Verlag, ed. a 2-a, Viena, 1960.
6. В. А. Матвеев, В. Г. Желтов, *Выбор оптимальной схемы и параметров рабочего тела газовой ступени парогазовой установки.* Теплоэнергетика, *2* (1965).
7. V. Pimsner, C. A. Vasilescu, G. A. Rădulescu, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă,* București, Edit. Acad. R.P.R., 1964.
8. И. И. Кириллов, *Газовые турбины и газотурбинные установки,* Москва, 1956.

INFLUENȚA GEOMETRIEI ANTECAMEREI ASUPRA PROCESELOR DE ARDERE DIN MOTOARELE DIESEL

DE

C. ARAMĂ, M. NĂSTASE și N. BLEZU

621.436

În lucrare se propune utilizarea mărimii adimensionale $M = \frac{\mu fl}{V_a}$, numită caracteristica geometrică a antecamerei, pentru caracterizarea și exprimarea influenței geometriei antecamerei asupra procesului de ardere.

Se prezintă rezultatele experimentale, care arată veridicitatea ipotezei făcute și modul cum variază caracteristicile tehnice-economice ale motorului cu caracteristica geometrică și cu parametri care definesc această mărime în regim de turație variabil.

1. Randamentul termic al motorului diesel cu antecameră este direct influențat de arhitectura antecamerei prin caracteristicile sale: formă și volum, secțiunea și numărul orificiilor de legătură între antecamere și camera principală de ardere, poziția axului difuzorului față de axul antecamerei etc.

Pentru caracterizarea și determinarea influenței geometriei antecamerei asupra procesului de ardere considerat pe întreaga cameră de ardere, se propune, analog indicilor propuși în lucrările [1], [2], utilizarea unei mărimi adimensionale numită convențional „caracteristică geometrică", definită prin formula

$$M = \frac{\mu fl}{V_a},$$

Articol publicat și în „Rev. roum. sci. tech. — Electrotechnic. Energ." **11**, 2 (1966).

unde

μ este coeficientul de debit al secţiunii orificiilor de curgere ale antecamerei,

f — secţiunea orificiilor de curgere dintre antecameră şi camera principală de ardere,

l — o lungime caracteristică a antecamerei,

V_a — volumul total al antecamerei.

Cu ajutorul acestei mărimi în condiţiile cînd ea reuşeşte să cuprindă elementele esenţiale care definesc influenţa caracteristicilor geometrice ale antecamerei asupra procesului de ardere, este posibil a se determina influenţa arhitecturii antecamerei asupra caracteristicilor tehnice-economice ale motorului.

În consecinţă, ne propunem în lucrarea de faţă să analizăm următoarele probleme :

a) verificarea experimentală a posibilităţii de caracterizare a arhitecturii antecamerei prin caracteristica geometrică M ;

b) determinarea influenţei caracteristicii geometrice asupra caracteristicilor tehnice-economice ale motorului : putere, consum specific de combustibil, randamentul efectiv, în condiţiile unui regim de turaţie variabil ;

c) analiza mărimilor care definesc caracteristica geometrică M din punctul de vedere al influenţei lor asupra puterii, al consumului specific de combustibil şi al randamentului efectiv al motorului.

2. Pentru efectuarea cercetărilor experimentale propuse s-a utilizat un motor monocilindric cu antecameră montată lateral. Motorul este prevăzut cu răcirea separată a antecamerei, chiulasei şi blocului-motor.

Experienţele au fost realizate în următoarele condiţii :

— avansul fix la injecţie : 26 grade RAM ;

— temperatura apei de răcire : 80°C în limitele $\pm$ 3°C ;

— temperatura uleiului : 60—80°C ;

— sarcina motorului determinată pentru antecamera I1 a şi calculată pe baza raportării puterii obţinute la puterea maximă pentru turaţia de 1 000 rot/min : 80% ; poziţia cremalierei determinată în acest mod a fost menţinută constantă la toate celelalte antecamere ;

— n (turaţia motorului) : 700—1 400 rot/min ;

— μ (coeficientul de debit) : 0,75 ;

— f (secţiunea orificiilor difuzorului antecamerei) : 38,4 mm^2 ; s-a utilizat un singur tip de difuzor, cu patru orificii Ø 3,5 mm.

În condiţiile experimentale indicate s-a variat caracteristica geometrică M numai prin modificarea lungimii caracteristice l şi volumului V_a.

Pentru definirea lungimii caracteristice s-au luat în considerare trei mărimi (fig. 1) :

l_1 — Lungimea antecamerei,

l_2 — distanţa dintre duza injectorului şi fundul antecamerei (lungimea totală a antecamerei) :

D — diametrul antecamerei.

Volumul V_a s-a modificat în consecinţă ca urmare a varierii lungimii l_1 şi a diametrului D.

Ținînd cont de cele trei formulări ale lungimii caracteristice l, au rezultat trei caracteristice geometrice : M_1, M_2 și M_3.

S-a urmărit ca modificarea dimensiunilor antecamerei să nu afecteze raportul de comprimare. Pentru aceasta, o dată cu mărirea volumului antecamerei s-a micșorat în mod corespunzător volumul camerei principale de ardere prin deplasarea cilindrului, deci și a poziției chiulasei față de fundul pistonului.

Prin alegerea corespunzătoare a diametrelor D și a lungimilor l_1 ale antecamerelor în funcție de volumul camerei principale de ardere, s-au putut grupa antecamerele în trei categorii, pentru care valoarea medie a raportului de comprimare cu care a funcționat motorul a fost, respectiv, $\lambda = 16$; 16,8 și 17,6.

În tabela 1 sînt prezentate mărimile caracteristice ale antecamerelor utilizate.

Pentru estimarea calității procesului de ardere s-a recurs la bilanțul energetic al motorului. Astfel se poate scrie

$$Q = Q_e + Q_r + Q_{ga} + Q_d ,$$

unde

$Q = C_e N_i$ este căldura degajată prin ardere a C_e (kg/h) de combustibil, avînd puterea calorică inferioară N_i (kcal/kg,h),

$Q_e = 632\ P_e$ — căldura echivalentă puterii frînate,

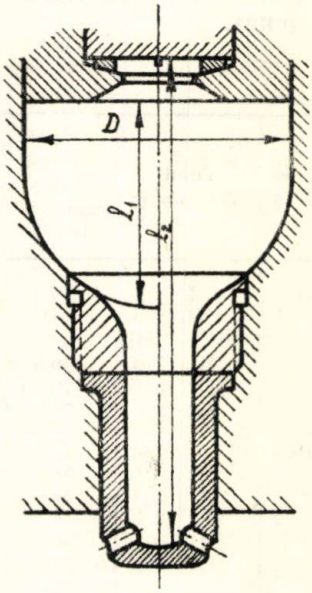


Fig. 1. — Schema antecamerei.

$Q_r = C_a c_{pa} \Delta t_a$ — căldura pierdută prin apa de răcire.

S-a notat : C_a debitul de apă (kg/h), Δt_a variația temperaturii apei de răcire între intrarea și ieșirea din motor, c_{pa} — căldura specifică a apei, $Q_{ga} = \Sigma C_i c_{p_i} t_{ga} - C_{aer} c_{p_{aer}} t_{aer} - C_e c_{p_e} t_e$ — căldura pierdută prin gazele de ardere, unde C_i, c_{p_i}, t_{ga}, respectiv, debitul (kg/h), căldura specifică (kcal/kg, h), temperatura fiecărui gaz component al gazelor de ardere, C_{aer}, $c_{p_{aer}}$, t_{aer} debitul, căldura specifică și temperatura cu care intră aerul în motor, C_e, c_{p_e}, t_e — debitul, căldura specifică și temperatura cu care intră combustibilul în camera de ardere,

Q_d — alte pierderi de căldură.

S-au exprimat mărimile cuprinse în bilanțul energetic în procente față de căldura totală degajată din ardere.

În felul acesta, căldura Q_e reprezintă randamentul efectiv al motorului în procente.

Greutatea fiecărui gaz a fost determinată considerînd că

$$\Sigma C_i = C_{aer} + C_e$$

și că arderea în motor este completă, formîndu-se gazele de ardere CO_2, H_2O, O_2 și N_2.

Calculînd oxigenul necesar arderii stoechiometrice s-a găsit valoarea coeficientului de exces de aer prin comparare cu cantitatea reală de oxigen aspirată. De asemenea, tot pe baza ecuațiilor stoechiometrice de aer, s-a determinat în Kg/h cantitatea de gaze componente ale amestecului evacuat.

Tabela 1

Categoria	Tipul antecamerei	V_a (volumul antecamerei) (cm^3)	V (volumul camerei de ardere) (cm^3)	λ	D mm	l_1 mm	l_2 mm	M_1 $\times 10^{-2}$	M_2 $\times 10^{-2}$	M_3 $\times 10^{-2}$
16	I 3 a	56	169	16,1	44	35,2	91,7	1,81	4,72	2,26
	II 2 a	54	167	16,2	46	31,3	88,3	1,67	4,71	2,45
	II 3 b	64	169	16,1	46	37,3	94,3	1,68	4,24	2,07
	III 2 a	59,5	172,5	15,7	48	32,6	89,6	1,58	4,34	2,33
	III 3 b	70	175	15,6	48	38,6	95,6	1,59	3,94	1,98
	III 3 c	70	168	16,2	48	38,6	95,6	1,59	3,94	1,98
16,8	I 2 a	47	160	16,9	44	29,2	85,7	1,79	5,25	2,70
	I 3 b	56	161	16,8	44	35,2	91,7	1,81	4,72	2,26
	II 1 a	45	158	17,0	46	25,8	82,8	1,65	5,30	2,95
	II 2 b	54	159	17,0	46	31,3	88,3	1,67	4,71	2,45
	III 1 a	50	163	16,6	48	27,1	84,1	1,56	4,85	2,77
	III 2 b	59,5	164,5	16,5	48	32,6	89,6	1,58	4,34	2,33
17,6	I 1 a	39	137	17,7	44	23,7	80,2	1,75	5,92	3,25
	I 2 b	47	152	17,7	44	29,2	85,7	1,79	5,25	2,70
	I 3 c	56	154	17,5	44	35,2	91,7	1,81	4,72	2,26
	II 1 b	45	150	17,9	46	25,8	82,8	1,65	5,30	2,95
	III 1 b	50	155	17,4	48	27,1	84,1	1,56	4,85	2,77

3. S-au experimentat 17 tipuri de camere de ardere (tabela 1), grupate pentru trei valori ale raportului de comprimare. Pe baza rezultatelor experimentale s-au trasat în funcție de turație curbele de variație, ale puterii, consumului specific, temperaturii gazelor de ardere, temperaturii peretelui antecamerei și ale componenților bilanțului energetic. Pe baza acestor diagrame s-a prezentat dependența acelorași mărimi de caracteristicile geometrice M_1, M_2 și M_3 pentru vitezele de rotație de 800, 1000, 1 200, 1 300, și 1 400 rot/min. După cum s-a arătat, aceste caracteristici sînt diferite, deoarece parametrul care definește lungimea caracteristică, este indicat prin : lungimea l_1 a antecamerei, distanța l_2 dintre injector și peretele opus al difuzorului, diametrul D al antecamerei.

S-a observat că puterea nu este influențată de caracteristicile M_1 sau M_2. Punctele care corespund diferitelor valori ale acestor caracteristici, avînd abateri în jurul unor valori medii, nu pun în evidență o anumită lege de variație. Același lucru se observă și în ceea ce privește dependența consumului specific de combustibil de caracteristice M_2 și M_1.

O situație diferită s-a găsit în cadrul reprezentării parametrilor e în funcție de caracteristica geometrică M_3 (fig. 2, 3 și 4). După cum se vede, pentru diferitele valori ale raportului de comprimare apar legi similare de variație a puterii, consumului specific, temperaturii gazelor arse și temperaturii pereților antecamerei cu caracteristica geometrică M_3.

Se deduce că lungimea caracteristică ce determină comportarea proceselor de ardere din motorul studiat este diametrul D.

În figurile 5, 6 și 7 sînt prezentate, în funcție de caracteristica geometrică M_3, legile de variație ale căldurilor, exprimate procentual, Q_{ef}, Q_r, $Q_{g\cdot a}$, Q_d.

Pentru a permite analizarea mărimilor care definesc caracteristica geometrică a antecamerei din punctul de vedere al influenței lor asupra caracteristicilor tehnice-economice ale motorului, sînt prezentate în figurile 8, 9, 10, 11, 12 și 13 aceleași rezultate, dar în funcție de volumul antecamerei.

Din materialul grafic prezentat se observă că caracteristica geometrică M_3 precizează influența arhitecturii antecamerei asupra proceselor de ardere din motor. Se constată că dacă turația motorului este menținută constantă se obțin puteri mai mari, consumuri specifice de combustibil mai mici, randamente mai ridicate ale motorului în cazul unor valori mai mari ale caracteristicii geometrice. Concluzia a fost confirmată de rezultatele coerente obținute pentru toate cele trei rapoarte de comprimare. Conform datelor experimentale modificarea geometriei antecamerei nu afectează temperatura gazelor de ardere și temperatura pereților antecamerei, dar influențează pierderile termice prin apa de răcire. Se constată astfel că pierderile termice prin apa de răcire se micșorează cu mărirea caracteristicii geometrice.

Curbele trasate, care reprezintă legile de variație ale puterii efective, consumului specific de combustibil etc., cu caracteristica geometrică M_3 pentru diferite turații ale motorului, sînt paralele între ele. Acest lucru ar indica faptul că cel puțin pentru domeniul de turație analizat, 700—1 400 rot/min., legea de variație, determinată între un anumit parametru și caracteristica geometrică, nu este modificată de turație, adică influența arhitecturii antecamerei asupra proceselor de ardere este aceeași oricare ar fi regimul de turație.

O astfel de concluzie este însă falsă.

Reamintim că, în cadrul experiențelor efectuate, caracteristica geometrică M_3 a fost modificată, variind parametrii D și V_a și menținînd constanți parametrii μ și f.

În consecință, se poate spune numai că în domeniul de turație analizat nu se observă influența caracteristicii geometrice, modificată numai prin varierea diametrului și volumului antecamerei, asupra arderii o dată cu mărirea turației.

Alte cercetări efectuate de autori [3] arată că mărirea secțiunii orificiilor de trecere ale difuzorului antecamerei micșorează perioada de întîrziere la autoaprindere, presiunea maximă din antecameră, consumul specific de combustibil, temperatura gazelor de ardere și ridică puterea motorului și temperatura gazelor de ardere. Se obține o funcționare a

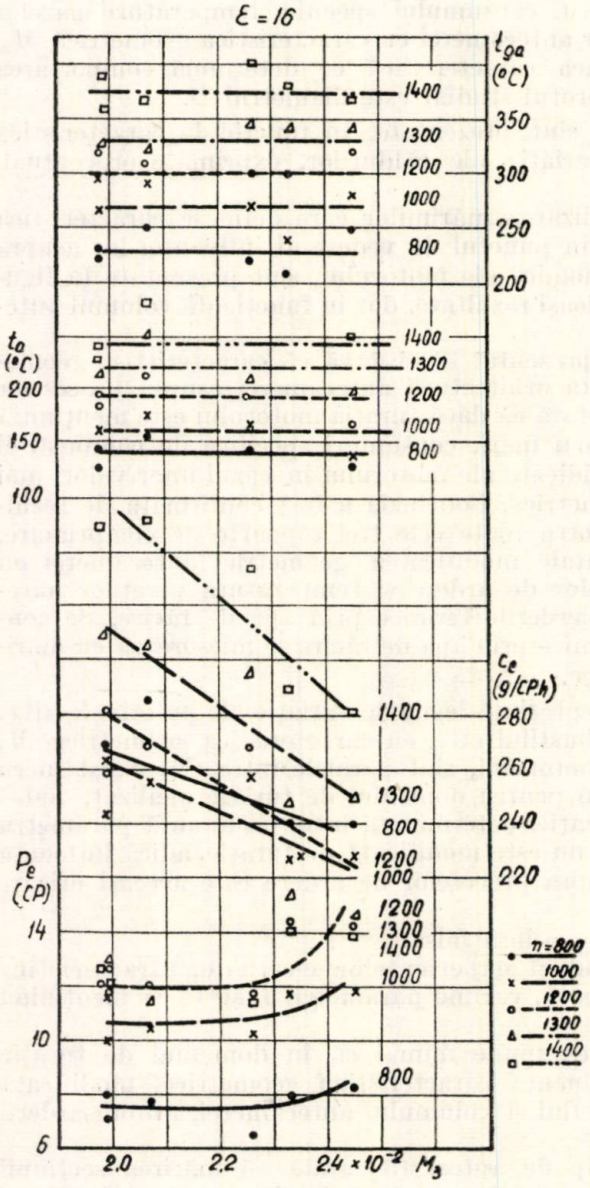


Fig. 2. — Dependența în funcție de caracteristica geometrică M_3 a puterii efective, consumului specific de combustibil, temperaturii gazelor de ardere și temperaturii pereților antecamerei pentru turațiile de 800, 1 000, 1 200, 1 300 și 1 400 rot/min și pentru raportul de comprimare $\lambda = 16$.

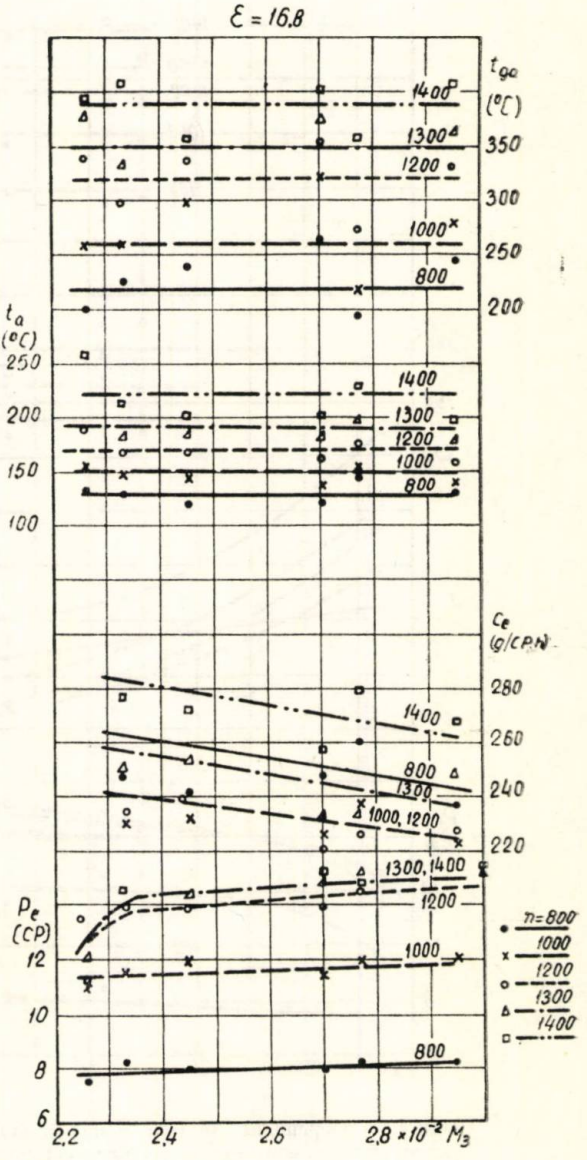


Fig. 3. — Dependența în funcție de caracteristica geometrică M_3 a puterii efective, consumului specific de combustibil (C_e), temperaturii gazelor de ardere (t_{ga}) și temperaturii pereților antecamerei pentru turațiile de 800, 1 000, 1 200, 1 300 și 1 400 rot/min și pentru raportul de comprimare $\lambda = 16{,}8$.

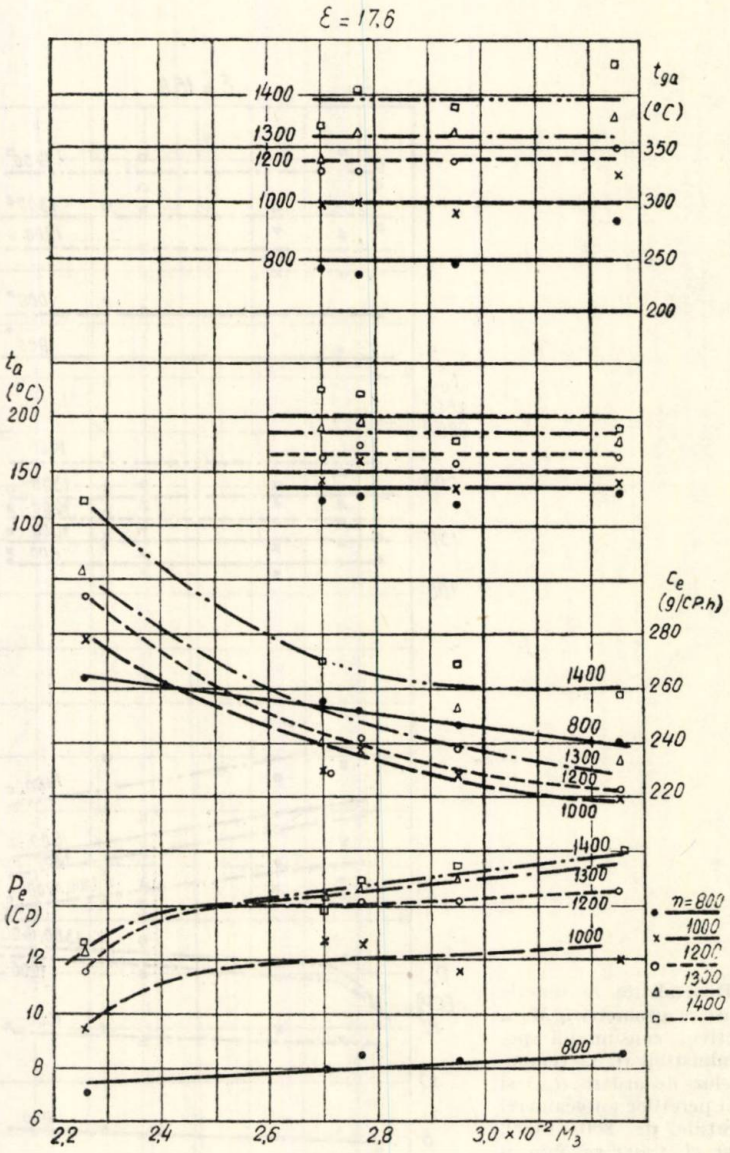


Fig. 4. — Dependența în funcție de caracteristica geometrică M_3 a puterii efective, consumului specific de combustibil, temperaturii gazelor de ardere și temperaturii pereților antecamerei pentru turațiile de 800, 1 000, 1 200, 1 300 și 1 400 rot/min și pentru raportul de comprimare $\lambda = 17,6$

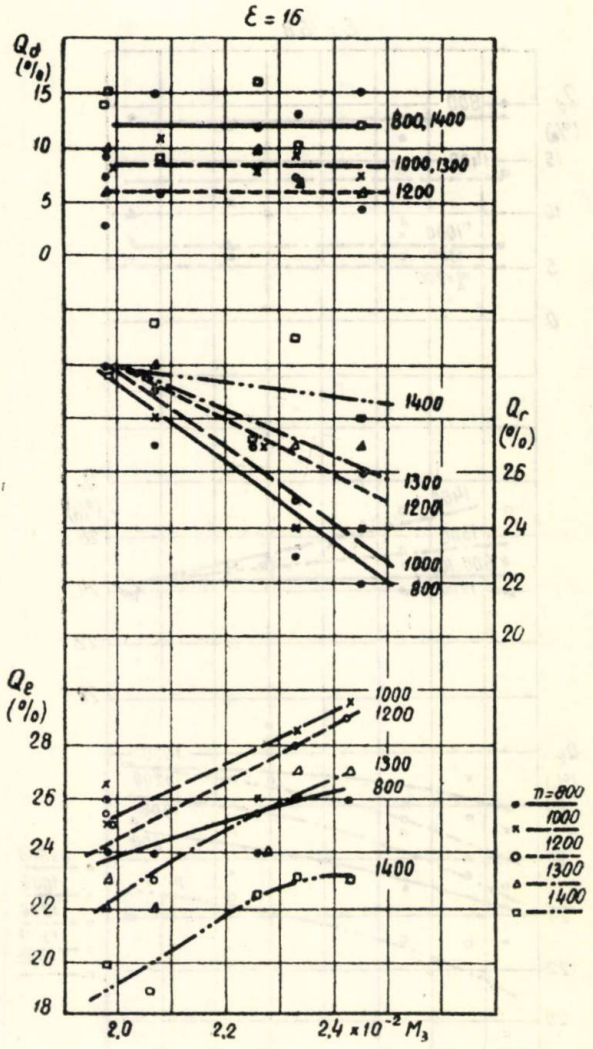


Fig. 5. — Dependența în funcție de caracteristica geometrică M_3 a căldurii echivalente puterii frînate (Q_e), căldurii pierdute prin apa de răcire (Q_r) și alte pierderi de căldură (Q_d) pentru turațiile de 800, 1 000, 1 200, 1 300 și 1 400 rot/min și pentru raportul de comprimare $\lambda = 16$.

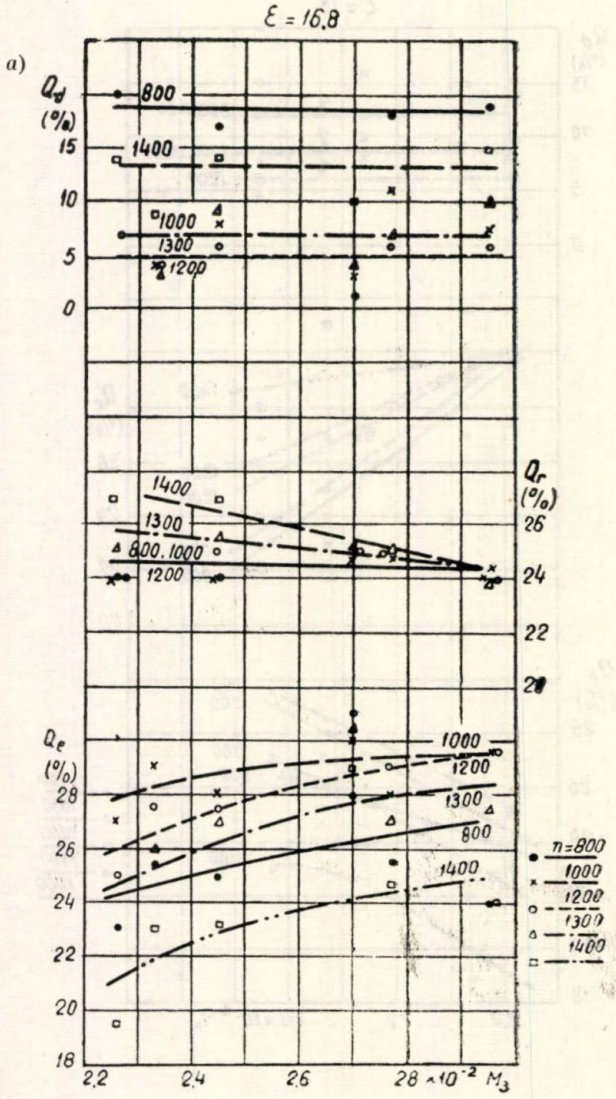


Fig. 6. — Dependența în funcție de caracteristica geometrică M_3 a căldurii echivalente puterii frînate (Q_e), căldurii pierdute prin apa de răcire (Q_r) și alte pierderi de căldură (Q_d) pentru turațiile de 800, 1 000, 1 200, 1 300 și 1 400 rot/min și pentru raportul de comprimare; *a*) $\lambda = 16,8$.

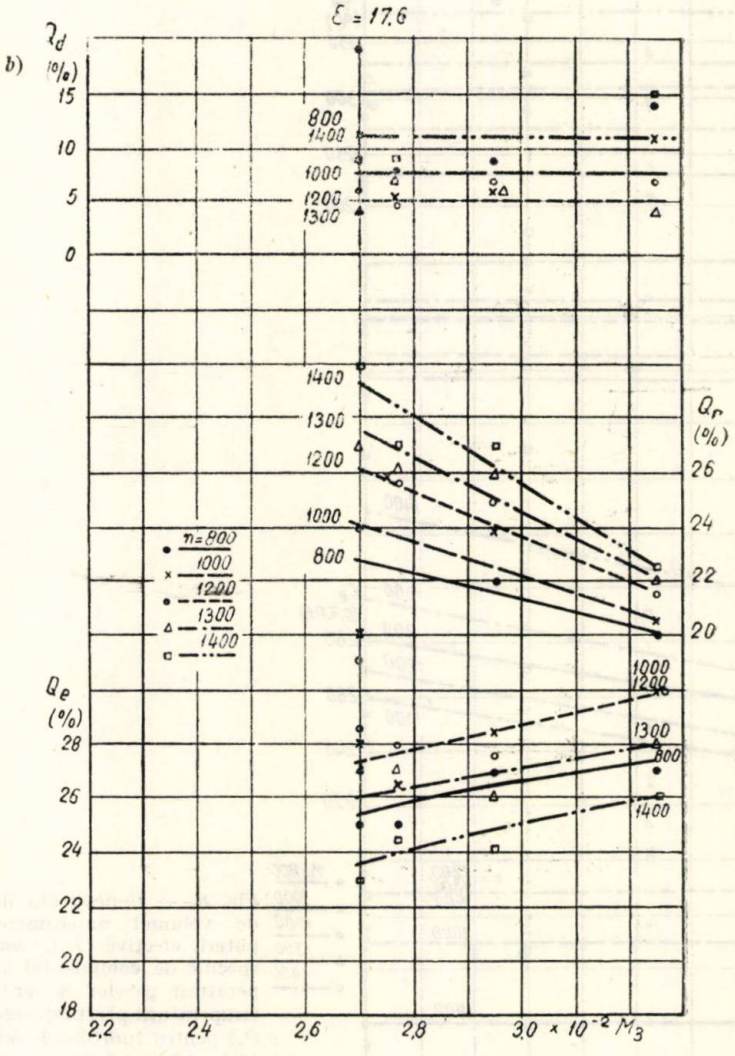


Fig. 7 — *b*) $\lambda = 17{,}6$.

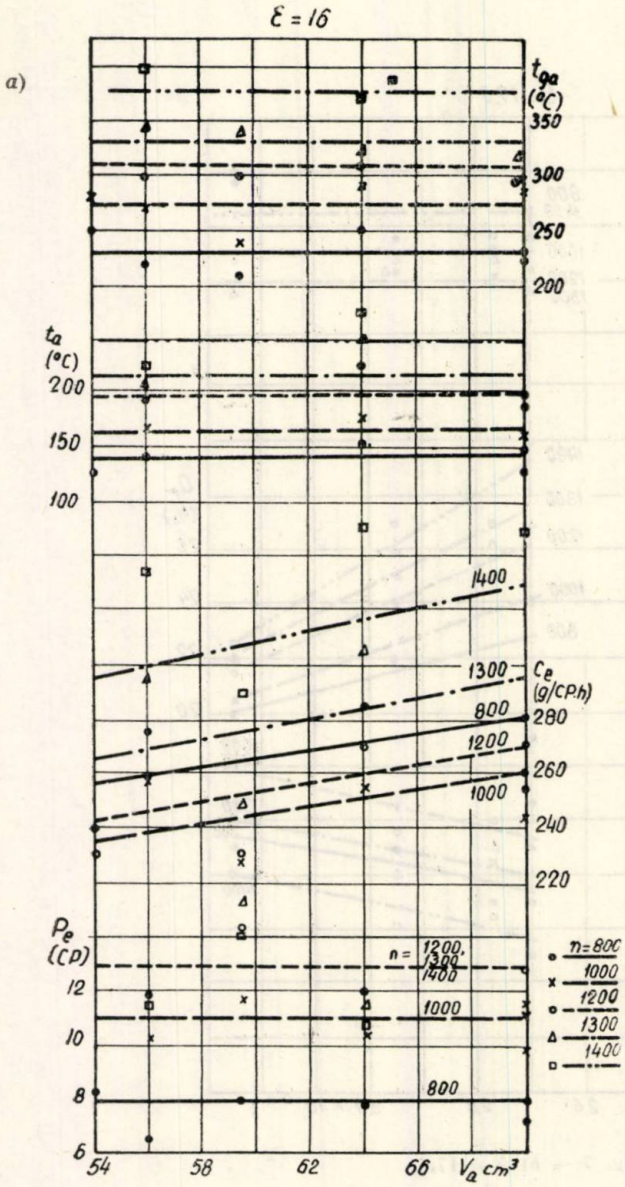


Fig. 8. — Dependența în funcție de volumul antecamerei V_a a puterii efective (P_e), consumului specific de combustibil (c_e), temperaturii gazelor de ardere (t_{ga}), temperaturii pereților antecamerei (t_a) pentru turațiile de 800, 1 000, 1 200, 1 300 și 1 400 rot/min pentru raportul de comprimare ; *a*) $\lambda=16$.

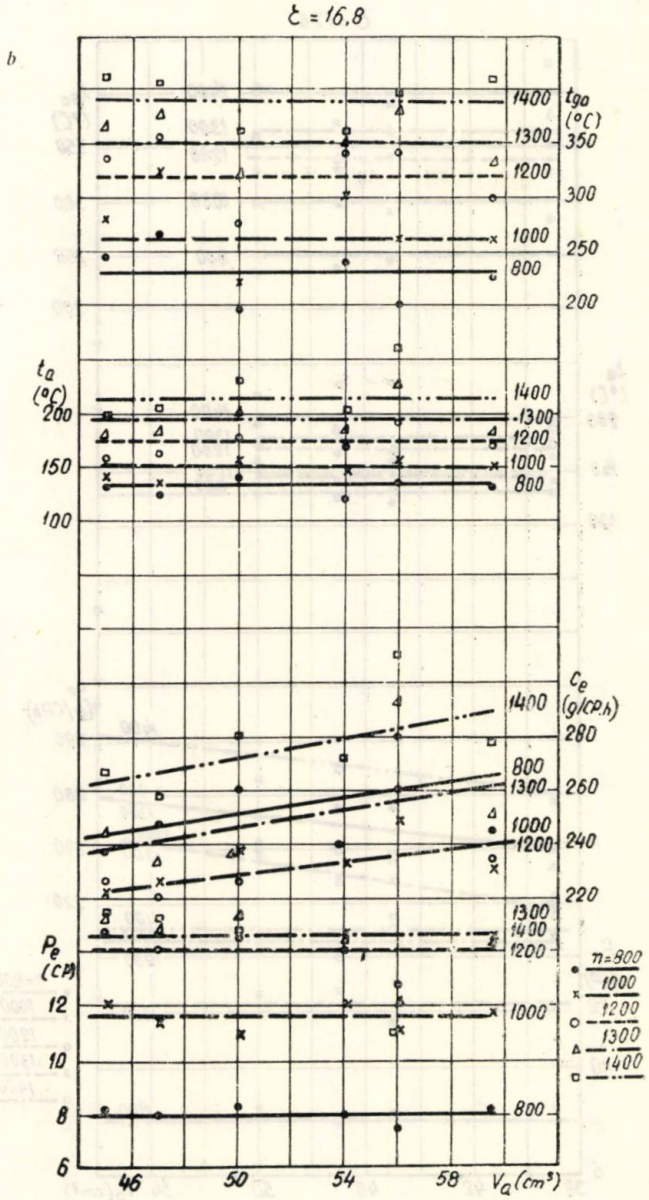


Fig. 9. — *b*) $\lambda = 16{,}8$.

c)

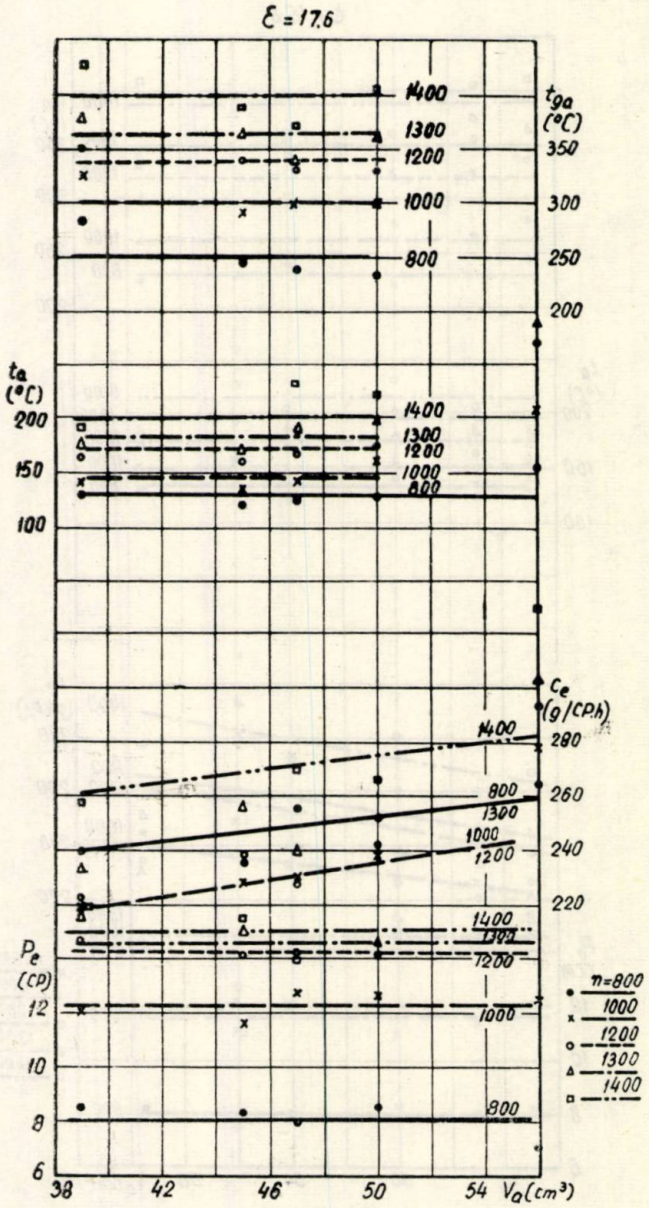


Fig. 10. — *c*) $\lambda = 17{,}6$.

motorului mai economică, cu un mers mai puțin dur, ca urmare a realizării unui amestec calitativ mai bun și deci a unui randament mai ridicat.

În cursul acestor cercetări, secțiunea orificiilor difuzorului s-a mărit de la $f = 39$ mm² la $f = 100$ mm².

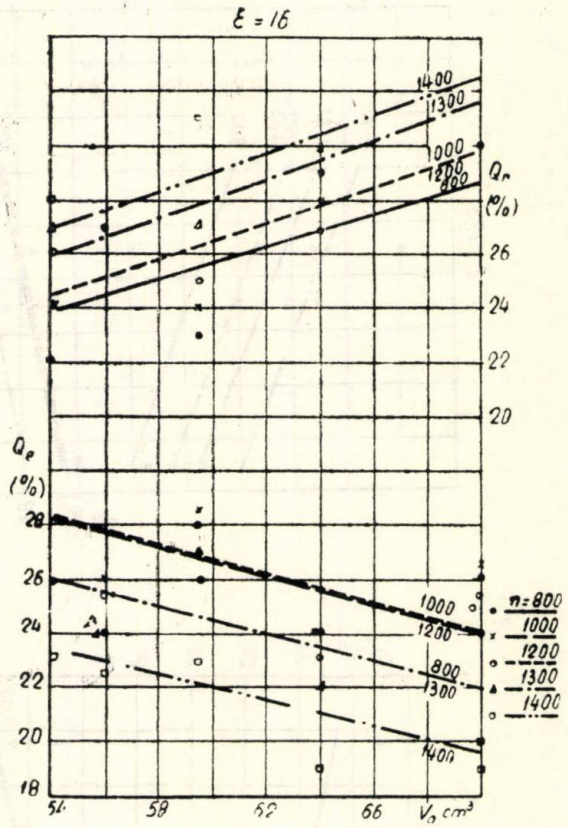


Fig. 11. — Dependența în funcție de volumul antecamerei V_a a căldurii echivalente puterii frînate (Q_e) și căldurii pierdute prin apa de răcire (Q_r) pentru turațiile de 800, 1 000, 1 200, 1 300, 1 400 rot/min pentru raportul de comprimare $\lambda = 16$.

Corelînd aceste rezultate cu cele prezentate mai sus, efectuate pentru $f = 39$ mm², se ajunge la concluzia că, modificînd arhitectura antecamerei astfel încît caracteristica geometrică să crească, se realizează, în cazul cînd se mărește și turația motorului, o mai bună funcționare a motorului.

După cum arată rezultatele experimentale, volumul V_a al antecamerei nu influențează puterea motorului, temperatura gazelor arse, și temperatura pereților antecamerei. Se observă, totuși, că mărirea volumului antecamerei conduce la mărirea consumului specific de combustibil și la scăderea randamentului motorului.

După cum este de așteptat, prin mărirea volumului antecamerei V_a, suprafața de schimb de căldură între gazele din antecameră și apa de răcire crește și, în consecință, se măresc pierderile termice prin apa de răcire proporțional cu mărirea volumului V_a.

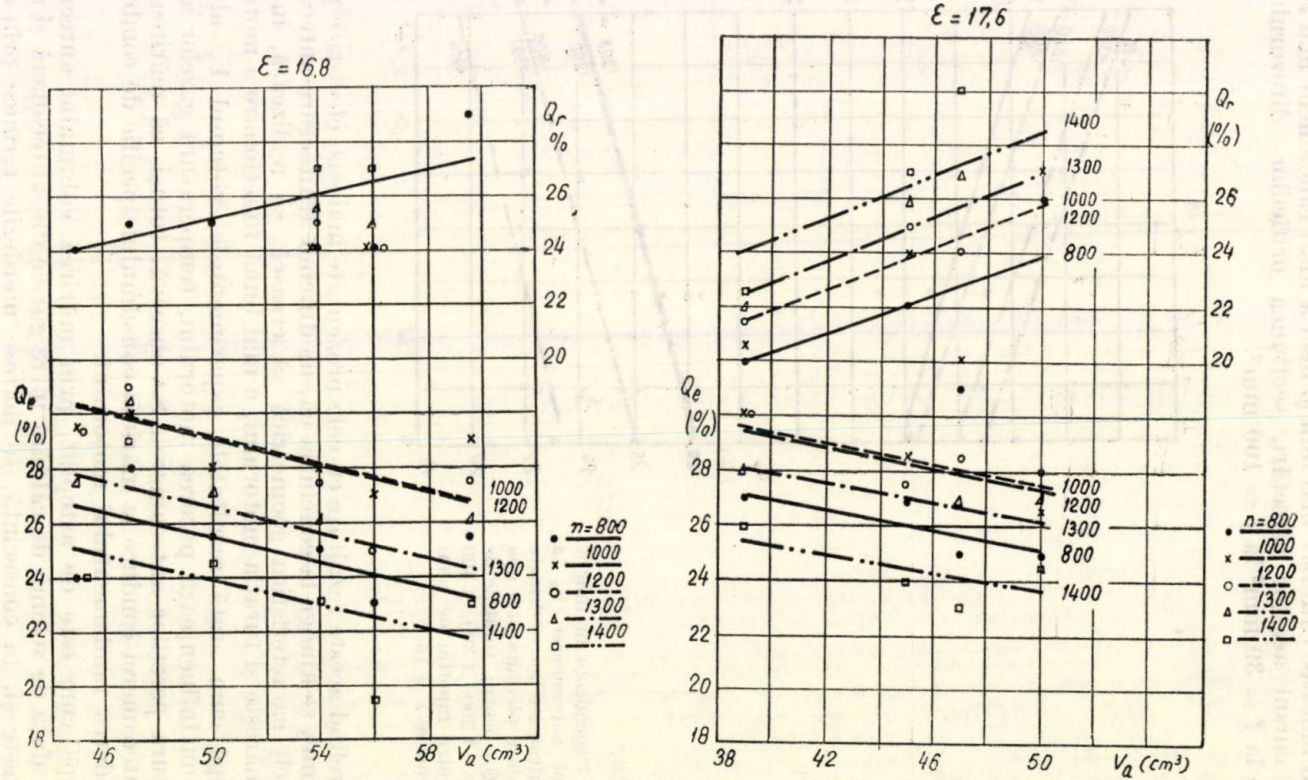


Fig. 12. şi 13. — Dependenţa în funcţie de volumul antecamerei V_a a căldurii echivalente puterii frînate (Q_e) şi căldurii pierdute prin apa de răcire (Q_r) pentru turaţiile de 800, 1000, 1200, 1300, 1400 rot/min pentru raportul de comprimare $\lambda = 16{,}8$; $\lambda = 17{,}6$.

Dintre cele trei dimensiuni caracteristice luate în discuție (l_1, l_2 și D), diametrul antecamerei influențează cel mai puternic procesele de ardere din motor; randamentul efectiv al motorului este direct proporțional cu valoarea caracteristicii geometrice M_3. Numărul relativ redus de antecamere experimentate cu diametre diferite nu permite să găsim o dependență între randament și diametrul antecamerei.

Din rezultatele obținute se desprinde însă concluzia că motorul funcționează în majoritatea cazurilor cu randamente mai mari cînd diametrul antecamerei este mai mic. Din analiza comportării antecamerelor cuprinse în categoria cu raportul de comprimare de 17,6, reiese că și lungimea antecamerei influențează consumul specific de combustibil și calitatea arderii din motor; se observă că există o lungime optimă corespunzătoare unui consum minim de combustibil.

4. Din materialul experimental prezentat se desprind următoarele concluzii:

a) Caracteristica geometrică a antecamerei, exprimată prin relația $M_3 = \frac{\mu f D}{V_a}$ caracterizează geometria antecamerei și influența pe care o are aceasta asupra proceselor de ardere din antecameră și din camera principală de ardere.

b) În limitele de turație 700—1 400 rot/min s-a găsit că, prin modificarea arhitecturii antecamerei astfel încît să mărească caracteristica geometrică, randamentul motorului crește atît în condițiile menținerii constante a vitezei de rotație a motorului, cît și pentru regimuri de turație variabile.

c) Corelînd cercetările efectuate cu cele publicate în lucrarea [3], se constată că toate mărimile care definesc caracteristica geometrică influențează calitatea arderii din motor.

Se observă că mărirea produsului μf dintre coeficientul de debit și secțiunea orificiilor difuzorului antecamerei ridică performanțele motorului (puterea, consumul specific), în timp ce creșterea diametrului D și a volumului V_a al antecamerei conduce la micșorarea lor.

Primit la redacție la 8 decembrie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. A. Pischinger, F. Pischinger, *Gemischbildung und Verbrennung in Dieselmotor.*
2. F. Nagao, M. Ikegami, H. Konishi, *Influence of connecting passage of Diesel Knock in divided chamber type engines.* Bull. J. SME, *24* (1963).
3. M. Năstase, N. Blezu, *Influența secțiunii de trecere a difuzorului antecamerei asupra arderii în motorul diesel cu antecameră.* St. cerc. energ., **15**, *4* (1965).

UNGHIUL DE PULVERIZARE LA INJECTOARELE CU CAMERĂ DE TURBIONARE CU ÎNTOARCERE

DE

VICTOR V. GHIA și NICOLAE LEMNEANU

536.4 : 532

În prima parte a lucrării se propune metoda de calcul a unghiului de pulverizare pentru injectoarele cu cameră de turbionare cu întoarcere, funcționînd cu fluid ideal. În partea a doua, prin aplicarea teoremei π, se stabilesc criteriile de similitudine care determină valoarea unghiului de pulverizare real α.

Pe baza rezultatelor experimentale, în ultima parte a lucrării se propune relația de calcul a unghiului α, care este funcție de simplexul $\frac{R_c}{r_c}$ și criteriul de similitudine π_1.

Dezavantajul principal al injectoarelor cu cameră de turbionare, este posibilitatea reglajului debitului în limite relativ reduse. Astfel prin reducerea sarcinii arzătorului caracteristicile pulverizării se înrăutățesc sensibil, ceea ce face ca desfășurarea procesului de ardere să aibă loc în condiții necorespunzătoare.

Pentru instalațiile de arderea combustibilului lichid la care în funcționare au loc variații importante ale sarcinii, se utilizează în ultimul timp tot mai frecvent, injectoare cu cameră de turbionare cu întoarcere.

La acestea, prin ajutajele tangențiale ale camerei de turbionare, se introduce un debit de combustibil mai mare decît debitul refulat în focar prin diusa injectorului.

Teoria injectoarelor turbionare cu întoarcere este puțin studiată în literatura de specialitate. Unele preocupări mai detaliate în această direcție apar în cîteva publicații [1], [2] și [3].

Articol publicat și în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechn. Energ." 11, 2 (1966).

Lucrarea îşi propune să clarifice desfăşurarea proceselor care au loc în camerele de turbionare cu întoarcere şi în acelaşi timp să dea metoda de calcul a unghiului de pulverizare.

1. DEDUCEREA ECUAŢIILOR: $A = f(\varphi, n)$ şi $\alpha_0 = \psi(A, n)$

Teoria injectoarelor centrifugale cu cameră de turbionare, funcţionînd cu fluid ideal, a fost dezvoltată într-o serie de lucrări [4], [5], [6], [7], [8].

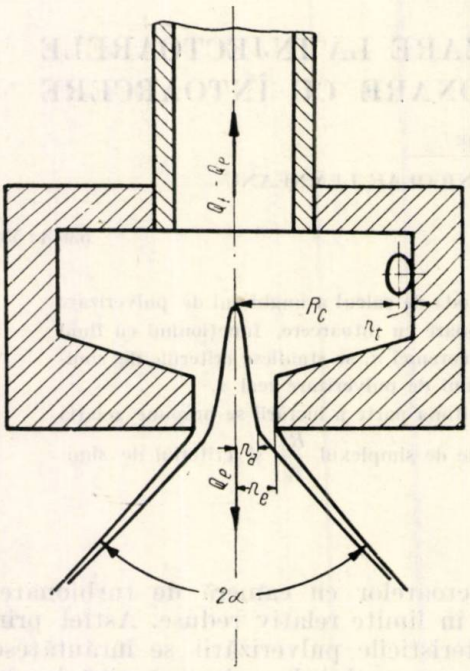


Fig. 1. — Schiţa camerei de turbionare cu întoarcere.

Cercetările ulterioare, au arătat care sînt corecţiile ce trebuie aduse rezultatelor, în cazul fluidelor reale. Experienţele au confirmat ipoteza teoretică, că în zona axului de simetrie longitudinală al injectorului cu cameră de turbionare, apare un turbion de aer, a cărui rază are valoarea maximă în diusa de ieşire a lichidului.

Din diusă iese o peliculă de lichid, care se dezvoltă în continuare, sub forma unui hiperboloid de rotaţie. Intuitiv, se poate admite că la camerele de turbionare cu întoarcere fiind posibilă propagarea mai liberă a turbionului de aer, secţiunea efectivă pentru scurgerea lichidului din diusă va fi mai redusă.

În cele ce urmează vom căuta să clarificăm această problemă, determinînd relaţia dintre caracteristica geometrică a camerei de turbionare A, coeficientul de umplere al diusei φ, raportul n dintre debitul lichid injectat şi debitul de lichid introdus în camera de turbionare.

Dezvoltarea teoretică ce va urma se va face pe baza următoarelor ipoteze:

— lichidul care se deplasează în camera de turbionare este un fluid ideal;

— momentul cantităţii de mişcare al lichidului pulverizat în raport cu raza de simetrie longitudinală a injectorului are aceeaşi valoare la ieşirea din ajutajele tangenţiale şi din diusă.

Ecuaţia cantităţii de mişcare scrisă pentru lichidul care se scurge prin diusă, este:

$$-\mathrm{d}F_x = \frac{\gamma}{g} Q_e \cdot \mathrm{d}v_x \qquad (1)$$

unde :

$V_x = \frac{Q_e}{\pi \cdot r_e^2 \varphi}$; iar $\varphi = 1 - \left(\frac{r_a}{r_e}\right)^2$,

Q_e — reprezintă debitul de lichid ieșit din diusa injectorului, în m^3/s ;

γ — greutatea specifică a lichidului injectat, în $\frac{kgf}{m^3}$;

g — accelerația gravitației, în m/s^2 ;

r_a — raza turbionului de aer, în m ;

r_e — raza diusei, în m.

$$F_x = \int_{r_a}^{r_e} 2 . \pi . r . p . dr = 2 . \pi . k . \left[\frac{1}{2} \left(\frac{r_e^2}{r_a^2} - 1 \right) + \ln \frac{r_a}{r_e} \right], \tag{2}$$

deoarece presiunea în punctul de rază r este :

$$p = k \, (r_a^{-2} - r^{-2}) , \tag{3}$$

unde

$$k = \frac{\gamma}{2g} \left(\frac{Q_t . R_c}{z . \pi . r_t^2} \right)^2 \tag{4}$$

R_c — diferența dintre raza camerei de turbionare și raza ajutajelor tangențiale, în m ;

r_t — raza ajutajelor tangențiale, în m ;

z — numărul de ajutaje tangențiale ;

Q_t — debitul de lichid care intră în camera de turbionare, în m^3/s.

Din relația (2) rezultă :

$$dF_x = \pi . k . \frac{\varphi . d\varphi}{(1 - \varphi)^2} . \tag{5}$$

Ținînd seama că $dv_x = - \frac{Q_e}{\pi . r_e^2} \frac{d\varphi}{\varphi}$ înlocuind (5) în (1) se obține :

$$\left(\frac{Q_e}{Q_t} \right)^2 = \frac{\varphi^3}{2 \, (1 - \varphi)^2} \left(\frac{R_c . r_e}{z . r_t^2} \right)^2 \tag{6}$$

Notînd cu $A = \frac{R_c . r_e}{z . r_t^2}$ și cu $n = \frac{Q_e}{Q_t}$, rezultă :

$$A = \frac{\sqrt{2} \, (1 - \varphi) . n}{\varphi \sqrt{\varphi}} \tag{7}$$

Din relația (7) rezultă că pentru aceeași valoare a caracteristicii geometrice a camerei de turbionare A, φ este cu atît mai mic cu cît raportul n este mai mic.

La limită, cînd $n = 0$ deci prin diusă nu se scurge lichid, $\varphi = 0$ adică întreaga secțiune a diusei este umplută de turbionul de aer. Lichidul introdus în camera de turbionare este refulat prin conducta de întoarcere.

Pentru o valoare constantă a lui A, pe măsură ce n scade, adică se micşorează sarcina injectorului, grosimea pînzei de combustibil se micşorează.

Concluziile menţionate rezultă şi din figura 2, unde s-a trasat familia de curbe $\varphi = f(A, n)$.

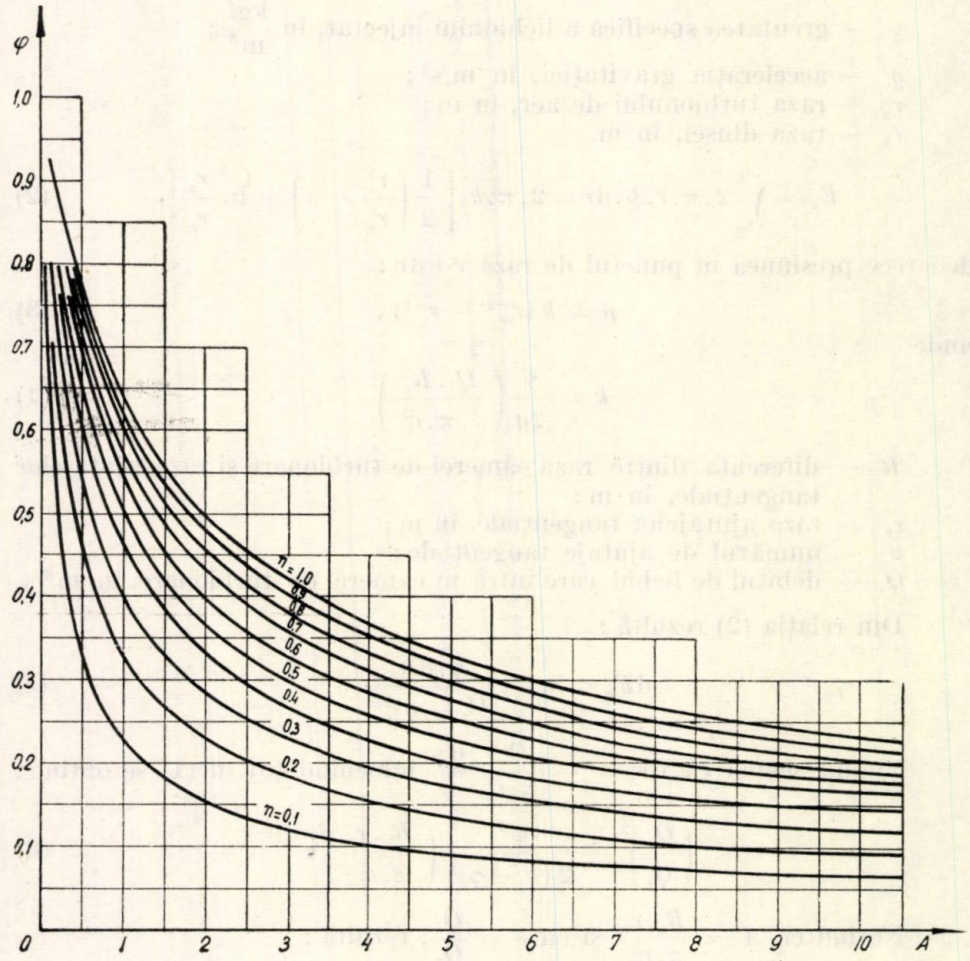


Fig. 2. — Familia de curbe $\varphi = f(A, n)$.

La $n = 1$ adică în cazul injectoarelor cu cameră de turbionare fără întoarcere, se obţine relaţia $A = f(\varphi)$ dedusă de G. N. Abramovici [4].

Unghiul de pulverizare al jetului, se defineşte prin relaţia :

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{v_z}{v_x} \tag{8}$$

unde v_z este viteza tangenţială a lichidului care se scurge prin diusă în m/s.

Dacă se ia pentru v_z valoarea corespunzătoare la mijlocul inelului de lichid format, adică :

$$v_{zm} = \frac{2\, v_t . R_c}{r_e + r_a} = \frac{2\, v_x . A . \varphi}{n\,(1 + \sqrt{1 - \varphi})}, \tag{9}$$

se obține

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{2\, A . \varphi}{n\,(1 + \sqrt{1 - \varphi})}. \tag{10}$$

Mărimea v_t reprezintă viteza lichidului în ajutajele tangențiale, în m/s.

Din figura 3 în care s-a trasat familia de curbe $\alpha_0 = \varphi\,(A, n)$ pe baza relației (10) se pot trage următoarele concluzii :

— unghiul de pulverizare α_0 crește cu mărirea caracteristicii geometrice A ;

— pentru A = const. α_0 este cu atît mai mare cu cît n este mai mic ;

— variațiile cele mai mari ale unghiului α_0 cu n și A se obțin pentru valori mici ale caracteristicii geometrice A.

2. RAPORTUL n

Instalația dotată cu injectoare cu cameră de turbionare cu întoarcerea combustibilului este prevăzută cu două robinete de reglaj ; primul M_1 montat la admisia combustibilului în injector, iar cel de-al doilea M_2 montat pe conducta de întoarcere în rezervorul de alimentare (fig. 4).

Dacă H_r este presiunea din rezervorul de alimentare, iar H'_r presiunea totală dinaintea robinetului situat pe conducta de întoarcere, într-o primă aproximație se poate scrie că :

$$H_r - H'_r = \mu_2 . (Q_t - Q_e)^2 . \tag{11}$$

Mărimea μ_2 este coeficientul de pierderi al robinetului, a cărui valoare poate fi variată prin manevrarea acestuia.

Admițînd că H_r are aceeași valoare ca presiunea din focar H_f, se poate deduce că :

$$n = \frac{\mu_{cr} + \mu_2 - \sqrt{\mu_{cf} . (\mu_{cr} + \mu_2)}}{\mu_{cr} + \mu_2 - \mu_{cf}} \tag{12}$$

unde

$$\mu_{cf} = \frac{H_c - H_f}{Q_e^2}, \quad \text{iar} \quad \mu_{cr} = \frac{H_c - H'_r}{(Q_t - Q_e)^2},$$

H_c — reprezintă valoarea medie a presiunii totale din camera de turbionare, în kgf/m^3.

Se poate considera că μ_{cf} și μ_{cr} au valori constante care depind numai de geometria circuitelor.

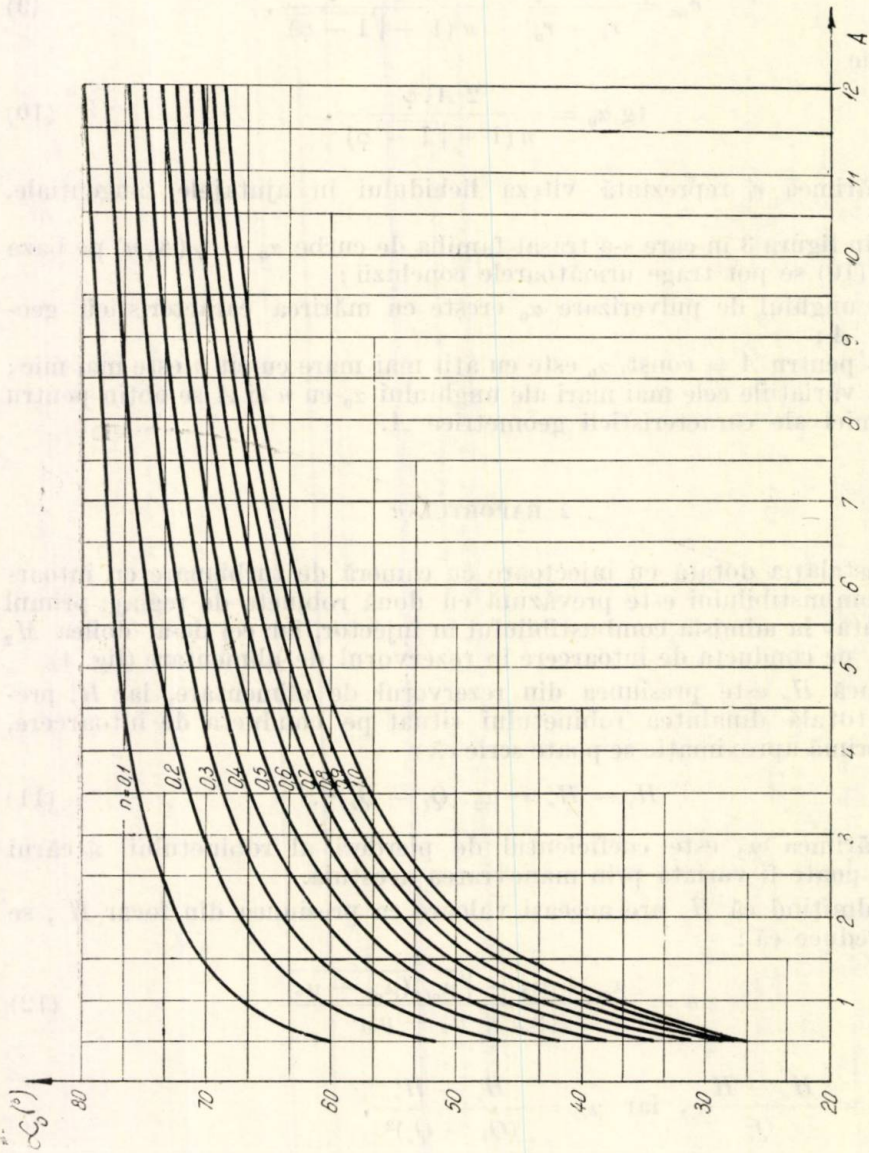


Fig. 3. — Familia de curbe $\alpha_0 = \psi(A, n)$.

Din relaţia (12) rezultă că se obţine orice valoare a raportului n numai prin varierea coeficientului μ_2, adică variind deschiderea robinetului M_2 situat pe conducta de întoarcere a combustibilului.

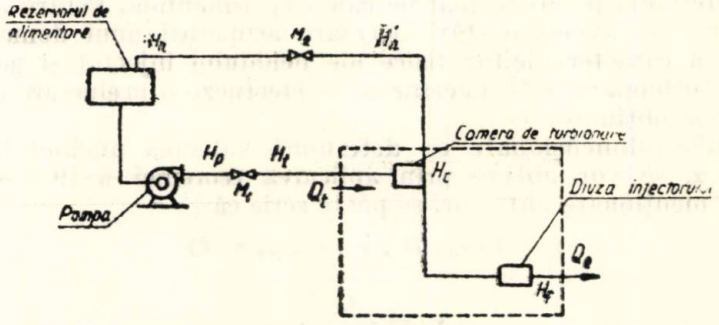


Fig. 4. — Schema instalaţiei de pulverizare cu injector avînd cameră de turbionare cu întoarcere.

Presiunea totală pe care trebuie să o dea pompa ce refulează lichidul către injector, se poate obţine din relaţia:

$$H_p = H_e + Q_t^2 [\mu_1 + \mu_{tc} + (\mu_{cr} + \mu_2)(1 - n)^2] \qquad (13)$$

unde

$$\mu_{te} = \frac{H_t - H_e}{Q_t^2}, \text{ iar } \mu_1 = \frac{H_p - H_t}{Q_t^2},$$

H_t — reprezintă presiunea totală a lichidului pe conducta de admisie, după robinetul de reglaj M_1, în kgf/m^2.

Coeficientul μ_{te} este aproximativ constant, iar μ_1 variază o dată cu manevrarea robinetului M_1 situat pe conducta de admisie.

Din relaţia (13) rezultă că presiunea totală pe care trebuie să o dea pompa $H_p > 0$ şi atunci cînd injectorul nu mai refulează combustibil în focar, adică $Q_e = 0$ şi $n = 0$ dacă debitul de lichid introdus în camera de turbionare Q_t este diferit de zero.

Rezultă de asemenea că energia consumată pentru acţionarea pompei creşte foarte rapid o dată cu creşterea debitului Q_t şi în comparaţie cu injectoarele avînd camera de turbionare fără întoarcere, H_p are o valoare mai mare.

Acesta este principalul dezavantaj al injectoarelor cu cameră de turbionare cu întoarcere.

3. OBŢINEREA CRITERIILOR DE SIMILITUDINE CE DETERMINĂ UNGHIUL REAL DE PULVERIZARE α

În cazul fluidelor reale trebuie să se ţină seama de viscozitate, forţa de frecare între lichide şi pereţii camerei de turbionare, forţele datorite tensiunii superficiale şi inerţiei lichidului. Din aceste cauze volumul ocupat de turbionul de aer în masa lichidului se va micşora.

Unghiul de pulverizare real $\alpha < \alpha_0$ şi va diferi cu atît mai mult faţă de cazul fluidului ideal, cu cît lichidul este mai viscos. Ţinînd seama de complexitatea fenomenelor care apar, considerăm că unghiul real α se poate determina precis numai pe cale experimentală. Pentru a se micşora numărul de experimentări necesare acoperirii unui domeniu larg de variaţie a caracteristicilor fizice ale lichidului injectat şi geometriei camerei de turbionare, este necesar să se efectueze o prelucrare criterială a rezultatelor obţinute.

Mărimile adimensionale ce determină valoarea unghiului real de pulverizare α, se vor obţine prin aplicarea teoremei π [9]. Avînd în vedere cele menţionate anterior, se poate scrie că :

$$\alpha = f(\alpha_0, R_c, r_e, v_e, \mu, \rho, \delta) \tag{14}$$

unde :

$$v_e = \frac{Q_e}{\pi . r_e^2}.$$

Caracteristicile fizice ale lichidului pulverizat, care apar în relaţia (14) au următoarea semnificaţie :

μ — coeficientul de viscozitate dinamică, în kg/m²

σ — coeficientul de tensiune superficială, în kgf/m

ρ — masa specifică, kgf.s/m⁴.

Unităţile de măsură primare prin care se exprimă mărimile, spaţiu, timp, forţă şi unghi din ecuaţia (14) sînt [m], [s], [kgf] şi [°]. Deoarece intervin 8 mărimi cu dimensiuni, în conformitate cu teorema π, funcţia (14) se poate înlocui printr-o relaţie între patru mărimi adimensionale.

Pentru determinarea mărimilor adimensionale se va proceda după cum urmează :

Se va transcrie ecuaţia (14) în noi unităţi de măsură $\frac{(m)}{L}$; $\frac{(s)}{T}$; $\frac{(kgf)}{K}$ şi $\frac{[°]}{G}$ care sînt de L, T, K şi G, ori mai mici decît unităţile de măsură primare iniţiale. Rezultă astfel :

$$\alpha . G = f\left(\alpha_0 . G,\ R_c . L,\ r_e . L,\ v_e \frac{L}{T},\ \mu \frac{K . T}{L^2},\ \rho \frac{K . T^2}{L^4},\ \sigma \frac{K}{L}\right). \tag{15}$$

Deoarece alegerea scărilor nu este limitată, acestea pot fi alese astfel încît să fie îndeplinite condiţiile :

$$\mu \frac{KT}{L^2} = 1,\ L . r_e = 1,\ \alpha_0 . G = 1 \text{ şi } \sigma \frac{K}{L} = 1 . \tag{16}$$

Determinînd necunoscutele L, T, K şi G, din sistemul de ecuaţii (16) şi apoi înlocuindu-le în ecuaţia (15) se obţine :

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = F\left(\frac{R_c}{r_e},\ \frac{\rho . \sigma . r_e}{\mu^2},\ \frac{v_e . \mu}{\sigma}\right). \tag{17}$$

Criteriile de similitudine se vor nota cu :

$$\pi_1 = \frac{\rho . \sigma . r_e}{\mu^2} \text{ şi } \pi_2 = \frac{v_e . \mu}{\sigma} .$$

4. CERCETĂRILE EXPERIMENTALE

Pentru determinarea funcției (17) s-a realizat o instalație experimentală adecvată. Din figura 5 rezultă părțile principale ale instalației experimentale :

— pompa cu pistoane *1*, pompele cu roți dințate *2* și *8*, rezervorul de amortizat pulsațiile *3*, rezervoarele cu diverse lichide de lucru *7*, injectorul cu cameră de turbionare cu întoarcere *4*, cadrul de susținere *5* și stativul cu eprubete de captare *6*.

Unghiul de pulverizare s-a determinat prin cinematografierea rapidă a jetului, pentru a se putea face o inmediere justă atunci cînd apăreau pulsații. La regimurile pentru care de pe filmul developat nu se putea face o diferențiere precisă între valorile unghiului de pulverizare, pentru a se rezolva această problemă, s-a ridicat curba de repartiție cantitativă a lichidului în jetul pulverizat. Experiențele s-au efectuat cu 5 lichide a căror caracteristici fizice sînt date în tabela 1. Lichidul 1 a fost apa, lichidele 2, 3 și 4, proveneau din amestecul între glicerină și apă iar lichidul 5 era un ulei mineral.

Tabela 1

Caracteristici \ Nr. soluției		1	2	3	4	5
		Apă	Amestec de glicerină și apă			Ulei mineral
μ	$\frac{kgf.s}{m^2}$	$102 \cdot 10^{-6}$	1018.10^{-6}	1387.10^{-6}	4030.10^{-6}	2690.10^{-6}
σ	$\frac{kgf}{m}$	$7{,}389.10^{-3}$	$3{,}579.10^{-5}$	$3{,}711.10^{-3}$	$3{,}865.10^{-3}$	$3{,}37.10^{-3}$
ρ	$\frac{kgf.s^2}{m^4}$	102	116,3	118,7	120	91,3

Tabela 2

Caracteristici \ Nr. camerei	1	2	3	4
$D_c = 2\ R_c$ [mm]	8	14	20	26
$d_t = 2\ r_t$ [mm]	2	2	2	2
$\frac{R_c}{r_e}$	4	7	10	13
A	1,5	3	4,5	6

În tabela 2, se dau principalele caracteristici geometrice ale camerelor turbionare experimentate.

Toate camerele de turbionare erau prevăzute cu două ajutaje tangențiale.

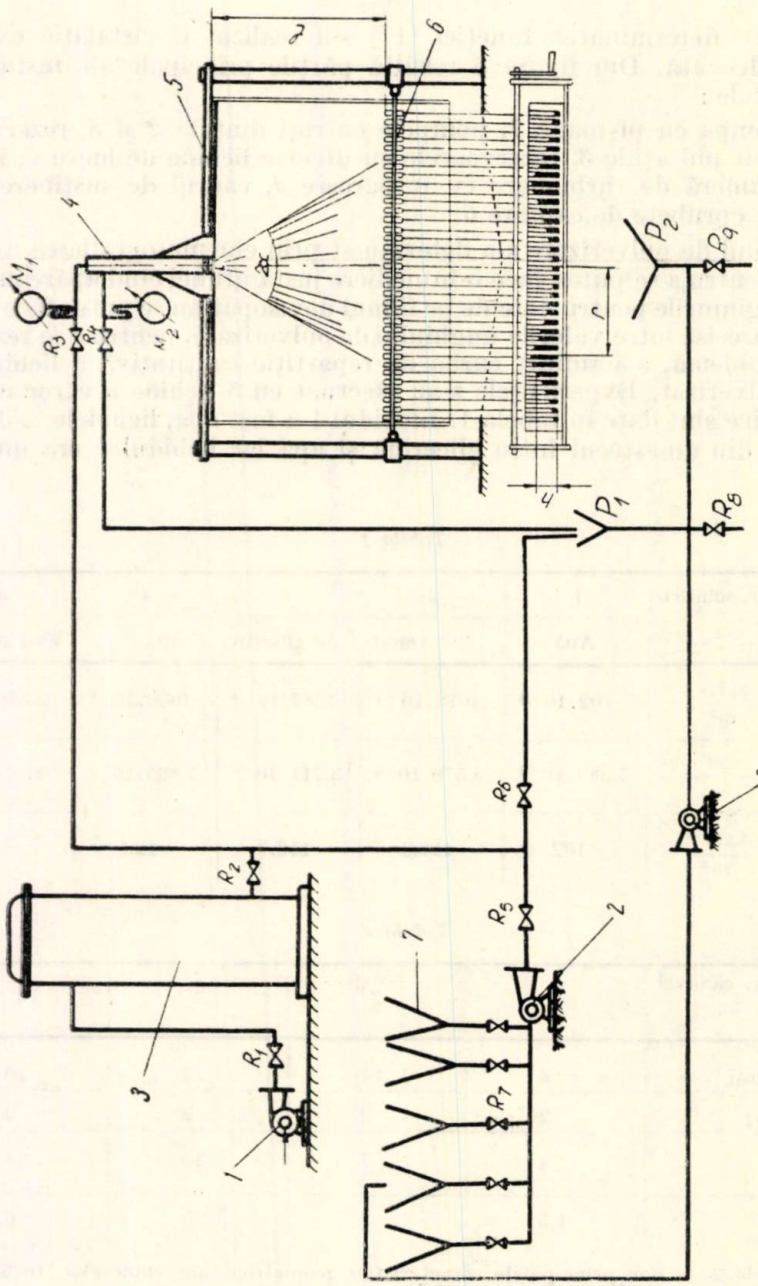


Fig. 5. — Schiţa instalaţiei experimentale.

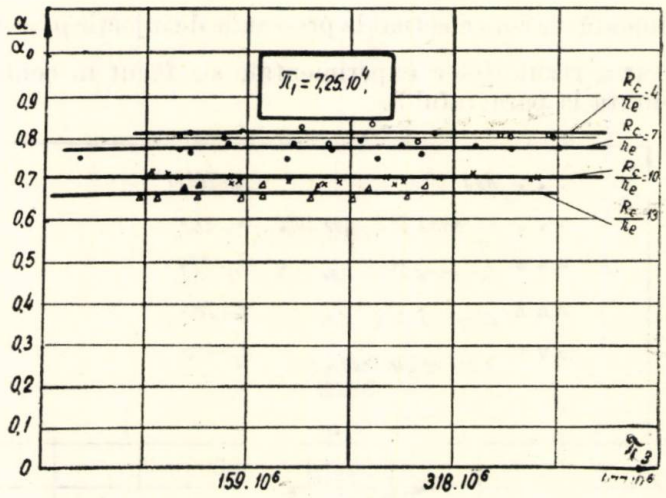


Fig. 6. — Variația raportului $\frac{\alpha}{\alpha_0}$ funcție de π_2 pentru

$$\pi_1 = 7{,}25 \cdot 10^4 \cdot \frac{R_c}{r_e} = 4\,;\ 7\,;\ 10\,;\ 13.$$

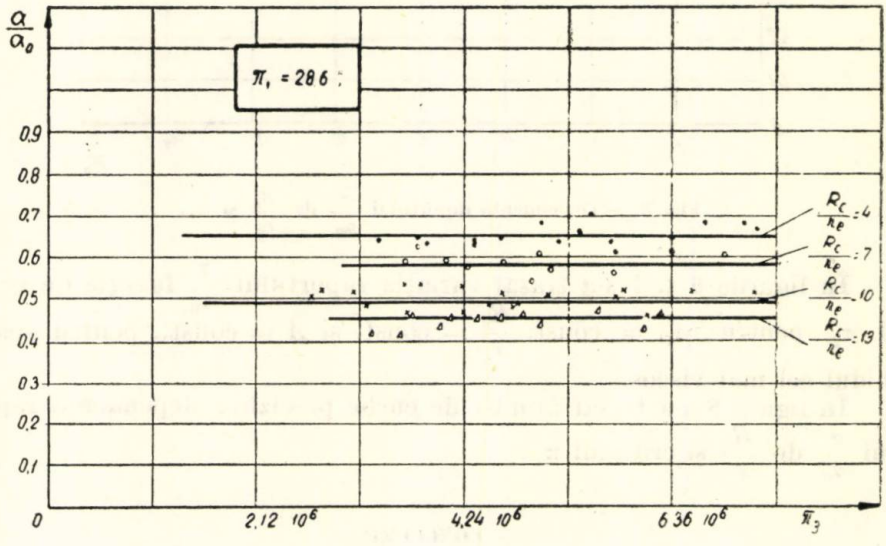


Fig. 7. — Variația raportului $\frac{\alpha}{\alpha_0}$ funcție de π_2 pentru

$$\pi_1 = 28{,}6 \cdot \frac{R_c}{r_e} = 4\,;\ 7\,;\ 10\,;\ 13.$$

Experimentările s-au efectuat la presiunile de injecţie $p_i = 10 \div 20 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$.

Prelucrarea rezultatelor experimentale s-a făcut în conformitate cu teoria prezentată la paragraful 3.

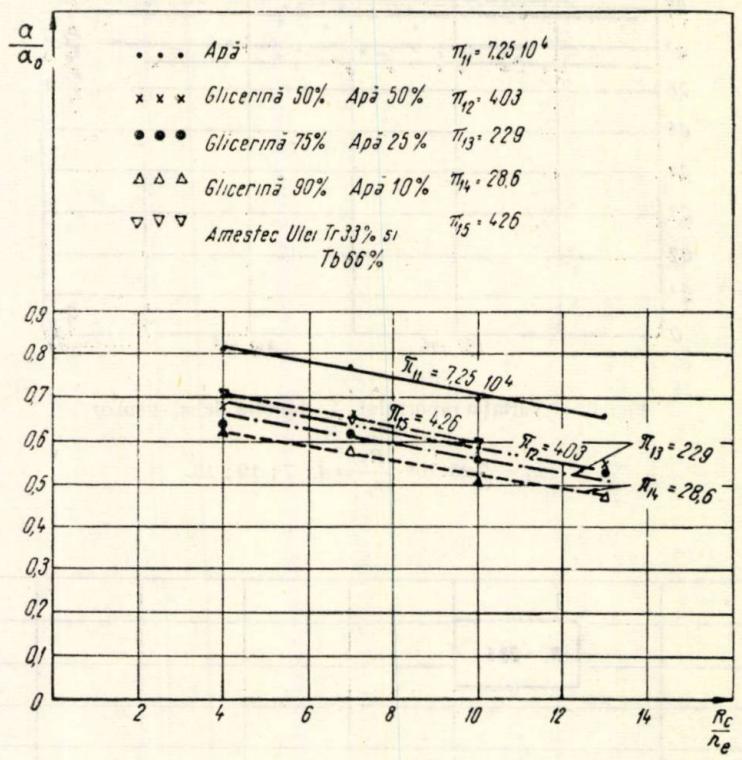


Fig. 8. — Dependenţa raportului $\frac{\alpha}{\alpha_0}$ de $\frac{R_e}{r_e}$ şi π_1.

În figurile 6 şi 7 s-a trasat variaţia raportului $\frac{\alpha}{\alpha_0}$ funcţie de criteriul π_2 pentru $\pi_1 = \text{const.}$ $\frac{R_e}{r_e} = \text{const.}$ şi $A = \text{const.}$, pentru apa şi lichidul cel mai viscos.

În figura 8 s-a trasat familia de curbe precizînd dependenţa raportului $\frac{\alpha}{\alpha_0}$ de $\frac{R_e}{r_e}$ şi criteriul π_1.

5. CONCLUZII

Din figurile 6, 7 şi 8 rezultă următoarele:

1. În intervalele $28{,}6 < \pi_1 < 7{,}25 \cdot 10^4$; $2 \cdot 10^6 < \pi_2 < 477 \cdot 10^6$ şi $632 < R_e < 54\,000$ pentru un anumit combustibil lichid şi o anumită

geometrie a injectorului, se poate considera că $\frac{\alpha}{\alpha_0} = \text{const.}$, adică valoarea unghiului real de pulverizare α, este determinată de valoarea unghiului teoretic α_0.

Trebuie remarcat că intervalele de variație pentru π_1, π_2 și R_e care au fost cercetate, cuprind domeniul uzual pentru combustibili lichizi și injectoarele turbionare folosite în practică.

2. Pentru domeniul de variație a criteriului π_1 în care s-au efectuat experimentările, se poate admite că raportul $\frac{\alpha}{\alpha_0}$ este automodelat în raport cu criteriul de similitudine π_2.

3. Valorile cele mai mari ale raportului $\frac{\alpha}{\alpha_0}$ se obțin atunci cînd s-a folosit drept lichid de lucru, apa. Aceasta este explicabil dacă ținem seama că apa avînd viscozitatea cea mai mică, se apropie cel mai mult de fluidul ideal.

4. Pentru aceeași valoare a raportului $\frac{R_c}{r_e}$ micșorarea criteriului π_1, adică creșterea în special a viscozității lichidului, determină scăderea raportului $\frac{\alpha}{\alpha_0}$.

5. La aceeași valoare a criteriului π_1, creșterea raportului $\frac{R_c}{r_e}$ determină scăderea raportului $\frac{\alpha}{\alpha_0}$.

6. Ținînd seama de dependențele menționate, pentru calculul unghiului de pulverizare real cînd $4 < \frac{R_c}{r_e} < 13$ și $28{,}6 < \pi_1 < 7{,}27 \cdot 10^4$, se recomandă formula:

$$\alpha = 73.10^{-2} \cdot \left(\frac{R_c}{r_e}\right)^{-\frac{1}{5}} \pi_1^{\frac{1}{25}} \cdot \alpha_0 . \qquad (18)$$

Primită la redacție la 8 decembrie 1965

ASUPRA SINTERIZĂRII CENUȘILOR UNOR CĂRBUNI DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

DE

VALENTINA F. BĂLAN

662.613.1

În lucrare au fost studiate caracteristicile de sinterizare ale combustibililor solizi folosiți în instalații de cazane. În mod general, punctele de sinterizare ale cenușilor de cărbune au arătat că ele variază o dată cu temperaturile de topire ale cenușii și sînt în funcție de durată și de temperatura de sinterizare.

Pentru cenușile cărbunilor studiați, considerate ca reprezentative pentru cenușile cu tendință mare de depunere, media valorilor punctelor de sinterizare raportate la temperaturile de topire corespunde cu aproximativ 77% din temperatura de topire a cenușii în °C.

Pe baza caracteristicilor de sinterizare, în cursul lucrării se fac evaluări asupra factorilor care acționează în cazane, precum și alegerea condițiilor necesare pentru împiedicarea depunerilor.

În lucrare se studiază unul din fenomenele însoțitoare ale procesului de ardere a combustibililor solizi, și anume cel al formării de aglomerări sinterizate de cenușă zburătoare, aderente la suprafețele de schimb de căldură ale supraîncălzitoarelor.

Fenomenul de sinterizare apare la toate tipurile de cazane, mai ales la cele de mare putere. Deși în cazul cazanelor utilate cu focare-ciclon numai cca. 10—15% din cantitatea totală de cenușă este evacuată sub formă volantă datorită faptului că gazele de ardere părăsesc focarul-ciclon la viteze și temperaturi cu mult mai ridicate decît în cazul cazanelor obișnuite, posibilitatea de sinterizare a cenușii pe ecrane este și în acest caz destul de mare. Din această cauză, înainte de a se trece la proiectarea

Articol publicat și în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechnic. Energ." **11**, *2* (1966).

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 2 p. 385—398 București 1966.

instalațiilor de cazane utilate cu focare-ciclon este necesară cunoașterea caracteristicilor de sinterizare a combustibililor folosiți.

O caracteristică fundamentală este aceea că o dată cu creșterea temperaturii tensiunea de suprafață (energia suprafeței libere) începe să crească în mod efectiv ca forță de acționare a procesului de sinterizare. Muchiile ascuțite ale particulelor încep să se rotunjească, iar suprafețele particulelor tind să fie reduse la minim.

Cu cît sinterizarea progresează, porozitatea se reduce, volumul aparent al pulberei se micșorează, în special în primele faze ale sinterizării. Măsurările cu ajutorul unui dilatometru sensibil pot da o indicație asupra începutului sinterizării.

Fazele procesului pot fi presupuse a fi următoarele : la prima încălzire, specimenul de probă se va dilata. Apoi, o dată cu creșterea temperaturii, se va ajunge la un punct în care suprafețele particulelor vor începe să arate semne de curgere vizibilă, care vor modifica forma curbei de dilatare.

Această caracteristică se observă în graficele prezentate de E. J. Smith [1] și este denumită „limită a liniarității'. În lucrarea sa, E. J. Smith [1] a considerat ca termen punct de sinterizare temperatura care corespunde punctului maxim de pe curba temperatură-dilatare.

D. H. Barnhart [2] arată că în regiunea acestei temperaturi proba dezvoltă o rezistență mecanică măsurabilă și că, față de această împrejurare, punctul de sinterizare este considerat a constitui un criteriu mai practic decît temperatura începutului de sinterizare așa cum este indicată de către limita de liniaritate a curbei de dilatație dată de E. J. Smith [1].

Pentru încercările de sinterizare a cenușilor cărbunilor românești, principalele însușiri mecanice ale materialului sinterizat au fost determinate cu ajutorul încercărilor la compresiune simplă, întrucît reprezintă un mijloc independent pentru evaluarea curbelor referitoare la punctul de sinterizare.

S-au făcut corpuri de probă cilindrice comprimate cu viteze constante la presă, valorile tensiunilor efective σ și ale deformațiilor ε fiind reprezentate printr-o curbă — așa-numita curbă caracteristică — pentru fiecare probă în parte. S-a considerat punct de sinterizare punctul maxim de rezistență mecanică a probei respective.

MODUL DE LUCRU

Cenușa de cărbune, trecută printr-o sită de 0,25, este amestecată și presată în formă de pastile cilindrice cu ajutorul unei prese și al unei matrițe. Pentru confecționarea corpurilor de probă inițiale s-a folosit o cantitate suficientă de cenușă, așa încît, atunci cînd ele au fost comprimate cu o presiune de 6,7 km/cm^2, corpurile au avut înălțimea de 18 mm și Ø de 18 mm.

La formarea corpurilor de probă se imprimă acestora suficientă rezistență fără folosirea vreunui material liant, așa încît ele pot fi manipulate fără pericolul de a se rupe. Probele sînt amplasate într-un

cuptor încălzit la temperatura dorită. După ce pastilele sinterizate s-au răcit suficient pentru a putea fi manipulate, capetele lor sînt netezite pentru a se îndepărta deformările mărunte produse prin sinterizare. Capetele sînt apoi controlate cu ajutorul unui micrometru pentru a se verifica dacă sînt paralele și normale la axa longitudinală a pastilei. Diametrul și înălțimea pastilei sînt măsurate, fiind necesare la calcularea rezistenței pastilelor sinterizate. Pastilele sînt sfărîmate într-un dispozitiv de probă (fig. 1), iar rezistența la compresiune a pastilelor sinterizate este calculată.

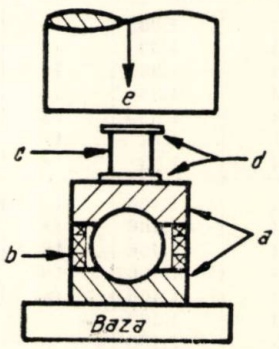


Fig. 1. — Utilaj pentru sfărîmarea corpurilor de probă sinterizate : *a* — partea care presează ; *b* — foile de fibră ; *c* — corp de probă ; *d* — plăci de fixare ; *e* — presă.

S-a folosit un dispozitiv cu benzi de cauciuc, amplasate la capetele pastilelor cilindrice, pentru a se obține o sarcină uniformă și a se reduce efectul imperfecțiunilor suprafeței corpurilor asupra rezultatelor probei.

Rezistența medie a patru corpuri de probă a fost considerată a fi rezistența cenușii sinterizate la temperatura de sinterizare specificată, multiplicată cu factorul 44,44, care reprezintă raportul suprafețelor dintre pistonul presei și suprafața pastilei (tabela 2).

Tabela 1

Compoziția chimică oxidică a cenușii de Comănești și a depunerii ei pe supraîncălzitor

Compoziția chimică oxidică a cenușii de Comănești		Compoziția chimică oxidică a depunerilor de cenușă pe supraîncălzitor
SiO_2	47,76	46,56
Al_2O_3	22,23	19,48
Fe_2O_3	11,86	10,96
FeO	0,86	0,87
CaO	3,50	4,02
MgO	2,92	3,02
SO_3	5,60	6,10
Alcalii	5,13	8,63

În lucrare au fost studiate caracteristicile cenușii de cărbune, din cauza asemănării dintre compoziția chimică oxidică a cenușii respective și depunerile ei pe suprafețele exterioare ale supraîncălzitoarelor.

Tabela 2

Parametrii probelor de sinterizare

Cenuşi provenite din cărbune de :		Temperatura de sinterizare (°C)	Durata de sinterizare (ore)	Rezistenţa efectivă citită a probelor după sinterizare (kg/cm²)	Rezistenţa reală recalculată (kg/cm²)	Înălţimea probelor sinterizate (mm)	Diametrul probelor sinterizate (mm)
1		2	3	4	5	6	7
Rovinari	A	800	6	0,03	1,33	18	18
Şorecani	B			0,03	1,33	18	18
Bratca-V.Neagră	C			0,03	1,33	18	18
Sărmăşag	D			0,03	1,33	18	18
Ipu	E			0,03	1,33	18	18
Lupeni	F			0,03	1,33	18	18
Comăneşti	G			0,03	1,33	18	18
	A	800	9	0,03	1,466	18	18
	B			0,33	1,466	18	18
	C			0,33	1,466	18	18
	D			0,33	1,466	18	18
	E			0,33	1,466	18	18
	F			0,33	1,466	18	18
	G			0,33	1,466	18	18
	A	800	12	0,05	2,22	18	18
	B			0,06	2,66	18	18
	C			0,05	2,22	18	18
	D			0,06	2,66	18	18
	E			0,06	2,66	18	18
	F			0,016	0,71	18	18
	G			0,016	0,71	18	18
	A	900	6	0,08	3,55	18	18
	B			0,10	4,44	18	18
	C			0,02	0,88	18	18
	D			0,03	1,33	18	18
	E			0,04	1,77	18	18
	F			0,13	5,77	18	18
	G			0,05	2,22	18	18
	A	900	9	0,14	6,22	18	18
	B			0,15	6,66	18	18
	C			0,10	4,44	18	18
	D			0,07	3,11	18	18
	E			0,08	3,55	18	18
	F			0,03	13,33	18	18
	G			0,25	11,11	18	18
	A	900	12	0,18	7,11	17	17
	B			0,17	6,66	17	17
	C			0,20	7,99	17	17
	D			0,10	3,55	17	17
	E			0,12	4,44	17	18
	F			0,19	8,44	18	18
	G			0,10	5,55	17	17
	A	1000	6	0,17	7,11	17	17
	B			0,25	10,66	17,50	17,50

Tabela 2 (urmare)

1		2	3	4	5	6	7
Bratca-V. Neagră	C			0,05	2,22	18	18
Sărmăşag	D			0,05	2,22	18	18
Ipu	E			0,09	3,55	17,50	18
Lupeni	F			0,23	10,22	18	18
Comăneşti	G			0,32	14,22	18	18
	A	1000	9	0,25	11,11	18	17
	B			0,28	12,44	18	17,50
	C			0,18	7,99	18	18
	D			0,10	4,44	18	18
	E			0,13	5,77	18	18
	F			0,75	33,33	18	18
	G			0,48	21,33	18	18
	A	1000	12	0,35	14,66	17	17
	B			0,35	13,77	17	17
	C			0,35	14,22	17	17,50
	D			0,18	7,11	17	17
	E			0,20	7,99	17	18
	F			1,43	59,54	17	18
	G			0,44	18,66	17,50	18
	A	1000	36	0,28	11,99	17	17
	B			0,16	6,66	17	18
	C			0,03	1,33	17	18
	D			0,05	2,22	17	17
	E			0,08	3,55	17	18
	F			1,28	55,10	18	18
	G			0,51	22,22	17,5	18
	A	1100	4	0,77	32,44	16	16
	B			0,55	23,55	17	17
	C			0,36	15,10	16,5	17
	D			0,30	12,44	16,5	17
	E			0,96	39,10	15,5	15
	F			1,38	51,10	15	15
	G			0,47	19,99	17	18
	A	1100	6	1,23	49,77	15,5	16
	B			1,20	50,21	17	17
	C			1,40	55,55	16	16,5
	D			0,48	19,10	16	17
	E			1,43	56,88	16	16
	F			1,43	52,88	15	15
	G			0,63	22,99	18	18
	A	1100	12	0,64	26,66	17,50	16
	B			0,77	33,33	17	17
	C			0,53	22,22	16	17
	D			0,39	15,55	17	17
	E			1,30	51,55	16	16
	F			1,40	51,55	15	15
	G			0,42	17,77	17,5	18
Adaos	A	1100	12	0,20	7,99	17	17
CaO 14 %	B			0,25	10,22	17	16
	C			0,089	2,97	17	16
	E			0,067	2,13	17	17

Tabela 2 (urmare)

1		2	3	4	5	6	7
	F			0,052	1,46	17	18
	G			n.d.	—	—	—
	A	1100	12	0,39	16,4	17	17
Adaos	B			0,28	11,55	17	17
MgO 14%	C			0,10	3,55	17	17
	D			0,12	4,44	17	16,5
	E			0,10	3,55	16,75	17
	F			0,99	43,10	17	17
	G			0,28	10,66	16,50	17
	A	1000	12	0,12	4,44	17	17
	G			0,11	2,66	16	16,50
	A	900	12	0,26	9,77	15,5	16
	B			0,74	31,10	16	17
Adaos	C			0,72	30,21	16	17
Na_2SO_4 14%	D			0,94	40,88	17	17
	E			0,13	5,77	18	18
	F			0,18	7,99	18	18
	G			0,43	19,10	18	18
	A	1000	12	0,40	15,99	16	17
	B			0,90	38,21	16,5	16
Adaos	C			0,86	36,44	16	17
Na_2SO_4 14%	D			1,02	44,44	17	17
	E			0,21	9,33	18	18
	F			1,33	59,10	18	18
	G			0,55	24,44	18	18
	A			0,70	29,33	16	16,50
	B			1,35	57,77	17	17
Adaos	C			1,45	58,66	13	15
	D			1,31	52,58	15	15
Na_2SO_4 14%	E			1,31	52,88	15	15
	F			1,40	62,21	18	18
	G			0,75	33,33	18	18

Tabela 3

Compoziția cenușilor de cărbune prearse la 800°C

Cenuși provenite de la cărbunii de :	Compoziția cenușii arse la 800°C							Total alcalii	
	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	FeO	CaO	MgO	SO_3	Na_2O	K_2O
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rovinari	49,20	25,20	7,15	0,76	7,00	2,12	4,89	2,24	1,30
Şorecani	44,25	26,10	12,41	0,56	6,15	1,81	4,10	1,79	2,74
Bratca-V. Neagră	44,74	21,92	9,18	0,78	8,82	3,22	7,39	4,16	
Sărmăşag	41,28	15,90	15,75	0,86	9,18	3,30	10,21	1,40	2,12
Ipu	43,11	18,36	13,06	0,79	8,50	3,21	8,82	2,83	1,32
Lupeni	44,70	20,52	14,65	0,93	5,04	2,60	4,86	6,63	
Comăneşti	47,76	22,23	11,86	0,86	3,50	2,92	5,13	5,60	

Tabela 1 redă analizele medii ale cenușii de Comănești și ale depunerilor ei pe suprafețele exterioare ale unui cazan încălzit cu cărbune de Comănești.

Diferențele mici dintre analizele cenușii și ale depunerii ei pe supraîncălzitor nu sînt considerate a fi semnificative. Încercările au fost efectuate cu cenuși provenite de la următorii cărbuni : Rovinari, Șorecani, Bratca-Valea Neagră, Sărmășag, Ipu, Lupeni și Comănești.

Curbele experimentale obținute au arătat că cenușile de cărbune cu tendințe de depunere ating o rezistență mai mare decît cenușile de cărbune cu ușoară tendință de depunere. Cenușile cărbunilor de Comănești și Lupeni, care prezintă o tendință mare de depunere, se înscriu în diagrama rezistență-durată de sinterizare cu valori ale rezistențelor de sinterizare mai mari decît cenușile cărbunilor de Rovinari, Șorecani, Sărmășag, Ipu, care prezintă numai o ușoară tendință de depunere (fig. 2).

Într-o serie de experiențe, probele de cenuși au fost sinterizate în cuprinsul unor intervale de timp variate și al unui domeniu de temperaturi considerate ca existente la depuneri de cenușă pe supraîncălzitor. Rezultatele care arată efectul unor durate de sinterizare de 3, 6, 9, 12, 36 de ore și temperaturi de 800, 900, 1 000, 1 100°C asupra rezistenței cenușii de la aceleași corpuri de probă sînt date în figurile 3 *a*, 3 *b*, 4, 5 *a*, 5 *b* și 6.

Din aceste curbe se poate vedea că o creștere a duratei și temperaturii de sinterizare va provoca o creștere importantă a rezistenței ; de asemenea, la mărirea duratei de sinterizare, rezistența aglomerării atinge în general un maxim, după care scade regulat.

Probele se contractă și devin progresiv mai dure și mai rezistente de îndată ce temperatura de sinterizare crește pînă în momentul în care se atinge o temperatură, la care ele încep să se umfle și să se desfacă prin crăpare. Această împrejurare determină micșorarea rezistenței, care se obține după sinterizarea la un anumit număr de ore. Pentru reducerea rezistenței probelor sinterizate și deci a tendinței de depunere a cenușii de cărbune s-au folosit drept aditivi CaO și MgO.

În aceste experimentări, efectul CaO și MgO asupra rezistenței cenușii prezintă importanță atunci cînd se analizează efectul integral al aditivilor de tip dolomit. Cînd este adăugat la intrarea drumului secundar de gaze, dolomitul calcinează repede în această zonă de temperaturi înalte și trece prin supraîncălzitor în timp foarte scurt : o parte intră în reacție, iar altă parte scapă ca dolomită calcinată și se depune o dată cu cenușa pe țevile fierbătoare. Particulele de aditivi și de cenușă zburătoare intră în contact una cu alta în timp ce zboară prin focar și se crede că reacțiile dintre ele se produc în cea mai mare parte pe suprafețele fasciculelor de țevi.

Analizele depunerilor de cenușă au indicat o creștere a conținutului de sulf și a conținutului de calciu, magneziu și alcalii (tabela 3). Autorii D. H. Barnhart [2] și E. J. Smith [1] arată că magneziul și calciul din depuneri sînt transformați în sulfați prin oxizii de sulf din gazele arse.

Cenușa de cărbune de la noi din țară conține numai arareori cantități apreciabile de sulfat de calciu și, ca atare, prezența ei ca agent de aglomerare s-ar datora numai reacției chimice produse în timpul sau după

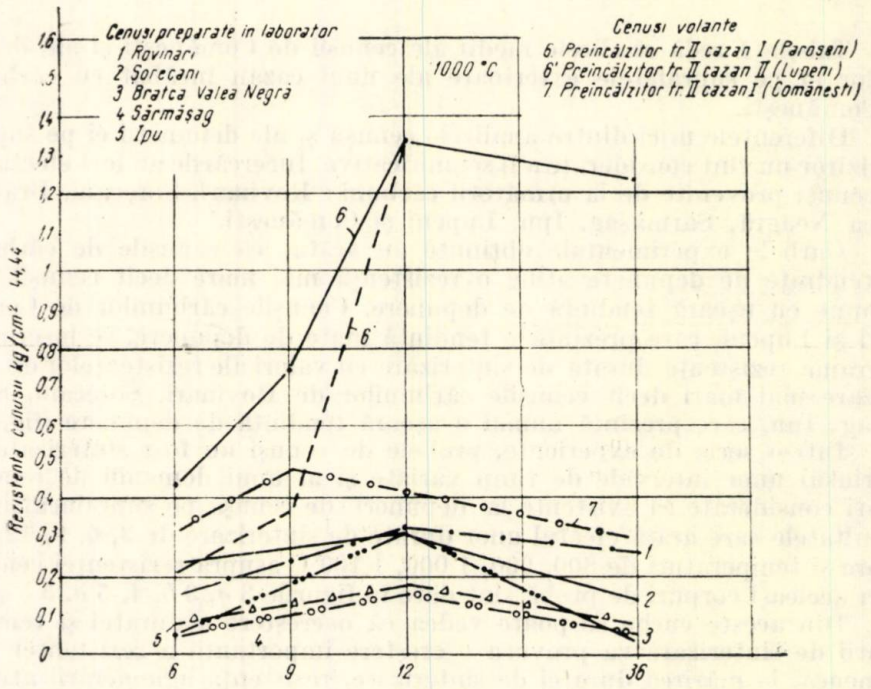


Fig. 2. — Efectul duratei de sinterizare asupra rezistenţei cenuşii sinterizate pentru cărbunii cu o uşoară şi o mai mare tendinţă de depunere pentru temperatura de 1 000°C.

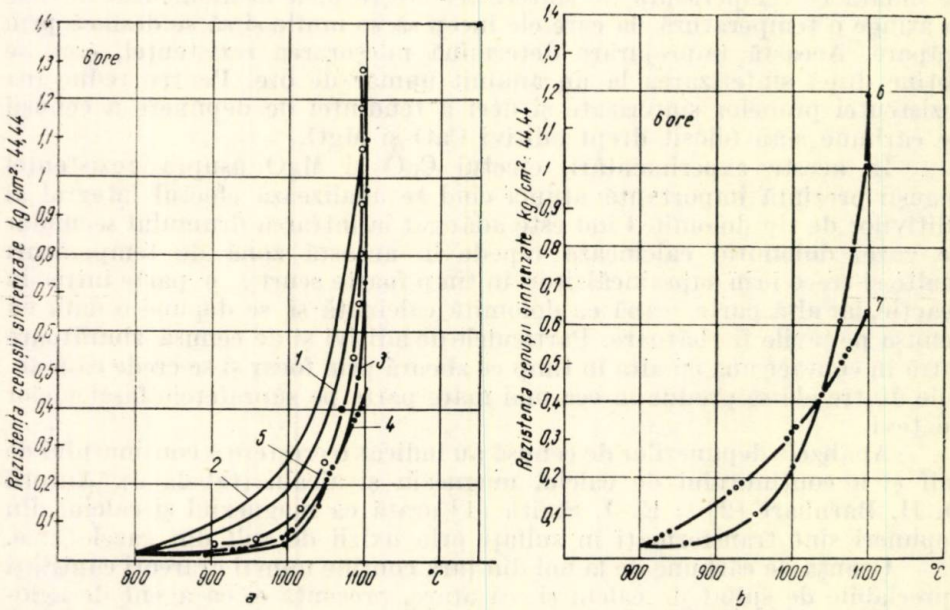


Fig. 3 *a*, *b*. — Rezultatele cenuşii de laborator şi volante sinterizate de la cărbunii cu o uşoară şi o mai mare tendinţă de depunere pentru o durată de sinterizare de şase ore.

combustie. În ordinea eficacității se observă (fig. 7 și 8) că MgO și CaO reduc considerabil rezistențele probelor de cenuși sinterizate. Din experimentările făcute (fig. 9) s-a observat că sulfatul de sodiu ridică rezistențele probelor de cenuși sinterizate.

Din lucrările altor cercetători [3], [4] și din cercetările efectuate pe cărbuni românești, reiese că singura probă care are legătură cu rezistența probelor de depuneri ale cenușilor este conținutul de alcalii.

În sisteme de acest fel în care intră și K_2O, reacția de preferință este formarea sulfatului de potasiu (K_2SO_4) prin reacția dintre SO_3 din gazele

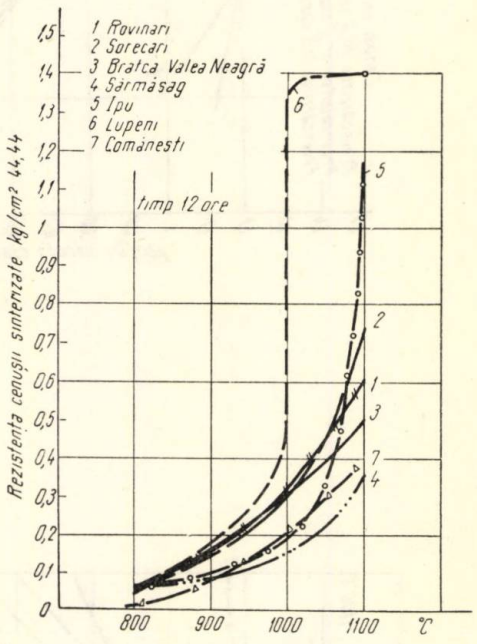


Fig. 4. — Rezultatele cenușii de laborator și volante sinterizate de la cărbunii cu o ușoară și o mai mare tendință de depunere pentru o durată de sinterizare de 12 ore.

de ardere și oxidul de potasiu, care în intervalul de temperatură 700—1 100°C se depune împreună cu cenușa pe țevile fierbătoare ale cazanelor [7], [10]. În cazul că SO_3 s-a consumat, oxidul de potasiu intră într-o combinație de tipul $K_2O.\ 23CaO.\ 12SiO_2$ printr-o reacție de schimb [7]:

$$K_2O.\ Al_2O_3 + 12(2\ CaO.\ SiO_2) \rightarrow K_2O.\ 23\ CaO.\ 12SiO_2 + CaO.\ Al_2O_3$$

sau

$$K_2O.\ Al_2O_3 + 12(3\ CaO.\ SiO_2) \rightarrow K_2O.\ 23\ CaO.\ 12\ SiO_2 + 3\ CaO.\ Al_2O_3 + 10\ CaO$$

sau

$$K_2O.\ Al_2O_3 + 10(2\ CaO.\ SiO_2) + 2\ (3CaO.\ SiO_2) \rightarrow K_2O.\ 23\ CaO.\ 12\ SiO_2 + 3\ CaO.\ Al_2O_3$$

H. Kühl [7] arată că chiar un conținut relativ mic de alcalii față de totalul oxizilor este foarte important în acest proces. Mai e posibilă

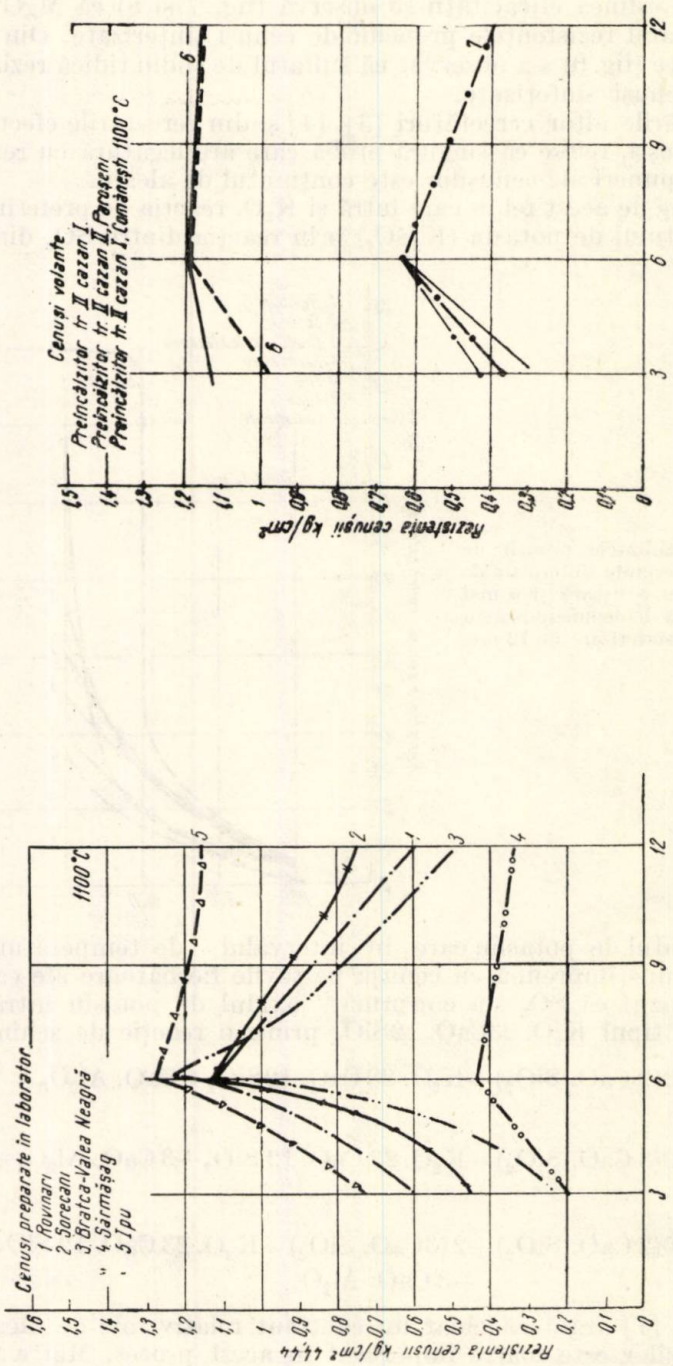


Fig. 5 *a*, *b*. — Efectul duratei de sinterizare asupra rezistenței cenușii sinterizate pentru cărbunii cu o ușoară și o mai mare tendință de depunere pentru temperatura de 1 100°C.

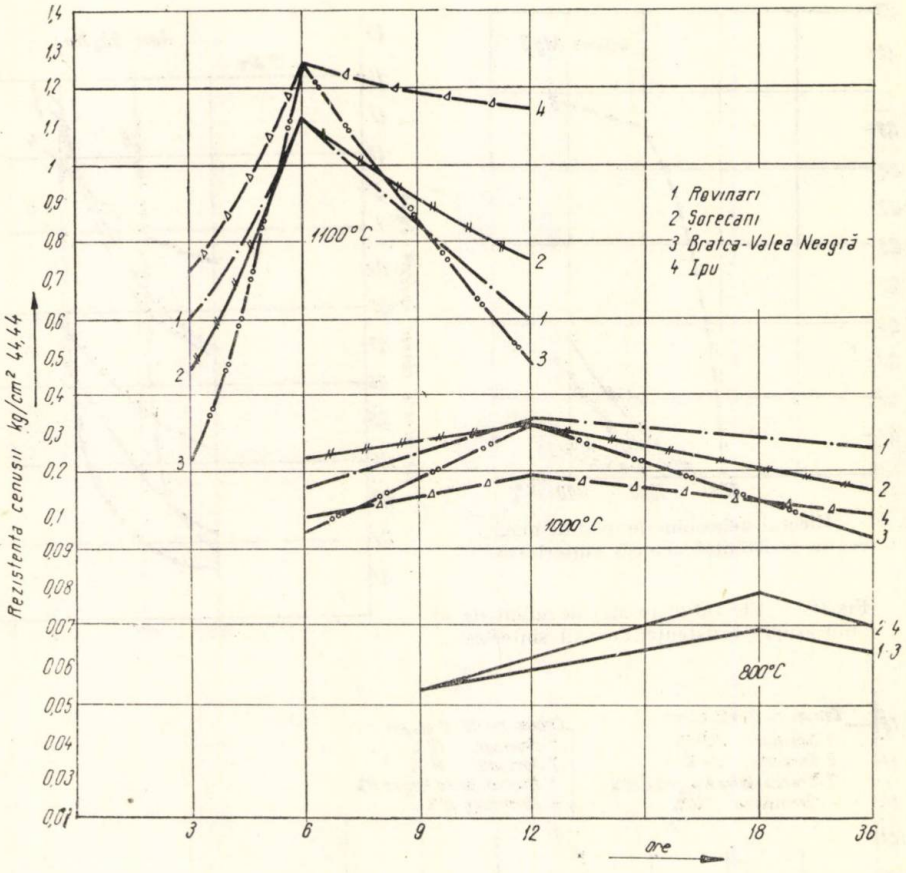


Fig. 6. — Efectul duratei de sinterizare asupra rezistenței cenușii sinterizate pentru temperaturile de 800, 1 000 și 1 100°C.

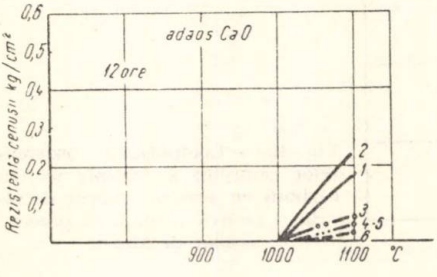


Fig. 7. — Efectul adaosului de oxid de calciu asupra rezistenței cenușii sinterizate.

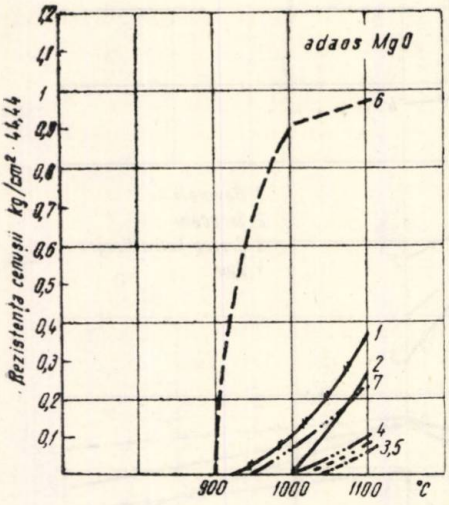


Fig. 8. — Efectul adaosului de oxid de magneziu asupra rezistenței cenușii sinterizate.

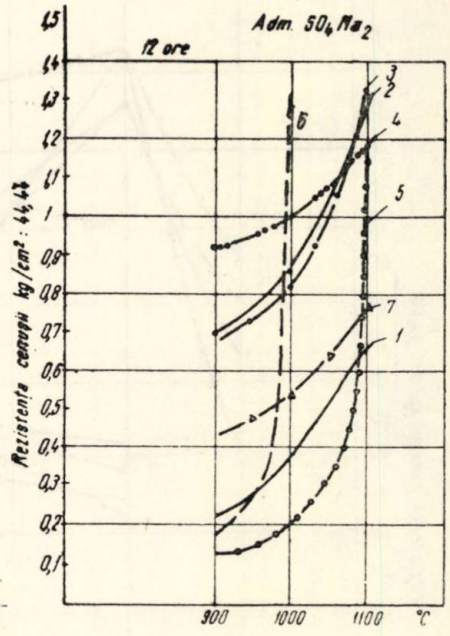


Fig. 9. — Efectul adaosului de sulfat de sodiu asupra rezistenței cenușii sinterizate.

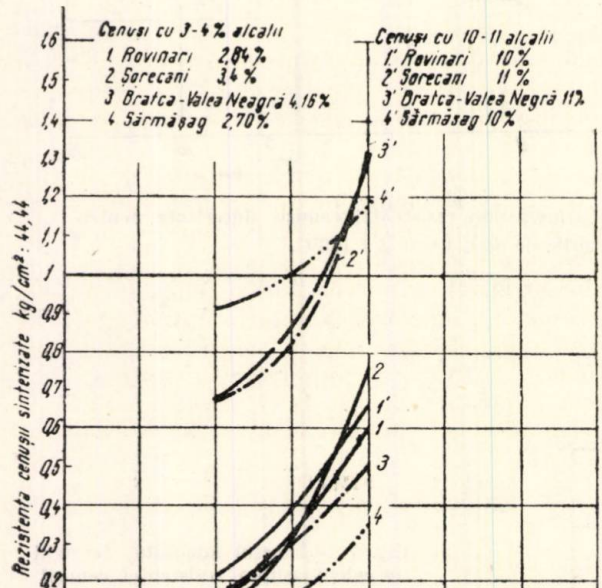


Fig. 10. — Comportarea rezistențelor cenușilor sinterizate pentru cărbuni cu procent ridicat de alcalii și pentru cărbuni cu procent scăzut de alcalii.

formarea de constituenți cu temperaturi scăzute, precum și de eutectice cu temperaturi mici care ar putea duce la aglomerări [8], [9].

Figura 10 arată curbele rezistențelor probelor sinterizate ale cenușilor de cărbune cu un conținut de alcalii diferit. Există o relație strînsă între rezistența probei de cenușă și conținutul ei de alcalii. La un conținut mare de alcalii corespund rezistențe mari și invers.

Temperaturile de topire a cenușii nu constituie totdeauna o indicație sigură cu privire la comportarea cenușii din punctul de vedere al rezistenței depunerilor în condițiile de funcționare ale cazanului.

După cum arată L. S. Wilcoxon [4], temperaturile de topire ale cenușii cărbunilor din Illinois Central, care au o tendință intensă de depunere, au fost găsite a fi similare cu acelea ale unui număr de alți cărbuni cu punct de topire coborît, care nu produc depuneri.

Un indice de mare interes este însă raportul dintre temperatura de sinterizare și temperatura de topire a cenușii. Pentru cenușile cărbunilor studiate, acest raport este cuprins într-o plajă cu limitele 0,72—0,87, ceea ce înseamnă că punctele de sinterizare sînt cuprinse în intervalul de circa 70 pînă la 90% al punctului de topire.

CONCLUZII

Rezistențele probelor de cenuși sinterizate au arătat că ele sînt în funcție de temperatura de sinterizare și de durata de sinterizare.

Adaosurile de CaO și MgO la cenușa de cărbune reduc considerabil rezistențele probelor de cenuși sinterizate.

Conținutul de alcalii al cenușilor de cărbune reprezintă proba chimică care poate reda în mod comparativ rezistențele depunerilor sinterizate pentru cenuși cu diferite procente de alcalii, ceea ce concordă cu alte lucrări de specialitate [1], [2], [3].

Există o relație strînsă între rezistența cenușii și conținutul de alcalii. La un conținut de alcalii de peste 5% al cenușilor de cărbune studiate pe cărbuni românești, corespund rezistențe mari, — deci greutăți în înlăturarea depunerilor. În acest caz se acționează cu adaosuri.

Pentru cenușile cărbunilor studiați, raportul dintre temperatura de sinterizare și temperatura de topire a cenușii este cuprins într-o plajă cu limitele 0,72—0,87, ceea ce înseamnă că punctele de sinterizare sînt cuprinse în intervalul de cca. 70 pînă la 90% al punctului de topire.

Rezultate similare au fost raportate de D. H. Barnhart [2], care dă o valoare medie a raportului *ts/tt* 0,77 pentru cenușă de cărbune, și Tamann [2] de 0,88 pentru silicați.

Primită la redacție la 1. XI. 1965

BIBLIOGRAFIE

1. E. J. Smith, *The sintering of Fly-ash.* Journal of the Institute of Fuel, XXIX, *185*, 253—260 (1956).
2. D. H. Barnhart, P. C. Williams, *The sintering test on index to Ash-founding Tendency.* Transaction of the American Society of Mechanical Engineers, **78**, *6*, 1 229—1 236(1956).

3. G. H. Anderson, E. K. Dichl, *External Boiler Deposits.* Transactions of the ASME, *6*, 1 234—1 236 (1956).
4. R. J. Michel, L. S. Wilcoxon, *Ash Deposits on Boiler Surfaces from Burning.* Central Illinois Trans., 78, p. 1 229.
5. I. Blum, H. Grozescu, M. Rosenberg, *Atlasul resurselor termoenergetice ale R.P.R., Geologia R.P.R. şi cărbunii.* St. cerc. energ., *4* (1960).
6. Valentina F. Bălan, *Asupra sinterizării cenuşilor unor cărbuni din R.P.R.* Comunicare la Sesiunea I. E. al Academiei R.P.R., martie 1965.
7. H. Kühl, *Zement-Chemie,* VEB Verlag Technik, Berlin, 1958, p. 156—158, 176—183 şi 271—274.
8. R. H. Bogue, *The Chemistry of Portland Cement,* New York, 1955, p. 419—432 şi 433—446.
9. S. Solacolu, *Chimia fizică a silicaţilor tehnici.* Bucureşti, Edit. tehnică, 1957, p. 325—326, 331 şi 333, 346 şi 351 şi 353—365.
10. I.P.C.M.C., *Referat intern, 1965.*

MŰSZAKI KÖNYVTÁR 1883 DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT

SCHIMB DE EXPERIENȚĂ CU R.D.G. PENTRU APLICAREA OSCILOMOTOARELOR PARAMETRICE LA ACȚIONAREA COMPRESOARELOR DE FRIGIDERE

DE

MATEI MĂRINESCU

MEMBRU CORESPONDENT
AL ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

În continuarea experiențelor efectuate la uzinele „Scharfenstein" (R.D.G.) în intervalul 9—14 noiembrie 1964 cu un prototip de oscilomotor parametric, experiențe despre care s-a scris în „Studii și cercetări de energetică și electrotehnică" 1965, nr. 2, au fost efectuate noi experiențe asupra unui al doilea prototip la București, în intervalul 16—28 mai 1965. Experiențele au avut drept scop stabilirea performanțelor acestui prototip la mersul în sarcină și au fost efectuate pe o instalație de răcire pusă la dispoziție de Institutul pentru tehnica frigului din Dresda, cu concursul a șase specialiști din R.D.G. sosiți din partea Institutului de tehnică a frigului și a uzinelor „Scharfenstein și Sachsenwerk". Din partea uzinelor „Sachsenwerk" a participat directorul tehnic al acestor uzine, dr. Budig.

Probele la mersul în sarcină de la București, ca și acelea la mersul în gol efectuate la uzinele „Scharfenstein", au pus în evidență avantajele noului sistem de acționare cu oscilomotor față de sistemul actual cu motor rotativ și bielă-manivelă, avantaje printre care menționăm : simplitatea construcției, reducerea pierderilor mecanice, îmbunătățirea factorului de putere. Ca urmare a rezultatelor pozitive obținute, s-a hotărît construcția unei prime serii de 10 oscilomotoare, care vor fi supuse probelor de durată. Construcția va fi organizată în cadrul Institutului pentru tehnica frigului din Dresda în colaborare cu uzinele „Scharfenstein" și Sachsenwerk", pe baza documentației noastre, care va fi comunicată părții germane prin contact direct. Probele vor avea loc la institutul pentru tehnica frigului în prezența delegatului nostru.

ALEXANDRU PAP

620.92

CUPRINDEREA IMPORTULUI ŞI EXPORTULUI PURTĂTORILOR DE ENERGIE ŞI AL FORMELOR DE ENERGIE ÎN MODELUL MATEMATIC AL BILANŢULUI ENERGETIC GENERAL

În baza sistematizării numărului mare de variante posibile, se tratează modul de cuprindere în modelul matematic al bilanţului energetic general propus în cadrul Institutului de Energetică al Academiei Republicii Socialiste România, a două aspecte importante ale gospodăririi energiei : importul şi exportul de energie şi de purtători de energie.

Prin aceasta se urmăreşte extinderea posibilităţilor de optimizare la optimizarea bilanţului energetic general, deci realizarea unei eficienţe economice mărite.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 2, 1966 p. 171—186

ECATERINA ARIE

621.311.1

RACORDAREA UNOR MODELE MATEMATICE PARŢIALE FOLOSITE PENTRU OPTIMIZAREA STRUCTURII SISTEMELOR ELECTROENERGETICE

Se descriu principiile unei metode de optimizare a unor modele matematice parţiale, ţinînd seama de interdependenţa reală dintre problemele parţiale modelate. Principiile expuse sînt concretizate printr-un exemplu privind modelarea interdependenţei dintre problema structurii centralelor electrice şi problema liniarizată a optimizării structurii reţelei electrice de interconexiune şi transport.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 2, 1966 p. 187—199

C. HAIDUC

621.039 ; 621.391

CONSIDERAŢII PRIVIND DETERMINAREA TIPULUI OPTIM DE CETRALĂ ELECTRONUCLEARĂ PENTRU CONDIŢIILE REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

În lucrare se dau consideraţii privind determinarea tipului optim de centrală electronucleară pentru condiţiile ţării noastre. Se dă metoda de comparaţie a diferitelor tipuri de centrale electrice nucleare între ele precum şi de comparaţie a centralelor electronucleare cu centrale termoelectrice pe baza criteriului cheltuielilor specifice de calcul. Se prezintă rezultatele calculelor de comparaţie economică respective.

Se demonstrează că CEN cu reactori fierbători sînt mai economice decît CTE. Se pune în evidenţă economicitatea CEN cu reactori moderaţi cu D_2O şi a reactorilor răciţi cu gaz de tip AGR şi magnox faţă de CTE pe ligniţi.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 2, 1966 p. 201—220

ANDREI ŢUGULEA

538.533

REACTANŢA DE DISPERSIE ŞI REZISTENŢĂ ÎN CURENT ALTERNATIV A LATURILOR DE BOBINĂ SITUATE ÎN CRESTĂTURI ELIPTICE

Asimilîndu-se crestăturile ovale ale maşinilor electrice cu crestături eliptice, se integrează ecuaţia lui Poisson pentru potenţialul magnetic vector în ipoteza unui cîmp plan-paralel.

Pereţii crestăturii se presupun de permeabilitatea infinită iar densitatea de curent se consideră uniform repartizată pe secţiunea transversală a crestăturii.

Cu ajutorul soluţiei obţinute se calculează energia magnetică, reactanţa şi apoi permeanţa de dispersie. În cazul particular al crestăturii circulare se obţine rezultatul cunoscut.

Utilizîndu-se rezultatele unei lucrări anterioare a autorului, se calculează şi factorul de creştere al rezistenţei în curent alternativ pentru bobine realizate din fire cilindrice circulare, în ipoteza unui efect pelicular slab.

Comparaţia formulelor de calcul obţinute în lucrare cu alte formule cunoscute în literatură şi obţinute prin aproximaţii grosiere, arată diferenţe de valori cuprinse între 10—20%.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 2, 1966 p. 221—235

CEZAR FLUERAȘU, NICOLAE GALAN 538.541 ; 621.3.017

CURENȚII TURBIONARI ȘI CĂLDURA DEZVOLTATĂ ÎNTR-UN CONDUCTOR CILINDRIC FOARTE LUNG, SITUAT ÎNTR-O BOBINĂ CIRCULARĂ DE LUNGIME FINITĂ PARCURSĂ DE CURENT ALTERNATIV

Se determină expresia densității curenților turbionari induși într-un conductor cilindric circular înconjurat de o bobină cu secțiunea circulară, de înălțime finită, parcursă de curent alternativ.

În cazul efectului pelicular net se dau expresii simple pentru densitatea curenților turbionari și pentru puterea transformată în căldură prin efect Joule-Lenz în interiorul conductorului.

În anexă se dau formule pentru densitatea curenților turbionari induși într-un semispațiu conductor de către o bandă conductoare paralelă cu suprafața semispațiului, parcursă de curent alternativ. Se dă formule pentru calculul puterii transformate în căldură în interiorul semispațiului.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 2, 1966 p. 237—255

V. BUNEA 538.312.001.24

SOLUȚIONAREA PRIN DIFERENȚE FINITE A ECUAȚIILOR LUI MAXWELL ÎN MEDII FEROMAGNETICE

Este arătată o metodă de calcul care soluționează problema distribuției de cîmp în regim cvasistaționar în conductoare izotrope și în conductoare feromagnetice. Se folosește metoda diferențelor finite.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 2, 1966 p. 257—272

NICOLAE GALAN 538.311

CÎMPUL ELECTROMAGNETIC AL UNUI FIR RECTILINIU PARCURS DE CURENT ALTERNATIV DISPUS ÎN ÎNTREFIERUL MĂRGINIT DE UN CILINDRU CONDUCTOR ȘI O COAJĂ CILINDRICĂ

În această lucrare se calculează cîmpul electromagnetic al unui fir rectiliniu situat în întrefierul mărginit de un cilindru conductor și o coajă cilindrică coaxială în cazul în care cîmpul are o repartiție spațială plan-paralelă. Se calculează apoi parametrii echivalenți care prezintă interes pentru schemele electrice echivalente, utilizate în teoria mașinilor electrice.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 2, 1966 p. 273—284

MIHU BÎRGĂUANU, DUMITRU CREȚU
621.313.323 ; 621.3.016.35

CU PRIVIRE LA LIMITA DE STABILITATE A MOTOARELOR SINCRONE SUPUSE LA VARIAȚII BRUȘTE ALE TENSIUNII ȘI SARCINII

Uneori tensiunea la borne a motorului sincron poate să scadă brusc la o fracțiune din valoarea ei nominală pentru o anumită durată. În această situație, motorul poate ieși din sau rămîne în sincronism. Durata limită a acestui salt negativ al tensiunii pentru care motorul se menține în sincronism constituie un criteriu al stabilității acestuia și depinde de fracțiunea din tensiunea nominală la care se efectuează saltul și de parametrii externi și interni ai mașinii (sarcină, excitație, reactanțe, rezistențe, moment de inerție). În articol se prezintă metodologia analizei acestei dependențe cît și influența reactanțelor sincrone și asupra duratei limită.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 2, 1966 p. 285—297

P. CARTIANU 621.316.11

ANALIZA LOGISTICĂ A REȚELELOR ELECTRICE

Autorul generalizează aplicarea logicii bivalente oricăror rețele electrice. În acest scop este prezentat pe scurt acest instrument matematic, elementele principale de lucru fiind sintetizate în cîteva tablouri. În particular, se arată că analiza logistică aplicată rețelelor electrice secundare de comandă, control și automatizare, răspunde tuturor problemelor care se pun cu privire la funcționarea acestor rețele.

„Matematizarea schemelor" pe această cale, creează formalismul necesar la tratarea științifică a funcționării rețelelor electrice.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 2, 1966 p. 299—311

MIOARA CĂLUȘIȚĂ 621.3.078.001.24

LOCUL RĂDĂCINILOR ECUAȚIEI CARACTERISTICE PENTRU SISTEMELE CU TIMP MORT

Se prezintă locul rădăcinilor ecuației caracteristice a sistemelor de reglare cu timp mort atunci cînd amplificarea în circuit deschis variază. Se consideră funcția de transfer a circuitului deschis de forma unui produs între o funcție rațională de s și e^{-sT}. Se extinde metoda lui Evans de construire a locului rădăcinilor pentru acest caz.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 2, 1966 p. 313—324

N. PĂNOIU 662.921

INTERDEPENDENȚA SIMPLEXURILOR GEOMETRICE ȘI REGIMULUI DE CURGERE ÎN CAZUL MODELĂRII IZOTERMICE MONOFAZICE A FOCARELOR CICLON

Pe baza unei metodici de cercetare prezentată în lucrări anterioare, se analizează influența simplexurilor geometrice $\frac{L}{D}$ și $\frac{F_i}{F_e}$, a construcției arzătoarelor și a cantității aerului primar asupra regimului de curgere din volumul focarului ciclon orizontal, vertical și conic. Se dau relații de calcul generalizate pentru determinarea criteriilor Euler raportate la secțiunea de intrare și de eșire, funcție de simplexurile geometrice ale focarelor ciclon și dependența coeficientului de rezistență aerodinamică a focarelor ciclon de caracteristică geometrică.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 2, 1966 p. 325—339

C. DINCULESCU, N. DĂNILĂ, D. GRECOV 621.438:621.013

OPTIMIZAREA PROCESELOR DE ÎNCĂLZIRE ȘI DE RĂCIRE INTERMEDIARĂ ÎN CICLURILE TURBINELOR CU GAZE ȘI CICLURILE MIXTE ABUR-GAZE

Metoda de analiză termodinamică a ciclului de turbine cu gaze sau a ciclului mixt abur-gaze permite a se pune în evidență influența diferiților factori asupra parametrilor optimi ai proceselor de încălzire și de răcire intermediară a agentului de lucru.

Metoda aplicată permite rezolvarea unor cazuri mai complexe, ca, de exemplu, cazul cînd se impune ca lucrul mecanic furnizat de una dintre treptele turbinei să fie egal cu lucrul mecanic absorbit de compresor.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 2, 1966 p. 341—351

C. ARAMĂ, M. NĂSTASE, N. BLEZU 621.436

INFLUENȚA GEOMETRIEI ANTECAMEREI ASUPRA PROCESELOR DE ARDERE DIN MOTOARELE DIESEL

În lucrare se propune utilizarea mărimii adimensionale $M = \frac{\mu f l}{V_a}$, numită caracteristica geometrică a antecamerei, pentru caracterizarea și exprimarea influenței geometriei antecamerei asupra procesului de ardere.

Se prezintă rezultatele experimentale care arată veridicitatea ipotezei făcute și modul cum variază caracteristicile tehnico economice ale motorului cu caracteristica geometrică și cu parametrii care definesc această mărime în regim de turație variabil.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 2, 1966 p. 353—369

VICTOR V. GHIA, NICOLAE LEMNEANU 536.4:532

UNGHIUL DE PULVERIZARE LA INJECTOARELE CU CAMERA DE TURBIONARE CU ÎNTOARCERE

În prima parte a lucrării se propune metoda de calcul a unghiului de pulverizare pentru injectoarele cu cameră de turbionare cu întoarcere, funcționînd cu fluid ideal. În partea a doua, prin aplicarea teoremei π se stabilesc criteriile de similitudine care determină valoarea unghiului de pulverizare real α.

Pe baza rezultatelor experimentale, în ultima parte a lucrării se propune relația de calcul a unghiului α, care este funcție de simplexul $\frac{R_c}{r_e}$ și criteriul de similitudine π_1.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 2, 1966 p. 371—383

VALENTINA F. BĂLAN 662.613.1

ASUPRA SINTERIZĂRII CENUȘILOR UNOR CĂRBUNI DIN REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

În lucrare au fost studiate caracteristicile de sinterizare ale combustibililor solizi folosiți în instalații de cazane.

În mod general punctele de sinterizare ale cenușilor de cărbune, au arătat că ele variază o dată cu temperaturile de topire ale cenușii și sînt în funcție de durată și temperatura de sinterizare.

Pentru cenușile cărbunilor studiați, considerate ca reprezentative pentru cenușile cu tendință mare de depunere media valorilor punctelor de sinterizare raportate la temperaturile de topire corespunde la aproximativ 77% din temperatura de topire a cenușii în °C.

Pe baza caracteristicilor de sinterizare în cursul lucrării se fac evaluări asupra factorilor care acționează în cazane precum și alegerea condițiilor necesare pentru împiedicarea depunerilor.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 2, 1966 p. 385—398

MŰSZAKI KÖNYVTÁR

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile energetică generală, electroenergetică şi electrotehnică, termoenergetică şi termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile: discuţii, recenzii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări ştiinţifice şi tehnice.

1. Structura lucrării.

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărţită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obţinute, limita lor de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la 2 rînduri (2 000 semne pe pagină) inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenţii.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare; figurile pe calc în tuş, însoţite de cîte 2 copii şi de o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, şase rînduri; un rezumat de circa 2 000 semne.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională.

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie; Bucureşti, Şos. Vitan, nr. 236, raionul Tudor Vladimirescu.

1966 AUG 2

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

V. PIMSNER, C. A. VASILESCU şi GH. RĂDULESCU, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*, 1964, 756 p., 45 lei.

D. DAMSKER, *Principii şi mijloace noi de automatizare a acţionărilor electrice*, 1964, 439 p., 24,50 lei.

N. TIPEI, V. N. CONSTANTINESCU, AL. NICA şi O. BIŢĂ, *Lagăre cu alunecare (calcul, proiectare, ungere)*, (în limba rusă), 1964, 459 p., 30 lei.

GH. CARTIANU, *Modulaţia de frecvenţă* (în limba rusă), 1961, 579 p. + 7 pl., 39,10 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, *Teoria lubrificaţiei în regim turbulent*, 1965, 343 p., 29 lei.

SUZANA GÎDEA, M. PROTOPOPESCU, D. DRIMMER, *Metalurgia fizică a semiconductorilor*, 1963, 501 p. + 4 pl., 31 lei.

VASILE MARCU, *Metalizarea prin pulverizare*, 1963, 340 p., 21 lei.

A. MORARU, *Amplidina (maşina electrică amplificatoare de curent continuu cu cîmp transversal)*, 1962, 328 p. + 2 pl., 14,90 lei.

T. OROVEANU, *Scurgerea fluidelor prin medii poroase neomogene*, 1963, 329 p., 16,30 lei.

TRAIAN SĂLĂGEAN, *Fenomene fizice şi metalurgice la sudarea cu arcul electric a oţelurilor*, 1963, 219 p., 12,10 lei.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, PERICLE SVORONOS şi VICTOR PIMSNER, *Exploatarea raţională a gazelor naturale*, 1963, 367 p. + 7 pl., 26,40 lei.

C. C. TEODORESCU, *Teoria şinei fără joante supuse la variaţii de temperatură*, 1965, 260 p., 3 pl., 19,50 lei.

I. P. „Informaţia" – c. 3133

43821

Lei 18.—

F1736

R

REFERALIA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

3

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 401—700 Bucureşti 1966

COMITETUL DE REDACȚIE

ACAD. REMUS RĂDULEȚ — redactor responsabil;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — redactor responsabil adjunct;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. ȘT. GHEORGHIU;
Ing. C. APETREI;
Ing. CS. NAGY;
Ing. V. PIMSNER;
Ing. C. A. VASILESCU;
Ing. ECATERINA ARIE — secretar de redacție.

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 72 lei pe an.

În țară, abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București, Căsuța poștală 134—135 sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa BUCUREȘTI, Sos. Vitan nr. 236.

F 1736

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 16, nr. 3 1966

SUMAR

Pag.

Energetică generală

MARTIN BERCOVICI şi ALEXANDRU PAP, Consideraţii asupra introducerii în practica de planificare a metodicii de optimizare a planului general de aprovizionare cu combustibil şi energie 403

Electroenergetică şi electrotehnică

R. RĂDULEŢ, AL. TIMOTIN şi A. ŢUGULEA, O teorie generală a parametrilor lineici tranzitorii ai liniilor electrice lungi şi cu pierderi în prezenţa solului 417

ANDREI ŢUGULEA şi ION R. CIRIC, Cîmpul magnetic staţionar şi rezistenţa în curent alternativ la frecvenţe joase a conductoarelor drepte cu secţiuni în formă de elipsă sau de coajă eliptică 451

ALEXANDRU TIMOTIN, ANDREI ŢUGULEA şi CEZAR FLUERAŞU, Cîmpul electromagnetic cvasistaţionar al unor fire rectilinii parcurse de curent alternativ în prezenţa unui ecran plan infinit de grosime finită . . 481

ADRIAN CUPŞA, Regimul tranzitoriu al inducţiei în cilindri feromagnetici circulari ecranaţi 503

ION S. ANTONIU şi I. ADĂMUŢ, Contribuţii la definirea vitezei de propagare a unui semnal pe lanţurile de cuadripol 531

C. V. BĂLĂ şi P. OPRIŞAN, Oscilaţiile sinusoidale întreţinute ale maşinii sincrone cuplate la bare de putere infinită 559

PAUL DIMO, Modul de considerare a sistemelor vecine pentru studiul unui sistem electroenergetic interconectat 577

MATEI MARINESCU, Acţionarea compresoarelor cu „Oscilomotor de tip parametric". Metodică de calcul 583

St. cerc. energ. electr. Tom 16 Nr. 3 p. 401—700 Bucureşti 1966

Pag.

Termoenergetică și termotehnică

I. IORDACHE și D. GRECOV, Schimbul de masă în cazul a două jeturi turbulente axial-simetrice în echicurent 603

ATH. TRUȚIA, EL. COMĂNESCU și EL. GUȚU, Contribuții la determinarea temperaturii flăcărilor din raportul intensităților a două linii spectrale-atomice 615

VICTOR PIMSNER, Interdependența dintre parametrii funcționali și performanțele compresorului centrifug 625

SIMION FAUR, Folosirea amestecurilor de motorină și petrol în motorul diesel. Stabilirea evoluției probabile a principalelor proprietăți fizico-chimice . . 637

M. NĂSTASE și N. BLEZU, Dependența temperaturii pereților antecamerei motoarelor diesel de calitatea proceselor de ardere 657

C. HAIDUC, Puterea termică a reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului 667

T. I. BĂJENESCU și N. PĂNOIU, Asupra modelării ecuației mișcării unei particule solide într-un flux curbiliniu 681

Note

NICOLAE DAMIAN IORDACHE, IONIȚĂ TUDOR și ANDREI ȚUGULEA, Cu privire la calculul sumei unor serii importante în aplicațiile electrotehnice cu ajutorul calculatorului cifric 691

CONSIDERAȚII ASUPRA INTRODUCERII ÎN PRACTICA DE PLANIFICARE A METODICII DE OPTIMIZARE A PLANULUI GENERAL DE APROVIZIONARE CU COMBUSTIBIL ȘI ENERGIE [1]

DE

Acad. MARTIN BERCOVICI, și ALEXANDRU PAP

620.98

Se prezintă o analiză sistematică a principalelor aspecte ridicate de aplicarea metodicii pentru determinarea planului general optimal de aprovizionare cu combustibil și energie în munca de planificare curentă a sectorului energetic.

1. INTRODUCERE

1.1. Gospodărirea judicioasă a energiei impune rezolvarea unor aspecte importante ale acestei probleme, ca de exemplu :

— modul de exploatare a tuturor surselor de energie ;

— stabilirea importului și exportului de energie ;

— stabilirea modului de acoperire a cererilor de energie de toate felurile la toate punctele de consum (cu ce, de unde, transportat cu ce și pe ce traseu) ;

— amplasarea, tipul constructiv, capacitatea de producție, ritmul de construcție și de dare în funcțiune a elementelor componente ale sistemului energetic general ;

— termenul de scoatere din funcțiune a elementelor care devin neeconomice ;

— perioadele de efectuare a reviziilor și a reparațiilor pentru diversele elemente.

[1]) În cele ce urmează, în loc de „plan general optimal de aprovizionare cu combustibil și energie" se va folosi termenul prescurtat „plan optimal".

Articol publicat și în „Rev. roum. sci. techn.—Electrotechn. Energ." *3* (1966).

Considerarea simultană a multiplelor aspecte legate de gospodărirea optimă a economiei energetice conduce la problema complexă a optimizării funcționării sistemului energetic general. Aceasta a devenit în zilele noastre una dintre problemele economice de bază.

1.2. În Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România, cercetările privind optimizarea bilanțului energetic general au început în 1959. Aceste cercetări au fost precedate de studii privind inventarierea resurselor termo- și hidroenergetice, analiza bilanțurilor energetice generale pentru anii trecuți, analiza lanțurilor energetice, prognoza dinamicii necesarului de energie și altele.

În problema optimizării bilanțului energetic general a fost propusă o metodologie publicată în 1960 [1], la baza elaborării căreia a stat concepția că optimizarea bilanțului energetic general trebuie să asigure gospodărirea optimă a sectorului energetic, devenind un mijloc eficace care să rezolve sarcinile muncii de planificare în sectorul energetic.

Stabilirea bilanțului energetic general optim constituie o sarcină deosebit de dificilă, din cauza complexității și multitudinii aspectelor care trebuie avute în vedere la rezolvarea acestei probleme. Datorită acestui fapt, a fost necesar ca înainte de a se trece la aplicarea practică nemijlocită a metodologiei de optimizare a bilanțului energetic general în munca de planificare, să se parcurgă cîteva etape intermediare care au avut drept scop, pe de o parte, realizarea unei reprezentări cît mai fidele a realității fizice în formularea matematică a problemei, iar pe de altă parte găsirea celui mai indicat algoritm pentru rezolvarea problemei de programare matematică care conduce la stabilirea bilanțului energetic general optim.

Din această cauză, pentru început, metodologia propusă a fost aplicată unui exemplu de calcul simplu, iar mai apoi a fost folosită la întocmirea unui bilanț energetic general al unui an trecut și, în fine, pentru determinarea planului optimal pentru un an următor, lucrare în curs de desfășurare.

1.3. În străinătate, primele rezultate ale cercetărilor legate de optimizarea bilanțului energetic general au fost publicate cu începere din 1961 în reviste din lagărul socialist [2]. Metodele propuse sînt, în general, asemănătoare celei propuse în Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România. Sînt de remarcat lucrările apărute în U.R.S.S. și care reflectă preocupările Secției siberiene a Academiei de Științe, rezultatele publicate ale cercetărilor dovenind un avans important, atît teoretic, cît și practic, față de cercetările efectuate în celelalte țări (Republica Socialistă Cehoslovacă, Republica Democrată Germană, Republica Populară Ungară).

După cum se subliniază și în publicațiile străine, una dintre aplicațiile metodei de optimizare a bilanțului energetic general este determinarea planului anual optimal de aprovizionare cu combustibil și cu energie a economiei naționale.

2. OBIECTIVELE URMĂRITE

Problema determinării planului anual optimal se pune atît pentru perioade de timp trecute, cît mai ales pentru perioade de perspectivă.

2.1. Problema determinării planului anual pentru o perioadă trecută se pune pentru perioadele de timp în care sistemul energetic general nu a funcţionat într-un regim optim predeterminat şi pentru perioadele în care funcţionarea optimă predeterminată nu a putut fi realizată întocmai, datorită modificării pe parcurs a unora dintre condiţiile iniţiale.

Compararea planurilor efectiv realizate cu cele optimale determinate permite tragerea unor concluzii calitative şi cantitative cu privire la eficienţa gospodăririi energiei. Acestea au în general o valabilitate limitată la perioada de timp care le-a „generat". Extrapolarea lor la perioade de perspectivă trebuie supusă unei analize atente, dată fiind dinamica mărimilor care constituie datele de bază pentru determinarea planurilor de aprovizionare. În acest fel, ele pot furniza indicaţii preţioase, de exemplu, cu privire la ordinea de intensificare a exploatării la unele surse de energie, cu privire la secţiunile de strangulare ale reţelelor de transport, cu privire la lipsa de economicitate a unora dintre instalaţiile energetice în legătură cu scoaterea lor din funcţiune, cu privire la traseele importante de transport şi altele.

O deosebită importanţă de ordin practic constă în posibilitatea de determinare a eficacităţii economice a optimizării prin compararea cheltuielilor aferente planului realizat cu cele aferente planului optimal.

Dacă planul optimal se determină pentru mai multe perioade trecute succesive, atunci se pot trage concluzii referitoare atît la variaţiile, cît şi mai ales la tendinţele de variaţie ale diferenţelor dintre planurile realizate şi cele optime şi la anumite tendinţe oglindite de planurile optimale. Se poate urmări astfel, de exemplu, tendinţa obiectivă a preţului de cost realizat al unităţii de energie utilizabilă şi tendinţa preţului de cost „optim" al unităţii de energie utilizabilă. Se poate urmări de asemenea măsura în care perfecţionările aduse muncii de planificare echilibrează dificultăţile apărute o dată cu creşterea complexităţii economiei naţionale.

Indicaţii valoroase pot fi obţinute şi cu privire la modul în care trebuie efectuată munca de planificare şi la modificările ce trebuie efectuate în structura elementelor care se planifică în sectorul energetic pentru a se crea posibilitatea aplicării rezultatelor optimizării.

2.2. Determinarea planului optimal pentru o perioadă de perspectivă imediată se face în vederea aplicării sale nemijlocite în munca de planificare curentă a sectorului energetic. Aceasta conduce la avantaje importante pentru economia naţională, asupra cărora s-a insistat în unele articole publicate anterior [3], [4].

2.3. În prezent se pune un mare accent pe îmbunătăţirea metodicii. Aceasta are în vedere realizarea unei reprezentări cît mai fidele a realităţilor fizice în formularea matematică a problemei, prin luarea în considerare a tot mai multe aspecte ale acesteia, prin renunţarea treptată la anumite ipoteze simplificatoare sau prin adoptarea unor ipoteze ma

adecvate. Acest proces este strîns legat de procesul de perfecţionare a calculatoarelor electronice cifrice şi de mărirea capacităţii acestora. Se are de asemenea în vedere găsirea celui mai indicat algoritm pentru rezolvarea problemei de programare matematică la care conduce stabilirea planului optimal pe maşinile electronice de calcul cifrice existente sau prevăzute a intra în funcţiune.

O deosebită importanţă metodică au şi concluziile care rezultă cu privire la structura necesară, din punctul de vedere al bilanţului energetic general, a evidenţei statistice în sectorul energetic.

3. PUNEREA PROBLEMEI

3.1. În baza unor considerente expuse într-o lucrare publicată anterior [3], pentru optimizarea bilanţului energetic general s-a ales drept criteriu minimul cheltuielilor anuale sau minimul cheltuielilor de calcul, după cum este vorba de un sistem energetic general existent, respectiv de unul ce urmează a se realiza.

3.2. Pentru o perioadă de timp trecută se pune deci următoarea problemă. Fiind cunoscute toate consumurile de energie efectiv realizate (localizare geografică, mărime, natură), posibilităţile de interşanjabilitate a combustibililor la consumator, exportul de energie realizat (unde, ce, cît), importul de energie realizat (de unde, ce, cît), traseele posibile de transport (pe calea ferată, fluviale, maritime, prin conducte, cu mijloace auto etc.), resursele de energie primară (aşezare geografică, natură, mărime), caracteristicile lanţurilor energetice existente, diversele limitări de ordin tehnic impuse anumitor instalaţii şi fiind de asemenea cunoscut modul în care, în condiţiile date, consumurile şi exportul de energie au fost acoperite într-o perioadă de timp dată, să se determine modul în care aceste consumuri şi solicitările la export ar fi trebuit acoperite, în aceleaşi condiţii şi în aceeaşi perioadă de timp, astfel încît cheltuielile anuale să fi fost minime.

3.3. Deşi la determinarea planului optimal pentru o perioadă de perspectivă imediată problema se pune în mod asemănător ca la determinarea planului optimal pentru o perioadă trecută, abordarea ei, este diferită, datorită unor condiţii specifice.

Fiind cunoscute toate consumurile de energie planificate (localizare geografică, mărime, natură), posibilităţile de interşanjabilitate la consumatori, cererile pentru export (unde, ce, cît, în ce condiţii economice), exportul impus în baza unor obligaţii asumate anterior (unde, ce, cît), traseele posibile de transport (pe calea ferată, fluviale, maritime, prin conducte, cu mijloace auto etc.), nivelul planificat al resurselor (aşezare geografică, natură, mărime), ofertele pentru import (de unde, ce, cît, în ce condiţii economice), importul impus în baza unor obligaţii anterioare (de unde, ce, cît, în ce condiţii economice), caracteristicile lanţurilor energetice existente şi diversele limitări de ordin tehnic impuse anumitor instalaţii, trebuie să se determine modul de acoperire a tuturor consumu-

rilor și a exportului (a celui impus și a celui posibil în condiții economice convenabile), astfel ca funcția care exprimă cheltuielile anuale totale să fie minimă, cu respectarea tuturor condițiilor de natură tehnică impuse de funcționarea în condiții normale a tuturor instalațiilor sistemului energetic general.

Se obține în acest fel și soluționarea problemei importului de energie neimpus, de asemenea a exportului neimpus.

3.4. Se constată că în timp ce la determinarea planului optimal pentru o perioadă trecută consumurile de energie și producțiile de energie reprezintă valori realizate, deci certe, la determinarea planului optimal pentru o perioadă de perspectivă imediată ele reprezintă valori planificate, deci valori cu o anumită probabilitate de realizare. Această realitate are implicații care vor fi analizate în etapele viitoare ale cercetării.

Se constată de asemenea că la determinarea planului optimal pentru o perioadă trecută planul efectiv realizat constituie o soluție inițială pentru procesul de optimizare, fapt care atrage după sine anumite simplificări în rezolvare.

La determinarea planului optimal pentru o perioadă de perspectivă imediată, în ipoteza că o dată cu trecerea la planificarea sectorului energetic în baza optimizării bilanțului energetic general se renunță la întocmirea planului în baza metodelor uzuale în prezent în planificare, nu se dispune de o soluție inițială. Ea poate fi determinată, dar această determinare este laborioasă.

4. DETERMINAREA PLANULUI OPTIMAL

Determinarea planului optimal comportă cîteva etape de bază, obligatorii, indiferent dacă este vorba de determinarea planului optimal pentru o perioadă trecută sau pentru o perioadă de perspectivă. Aceste etape sînt următoarele :

1) colectarea datelor necesare și prelucrarea lor pentru stabilirea condițiilor inițiale corespunzător cărora trebuie să se determine planul optimal

2) întocmirea modelului matematic ;

3) rezolvarea modelului matematic ;

4) pregătirea rezultatelor obținute pentru valorificare.

Diversele etape prezintă anumite aspecte specifice, după cum este vorba de determinarea unui plan optimal pentru o perioadă trecută sau pentru o perioadă de perspectivă. Realizarea lor necesită însă, indiferent de perioada de timp pentru care se întocmește planul optimal, un volum important de muncă. Din acest motiv, pentru ca lucrarea să se poată face în timp util, se impune sistematizarea tuturor operațiilor. Aceasta permite printre altele, și efectuarea rapidă a diverselor verificări indispensabile, dată fiind atît complexitatea cît și importanța problemei.

4.1. COLECTAREA ŞI PRELUCRAREA DATELOR ÎN VEDEREA STABILIRII CONDIŢIILOR INIŢIALE

4.1.1. Culegerea datelor pentru întocmirea planului optimal pentru o perioadă de timp trecută impune necesitatea recurgerii la un număr mare de surse de date.

Evidenţa statistică actuală din ţara noastră este adecvată acestui scop doar parţial. Ne referim atît la formularistica existentă la nivelul Direcţiei Centrale de Statistică şi la cea de la direcţiile regionale. Din această cauză, întreaga cantitate de informaţii trebuie obţinută de la ministere, de la organul central de planificare şi de la unele dintre întreprinderile şi institutele unor ministere.

O parte dintre datele referitoare la unele sectoare ale economiei naţionale se pot obţine prelucrate, astfel încît nu mai necesită prelucrări speciale în vederea întocmirii modelului matematic (de exemplu producţia de gaze naturale pe centre de producţie). Acestea reprezintă însă o cotă-parte foarte redusă din volumul total de informaţii necesare. O altă parte dintre date se prelucrează şi se raportează într-o formă diferită de cea necesară pentru întocmirea modelului matematic al planului optimal. Din această cauză, de exemplu, pentru determinarea consumurilor de combustibili lichizi trebuie să se recurgă la culegerea de informaţii din facturile care privesc livrările de la diversele rafinării la consumatori.

O sursă importantă de date ar putea-o constitui evidenţa energetică dacă structura acesteia ar fi modificată în mod corespunzător, de asemenea *Atlasul resurselor energetice*, cu condiţia să fie ţinut la zi.

4.1.2. Datele necesare pentru întocmirea planului optimal pentru o perioadă de perspectivă imediată se pot obţine, în parte, de la organizaţiile centrale (Comitetul de Stat al Planificării, ministere) şi, în parte, prin intermediul acestora de la diverse unităţi de pe teritoriul ţării.

Pentru a se dispune de date cu o structură omogenă trebuie să se folosească o formularistică adecvată. La întocmirea acesteia trebuie să se aibă în vedere, pe de o parte, structura formularisticii folosite în mod curent în diversele întreprinderi şi instituţii şi, pe de altă parte, realizarea unui grad de folosire cît mai ridicat din punctul de vedere al prelucrărilor ulterioare.

Ca şi în cazul determinării planului anual optimal pentru o perioadă de timp trecută, majoritatea datelor necesită o anumită prelucrare. Necesitatea prelucrării apare, pe de o parte, datorită faptului că în prezent modul de centralizare a datelor de la întreprinderile de bază la nivelele superioare nu satisface toate necesităţile determinării planului optimal şi, pe de altă parte, datorită faptului că anumite elemente necesare nu se calculează.

Modul de prelucrare se stabileşte în funcţie de datele de bază existente şi în funcţie de gradul de detaliere admis pentru întocmirea modelului matematic. Acest grad de detaliere este determinat, la rîndul lui, de posibilităţile de rezolvare oferite de maşinile electronice de calcul existente la dispoziţie la un moment dat, posibilităţi care limitează dimensiunile modelului.

4.2. ÎNTOCMIREA MODELULUI MATEMATIC

Întrucît din punctul de vedere al funcționării sale numai anumite părți ale sistemului energetic general sînt optimizabile, procesul de optimizare trebuie să cuprindă numai aceste părți [4].

Corespunzător posibilităților actuale de rezolvare a modelului matematic, la stabilirea gradului de detaliere pentru determinarea planului optimal pentru țara noastră au fost adoptate următoarele considerente.

1. Avîndu-se în vedere natura instalațiilor și posibilitățile actuale de culegere a datelor cu privire la interșanjabilitatea combustibililor, consumatorii se cuprind în următoarele trei grupe :

a) consumatorii de energie din sectorul industrial și din sectorul gospodăresc social comunal ;

b) tracțiunea feroviară ;

c) centralele electrice și de termoficare.

2. Consumatorii de energie din sectorul industrial și din sectorul gospodăresc social-comunal se grupează în 16 grupe, fiecare grupă corespunzînd centralizării consumurilor din sectorul industrial și din cel gospodăresc social-comunal de pe teritoriul cîte uneia dintre cele 16 regiuni administrative ale țării (orașul București și Constanța se cuprind în regiunile respective).

3. Consumurile pentru tracțiunea feroviară se grupează de asemenea corespunzător celor 16 regiuni administrative.

4. Centralele electrice și de termoficare cu puteri instalate mai mari de 20 MW se tratează individual. Energia pe care o emit este considerată ca treaptă de consum final. Centralele cu puteri mai mici de 20 MW se cuprind în grupa consumatorilor de energie din sectorul industrial și din sectorul gospodăresc comunal.

5. Pentru fiecare regiune, consumatorii reali făcînd parte din grupele *a*) și *b*) se înlocuiesc cu cîte un consumator echivalent, considerat consumator final concentrat, al cărui consum este egal cu suma consumurilor consumatorilor dispersați și care este astfel amplasat încît cheltuielile de transport al combustibililor de la surse la consumatorul echivalent să fie egale cu suma cheltuielilor de transport de la sursă la consumatorii dispersați [5].

6. Pentru combustibilii solizi se consideră ca surse stațiile de preparare-sortare, pentru combustibilii lichizi rafinăriile și pentru combustibilii gazoși naturali cîmpurile de gaze.

7. Sursele se grupează avîndu-se în vedere dispunerea lor geografică, de asemenea diversele sorturi de combustibili avîndu-se în vedere anumite caracteristici fizico-chimice ale acestora [4]. Se obține astfel un număr de surse-sorturi.

Pentru a se putea obține eficiența maximă a procesului de optimizare, la alegerea centralelor termoelectrice și a centralelor electrice de termoficare ce urmează a fi cuprinse în modelul matematic al planului optimal trebuie să se țină seama și de alte criterii decît puterea disponibilă a centralei. Astfel, la unele centrale industriale de mare putere, o cotă-parte importantă a consumului de combustibili se acoperă cu

diverse produse reziduale ale procesului tehnologic al căror consum este obligatoriu, neexistînd posibilităţi pentru o valorificare mai convenabilă şi nici posibilităţi de stocare. În acest fel, cota-parte de combustibil optimizabil poate deveni atît de mică, încît să nu mai prezinte interes din punctul de vedere al optimizării.

Aceeaşi problemă se pune şi la unele centrale care sînt obligate să consume cantităţi impuse de combustibili locali (de exemplu gaze de sondă de la zăcăminte nou intrate în exploatare şi care pînă la luarea măsurilor corespunzătoare nu au alte utilizări posibile).

4.3. VERIFICAREA MODELULUI MATEMATIC

Dată fiind importanţa şi complexitatea problemei, se impun verificări riguroase de-a lungul tuturor etapelor necesare pentru determinarea planului optimal.

Aceste verificări pot fi cuprinse în următoarele categorii :

a) verificări privind culegerea şi prelucrarea datelor iniţiale ;

b) verificări privind modelul matematic ;

c) verificări privind rezultatele finale.

Verificările privind prelucrarea datelor iniţiale se referă la verificarea respectării metodicii de prelucrare şi la verificarea operaţiilor matematice cuprinse în procesul de prelucrare.

Verificările privind modelul matematic se referă la mai multe aspecte. Cele mai importante dintre acestea sînt următoarele :

— modul de exprimare matematică a realităţilor fizice ;

— notaţiile mărimilor admise ca fiind variabilele modelului ;

— corectitudinea coeficienţilor şi a termenilor liberi din relaţiile modelului ;

— evitarea incompatibilităţilor ;

— eliminarea relaţiilor devenite inutile datorită unor alte relaţii.

Trebuie să se verifice de asemenea dacă s-au cuprins în model toate părţile prevăzute a fi supuse procesului de optimizare.

Verificările privind rezultatele finale se referă atît la verificarea rezultatelor obţinute în urma procesului de optimizare, cît şi la pregătirea acestor rezultate pentru folosirea lor în munca de planificare.

Verificările referitoare la procesul de optimizare se fac de către maşina electronică de calcul, chiar în cursul rezolvării problemei şi după terminarea rezolvării.

Verificarea operaţiilor de prelucrare a datelor şi verificarea corectitudinii coeficienţilor şi a termenilor liberi din relaţiile modelului matematic se pot face pe bază de teste, asupra cărora se va reveni într-o lucrare viitoare.

Toate categoriile de verificări enunţate mai sus se referă atît la partea modelului matematic ce corespunde combustibililor interşanjabili, cît şi la părţile corespunzătoare combustibililor consideraţi neinterşanjabili.

4.4. REZOLVAREA MODELULUI MATEMATIC

Determinarea planului optimal impune, după cum s-a arătat, necesitatea rezolvării modelului matematic corespunzător, compus din mai multe probleme de programare liniară de tip „transport" de dimensiui relativ mici şi dintr-o problemă de programare liniară de forma cea mai generală în care diversele variabile intervin fiecare în cîteva dintre relaţii.

Rezolvarea problemelor de tip „transport" care corespund combustibililor neinterşanjabili nu ridică nici un fel de probleme, ea făcîndu-se simplu şi operativ. Rezolvarea problemei de programare liniară de forma cea mai generală, corespunzătoare combustibililor interşanjabili, ridică însă o serie de dificultăţi. Acestea provin atît din necesitatea de a se folosi o maşină electronică de calcul cu o memorie de mari dimensiuni, cît şi datorită numărului mare de operaţii necesar pentru rezolvarea problemei.

Colectivul de la calculatorul electronic de mare capacitate de la Grupul de laminoare de la Combinatul siderurgic Hunedoara a elaborat un algoritm convenabil pentru rezolvarea unor probleme de tipul şi de dimensiunile problemei în cauză, atît din punctul de vedere al duratei de rezolvare cît şi al preciziei calculului. În prezent este în curs de elaborare de către acelaşi colectiv un alt algoritm, care va conduce la reducerea importantă a duratei calculelor, deci şi a cheltuielilor de calcul.

Existenţa unei soluţii iniţiale nenule conduce la reducerea duratei de rezolvare a modelului.

Programarea pe maşina electronică de calcul poate să fie astfel realizată ca o dată cu soluţia optimă să se obţină şi valoarea unor anumiţi indici tehnici-economici globali, care prezintă interes, de exemplu, la compararea planurilor optimale corespunzătoare la mai mulţi ani consecutivi (cum ar fi preţul mediu al unităţii de energie utilizabilă).

Modelul matematic poate fi întocmit şi predat colectivelor care se ocupă de rezolvarea sa, sub formă desfăşurată sau sub formă tabelară. Forma desfăşurată prezintă avantajul că permite o privire de ansamblu asupra modelului. Ea este utilă mai ales din punctul de vedere al elaborării algoritmului, dar manevrarea sa este incomodă. Forma tabelară este utilă din punctul de vedere al operativităţii la introducerea datelor în maşină ; ea este de asemenea utilă la pregătirea soluţiei optime pentru folosire în munca de planificare. Trecerea de la forma desfăşurată la forma tabelară şi invers nu prezintă nici un fel de dificultate, însă necesită un volum mare de muncă.

5. PREGĂTIREA REZULTATELOR OPTIMIZĂRII PENTRU FOLOSIREA LOR NEMIJLOCITĂ

Soluţia optimă corespunzătoare modelului matematic al planului optimal, obţinută prin rezolvarea acestuia cu maşina electronică de calcul, necesită o anumită pregătire pentru a putea fi folosită nemijlocit în munca de planificare.

O primă etapă a acestei pregătiri o constituie decodificarea soluţiei optime. Anumite elemente ale soluţiei optime devin astfel direct utilizabile în munca de planificare, ca, de exemplu, configuraţia de livrări de combustibili pentru consumatorii din sectorul industrial şi din sectorul gospodăresc social-comunal.

Alte elemente, constituind majoritatea, necesită prelucrări ulterioare pentru a putea fi folosite în mod integral în munca de planificare. Astfel, de exemplu, pentru centralele termoelectrice soluţia optimă conţine cantităţile de energie electrică ce trebuie emise în sistemul electroenergetic pentru fiecare combustibil în parte dintre cele cu care se poate funcţiona. Aceste date sînt necesare pentru repartiţia optimă a sarcinii care se întocmeşte în mod curent pentru sistemul electroenergetic. Dar pentru a se putea folosi şi pentru întocmirea planului optimal de aprovizionare cu combustibil a centralelor termoelectrice trebuie determinate cantităţile de energie primară ce urmează a se livra de la fiecare sursă la fiecare centrală corespunzător acestor cantităţi de energie emise. Pentru tracţiunea feroviară cu abur, soluţia optimă conţine în mod explicit cantităţile de căldură cedate cazanelor locomotivelor prin arderea diverselor sorturi de combustibili din diversele surse. Pentru întocmirea planului optimal, aceste cantităţi trebuie transformate în cantităţile corespunzătoare de combustibili naturali. Pentru toate aceste prelucrări nu sînt necesare date suplimentare faţă de cele care au stat la baza întocmirii modelului matematic al planului optimal.

Prin rezolvarea modelului matematic nu rezultă în mod explicit gradul de solicitare a resurselor, dar acest indicator poate fi de asemenea calculat, avîndu-se la dispoziţie soluţia optimă şi anumite date iniţiale.

6. APLICAREA ÎN PRACTICĂ A REZULTATELOR OPTIMIZĂRII

Aplicarea în practica curentă a rezultatelor optimizării poate fi realizată numai cu condiţia ca întreaga acţiune legată de această problemă să fie preluată de către organul central de planificare, Comitetul de Stat al Planificării.

Această necesitate se datoreşte mai multor cauze, dintre care cele mai importante sînt :

1. Majoritatea datelor de bază necesare pentru întocmirea modelului matematic se găsesc la organul central de planificare sau pot fi colectate în mod operativ de către acesta.

2. Organul central de planificare are la dispoziţie un colectiv numeros cu calificarea necesară în acest scop.

3. Organul central de planificare are posibilitatea să impună realizarea regimurilor de funcţionare rezultate ca fiind optime în condiţiile concrete date, prin cuprinderea acestora în planul de stat.

Aplicarea în practică a rezultatelor optimizării este condiţionată de întocmirea şi de rezolvarea în timp util a modelului matematic. Dificultatea care apare în legătură cu această problemă provine de la faptul că o parte dintre elementele de bază necesare sînt stabilite de către

organul de planificare la o dată relativ apropiată de termenul de lansare a planului. Deci intervalul de timp cuprins între termenul la care toate elementele de bază sînt la dispoziţie şi termenul la care planul trebuie lansat este foarte scurt. Această dificultate se poate înlătura, acţionîndu-se în mod simultan prin mai multe căi, ca de exemplu :

— scurtarea termenului pentru stabilirea acelor date de bază necesare pentru determinarea planului optimal care se planifică ;

— întocmirea modelului fără datele care se pot pune la dispoziţie abia la un termen înaintat şi completarea sa ulterioară cu aceste date ;

— reducerea duratei de rezolvare a modelului matematic şi a duratei de pregătire a datelor pentru folosirea lor nemijlocită.

Realizarea practică a planului optimal de aprovizionare necesită efectuarea unor modificări în structura datelor care se planifică pentru sectorul energetic. Ea impune de asemenea urmărirea şi determinarea unor indicatori care nu se calculează în prezent.

7. DIRECŢIILE VIITOARE DE CERCETARE

În dezvoltarea cercetărilor legate de optimizarea gospodăririi sectorului energetic în ansamblu se întrevăd două sarcini de bază ;

1) dezvoltarea teoriei referitoare la optimizarea bilanţului energetic general ;

2) obţinerea de rezultate practice prin aplicarea nemijlocită pe parcurs a realizărilor din munca de cercetare în munca de planificare curentă.

În dezvoltarea teoriei bilanţului energetic general trebuie să se ţină seama de două obiective importante :

a) realizarea unei modelări matematice cît mai fidele a realităţilor fizice ;

b) găsirea unui algoritm de calcul care să permită rezolvarea cît mai simplă şi operativă a modelului matematic.

În privinţa realizării unei modelări matematice cît mai fidele a realităţilor fizice se ridică următoarele probleme :

1) exploatarea la maximum a posibilităţilor oferite de metodele programării liniare ;

2) extinderea posibilităţilor oferite de programarea liniară la stadiul ei actual de dezvoltare ;

3) analiza posibilităţilor şi a oportunităţii aplicării metodelor programărilor neliniare la optimizarea bilanţului energetic general.

4) analiza posibilităţilor de realizare a unui model analogic pentru determinarea bilanţului energetic general optim.

În cercetările întreprinse de colectivul de bilanţ energetic general din Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România, aceste probleme s-au avut în permanenţă în vedere.

8. CONCLUZII

1. Determinarea planului optimal prezintă o deosebită importanţă atît datorită faptului că permite realizarea unei planificări în sectorul energetic pe baze ştiinţifice, cu posibilităţi de perfecţionare continuă, cît şi datorită faptului că acest mod de planificare prezintă o eficacitate economică superioară faţă de modul de planificare uzual în prezent.

2. Gradul de detaliere a planului optimal se poate mări în măsura în care există la dispoziţie maşini de calculat cu o capacitate mare a memoriei.

3. Deoarece structura consumatorilor este în continuă modificare, de la an la an se modifică în mod corespunzător şi structura modelului matematic. În prezent, spre exemplu, tracţiunea feroviară cu abur reprezintă o pondere importantă a părţii din modelul matematic corespunzătoare consumatorilor cu posibilităţi de interşanjare a combustibililor. Pe măsură ce se extinde folosirea locomotivelor diesel-electrice şi electrice, această pondere se reduce, deoarece tracţiunea diesel-electrică se cuprinde într-una din părţile independente ale modelului, corespunzătoare consumatorilor fără posibilităţi de interşanjabilitate (optimizarea repartiţiei motorinei), iar problema modului optim de alimentare cu energie în tracţiunea electrică se rezolvă o dată cu optimizarea funcţionării sistemului electroenergetic. Aceasta permite, la aceleaşi dimensiuni ale modelului matematic, detalieri în alte sectoare ale sistemului energetic general.

4. Faptul că se construiesc centrale electrice cu puteri din ce în ce mai mari are ca urmare, din punctul de vedere al modelului matematic, că un model cu aceleaşi dimensiuni permite cuprinderea în procesul de optimizare a unei cote-părţi tot mai mare din energia electrică produsă.

5. Există deci perspective favorabile aplicării optimizării funcţionării sistemului energetic general, cu atît mai mult cu cît, în paralel cu aspectele amintite, se vor continua cercetările pentru perfecţionarea modelului matematic şi pentru găsirea celor mai operative căi de rezolvare a acestuia cu maşini de calcul cu performanţe superioare.

6. Continuarea cercetărilor necesită o colaborare strînsă cu organele centrale de planificare în vederea experimentării realizărilor teoretice şi a introducerii lor în activitatea curentă de planificare.

Primit la redacţie la 17 ianuarie 1966

BIBLIOGRAFIE

1. T. Miclescu, *Considerații asupra bilanțului energetic de perspectivă*, St. cerc. energ. *3* (1960).
2. T. Miclescu, Al. Pap, I. Niculescu, S. Iordache, *Analiza metodelor propuse pentru optimizarea bilanțului energetic general*, St. cerc. energ., *4* (1965).
3. M. Bercovici, C. Dinculescu, T. Miclescu, Al. Pap, *Réduction de la consommation d'énergie primaire et des depenses par l'optimisation du bilan énergétique général*, Raport 137 A Conference Mondiale de l'Energie, Laussane, 1964.
4. T. Miclescu, Al. Pap, I. Niculescu, S. Iordache, *Aspecte ale întocmirii modelului matematic al bilanțului energetic general*, St. cerc. energ., **XIV**, *3*, A (1964).
5. — *Consumatorii echivalenți ai consumatorilor de energie în modelul matematic al bilanțului energetic general*, St. cerc. energ., **XVI** *1* (1966).

O TEORIE GENERALĂ A PARAMETRILOR LINEICI TRANZITORII AI LINIILOR ELECTRICE LUNGI ȘI CU PIERDERI ÎN PREZENȚA SOLULUI

DE

ACAD. R. RĂDULEȚ, AL. TIMOTIN și A. ȚUGULEA

621.315.09.017.21 : 538.551.26

Se arată că ecuațiile telegrafiștilor în valori instantanee cu parametrii lineici constanți își pierd valabilitatea în cazul liniilor electrice lungi cu conductoare masive în prezența solului dacă se ține seama de pierderile prin efect Joule.

Se analizează condițiile generale în care se pot stabili ecuații de tipul ecuațiilor telegrafiștilor și, pornindu-se dela sistemul ecuațiilor lui Maxwell, se stabilesc noile ecuații de propagare a tensiunilor și curenților pe liniile lungi care înlocuiesc ecuațiile telegrafiștilor pentru liniile cu pierderi și conductoare masive. Noile ecuații sînt ecuații integro-diferențiale conținînd integrale de convoluție în care intervin parametri tranzitorii (inductivități tranzitorii funcțiuni de timp), iar în cazul cel mai general și termeni care iau în considerare condițiile inițiale de cîmp. Forma operațională a acestor ecuații coincide cu ecuațiile operaționale cunoscute ale liniilor lungi numai dacă se neglijează condițiile inițiale de cîmp. Studiul general e particularizat la cazul liniei multifilare cu n conductoare circulare în prezența pămîntului. Pentru acest caz se determină inductivitățile tranzitorii proprii și mutuale ale liniei. În anexe se demonstrează teoremele de unicitate referitoare la mărimile care intervin în determinarea parametrilor tranzitorii.

1. STADIUL ACTUAL AL CERCETĂRILOR ASUPRA PARAMETRILOR LINEICI TRANZITORII

Teoria liniilor electrice lungi multifilare și cu pierderi în prezența solului ridică și în prezent drept problemă principală deducerea, din ecuațiile lui Maxwell, a celor două grupuri de ecuații pe care le satisfac mărimile de linie instantanee — tensiuni și curenți —, cu indicarea limitelor de valabilitate a acestor ecuații, a interpretării parametrilor lineici

St. cerc. energ. electr. Tom 16 nr. 3 p. 417—449 București 1966

care intervin în ele și a metodelor de determinare a lor pe bază de date experimentale, completată cu analiza condițiilor de unicitate și de existență pentru integralele ecuațiilor și cu stabilirea unor metode de integrare a lor pentru studiul principalelor cazuri particulare care prezintă interes în practică.

Teoria fenomenelor electromagnetice pe liniile electrice lungi și omogene se bazează și astăzi pe *ecuațiile telegrafiștilor*, stabilite de Thomson — încă *înainte* de întemeierea teoriei lui Maxwell — pentru cazul liniilor cu două conductoare filiforme, adică fără efect pelicular, și extinse apoi la liniile multifilare filiforme, cu sau fără pierderi, parametrii lineici care intervin în ele fiind deci *constanți* și *independenți de frecvență*. Condițiile de unicitate și metodele de integrare a acestor ecuații sînt bine cunoscute. Ecuațiile cu derivate parțiale ale telegrafiștilor, pe care valorile instantanee ale curenților și tensiunilor de linie le satisfac conform teoriei thomsoniene, au, în cazul unei linii cu n conductoare parcurse de curenții $i_k\,(z,t)$ și avînd tensiunile $v_k\,(z,t)$ față de solul prin care se întoarce curentul $i_s = \sum_{k=1}^{n} i_k$, forma cunoscută [1], [2], [3]:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial v_k}{\partial z} &= \sum_{m=1}^{n}\left(r_{km}\, i_m + l_{km}\frac{\partial i_m}{\partial t}\right),\\ -\frac{\partial i_k}{\partial z} &= \sum_{m=1}^{n}\left(g_{km}\, v_m + c_{km}\frac{\partial v_m}{\partial t}\right), \end{aligned}\right\} \quad (k = 1, 2, \ldots, n) \qquad (1)$$

în care z e distanța în lungul liniei, măsurată de la bornele de intrare. nÎ aceste ecuații intervin următorii parametri lineici constanți și independenți de frecvență : r_{km} (rezistențele lineice), l_{km} (inductivitățile lineice), g_{km} (coeficienții lineici de conductanță de izolație) și c_{km} (coeficienții lineici de capacitate).

În condiții de mărimi inițiale nule $\{i_k\,(z,0) = 0$ și $v_k\,(z,0) = 0\}$, aceste ecuații se scriu pentru parametri lineici constanți și regim *tranzitoriu*, cu ajutorul transformatelor Laplace $V_k(z\,;p)$ și $I_k\,(z\,;p)$ ale potențialelor $v_k\,(z,t)$ și curenților $i_k\,(z,t)$, sub următoarea formă operațională :

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\mathrm{d}V_k}{\mathrm{d}z} &= \sum_{m=1}^{n}(r_{km} + pl_{km})\, I_m \equiv \sum_{m=1}^{n} Z_{km}\,(p)\, I_m\,;\\ -\frac{\mathrm{d}I_k}{\mathrm{d}z} &= \sum_{m=1}^{n}(g_{km} + pc_{km})\, V_m \equiv \sum_{m=1}^{n} Y_{km}\,(p) V_m, \end{aligned}\right\} \quad (k=1, 2, \ldots, n) \qquad (2)$$

în care apar impedanțele operaționale lineice longitudinale $Z_{km}\,(p) \equiv \equiv r_{km} + pl_{km}$ și admitanțele operaționale lineice transversale $Y_{km}(p) \equiv \equiv g_{km} + pc_{km}$.

Dacă în *regim armonic*, de pulsație $\omega = 2\,\pi f$, se utilizează reprezentarea în complex, se obțin ecuații de forma (2) cu $p \to j\,\omega$ și $j = \sqrt{-1}$, adică, folosind mărimile de linie în complex $\underline{V}_m\,(j\,\omega\,;z)$, $\underline{I}_m(j\,\omega\,;z)$ și impedanțele în complex lineice longitudinale $\underline{Z}_{km} \equiv r_{km} + j\,\omega\,l_{km}$ și

admitanțele în complex lineice transversale $\underline{Y}_{km} \equiv g_{km} + j\,\omega\,c_{km}$:

$$-\frac{\mathrm{d}\underline{V}_k}{\mathrm{d}z} = \sum_{m=1}^{n} \underline{Z}_{km}\,\underline{I}_m\,, \qquad (k = 1, 2, \ldots, n) \qquad (3)$$
$$-\frac{\mathrm{d}\underline{I}_k}{\mathrm{d}z} = \sum_{m=1}^{n} \underline{Y}_{km}\underline{V}_m\,.$$

Pe baza ecuațiilor lui Maxwell pentru cîmpul electromagnetic, ecuațiile (1) ale telegrafiștilor pentru linii multifilare au putut fi fundamentate riguros numai în cazul liniilor *fără pierderi* : conductoare de conductivitate infinită, înconjurate de un mediu de conductivitate nulă și cu proprietăți lineare de polarizare electrică și de magnetizare, și anume considerînd, în fond, undele transversal electromagnetice (TEM), asociabile ghidului de unde reprezentat de linie. Această fundamentare a permis calculul parametrilor ce intervin în ecuațiile telegrafiștilor, parametrii r_{km} și g_{km} rezultînd nuli în cazul considerat, iar parametrii l_{km} și c_{km} constanți. Cu ajutorul metodei imaginilor electrice, rezultatele au putut fi extinse asupra cazului liniilor multifilare în prezența solului presupus perfect conductor.

În cazul liniilor *cu pierderi*, cu conductoare a căror grosime nu permite să se neglijeze efectul pelicular, și în prezența solului de conductivitate finită, *ecuațiile (1) ale telegrafiștilor pentru valorile instantanee ale mărimilor de linie nu mai pot fi valabile.* Într-adevăr, se știe că în regim armonic studiul efectului pelicular, chiar din conductoarele scurte, conduce la rezistențe și la inductivități dependente de frecvență. Dacă și numai parametrii lineici longitudinali ai unei linii depind însă de frecvență, ecuațiile telegrafiștilor cu parametri lineici constanți ar putea eventual avea sens doar pentru o frecvență *dată*. În regim tranzitoriu, cînd funcțiunile de timp reprezentate de tensiuni și curenți au un spectru larg de frecvențe ale componentelor lor armonice, a trebuit să se introducă, chiar în cazul conductoarelor scurte, rezistențe și inductivități tranzitorii [4], [5]. În regim tranzitoriu, parametrii lineici din ecuațiile (1) nu pot avea deci valori bine determinate, și astfel ecuațiile (1) cu coeficienți constanți nu pot fi corecte pentru aceste linii.

Insuficiența ecuațiilor telegrafiștilor cu valori instantanee a fost relevată de R. Pélissier [6], care a dezvoltat metode de aproximație operaționale pentru studiul propagării undelor pe linii fără a utiliza ecuațiile (1).

Majoritatea cercetătorilor [7], [8], [9], [10], [1], [2] utilizează, totuși, chiar și pentru liniile cu pierderi și pentru conductoare cu efect pelicular, forma complexă (3), respectiv operațională (2), a ecuațiilor telegrafiștilor, fără a o justifica însă pe baza unei forme valabile în valori instantanee. Carson și Hoyt [11] au demostrat ecuațiile (3) pe baza formei complexe a ecuațiilor cîmpului electromagnetic, adică numai pentru regimul armonic permanent.

Evoluția studiului propagării undelor pe linii cu pierderi pe baza teoriei cîmpului electromagnetic *în regim armonic permanent* prezintă cîteva etape mai importante.

Sommerfeld [12] a rezolvat pe baza ecuațiilor lui Maxwell problema propagării unei unde electromagnetice cu variație armonică în timp în lungul unei linii unifilare cu pierderi, situată într-un mediu infinit. G. Mie a rezolvat aceeași problemă și pentru regimul armonic, pentru linia cu *două conductoare* [12] cu pierderi, utilizînd sistemul de coordonate bipolare, fără a ține seamă de vecinătatea pămîntului, soluția sa fiind o aproximație, însă foarte complicată. Abia lucrările lui Carson [13], [14] și Pollaczek [15] consideră linii unifilare sau multifilare *cu pierderi* și *în prezența solului*.

Carson [12] presupune cîmpul electromagnetic cvasistaționar în conductoare și în sol și neglijează efectul de proximitate dintre conductoare, ca și efectul solului asupra repartiției densității de curent pe secțiunea conductoarelor. Soluția sa, sub formă complexă pentru mărimi armonice în timp, respectiv operațională pentru regimul tranzitoriu, este utilizabilă cît timp se poate neglija curentul de deplasare din sol; în regim armonic și pentru linii aeriene, pînă la frecvențe de 1—5 MHz; practic, ea reprezintă singura soluție utilizată de cercetători [16] pentru determinarea parametrilor liniilor multifilare în prezența solului, în complex sau sub formă operațională.

O excepție constituie lucrarea [6] în care se utilizează metode simplificate aproximative ce evită folosirea formulelor propuse de Carson.

Teoria lui Carson a fost extinsă și la cazul frecvențelor mai înalte, cînd neglijarea curentului de deplasare în sol nu mai e posibilă [17], [18], [19].

Grimberg și Bonstedt [19] determină prin aproximații succesive cîmpul electromagnetic armonic în timp al unui conductor *filiform paralel cu solul* și parcurs de curent, ținînd seamă și de curenții de deplasare din sol, admițînd la început că în conductorul cilindric cîmpul are expresia dată de Sommerfeld în ipoteza că solul ar lipsi și căutînd rezolvarea problemei pentru condițiile de frontieră impuse prin această alegere. Prima dintre soluțiile determinate în acest fel coincide în linii mari cu soluția lui Carson, reducîndu-se la aceasta dacă se neglijează curentul de deplasare în sol.

Autorii calculează apoi, într-o nouă aproximație, influența cîmpului electromagnetic al pămîntului asupra repartiției de curent din conductor, care era presupusă inițial axial-simetrică, obținînd termeni de corecție privitori la cîmpuri, în general neglijabili și de ordinul $\frac{a}{2h}$, unde a este raza conductorului și h înălțimea lui deasupra pămîntului. Ei nu studiază regimul tranzitoriu al liniei în cazul unor mărimi de linie cu valori inițiale nenule.

Kostenko și alții [20] au extins studiul lui Grimberg și Bonstedt la linia cu *două* și *trei* conductoare *în prezența pămîntului*.

Dintre studiile geofizicienilor privitoare la cîmpurile electromagnetice în sol produse de surse de curenți variabili prezintă interes lucrările lui Priece, Wait, Belluigi și Evans, în care se determină cîmpul electromagnetic cvasistaționar al unui fir parcurs de curent alternativ armonic în prezența unui *sol stratificat* [21].

Într-o lucrare a lui R. Răduleţ [22] privitoare la propagarea undelor mobile pe liniile electrice lungi se ocoleşte dificultatea dependenţei de frecvenţă a parametrilor lineici, folosind descompunerea spectrală a tensiunilor şi curenţilor în regim tranzitoriu, spre a studia aceste mărimi ca suprapuneri de componente armonice pentru care ecuaţiile (1) ar putea avea sens chiar dacă nu sînt fundamentate riguros. Într-o a doua lucrare [23] a aceluiaşi autor, privitoare la aceeaşi problemă, se utilizează, ca şi într-o lucrare a lui Plejel [24], noi ecuaţii operaţionale ca (2), însă cu parametri lineici presupuşi *dependenţi* de variabila complexă p din transformata Laplace şi obţinute *nu* prin transformarea Laplace a unor ecuaţii în valori instantanee ca (1), ci din ecuaţiile în complex (3), prin substituţia $j\,\omega \to p$ în expresiile în complex ale impedanţelor lineice longitudinale şi admitanţelor lineice transversale care intervin în (3). Noile ecuaţii operaţionale ca (2), dar cu parametri lineici dependenţi de p, folosite de aceşti doi autori, nu mai sînt însă transformatele Laplace ale unor ecuaţii în valori instantanee de forma ecuaţiilor (1) ale telegrafiştilor. Într-adevăr, ecuaţiile în valori instantanee care rezultă prin *inversiunea Laplace* din noile ecuaţii operaţionale ca (2) nu mai sînt ecuaţiile cu derivate parţiale (1), ci ecuaţii integro-diferenţiale, cu *nucleefuncţiuni de timp date*, caracteristice liniei şi, cum vom arăta, interpretabile drept parametri lineici *tranzitorii*. Aceasta deoarece originalele produselor de cîte două funcţii de p, care apar în noile ecuaţii ca (2), sînt integrale de convoluţie ale unor funcţii de timp. De aceea este necesară o fundamentare directă a unor ecuaţii în valori *instantanee* ale mărimilor de linie din care să se obţină prin transformare Laplace o formă operaţională (care ar putea să fie sau să nu fie identică cu cea folosită în lucrările [23], [24]).

Cunoaşterea ecuaţiilor satisfăcute de valorile instantanee ale mărimilor de linie şi deci valabile şi în regim tranzitoriu şi care se vor reduce la ecuaţiile telegrafiştilor numai în cazuri particulare este necesară nu numai pentru eventuala fundamentare corectă a noilor ecuaţii operaţionale de tipul (2), ci şi pentru dezvoltarea de metode directe de integrare, pentru studiul „în instantaneu" al fenomenelor şi în special pentru dezvoltarea de metode de calcul analogic (care necesită ecuaţii în valori nstantanee) şi de aproximare. Deducerea acestor ecuaţii mai generale *direct* din ecuaţiile lui Maxwell pentru cîmpul electromagnetic care se propagă în lungul liniei cu caracteristici lineare, cu pierderi şi în prezenţa pămîntului slab conductor, trebuie precedată de analiza condiţiilor în care se pot obţine din ecuaţiile de cîmp ecuaţii de propagare satisfăcute de mărimile de linie. Presupunînd realizate aceste condiţii, deducerea efectivă din ecuaţiile lui Maxwell a noilor ecuaţii „în instantaneu" care urmează să înlocuiască vechile ecuaţii (1) ale telegrafiştilor se poate face într-o primă etapă considerînd neglijabil curentul de deplasare în sol şi fără a lua în considerare efectele neliniare de tipul efectului Corona. Teoria astfel dezvoltată pentru deducerea noilor ecuaţii trebuie să permită însă atît stabilirea metodicii pentru calculul parametrilor lineici tranzitorii ce intervin în ele, cît şi stabilirea unor teoreme de unicitate şi

studiul influenței repartiției inițiale a curentului din conductoare asupra evoluției proceselor tranzitorii, influență care nu a fost considerată pînă acum în lucrările de specialitate.

Toate acestea constituie obiective ale lucrării de față.

2. APROXIMAȚIA CORESPUNZĂTOARE LINIILOR ELECTRICE LUNGI CU PIERDERI

Fie un sistem de n conductoare cilindrice drepte ($k = 1, 2, \ldots, n$), prin care asimilăm conductoarele liniei, cu secțiuni transversale $\mathcal{D}_k$ de formă oarecare și de arii S_k, dispuse paralel cu suprafața cilindrică (eventual plană) a unui semispațiu (s) slab conductor (eventual pămîntul), dielectricul (d) dintre conductoare și semispațiu fiind neîncărcat și foarte slab conductor (fig. 1). Alegînd axa Oz, de versor k, în sensul longitudinal ales ca sens de referință pentru curenții $i_k(t)$ din conductoare, care se întorc prin semispațiul (s), planul transversal devine plan Oxy. Lungimea

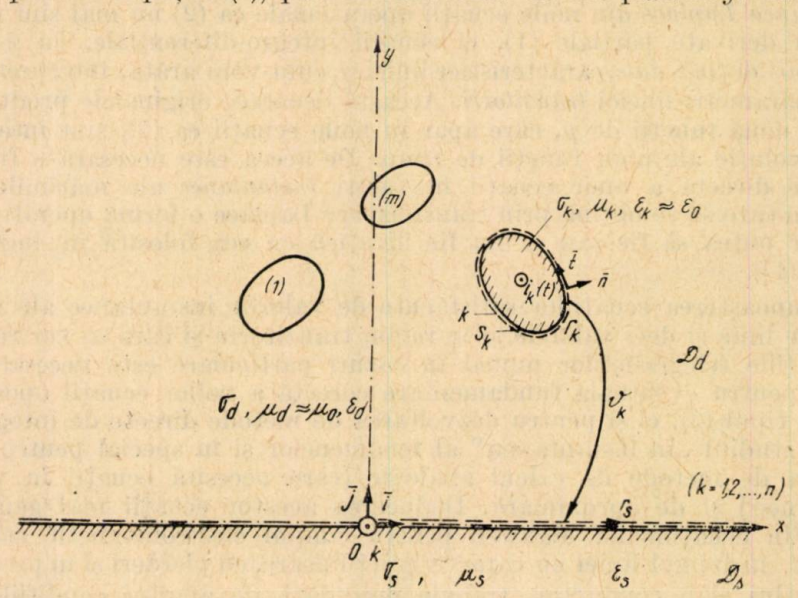


Fig. 1. — Sistem complex de conductoare paralele în prezența unui semispațiu slab conductor.

L a sistemului de conductoare e presupusă mult mai mare decît dimensiunile lineare ale secțiunilor lor, decît distanțele dintre ele și decît distanțele dintre ele și semispațiu, iar configurația geometrică e presupusă că nu variază în lungul axei Oz (linie omogenă), ca și mărimile de material σ (conductivitatea), μ (permeabilitatea magnetică) și ε (permitivitatea), diferitele materiale și medii fiind nu numai omogene pe porțiuni, ci și lineare (mărimile σ, μ, ε independente de mărimile electromagnetice).

Conductivitatea, permeabilitatea și permitivitatea au în cazul liniilor electrice lungi (aeriene, în cablu sau de conductoare ecranate) în conductoarele k, în semispațiul s și în dielectricul d următoarele valori orientative, în care $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H·m^{-1} și $\varepsilon_0 = 10^{-9}/36\pi$ F·m^{-1}:

$$\sigma_k = 1 \ldots 5 \cdot 10^7 \quad \Omega^{-1}\,\mathrm{m}^{-1} \; ; \; \mu_k = (1 \ldots 10^3)\,\mu_0 \; ; \; \varepsilon_k \approx \varepsilon_0 , \tag{4}$$

$$\sigma_s = 1 \ldots 30 \cdot 10^{-3} \; \Omega^{-1}\,\mathrm{m}^{-1} ; \; \mu_s \approx \mu_0 \; ; \; \varepsilon_s = (5 \ldots 30)\,\varepsilon_0 , \tag{5}$$

$$\sigma_d = 10^{-10} \ldots 10^{-15}\,\Omega^{-1}\mathrm{m}^{-1} ; \; \mu_d \approx \mu_0 \; ; \; \varepsilon_d = (1 \ldots 80)\,\varepsilon_0 . \tag{6}$$

În cazul cablurilor și al sistemelor de conductoare ecranate, unul dintre conductoare (de exemplu al n-lea) are forma unei coji cilindrice care le înconjură pe celelalte $n-1$, iar $\sum_{k=1}^{n} i_k(t) = 0$, respectiv $\sum_{k=1}^{n-1} i_k(t) = 0$ (dacă ecranul e izolat la capete).

Ecuațiile lui Maxwell au în cazul considerat următoarea formă:

$$\mathrm{rot}\, \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}, \tag{7}$$

$$\mathrm{rot}\, \boldsymbol{E} = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}, \tag{8}$$

$$\mathrm{div}\, (\varepsilon \boldsymbol{E}) = \rho_v , \tag{9}$$

$$\mathrm{div}\, (\mu \boldsymbol{H}) = 0 , \tag{10}$$

în care $\boldsymbol{E}$ și $\boldsymbol{H}$ sînt intensitățile cîmpului electric, respectiv magnetic, ρ_v este densitatea de volum a sarcinii, iar

$$\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E} \tag{11}$$

este densitatea curentului electric de conducție.

Conform teoremei relaxației care rezultă din aceste ecuații, densitatea de volum a sarcinii tinde exponențial către zero în orice porțiune omogenă a unui material de conductivitate mărginită:

$$\rho_v(x, y, z, t) = \rho_v(x, y, z, 0)\, \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}, \tag{12}$$

cu o constantă de tip sau *timp de relaxație*

$$\tau = \frac{\varepsilon}{\sigma}, \tag{13}$$

care, cu valorile (4), (5) și (6), are în cele trei clase de medii valorile orientative

$$\tau_k = (2 \ldots 10) \cdot 10^{-19}\,\mathrm{s} \; ; \; \tau_s = (4 \ldots 10) \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s} \; ; \; \tau_d = (10^{-1} \ldots 10^5)\,\mathrm{s}. \tag{14}$$

Din relația (1) mai rezultă că în regim armonic de frecvență $f = \frac{\omega}{2\pi}$ densitatea $\varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$ a curentului de deplasare e neglijabilă față de densitatea $\sigma \boldsymbol{E}$ a curentului de conducție pentru

$$f \ll f' = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon} = \frac{1}{2\pi\tau}, \tag{15}$$

ceea ce definește așa-numitul *regim cvasistaționar*, frecvența critică f', care intră în condiția (15), avînd în cele trei clase de medii valorile orientative :

$$f'_k \approx 3 \cdot 10^{17} \text{ Hz} ; f'_s \approx 2 \cdot 10^6 \text{ Hz} ; f'_d \approx (10 \ldots 10^{-6}) \text{ Hz}. \tag{16}$$

Studiul cîmpului electromagnetic din interiorul conductoarelor metalice se poate face deci în aproximația regimului cvasistaționar, cu densitate de sarcină nulă, pînă la cele mai înalte frecvențe întîlnite în tehnică, iar în sol pînă la frecvențe de ordinul megahertzilor.

Pentru dezvoltarea aproximației corespunzătoare liniilor electrice lungi și *cu* pierderi prezintă interes două rezultate ale teoriei ghidurilor de undă *fără* pierderi. Anume, în cazul sistemelor complexe *fără pierderi* ($\sigma_k = \sigma_s = \infty$; $\sigma_d = 0$), ecuațiile lui Maxwell (7) — (10) admit integrale exacte sub forma unor unde electromagnetice elementare neatenuate transversale, în care atît cîmpul electric, cît și cîmpul magnetic au componente longitudinale nule, secțiunile transversale ale conductoarelor fiind echipotențiale, iar pentru potențialele $v_k(z, t)$ și curenții $i_k(z,t)$ fiind valabile următoarele *ecuații ale telegrafiștilor pentru liniile multiple fără pierderi* :

$$-\frac{\partial v_k}{\partial z} = \sum_{m=1}^{n} l^0_{km} \frac{\partial i_m}{\partial t}, \tag{17}$$

$$(k = 1, 2, \ldots, n)$$

$$-\frac{\partial i_k}{\partial z} = \sum_{m=1}^{n} {}^{0}_{km} \frac{\partial v_k}{\partial t}, \tag{18}$$

în care l^0_{km} sînt inductivitățile lineice exterioare (pozitive), proprii ($m = k$) și mutuale ($m \neq k$) ale conductoarelor față de semispațiu (adică considerînd curenții respectivi întorși prin semispațiul de conductivitate infinită), iar c^0_{km} sînt coeficienții de capacitate lineici proprii ($m = k$, $c^0_{mm} > 0$) și mutuali ($m \neq k$, $c^0_{km} < 0$) ai conductoarelor față de semispațiu (ales de potențial nul). Mai rezultă că, pentru frecvențe superioare unei frecvențe critice f'', caracteristică sistemului și corespunzătoare unei lungimi de undă $\lambda = \frac{c}{f''}$ de ordinul dublului celei mai mari distanțe $D_{\max}$ dintre conductoare (sau față de sol), pot apărea *moduri de propagare superioare*, avînd și cîmp electric longitudinal sau și cîmp magnetic longitudinal :

$$f'' \approx \frac{c}{2 D_{\max}} \text{ Hz}, \tag{19}$$

unde c este viteza de propagare a undelor în dielectricul din jurul liniei.

Această frecvenţă critică este de ordinul a $5 \cdot 10^3$ MHz pentru cabluri şi nu coboară sub 5 MHz pentru liniile aeriene ($D_{max} \sim 30$ m).

Integrarea exactă a ecuaţiilor lui Maxwell nu e posibilă în cazul sistemelor complexe cu pierderi. Pentru conductoare ale sistemului cu o conductivitate destul de mare şi pentru un dielectric cu o conductivitate destul de mică, se poate obţine însă o aproximaţie a integralelor acestor ecuaţii, considerînd că structura cîmpului în dielectric este apropiată de aceea a undei transversal electromagnetice din cazul sistemelor fără pierderi, în sensul că în dielectric componentele longitudinale E_z şi H_z, apărute ca urmare a existenţei pierderilor, sînt suficient de slabe pentru a se putea neglija efectul lor asupra structurii cîmpului componentelor transversale ale intensităţilor $\boldsymbol{E}$ şi $\boldsymbol{H}$ (aproximaţia corespunzătoare liniilor electrice lungi şi cu pierderi). O aproximaţie de acest tip a fost considerată pentru prima dată de Carson [14] pentru a deduce constantele de propagare ale liniilor multifilare în regim armonic.

Pentru a preciza această aproximaţie e util să se introducă în ecuaţiile lui Maxwell componentele vectoriale transversale

$$\boldsymbol{E}_t = \boldsymbol{i}\, E_x + \boldsymbol{j}\, E_y; \quad \boldsymbol{J}_t = \boldsymbol{i}\, J_x + \boldsymbol{j}\, J_y; \quad \boldsymbol{H}_t = \boldsymbol{i}\, H_x + \boldsymbol{j}\, H_y \tag{20}$$

şi componentele vectoriale longitudinale

$$\boldsymbol{E}_l = \boldsymbol{k}\, E_z; \quad \boldsymbol{J}_l = \boldsymbol{k}\, J_z; \quad \boldsymbol{H}_l = \boldsymbol{k}\, H_z \tag{21}$$

ale mărimilor de cîmp şi să se prezinte aceste mărimi sub forma

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_t + \boldsymbol{k}\, E_z; \quad \boldsymbol{J} = \boldsymbol{J}_t + \boldsymbol{k}\, J_z; \quad \boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}_t + \boldsymbol{k}\, H_z. \tag{22}$$

Ecuaţiile lui Maxwell se separă astfel într-un grup care conţine în principal operatori spaţiali „transversali" aplicaţi componentelor vectoriale transversale $\boldsymbol{E}_t$ şi $\boldsymbol{H}_t$, numite *ecuaţiile „transversale"* :

$$\operatorname{rot}_{xy} \boldsymbol{H}_t = \boldsymbol{k}\left(J_z + \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}\right) = \boldsymbol{k}\left(\sigma E_z + \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}\right), \tag{23}$$

$$\operatorname{rot}_{xy} \boldsymbol{E}_t = -\boldsymbol{k}\mu \frac{\partial H_z}{\partial t}, \tag{24}$$

$$\operatorname{div}_{xy} (\mu \boldsymbol{H}_t) = -\frac{\partial (\mu H_z)}{\partial z}, \tag{25}$$

$$\operatorname{div}_{xy} (\varepsilon \boldsymbol{E}_t) = \rho_v - \frac{\partial (\varepsilon E_z)}{\partial z}, \tag{26}$$

şi într-un al doilea grup, care conţine în principal operatori spaţiali „longitudinali" şi de derivare în raport cu timpul aplicaţi componentelor vectoriale transversale $\boldsymbol{E}_t$ şi $\boldsymbol{H}_t$, numite *ecuaţii de propagare* :

$$\frac{\partial \boldsymbol{E}_t}{\partial z} - \operatorname{grad}_{xy} E_z = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\boldsymbol{H}_t \times \boldsymbol{k}), \tag{27}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{H}_t}{\partial z} - \operatorname{grad}_{xy} H_z = \boldsymbol{J}_t \times \boldsymbol{k} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} (\boldsymbol{E}_t \times \boldsymbol{k}) = \left(\sigma \boldsymbol{E}_t + \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}_t}{\partial t}\right) \times \boldsymbol{k}. \tag{28}$$

Cu ajutorul acestor componente se poate caracteriza cum urmează aproximația corespunzătoare liniilor lungi și cu pierderi : se neglijează densitatea de sarcină ρ_v și densitatea curentului de deplasare $\varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$ atît în conductoare (ceea ce este admisibil și pentru cele mai rapide procese tranzitorii din instalațiile tehnice), cît și în semispațiul infinit (ceea ce este admisibil pînă la frecvențe de ordinul megahertzilor) ; se neglijează în ecuațiile „transversale", *și numai în ele*, următorii termeni cu componente longitudinale :

$$\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \approx 0 ; \quad \frac{\partial (\mu H_z)}{\partial z} \approx 0 ; \quad \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} \approx 0 ; \quad \frac{\partial (\varepsilon E_z)}{\partial z} \approx 0, \tag{29}$$

și anume în toate mediile, iar *în dielectric* (dar nu și în conductoare) se neglijează și componenta longitudinală a curentului de conducție care ar interveni în calculul cîmpului magnetic transversal :

$$J_z|_{\text{dielectric}} = \sigma_d E_z|_{\text{dielectric}} \approx 0, \tag{30}$$

deoarece conductivitatea dielectricului este extrem de mică (în timp ce E_z are același ordin de mărime în conductoare și în dielectric) ; la calculul componentei transversale a cîmpului electric din *dielectric* se mai neglijează componenta transversală a cîmpului electric din conductoare și semispațiu :

$$\boldsymbol{E}_t|_{\text{cond}} = \frac{1}{\sigma_k} \boldsymbol{J}_t|_{\text{cond}} \approx 0, \tag{31}$$

deoarece în conductoare, unde σ_k este foarte mare, această mărime are valori mici față de cele din dielectric.

Ordinul de mărime al mărimilor neglijate față de cel al mărimilor alături de care ele intervin în ecuații se poate aprecia considerînd configurații geometrice simplificate, iar admisibilitatea acestor neglijări *poate fi verificată aposteriori*, după determinarea respectivă a cîmpului electromagnetic.

Aproximațiile simplifică cum urmează ecuațiile (23)—(26), astfel încît dintre componentele longitudinale ele mai conțin numai componenta longitudinală a intensității cîmpului electric în conductoare și în semispațiu :

$$\operatorname{rot}_{xy} \boldsymbol{H}_t = \begin{cases} = \boldsymbol{k} J_z = \boldsymbol{k} \sigma E_z, & \text{în } (k) \text{ și } (s) \\ = 0, & \text{în } (d) \end{cases} \tag{32}$$

$$\operatorname{rot}_{xy} \boldsymbol{E}_t = 0, \tag{33}$$

$$\operatorname{div}_{xy} (\mu \boldsymbol{H}_t) = 0 \tag{34}$$

și

$$\operatorname{div}_{xy} (\varepsilon \boldsymbol{E}_t) = 0. \tag{35}$$

3. DESCRIEREA FENOMENELOR CU AJUTORUL POTENȚIALELOR ELECTRODINAMICE ALE APROXIMAȚIEI

Ecuațiile *„transversale"* (33) și (34) sînt identic satisfăcute prin introducerea *potențialului electric scalar* al cîmpului electric *transversal* și *potențialului magnetic vector* al cîmpului magnetic *transversal* :

$$v = v(x, y, z, t); \qquad \boldsymbol{a} = \boldsymbol{k}\, a(x, y, z, t), \tag{36}$$

prin următoarele relații echivalente cu acele ecuații :

$$\boldsymbol{E}_t = -\operatorname{grad}_{xy} v \tag{37}$$

și

$$\boldsymbol{H}_t = \frac{1}{\mu} \operatorname{rot}_{xy} \boldsymbol{a} = \frac{1}{\mu} \operatorname{grad}_{xy} (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{k}). \tag{38}$$

Din (36) rezultă

$$\operatorname{div}_{xy} \boldsymbol{a} = 0. \tag{39}$$

Mărimile $\boldsymbol{a}$ și v sînt definite de aceste relații numai pînă la anumite funcțiuni aditive arbitrare de z și t. Convenind ca aceste potențiale să se anuleze suficient de repede în punctele de la infinit ale oricărui plan transversal, ceea ce este compatibil cu caracterul complet al sistemului de conductoare studiat ($\sum q = 0$ și $\sum i = 0$) :

$$\lim_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty} |v \sqrt{x^2 + y^2}| = \text{finit} \tag{40}$$

și

$$\lim_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty} |a \sqrt{x^2 + y^2}| = \text{finit}, \tag{41}$$

potențialele cîmpului electromagnetic transversal rezultă univoc determinate.

Cu (37) și (38) se obține din *ecuația de propagare* (27) relația

$$\operatorname{grad}\left[\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial z} + E_z\right] = 0,$$

de unde rezultă cu (40) și (41)

$$E_z = \frac{1}{\sigma} J_z = -\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial a}{\partial t}, \tag{42}$$

iar din *ecuația de propagare* (28) relația

$$-\operatorname{grad}_{xy} H_z = \boldsymbol{k} \times \left[\frac{1}{\mu} \operatorname{grad}_{xy}\left(\frac{\partial a}{\partial z}\right) + \sigma \operatorname{grad}_{xy} v + \varepsilon \operatorname{grad}_{xy} \frac{\partial v}{\partial t}\right].$$

Integrînd membrii acestei relații de-a lungul unei curbe $\mathcal{C}$ care e conținută într-un plan $z = \text{const}$ și are elementul de arc $\delta \boldsymbol{s} = \delta s \cdot \boldsymbol{k} \times \boldsymbol{n}$

un n e versorul normalei acestei curbe (astfel că vectorii k, n și δs formează un triedru drept), și anume între un punct de la infinit și un punct curent (x,y) din cîmp, se obține

$$H_z = -\int_{\mathcal{C}_\infty}^{(x,y)} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\partial a}{\partial z}\right) + \sigma \frac{\partial v}{\partial n} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) \right] \delta s . \tag{43}$$

Relațiile (37), (42), (38) și (43) arată că potențialele electrodinamice v și a ale componentelor transversale ale cîmpurilor permit calculul nu numai al acestor componente, ci și al componentelor longitudinale ale intensităților cîmpurilor electric și magnetic. De aceea, calculînd mărimile E_z și H_z cu (42) și (43) după determinarea potențialelor, se poate verifica aposteriori validitatea aproximației (29) utilizate.

Din (31), (37) și (40) rezultă că potențialul electric scalar e constant pe fiecare din secțiunile transversale ale conductoarelor, pe care ia valori $v_k(z,t)$, și nul în semispațiu :

$$v(x,y,z,t)|_{S_k} = v_k(z,t) ; \quad v_s = 0. \tag{44}$$

Din (37) și (35) mai rezultă că acest potențial are în planul Oxy o structură de tip electrostatic, fiind deci univoc determinat de condițiile de frontieră prin relația (vezi anexa 1)

$$v(x,y,z,t) = \sum_{m=1}^{n} p_m(x,y)\, v_m(z,t), \tag{45}$$

în care $p_m(x,y)$ sînt cunoscutele potențiale parțiale adimensionale, care se stabilesc cînd $v_m = 1$ și $v_{k\neq m} = 0$. Cu ajutorul expresiei (44) a potențialului scalar în conductoare se pot calcula sarcina lineică $q_k(z,t)$ și curentul lineic de pierderi $i_{gk}(z,t)$ ale conductorului (k) prin relații de forma

$$q_k(z,t) = -\oint_{\Gamma_k} \varepsilon_d \frac{\partial v}{\partial n}\, \delta s = \sum_{m=1}^{n} c_{km}\, v_m(z,t), \tag{46}$$

$$i_{gk}(z,t) = -\oint_{\Gamma_k} \sigma_d \frac{\partial v}{\partial n}\, \delta s = \sum_{m=1}^{n} g_{km}\, v_m(z,t), \tag{47}$$

în care Γ_k e un contur de element de arc $\delta s = k \times n\, \delta s$ care îmbrățișează strîns, *prin exterior*, și în sens drept, conductorul (k), c_{km} fiind *coeficienții de capacitate lineici* ($c_{mm} > 0$, $c_{km} < 0$ la $k \neq m$), iar g_{km} *coeficienții de conductanță de izolație lineici* ($g_{mm} > 0$, $g_{km} < 0$ la $k \neq m$).

4. ECUAȚIILE DE PROPAGARE A POTENȚIALELOR ELECTRODINAMICE

Integrînd ecuația (42) pe secțiunea $\mathcal{D}_k$ a conductorului (k) și ecuația (28) pe conturul Γ_k corespunzător, se obțin *noile forme ale ecuațiilor de propagare* a potențialelor electrodinamice ale problemei :

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial \tilde{v}_k}{\partial z} &= r_k^0\, i_k + \frac{\partial \tilde{a}_k}{\partial t}, \\ -\frac{\partial i_k}{\partial z} &= i_{gk} + \frac{\partial q_k}{\partial t}, \end{aligned}\right\} \tag{48}$$

în care $r_k^0 = \dfrac{1}{\sigma_k S_k}$ sînt rezistenţele lineice de curent continuu ale conductoarelor, iar

$$\tilde{v}_k(z,t) = \frac{1}{S_k}\int_{\mathcal{D}_k} v(x,y,z,t)\,dx\,dy \equiv v_k(z,t),$$
$$\tilde{a}_k(z,t) = \frac{1}{S_k}\int_{\mathcal{D}_k} a(x,y,z,t)\,dx\,dy \tag{49}$$

sînt valorile *medii* ale potenţialelor scalar şi vector *pe secţiunile conductoarelor* $k = 1,2,\ldots, n$.

Ecuaţiile (48) ar avea forma (1) numai dacă curentul de pierderi lineic i_{gk} şi sarcina lineică q_k ar fi funcţii lineare de potenţialele electrice scalare medii $\tilde{v}_k$ ale conductoarelor, iar mărimile medii $\tilde{a}_k$ ar depinde algebric şi linear de curenţii i_k. Ultima condiţie nu e satisfăcută dacă se ia în considerare efectul pelicular tranzitoriu din conductoare şi semispaţiu. Deoarece, conform cu (46) şi (47), prima condiţie e satisfăcută, a doua dintre ecuaţiile telegrafiştilor ia forma

$$-\frac{\partial i_k}{\partial z} = \sum_{m=1}^{n}\left(g_{km}\,v_m + c_{km}\frac{\partial v_m}{\partial t}\right). \tag{48'}$$

5. DETERMINAREA POTENŢIALULUI MAGNETIC VECTOR ŞI A PARAMETRILOR LINEICI TRANZITORII

Cu (38), (42) şi (44), ecuaţia (32) ia în conductoarele (k), în dielectricul (d) şi în semispaţiul (s) următoarele forme :

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta_{xy}\,a - \sigma_k\,\mu_k\frac{\partial a}{\partial t} = -\,\sigma_k\,\mu_k\left(r_k^0\,i_k + \frac{\partial \tilde{a}_k}{\partial t}\right) && \text{în } (k)\\
&\Delta_{xy}\,a = 0 && \text{în } (d)\\
&\Delta_{xy}\,a - \sigma_s\,\mu_s\frac{\partial a}{\partial t} = 0 && \text{în } (s)
\end{aligned}\right\} \tag{50}$$

Pentru integrarea acestor ecuaţii pentru $t \geqslant 0$ şi $z = \text{const}$, cu condiţia la infinit (41), cu condiţiile de trecere corespunzătoare suprafeţelor de discontinuitate şi în condiţiile iniţiale

$$J_z(x,y,z,0) = -\frac{1}{\mu}\Delta_{xy}\,a(x,y,z,0) = \Psi(x,y,z) \quad \text{în } (k) \text{ şi } (s), \tag{51}$$

prezintă importanţă faptul că din aceste ecuaţii se poate construi pentru

orice $t \geqslant 0$ relația (vezi anexa 2)

$$\sum_{k=1}^{m} i_k \widetilde{a}_k - \frac{\partial}{\partial t}\left[\sum_{k=1}^{n} \int_{\mathcal{D}_k} \frac{\sigma_k (a - \widetilde{a}_k)^2}{2} \, dx \, dy + \int_{\mathcal{D}_s} \frac{\sigma_s a^2}{2} \, dx \, dy\right] =$$

$$= \int_{\mathcal{D}_\infty} \frac{\operatorname{grad}^2_{xy} a}{\mu} \, dx \, dy \geqslant 0, \tag{52}$$

cu ajutorul căreia se demonstrează următoarea *teoremă de unicitate*: În aproximația liniilor electrice lungi, cîmpul magnetic transversal și potențialul vector corespunzător sînt univoc determinate în fiecare plan transversal $z = \text{const}$ de funcțiile de timp $i_k(z,t)$ și de repartiția inițială (31) a densității de curent (condițiile inițiale de cîmp). Integrarea ecuațiilor lineare (50) se poate căuta *prin superpoziție*, sub forma

$$a(x, y, z, t) = \sum_{m=1}^{n} a^m(x, y, z, t) + a^0(x, y, z, t), \tag{53}$$

în care a^0 e potențialul parțial determinat numai de condițiile inițiale (51) cu $i_k(z,t) = 0$, iar a^m sînt potențialele parțiale determinate numai de cîte un curent $i_m(z,t)$ cu întoarcere prin sol și cu $J_z(x,y,z,0) = 0$, adică avînd repartiția inițială *superficială* a lui $i^m(z,0)$ dacă acesta există.

Cînd sistemul de conductoare se găsește în condiții inițiale de cîmp corespunzătoare cazului $J_z(x,y,z,0) = 0$ în întregul spațiu, ecuațiile omogene (50) au numai soluția identic nulă, adică

$$a^0(x, y, z, t) = 0.$$

Expresia generală (53) a teoremei superpoziției devine

$$a(x, y, z, t) = \sum_{m=1}^{n} a^m(x, y, z, t), \tag{53'}$$

iar ecuațiile (51) pentru fiecare „componentă" a^m trebuie rezolvate cu $i_k(z,t) = \delta_{km}\, i_m(z,t)$ [1]) și cu condițiile inițiale

$$a^m(x, y, z, 0) = 0; \quad i_m(z, 0) = 0 \; [\text{eventual } i_m(z, 0 + \varepsilon) \neq 0]. \tag{51'}$$

Dacă transformatele Laplace ale potențialului vector și curenților sînt

$$A^m(x, y, z; p) = \int_0^t a^m(x, y, z, t)\, e^{-pt}\, dt; \; I_m(z; p) = \int_0^t i_m(z, t)\, e^{-pt}\, dt, \tag{54}$$

forma operațională a ecuațiilor (50) este, cu (51') și $i_k = \delta_{km}\, i_m$,

$$\left.\begin{aligned} &\Delta_{xy} A^m - \sigma_k \mu_k p A^m = -\sigma_k \mu_k (\delta_{km} r_m^0 I_m + p \widetilde{A}_k^m) && \text{în } (k), \\ &\Delta_{xy} A^m = 0 && \text{în } (d) \\ &\Delta_{xy} A^m - \sigma_s \mu_s p A^m = 0 && \text{în } (s), \end{aligned}\right\} \tag{55}$$

[1]) Aici $\delta_{km} = 0$ $(k \neq m)$ și $\delta_{mm} = 1$.

cu condiţiile de continuitate pentru A^m şi $\frac{1}{\mu}\frac{\partial A^m}{\partial n}$ pe orice curbă de discontinuitate din planul (x,y) şi cu condiţia de anulare la infinit care rezultă din

$$\lim_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty} (\sqrt{x^2+y^2}\, A^m(x,y,z;\ p)) = \text{finit.} \tag{56}$$

Soluţia acestei probleme este unică şi, din cauza liniarităţii ecuaţiilor, de forma

$$A^m(x,y,z;\ p) = L^m(x,y;\ p)\ p\ I_m(z;\ p), \tag{57}$$

de unde

$$1(t)\, l^m(x,y,t) = \mathcal{L}^{-1}\{L^m(x,y;\ p)\} = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} L^m(x,y;\ p)\ e^{pt}\ dp \tag{58}$$

rezultă a fi potenţialul vector al sistemului de conductoare în condiţii cu mărimi iniţiale de cîmp nule, cînd numai prin conductorul (m) trece un curent treaptă unitate cu întoarcere prin semispaţiul infinit :

$$i_m(t) = 1(t)\begin{cases} 0 \text{ dacă } t \leqslant 0 \\ 1 \text{ dacă } t > 0 \end{cases};\quad I_m(z;\ p) = 1/p. \tag{59}$$

Acest potenţial vector satisface ecuaţiile instantanee

$$\left.\begin{aligned} &\Delta_{xy}\, l^m - \mu_k\,\sigma_k\frac{\partial l^m}{\partial t} = \mu_k\,\sigma_k\left(\delta_{km}\, r_m^0\, 1(t) + \frac{\partial \tilde{l}_k^m}{\partial t}\right) && \text{în } (k),\\ &\Delta_{xy}\, l^m = 0 && \text{în } (d),\\ &\Delta_{xy}\, l^m - \mu_s\,\sigma_s\frac{\partial l^m}{\partial t} = 0 && \text{în } (s), \end{aligned}\right\} \tag{60}$$

în condiţii cu mărimi iniţiale nule şi cu condiţii de continuitate pentru l^m şi $\frac{1}{\mu}\frac{\partial l^m}{\partial n}$ şi de anulare la infinit. Aceste ecuaţii trebuie rezolvate pentru fiecare configuraţie de conductoare în parte.

În general,

$$\lim_{t\to 0} l^m(x,y,t) = l^m(x,y,0+\varepsilon) \neq 0 \tag{61}$$

şi de aceea soluţia acestor ecuaţii a fost scrisă sub forma $1(t)\, l^m(x,y,t)$ (vezi (58)).

Cu (57), aplicînd teorema produsului imaginilor (Borel), se obţine din (53′)

$$a(x,y,z,t) = \sum_{m=1}^{n}\int_0^t l^m(x,y,t-\tau)\,\frac{\partial i_m(z,\tau)}{\partial\tau}\,d\tau. \tag{62}$$

Notînd cu

$$l_{km}(t) = \frac{1}{S_k}\int_{\mathcal{D}_k} 1(t)\, l^m(x,y,t)\,dx\,dy = 1(t)\tilde{l}_k^m(t), \tag{63}$$

valorile medii ale potențialului vector $l^m(x,y,t)$ pe secțiunile conductoarelor $k = 1, 2, \ldots, n$, valori pe care le vom numi *inductivități lineice transitorii*, proprii ($k = m$) și mutuale ($k \neq m$), aceste funcții de timp au imaginile Laplace

$$L_{km}(p) = \int_0^\infty l_{km}(t)\, e^{-pt}\, dt = \frac{1}{S_k} \int_{\mathcal{D}_k} L^m(x, y; p)\, dx\, dy = \frac{\widetilde{A}_k^m(p)}{p\, I_m(p)} \tag{64}$$

și un salt în punctul $t = 0$:

$$l_{km}(t) = 0 \text{ pentru } t \leqslant 0,\ l_{km}(0 + \varepsilon) = l_{km}^0. \tag{64'}$$

Valorile lor inițiale „la dreapta" sînt chiar inductivitățile lineice aeriene din (17), deoarece, sub acțiunea saltului de curent (59), repartiția inițială a curenților e strict superficială și valoarea medie a potențialului vector coincide cu aceea de la cazul cu conductivitate infinită a tuturor conductoarelor [1]). Cu inductivitățile lineice tranzitorii, valoarea medie a potențialului vector (62), care intervine în ecuația de propagare (48), ia forma

$$\widetilde{a}_k(z, t) = \sum_{m=1}^{n} \int_0^t l_{km}(t - \tau) \frac{\partial i_m(z, \tau)}{\partial \tau}\, d\tau \tag{65}$$

sau (prin separarea punctului de discontinuitate din origine, prin integrare prin părți sau prin schimbare de variabilă) una dintre formele (în care $\varepsilon \to 0$ prin valori pozitive)

$$\widetilde{a}_k(z, t) = \sum_{m=1}^{n} \left[i_m(z, 0 + \varepsilon)\, l_{km}(t) + \int_{0+\varepsilon}^{t-\varepsilon} l_{km}(t - \tau) \frac{\partial i_m(z, \tau)}{\partial \tau}\, d\tau \right], \tag{66}$$

$$\widetilde{a}_k(z, t) = \sum_{m=1}^{n} \left[i_m(z, 0 + \varepsilon)\, l_{km}(t) + \int_{0+\varepsilon}^{t-\varepsilon} l_{km}(\tau) \left(\frac{\partial i_m(z, t)}{\partial \tau} \right)_{t-\tau} d\tau \right], \tag{67}$$

$$\widetilde{a}_k(z, t) = \sum_{m=1}^{n} \left[l_{km}^0\, i_m(z, t) + \int_{0+\varepsilon}^{t-\varepsilon} \left(\frac{dl_{km}(t)}{dt} \right)_{t-\tau} i_m(z, \tau)\, d\tau \right]. \tag{68}$$

Corespunzător acestor forme, potențialul vector instantaneu (62) se poate scrie

$$a(x, y, z, t) = \sum_{m=1}^{n} \left[i_m(z, 0+\varepsilon)\, l^m(x, y, t) + \int_{0+\varepsilon}^{t-\varepsilon} l^m(x, y, t-\tau) \frac{\partial i_m(z, \tau)}{\partial \tau}\, d\tau \right], \tag{69}$$

$$a(x, y, z, t) = \sum_{m=1}^{n} \left[\rho^m(x, y, 0+\varepsilon)\, i_m(z, t) + \int_{0+\varepsilon}^{t-\varepsilon} \left(\frac{\partial l^m(x, y, t)}{\partial t} \right)_{t-\tau} i_m(z, \tau)\, d\tau \right]. \tag{70}$$

---

[1]) Cum se verifică direct din (55), (64), cu teorema valorilor-limită

$$\lim_{t \to 0} l_{km}(t) = \lim_{p \to \infty} p\, L_{km}(p) = \lim_{p \to \infty} \left(\frac{1}{I_m(p)}\, \widetilde{A}_k^m(p) \right) = \lim_{\sigma \to \infty} \left(\frac{1}{I_m(p)}\, \widetilde{A}_k^m(p) \right)$$

deoarece ecuațiile (55) au aceleași soluții la limitele $p \to \infty$ sau $\sigma \to \infty$

Cînd sistemul de conductoare se găseşte în condiţii iniţiale de cîmp oarecare, se dau densităţile iniţiale de curent (51) din conductoare şi din sol. Sub formă operaţională, ecuaţiile generale (50) se scriu

$$\left.\begin{aligned} &\Delta_{xy} A - \sigma_k \mu_k p\left(A - \frac{a(x,y,z,0)}{p}\right) = -\sigma_k \mu_k [r_k^0 I_k + p\widetilde{A}_k - \widetilde{a}_k(z,0)] && \text{în } (k),\\ &\Delta_{xy} A = 0 && \text{în } (d),\\ &\Delta_{xy} A - \sigma_s \mu_s p\left(A - \frac{a(x,y,z,0)}{p}\right) = 0 && \text{în } (s). \end{aligned}\right\} \tag{71}$$

Soluţia se poate obţine prin superpoziţie sub forma unei sume dintre o soluţie particulară A^* determinată numai de curenţii $I_k(p)$ şi o alta A^0 dependentă de condiţiile iniţiale $a(x,y,z,0)$:

$$\left.\begin{aligned} A(x,y,z;p) &= A^*(x,y,z;p) + A^0(x,y,z;p)\\ a(x,y,z,t) &= a^*(x,y,z,t) + a^0(x,y,z,t) \end{aligned}\right\} \tag{72}$$

cu

$$\left.\begin{aligned} &\Delta_{xy} A^* - \sigma_k \mu_k p A^* = -\sigma_k \mu_k (r_k^0 I_k + p\widetilde{A}_k) && \text{în } (k),\\ &\Delta_{xy} A^* = 0 && \text{în } (d),\\ &\Delta_{xy} A^* - \sigma_s \mu_s p A^* = 0 && \text{în } (s). \end{aligned}\right\} \tag{73}$$

Comparînd aceste ecuaţii cu (71), se observă că A^* este efectiv o soluţie a acestor ecuaţii în condiţiile iniţiale în care $a(x,y,z,0) = a_k(z,0) = \text{const.}$ în fiecare secţiune transversală de conductor (k) şi $a(x,y,z,0) = 0$ în sol. În acest caz, $J_z(x,y,z,0) = -\frac{1}{\mu}\Delta_{xy} a(x,y,z,0) = 0$. Acest potenţial vector iniţial ar corespunde deci unei densităţi nule de curent în interiorul conductoarelor, adică unei repartiţii *superficiale de curenţi* (ca la cazul $\sigma = \infty$ al liniei fără pierderi) în conductoare şi în sol. Soluţia particulară

$$a^*(x,y,z,t) = \mathcal{L}^{(-1)}[A^*(x,y,z;p)] \tag{74}$$

este deci potenţialul vector determinat de curenţii $i_k(t)$ în cazul cînd repartiţia iniţială a curenţilor $i_k(0)$ este strict superficială.

Ecuaţiile (73) coincid însă cu ecuaţiile (55) însumate pentru $m = 1,2,\ldots,n$ şi stabilite în cazul $i_k(z,0) = 0$ şi eventual cu $i_k(z,0+\varepsilon) \neq 0$. Soluţia este deci aceeaşi, cu observaţia că acum $i_k(z,0+\varepsilon) \neq 0$ reprezintă valorile iniţiale $i_k(z,0)$ ale curenţilor. Cu (70) se poate deci scrie

$$a^v(x,y,z,t) = \sum_{m=1}^{n}\left[l^m(x,y,0+\varepsilon)\, i_m(z,t) + \int_{0+\varepsilon}^{t-\varepsilon}\left(\frac{\partial l^m(x,y,t)}{\partial t}\right)_{t-\tau} i_m(\tau)\,\mathrm{d}\tau\right]. \tag{75}$$

Scăzînd ecuațiile (73) din (71), se obțin pentru soluția $A^0(x,y,z;p)$, asociată condițiilor inițiale de cîmp (51), ecuațiile

$$\left.\begin{aligned} &\Delta_{xy} A^0 - \sigma_k \mu_k p\left(A^0 - \frac{a(x,y,z,0)}{p}\right) = -\sigma_k \mu_k p\left(\widetilde{A}_k^0 - \frac{\widetilde{a}_k(z,0)}{p}\right) && \text{în } (k)\\ &\Delta_{xy} A^0 = 0 && \text{în } (d),\\ &\Delta_{xy} A^0 - \sigma_s \mu_s p\left(A^0 - \frac{a(x,y,z,o)}{p}\right) = 0 && \text{în } (s). \end{aligned}\right\} \tag{76}$$

Trebuie observat că, deoarece $a^*(x,y,z,t)$ corespunde unei repartiții *inițiale* superficiale a curenților inițiali $i_k(z,0)$ iar $a^0(x,y,z,t)$ repartiției inițiale reale (51) a acestor curenți, rezultă că $a^0(x,y,z,t) = a(x,y,z,t) - a^*(x,y,z,t)$ corespunde unei repartiții inițiale identice cu cea reală în *interiorul* conductoarelor, completată cu o repartiție superficială a unor curenți $-i_k(z,0)$ astfel încît curentul total pe secțiune să fie nul chiar și la $t = 0$.

Ecuațiile (76) se rezolvă separînd din soluție termenul corespunzător repartiției inițiale $a(x,y,z,0)$ a potențialului vector, adică scriind pentru întregul spațiu

$$\left.\begin{aligned} a^0(x,y,z,t) &= b^0(x,y,z,t) + a^0(x,y,z,0)\\ A^0(x,y,z;p) &= B^0(x,y,z;p) + \frac{a^0(x,y,z,0)}{p} \end{aligned}\right\} \tag{77}$$

cu

$$\widetilde{B}_k^0(z,p) = \frac{1}{S_k}\int_{\mathcal{D}_k} B^0(x,y,z;p)\,dx\,dy = \widetilde{A}_k^0(z;p) - \frac{\widetilde{a}_k^0(z,0)}{p}. \tag{77'}$$

Pentru componenta $B^0(x,y,z;p)$ se obțin, cu (51), ecuațiile operaționale

$$\left.\begin{aligned} &\Delta_{xy} B^0 - \sigma_k \mu_k p B^0 = \frac{\mu_k}{p}\Psi - \sigma_k \mu_k p \widetilde{B}_k^0 && \text{în } (k),\\ &\Delta_{xy} B^0 = 0 && \text{în } (d),\\ &\Delta_{xy} B^0 - \sigma_s \mu_s p B^0 = \frac{\mu_s}{p}\Psi && \text{în } (s), \end{aligned}\right\} \tag{76'}$$

care trebuie rezolvate cu condițiile obișnuite de anulare la infinit și de continuitate pentru B^0 și $\frac{1}{\mu}\frac{\partial B^0}{\partial n}$. Deoarece ecuațiile sînt lineare, soluția corespunzătoare va avea forma

$$B^0(x,y,z;p) = \int M(x,y,z;\xi,\eta;p)\,\frac{\Psi(\xi,\eta,z)}{p}\,d\xi\,d\eta. \tag{78}$$

Dacă se determină $B^0(x, y, z, p)$, atunci potenţialul vector asociat condiţiilor iniţiale va rezulta cu (77)

$$a^0(x, y, z, t) = a^0(x, y, z, 0) + \mathcal{L}^{(-1)}\{B^0(x, y, z; p)\} \tag{78'}$$

cu valoarea medie pe secţiunea conductorului (k)

$$\widetilde{a}_k^0(z, t) = \widetilde{a}_k^0(z, 0) + \mathcal{L}^{(-1)}\{\widetilde{B}_k^0(z, p)\}. \tag{79}$$

Cu (72) şi (75) se obţine *expresia generală a potenţialului magnetic vector în condiţii iniţiale de cîmp oarecare*

$$\begin{aligned} a(x, y, z, t) &= a^0(x, y, z, t) + \\ &+ \sum_{m=1}^{n}\left[l^m(x, y, 0+\varepsilon)\, i_m(z, t) + \int_{0+\varepsilon}^{t-\varepsilon}\left(\frac{\partial l^m(x,y,t)}{\partial t}\right)_{t-\tau} i_m(z, \tau)\, \mathrm{d}\tau\right] \end{aligned} \tag{79'}$$

şi, cu (68), a valorii lui medii pe secţiunea conductorului (k)

$$\widetilde{a}_k(z, t) = \widetilde{a}_k^0(z, t) + \sum_{m=1}^{n}\left[l_{km}^0\, i_m(z, t) + \int_{0+\varepsilon}^{t-\varepsilon}\left|\frac{\mathrm{d}l_{km}(t)}{\mathrm{d}t}\right|_{t-\tau} i_m(z, \tau)\, \mathrm{d}\tau\right]. \tag{80}$$

6. INDUCTIVITĂŢILE LINEICE TRANZITORII ALE LINIEI AERIENE CU CONDUCTOARE FILIFORME ÎN PREZENŢA SOLULUI

Dacă cele n conductoare sînt cilindrice şi de rază $R_k \ll h_k$, $R_k \ll |a_k - a_m|$ (vezi fig. 2), rezolvarea ecuaţiilor (50) se poate face, aşa cum a arătat Carson [13] în regim permanent sinusoidal, neglijînd efectele de proximitate dintre conductoare şi efectul solului asupra repartiţiei de curent din interiorul firelor. Cu această aproximaţie, potenţialul vector $a^m(x,y,t)$ se determină ignorînd prezenţa firelor $k \neq m$, iar în interiorul conductorului (m) ignorînd prezenţa solului, adică luînd în considerare soluţia corespunzătoare firului (m) izolat în spaţiu.

Pentru a determina cîmpul în interiorul conductorului (m) se observă că prima ecuaţie (55) se scrie numai pentru conductorul (m) şi devine

$$\Delta_{xy} A^m - \sigma_m \mu_m p A^m = -\sigma_m \mu_m (r_m^0 I_m + p \widetilde{A}_m^m). \tag{81}$$

Separînd soluţia particulară (constantă)

$$A_{\text{part}}^m = \frac{1}{p} r_m^0 I_m + \widetilde{A}_m^m, \tag{82}$$

rezultă ecuaţia omogenă

$$\Delta_{xy}(A_m - A_{\text{part}}^m) - \sigma_m \mu_m p (A^m - A_{\text{part}}^m) = 0,$$

care, studiată în coordonate cilindrice, are soluţia

$$A^m - A_{\text{part}}^m = K \mathcal{J}_0(r\sqrt{-p \sigma_m \mu_m}), \tag{83}$$

în care $\mathcal{J}_0(x)$ este funcția Bessel de speța întîi și de ordinul zero. Constanta K se determină calculînd valoarea medie $\widetilde{A}_m^m$. Se obține, cu (82), expresia

$$A^m(x,y,z;p)=\widetilde{A}_m^m(z;p)+\frac{r_m^0\, I_m(z;p)}{p}+ \\ +\frac{\mu_m\, I_m(z;p)}{2\pi}\,\frac{\mathcal{J}_0(r\sqrt{-p\,\sigma_m\,\mu_m})}{R_m\sqrt{-p\,\sigma_m\,\mu_m}\,\mathcal{J}_1(R_m\sqrt{-p\,\sigma_m\,\mu_m})} \tag{84}$$

(în care $\mathcal{J}_1(x)$ este funcție Bessel de ordinul întîi).

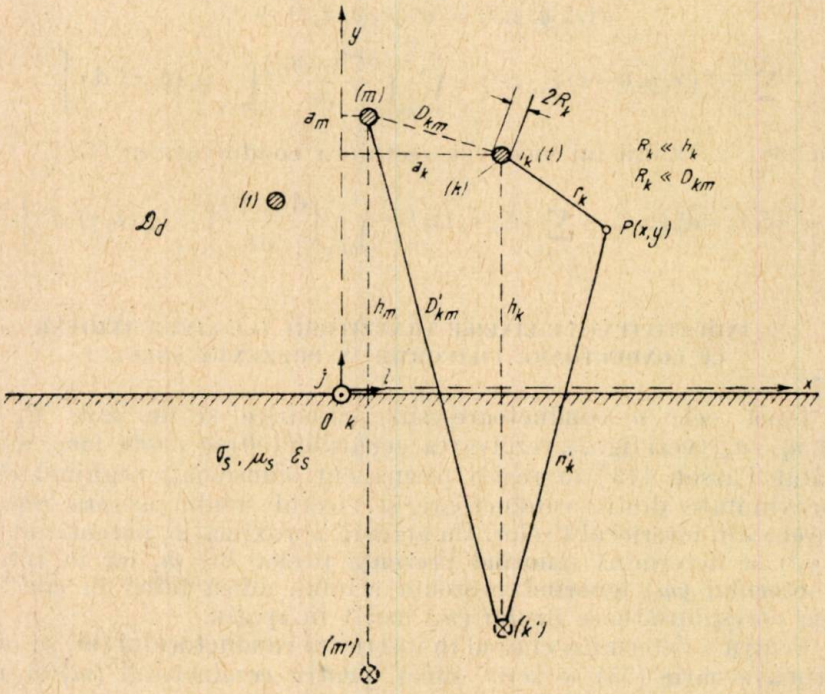


Fig. 2. — Linie aeriană cu n conductoare subțiri în prezența solului.

Valoarea medie, încă nedeterminată din (84), se va găsi punînd condiția de continuitate a soluției pentru $r = R_m$.

Cîmpul în dielectric derivă din $\Delta A^m = 0$, cu $y \geqslant 0$. Dacă solul ar avea conductivitate infinită, potențialul-vector s-ar calcula cu ajutorul metodei imaginilor și ar avea expresia

$$\frac{\mu_0}{2\pi}\, I_m(z;p)\ln\frac{\sqrt{(x-a_m)^2+(y+h_m)^2}}{\sqrt{(x-a_m)^2+(y-h_m)^2}}=\frac{\mu_0}{2\pi}\, I_m(z;p)\ln\frac{r'_m}{r_m}, \tag{85}$$

în care (a_m, h_m) sînt coordonatele firului (m), iar $(a_m, -h_m)$ ale imaginii lui. Datorită conductivității finite a solului, această expresie trebuie

completată cu un termen, de asemenea laplacean, care se scrie cu ajutorul metodei separării variabilelor (în x, y) sub forma unei suprapuneri de soluţii elementare ale ecuaţiei lui Laplace, care să satisfacă, la fel ca şi (85), condiţia de la infinit (57) şi condiţia de simetrie faţă de dreapta $x = a_m$.

Se obţine astfel expresia generală

$$A^m(x,y,z\,;p)=I_m(z\,;p)\left[\int_0^\infty C_1(\lambda\,;p)\,e^{-\lambda y}\cos\lambda\,(x-a_m)\,d\lambda+\frac{\mu^0}{2\pi}\ln\frac{r'_m}{r_m}\right], \qquad (86)$$

în care funcţia $C_1(\lambda\,;p)$ trebuie determinată din condiţiile de continuitate la suprafaţa solului.

Cîmpul în sol rezultă pentru $y \leqslant 0$. În sol trebuie satisfăcută ecuaţia de tip Helmholtz $\Delta A^m - \sigma_s\,\mu_s\,p\,A^m = 0$ (a treia ecuaţie (55)), care, cu metoda separării variabilelor, conduce la soluţia generală compatibilă cu (56) şi cu condiţiile de simetrie

$$A^m(x,y,z\,;p) = I_m(z\,;p)\int_0^\infty C_2(\lambda\,;p)\,e^{k_\lambda y}\cos\lambda\,(x-a_m)\,d\lambda \qquad (87)$$

cu

$$k_\lambda = \sqrt{\lambda^2+p\,\sigma_s\,\mu_s} \qquad (\mathcal{R}e\,(k_\lambda) > 0), \qquad (88)$$

în care funcţia $C_2(\lambda\,;p)$ trebuie determinată din condiţiile de continuitate la suprafaţa solului. Dezvoltînd expresia (85) pentru $y = 0$ în integrală Fourier şi punînd (cu $\mu_s = \mu_0$)

$$A^m(x,0+\varepsilon,z\,;p)=A^m(x,0-\varepsilon,z\,;p)\,;\ \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial A^m}{\partial y}\right)_{y=0+\varepsilon}=\frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial A^m}{\partial y}\right)_{y=0-\varepsilon},$$

se obţine cu (88)

$$C_1(\lambda,p) = C_2(\lambda,p) = \frac{\mu_0}{\pi}\,\frac{e^{-\lambda h_m}}{\lambda+\sqrt{\lambda^2+p\,\sigma_s\,\mu_s}}. \qquad (89)$$

Rezultă pentru potenţialul-vector (86) *din dielectric* expresia:

$$A^m(x,y,z\,;p) = I_m(z\,;p)\left[\frac{\mu_0}{\pi}\int_0^\infty\frac{e^{-\lambda(h_m+y)}\cos\lambda(x-a_m)}{\lambda+\sqrt{\lambda^2+p\,\sigma_s\,\mu_s}}\,d\lambda+\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{r'_m}{r_m}\right]. \qquad (90)$$

Pentru determinarea inductivităţilor lineice tranzitorii se pune condiţia de continuitate a soluţiilor (90) şi (84) la suprafaţa conductorului (m) $(r = R_m)$. Rezultă, pentru valoarea medie a potenţialului-vector $\widetilde{A}^m_m$ pe secţiunea lui, expresia (operaţională)

$$\widetilde{A}^m_m(z\,;p)=I_m(z\,;p)\left[\frac{\mu_0}{\pi}\int_0^\infty\frac{e^{-2\lambda h_m}}{\lambda+\sqrt{\lambda^2+p\mu_s\sigma_s}}\,d\lambda+\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{2h_m}{R_m}-\right.$$
$$\left.-\frac{r^0_m}{p}-\frac{\mu_m}{2\pi}\,\frac{\mathcal{J}_0(R_m\sqrt{-p\,\sigma_m\,\mu_m})}{R_m\sqrt{-p\,\sigma_m\,\mu_m}\;\mathcal{J}_1(R_m\sqrt{-p\,\sigma_m\,\mu_m})}\right]. \qquad (91)$$

Valoarea medie a potenţialului vector A^m pe secţiunea unui alt conductor (k) de coordonate (a_k, h_k) poate fi egalată cu valoarea pe care o ia expresia (90) în centrul secţiunii din cauza grosimii mici a firului.

Se obține (vezi fig. 3)

$$\widetilde{A}_k^m(z;p)=I(z;p)\left[\frac{\mu_0}{\pi}\int_0^\infty \frac{e^{-\lambda(h_m+h_k)}\cos\lambda(a_m-a_k)}{\lambda+\sqrt{\lambda^2+p\,\sigma_s\,\mu_s}}\,d\lambda+\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{D'_{km}}{D_{km}}\right], \tag{92}$$

Comparînd cu relațiile (64), rezultă pentru imaginile Laplace ale inductivităților lineice transitorii expresiile

$$L_{mm}(p)=\frac{\mu_0}{2\pi p}\left[\int_0^\infty \frac{2\,e^{2\lambda h_m}}{\lambda+\sqrt{\lambda^2+p\,\sigma_s\,\mu_s}}\,d\lambda+\ln\frac{2\,h_m}{R_m}\right]-$$

$$-\frac{r_m^0}{p^2}-\frac{\mu_m}{2\pi p}\,\frac{\mathcal{J}_0(R_m\sqrt{-p\,\sigma_m\,\mu_m})}{R_m\sqrt{-p\,\sigma_m\,\mu_m}\,\mathcal{J}_1(R_m\sqrt{-p\,\sigma_m\,\mu_m})}; \tag{93}$$

$$L_{km}(p)=\frac{\mu_0}{2\pi p}\left[\int_0^\infty \frac{2\,e^{-\lambda(h_m+h_k)}\cos\lambda(a_m-a_k)}{\lambda+\sqrt{\lambda^2+p\,\sigma_s\,\mu_s}}\,d\lambda+\ln\frac{D'_{km}}{D_{km}}\right].$$

Inductivitățile lineice tranzitorii se obțin calculînd originalele acestor imagini. Utilizînd relațiile și notațiile de mai jos

$$\left.\begin{aligned}
&\mathcal{L}^{(-1)}\left(\frac{1}{\lambda+\sqrt{\lambda^2+p\,\mu_s\,\sigma_s}}\right)=\frac{1}{\sqrt{\pi t\,\mu_s\,\sigma_s}}\,e^{-\frac{\lambda^2}{\mu_s\sigma_s}t}-\frac{\lambda}{\mu_s\sigma_s}\,\operatorname{erfc}\lambda\sqrt{\frac{t}{\mu_s\sigma_s}}\\
&\text{cu }\operatorname{erfc}x=1-\operatorname{erf}x=1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-u^2}\,du\\
&\mathcal{L}^{(-1)}\left(\frac{1}{p\,(\lambda+\sqrt{\lambda^2+p\,\mu_s\,\sigma_s})}\right)=\int_0^t\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{\lambda+\sqrt{\lambda^2+p\,\mu_s\,\sigma_s}}\right)dt=\\
&=-\frac{\lambda}{\sigma_s\mu_s}t+\left(\frac{\lambda}{\sigma_s\mu_s}t+\frac{1}{2\lambda}\right)\operatorname{erf}\lambda\sqrt{\frac{t}{\mu_s\sigma_s}}+\sqrt{\frac{t}{\pi\,\sigma_s\mu_s}}\,e^{-\frac{\lambda^2 t}{\sigma_s\,\mu_s}}.\\
&\tau_m=R_m^2\,\sigma_m\,\mu_m=\frac{\mu_m}{\pi\,r_m^0}\qquad\text{(constanta de timp a conductorului circular } m).\\
&\mathcal{J}_1(x_s)=0\qquad\text{cu } x_s \text{ zeroul de ordinul } s \text{ (nenul) al funcției Bessel de specia întîi și ordinul întîi } x_1\equiv 3{,}832;\ x_2=7{,}016 \text{ etc.}).\\
&\mathcal{L}^{(-1)}\left(-\frac{1}{\sqrt{-p\,\tau_m}}\,\frac{\mathcal{J}_0(\sqrt{-p\,\tau_m})}{\mathcal{J}_1(\sqrt{-p\,\tau_m})}\right)=\frac{2}{\tau_m}\left(1+\sum_{s=1}^\infty e^{-\frac{x_s^2}{\tau_m}t}\right),\\
&\mathcal{L}^{(-1)}\left(-\frac{1}{p}\,\frac{1}{\sqrt{-p\,\tau_m}}\,\frac{\mathcal{J}_0(\sqrt{-p\,\tau_m})}{\mathcal{J}_1(\sqrt{-p\,\tau_m})}\right)=2\left[\frac{t}{\tau_m}+\sum_{s=1}^\infty\frac{1}{x_s^2}\left(1-e^{-\frac{x_s^2}{\tau_m}t}\right)\right],\\
&\tau_{km}^s=\frac{(h_m+h_k)^2}{4}\,\sigma_s\,\mu_s\qquad\text{(constanta de timp a acțiunii solului asupra conductoarelor } m \text{ și } k).\\
&\varkappa_{mk}=\left|\frac{a_m-a_k}{h_m+h_k}\right|\qquad\text{(factor de formă al așezării relative și față de sol a conductoarelor } m \text{ și } k).\\
&\nu=\lambda\sqrt{\frac{\mu_s\sigma_s}{t}}\qquad\text{(variabilă auxiliară).}
\end{aligned}\right\} \tag{94}$$

se obţin expresiile *inductivităţilor lineice tranzitorii proprii*

$$l_{mm}(t)=1(t)\left[\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{2h_m}{R_m}+\frac{\mu_m}{2\pi}\sum_{s=1}^{\infty}\frac{2}{x_s^2}\left(1-e^{-\frac{x_s^2}{\tau_m}t}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{\mu_0}{\pi}\int_0^{\infty}e^{-2\nu\sqrt{\frac{\tau_{mm}^s}{t}}}\left(-\nu+\left(\nu+\frac{1}{2\nu}\right)\operatorname{erf}(\nu)+\frac{\nu}{\sqrt{\pi}}e^{-\nu^2}\right)d\nu\right] \tag{95}$$

cu

$$l_{mm}(0+\varepsilon)=l_{mm}^0=\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{2h_m}{R_m} \tag{96}$$

şi ale *inductivităţilor lineice tranzitorii mutuale*

$$l_{km}(t)=1(t)\left[\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{D'_{km}}{D_{km}}+\right.$$
$$\left.+\frac{\mu_0}{\pi}\int_0^{\infty}e^{-2\nu\sqrt{\frac{\tau_{km}^s}{t}}}\cos\left(2\varkappa_{mk}\sqrt{\frac{\tau_{km}^s}{t}}\cdot\nu\right)\left(-\nu+\left(\nu+\frac{1}{2\nu}\right)\operatorname{erf}(\nu)+\frac{\nu}{\sqrt{\pi}}e^{-\nu^2}\right)d\nu\right] \tag{97}$$

cu

$$l_{km}(0+\varepsilon)=l_{km}^0=\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{D'_{km}}{D_{km}}. \tag{98}$$

În afară de inductivităţile exterioare (aeriene) l_{mm}^0 şi l_{km}^0, aceste expresii conţin deci şi termeni tranzitorii exponenţiali cu constante de timp de ordinul $\frac{\tau_m}{x_s^2}$ (cea mai mare, în conductoare de cupru, este de ordinul milisecundei) datoraţi efectului pelicular în conductor şi cu constante de timp τ_{km}^s (de ordinul microsecundei) datoraţi influenţei solului.

Pentru $t\to\infty$, influenţa solului dispare din expresii, iar

$$\frac{\mu_m}{2\pi}\sum_{s=1}^{\infty}\frac{2}{x_s^2}=\frac{\mu_m}{2\pi}\lim_{p\to 0}p\left[-\frac{1}{p\sqrt{-p\tau_m}}\frac{\mathcal{J}_0(\sqrt{-p\tau_m})}{\mathcal{J}_1(\sqrt{-p\tau_m})}-\frac{2}{p^2\tau_m}\right]=\frac{\mu_m}{8\pi}, \tag{99}$$

astfel că

$$l_{mm}(\infty)=\frac{\mu_0}{2\pi}\left(\ln\frac{2h_m}{R_m}+\frac{\mu_m}{4\mu_0}\right) \tag{99'}$$

include atît inductivitatea exterioară, cît şi cea interioară de curent continuu.

7. ECUȚIILE GENERALE DE PROPAGARE SATISFĂCUTE DE MĂRIMILE DE LINIE

Egalitățile (80) exprimă relațiile integrale și neomogene dintre potențialele-vectoare medii $\widetilde{a}_k$ și curenții i_m ai conductoarelor, termenul liber $\widetilde{a}_k^0$ fiind determinat de condițiile inițiale de cîmp din conductoare. Înlocuind expresiile (80) în ecuațiile (48), se obțin următoarele ecuații integro-diferențiale, în valori instantanee, satisfăcute de mărimile de linie $v_k(z,t)$ și $i_k(z,t)$ și care *generalizează ecuațiile telegrafiștilor pentru liniile cu pierderi*:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial v_k}{\partial z} &= r_k^0 i_k + \sum_{m=1}^{n} l_{km}^0 \frac{\partial i_m}{\partial t} + \sum_{m=1}^{n} \frac{\partial}{\partial t} \int_{0+\varepsilon}^{t-\varepsilon} \left(\frac{\mathrm{d}l_{km}}{\mathrm{d}t}\right)_{t-\tau} i_m(z,t)\,\mathrm{d}\tau + \frac{\partial \widetilde{a}_k^0}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i_k}{\partial z} &= \sum_{m=1}^{n} g_{km} v_m + \sum_{m=1}^{n} c_{km} \frac{\partial v_m}{\partial t}. \end{aligned}\right\} \quad (100)$$

În aceste ecuații:

r_k^0 sînt rezistențele în curent continuu lineice ale conductoarelor $k = 1, 2, \ldots, n$;

l_{km}^0 sînt inductivitățile lineice proprii ($k = m$) și mutuale ($k \neq m$) aeriene (exterioare) ale conductoarelor (k) și (m) considerate cu întoarcere prin semispațiul slab conductor (la repartiție superficială a curentului);

g_{km} sînt coeficienții lineici de conductanță de izolație, proprii ($k = m$) și mutuali ($k \neq m$), în prezența semispațiului slab conductor, calculați cu repartiția electrostatică a potențialului electric în dielectric;

c_{km} sînt coeficienții de capacitate lineici ai conductoarelor, proprii ($k = m$) și mutuali ($k \neq m$), în prezența semispațiului slab conductor, calculați cu repartiția electrostatică a potențialului electric în dielectric;

$l_{km}(t)$ sînt inductivitățile lineice tranzitorii calculate cu relațiile (63) după rezolvarea ecuațiilor (60), adică valorile medii pe secțiunea conductorului k ale potențialului-vector produs în condiții inițiale nule de un curent treaptă-unitate în conductorul (m);

$\widetilde{a}_k^0(z,t)$ este valoarea medie, pe secțiunea conductorului $k = 1, 2, \ldots, n$, a potențialului vector determinat de *repartiția inițială* a densității de curent în semispațiu și în conductoare (cu curenți totali nuli pentru $t \geqslant 0$), calculabil cu (78′) și (79) după rezolvarea ecuațiilor (76′).

Prima ecuație (100) este ecuația căderilor de tensiune, iar a doua ecuație (100) este ecuația pierderilor de curent.

Eliminînd între ele funcțiile $v_k(z,t)$ se obțin ecuațiile de ordinul II ale curenților $i_k(z,t)$ din conductoare:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 i_k}{\partial z^2} &= \sum_{m=1}^{n} g_{km} r_m^0 i_m + \sum_{m=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} (c_{km}\delta_{ms} r_s^0 + g_{km} l_{ms}^0) \frac{\partial i_s}{\partial t} + \sum_{m=1}^{n}\sum_{s=1}^{l} c_{km} l_{ms}^0 \frac{\partial^2 i_s}{\partial t^2} + \\ &+ \sum_{m=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} \left[g_{km} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \left(\frac{\mathrm{d}l_{ms}}{\mathrm{d}t}\right)_{t-\tau} i_s(\tau)\,\mathrm{d}\tau + c_{km} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t \left(\frac{\mathrm{d}l_{ms}}{\mathrm{d}t}\right)_{t-\tau} i_s(\tau)\,\mathrm{d}\tau \right] + \\ &+ \sum_{m=1}^{n} \left[g_{km} \frac{\partial \widetilde{a}_m^0}{\partial t} + c_{km} \frac{\partial^2 \widetilde{a}_m^0}{\partial t^2} \right]. \end{aligned} \quad (101)$$

Dacă se aplică transformarea Laplace ecuaţiilor (101), utilizînd teorema produsului imaginilor pentru transformarea expresiei integrale, se obţine *forma operaţională a ecuaţiilor de propagare*:

$$\begin{aligned} -\frac{\mathrm{d}V_k(z,p)}{\mathrm{d}z} &= \sum_{m=1}^{n} Z_{km}(p) I_m(z,p) - \sum_{m=1}^{n} l^0_{km}\, i_m(z,0) + p\widetilde{B}^0_k(p), \\ -\frac{\mathrm{d}I_k(z,p)}{\mathrm{d}z} &= \sum_{m=1}^{n} Y_{km}(p) V_m(z;p) - \sum_{m=1}^{n} c_{km}\, v_m(z,0), \end{aligned} \tag{102}$$

în care $i_m(z,0)$ şi $v_m(z,0)$ sînt valorile iniţiale ale curenţilor şi potenţialelor conductoarelor $m = 1, 2, \ldots, n$;

$$\widetilde{B}^0_k(p) = \widetilde{A}^0_k(p) - \frac{1}{p}\,\tilde{a}^0_k(p) = \mathcal{L}\,[\widetilde{a}^0_k(t) - \widetilde{a}^0_k(0)]$$

e imaginea diferenţei dintre potenţialul vector mediu $\widetilde{a}^0_k(t)$, produs de repartiţia iniţială a curenţilor (condiţiile iniţiale de cîmp) şi valoarea lui iniţială $\widetilde{a}^0(0)$, iar

$$\begin{aligned} Z_{km}(p) &= \delta_{km}\, r^0_m + p^2 L_{km}(p), \\ Y_{km}(p) &= g_{km} + p c_{km}, \end{aligned} \tag{103}$$

cu $L_{km}(p)$ imaginile (64) ale inductivităţilor lineice tranzitorii şi cu $\delta_{km} = 1\ (k = m)$ sau $= 0\ (k \neq m)$.

În cazul unor valori nule ale mărimilor care exprimă influenţa condiţiilor iniţiale pentru curenţi ($i_m(z,0) = v_m(z,0) = 0$) şi pentru cîmp ($\widetilde{B}^0_k(p) = 0$), ecuaţiile operaţionale iau forma omogenă

$$\begin{aligned} -\frac{\mathrm{d}V_k(z,p)}{\mathrm{d}z} &= \sum_{m=1}^{n} Z_{km}(p)\, I_m(z,p), \\ -\frac{\mathrm{d}I_k(z,p)}{\mathrm{d}z} &= \sum_{m=1}^{n} Y_{km}(p) V_m(z,p), \end{aligned} \tag{102'}$$

care coincide cu forma operaţională a ecuaţiilor telegrafiştilor, dar în care inductivităţile lineice depind de p.

8. STUDIUL INFLUENŢEI UNEI REPARTIŢII INIŢIALE A DENSITĂŢII DE CURENT

Fie un singur conductor filiform ($n = 1$) de rază R, de conductivitate σ şi de permeabilitate μ, străbătut iniţial de curentul $i(0)$ *cu repartiţie uniformă pe secţiune*, dispus la înălţimea h deasupra unui semispaţiu

conductor cu $\sigma \to \infty$. Studiem variația în timp a potențialului-vector $a^0(x,y,t)$, care satisface ecuațiile operaționale (76), respectiv (76′), în care $B^0(x,y,p) = \mathcal{L}[a^0(x,y,t) - a^0(x,y,0)]$. Curentul total fiind permanent nul, din motive de simetrie cilindrică cîmpul exterior propriu va fi nul și potențialul-vector al cîmpului propriu al firului va fi constant. Deoarece semispațiul este presupus de conductivitate infinită, repartiția de curent în el nu poate fi decît superficială și deci și repartiția inițială de volum este $\Psi_s(x,y) = 0$. Se constată în acest caz că ecuațiile (76) admit în exteriorul conductorului filiform soluția identic nulă pentru potențialul vector a^0_{ex} (singura care corespunde și condiției de la infinit),

$$a^0_{ex}(x,y,t) = 0 \qquad t \geqslant 0. \tag{104}$$

Ecuațiile (76′) trebuie rezolvate numai în interiorul firului, în coordonate cilindrice, cu originea în axul lui, cu

$$\Psi(x,y) = J_{0z}(x,y,0) = \frac{i(0)}{\pi R^2} = \sigma r^0 i(0). \tag{105}$$

Rezultă ecuația

$$\Delta B^0(r,p) - p\sigma\mu\,(B^0 - \widetilde{B}^0) = \frac{\mu\sigma}{p} r^0 i(0), \tag{106}$$

a cărei soluție generală este

$$B^0(r,p) = \widetilde{B}^0(p) - \frac{r^0 i(0)}{p^2} + K \cdot \mathcal{J}_0(r\sqrt{-p\mu\sigma}).$$

Constanta de integrare K se determină luînd valoarea medie a acestei expresii pe secțiunea conductorului. Se obține

$$K = \frac{r^0 i(0)}{p^2} \frac{R\sqrt{-p\mu\sigma}}{\mathcal{J}_1(R\sqrt{-p\mu\sigma})},$$

adică

$$B^0(r,p) = \widetilde{B}^0(p) + \frac{r^0 i(0)}{p^2}\left[\frac{R\sqrt{-p\mu\sigma}}{2} \frac{\mathcal{J}_0(r\sqrt{-p\mu\sigma})}{\mathcal{J}_1(R\sqrt{-p\mu\sigma})} - 1\right]. \tag{107}$$

unde $\mathcal{J}_0$ și $\mathcal{J}_1$ sînt funcții Bessel de speța întîi.

La marginea conductorului ($r = R$) avem $a^0(x,y,t) = a^0_{ex}(x,y,t) = 0$ (vezi 101) și $B^0(R,p) = 0$.

Rezultă atunci din (104)

$$\widetilde{B}^0(p) = \frac{r^0 i(0)}{p^2}\left[1 - \frac{R\sqrt{-p\mu\sigma}}{2} \frac{\mathcal{J}_0(R\sqrt{-p\mu\sigma})}{\mathcal{J}_1(R\sqrt{-p\mu\sigma})}\right]. \tag{108}$$

Calculînd originalul cu (94) şi $\tau = R^2 \mu \sigma = \frac{\mu}{\pi r^0}$, obţinem

$$\tilde{b}^0(t) = \mathcal{L}^{-1}[\tilde{B}^0(p)] = r^0 i(0)\, t - \frac{r^0 i(0)}{2}\tau . 2\left[\frac{t}{\tau} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{x_s^2}\left(1 - e^{-\frac{x_s^2}{\tau} t}\right)\right]$$

$$\tilde{b}^0(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\tilde{A}^0(p) - \frac{\tilde{a}^0(0)}{p}\right] = \tilde{a}^0(t) - \tilde{a}^0(0) ,$$

de unde

$$\tilde{a}^0(t) = \tilde{a}^0(0) - \frac{\mu i(0)}{\pi} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{x_s^2}\left(1 - e^{-\frac{x_s^2}{\tau} t}\right). \tag{109}$$

În ecuaţiile de propagare intervine deci căderea de tensiune lineică suplementară

$$\frac{\partial \tilde{a}^0(t)}{\partial t} = -\frac{\mu}{\pi \tau} i(0) \sum_{s=1}^{\infty} e^{-\frac{x_s}{\tau} t}, \tag{110}$$

în care x_s sînt zerourile (nenule) ale funcţiei Bessel $\mathcal{J}_1(x)$. Comparînd cu (95) şi (80), rezultă că efectul acestor condiţii iniţiale este de acelaşi ordin cu unii din termenii calculaţi cu inductivităţile lineice tranzitorii.

9. CONCLUZII

Metoda de studiu a cîmpului electromagnetic al sistemelor de conductoare paralele, cu pierderi, în prezenţa unui semispaţiu slab conductor, utilizată în această lucrare, a permis să se obţină ecuaţii de propagare în valori instantanee mai generale decît ecuaţiile telegrafiştilor, utilizate pînă în prezent.

Aceste ecuaţii coincid exact cu ecuaţiile telegrafiştilor în valori instantanee numai pentru sistemul ideal, cu conductivitate infinită în conductoare şi în semispaţiu, cînd

$$l_{km}(t) = l_{km}^0 = \text{const.}\,; \quad a_k^0 = \text{const.}$$

Efectul pelicular tranzitoriu are o importanţă deosebită în procesele de propagare, fiind caracterizat de *inductivităţile lineice tranzitorii* care apar în termenul integral din (100).

Numai în cazul cînd densitatea de curent din toate conductoarele este nulă în momentul iniţial, ecuaţiile (100) sau (101) sînt *omogene* şi în ele nu intervine repartiţia iniţială a curenţilor, adică condiţiile iniţiale de cîmp.

În cazul cînd curenţii din toate conductoarele sînt diferiţi de zero în momentul iniţial şi repartiţia lor iniţială nu este strict superficială, ecuaţiile sînt *neomogene* prin termenii $\frac{\partial \tilde{a}_k^0}{\partial t}$ care depind de repartiţia iniţială a curenţilor pe secţiunile conductoarelor (condiţiile iniţiale de cîmp) şi care au acelaşi ordin de mărime cu ceilalţi (vezi exemplul din § 8).

Ecuațiile pot fi rezolvate cu ajutorul calculatoarelor analogice cu metoda diferențelor finite aplicată variabilei t.

Caracterul integro-diferențial al ecuațiilor permite soluționarea lor prin aproximații succesive: se rezolvă ecuațiile mai întîi în ipoteza $l_{km}(t) = \text{const}$ și se introduc soluțiile $i_m^0(t)$ astfel obținute în termenii integrali pentru a obține ecuații neomogene care să furnizeze o mai bună aproximație.

În cazul unor mărimi inițiale nule, forma operațională a ecuațiilor coincide cu aceea a ecuațiilor telegrafiștilor, cu deosebirea că mărimile $pL_{km}(p)$ sînt de astă dată funcții de p. În cazul liniei cu conductoare subțiri în prezența solului, se obține astfel cu (93) și (103) soluția lui Carson [13].

Într-o etapă ulterioară, pe lîngă efectul pelicular tranzitoriu din conductoare, care a condus la introducerea inductivităților tranzitorii va trebui să se ia în considerare și efectul tranzitoriu de relaxație din dielectric care va conduce la introducerea unor capacități tranzitorii.

ANEXA 1

ECUAȚIILE POTENȚIALULUI ELECTRIC SCALAR ȘI UNICITATEA SOLUȚIILOR LOR

În aproximația considerată, din (31), (37) și (40) rezultă că în interiorul conductoarelor potențialului electric scalar nu depinde de x și y, adică

$$v(x, y, z, t) = v_k = v_k(z, t) \text{ în conductorul } k = 1, 2, \ldots, n \tag{111}$$

și cu (40)

$$v(x, y, z, t) = 0 \text{ în sol.} \tag{111'}$$

Secțiunea transversală a conductoarelor este deci echipotențială și în întreg semispațiul conductor potențialul electric este nul.

În dielectric, cu (37), (26) și (29) se obține ecuația

$$\text{div}_{xy}(\varepsilon_d \text{ grad}_{xy} v) = -\rho_v, \tag{112}$$

cu următoarele condiții de trecere pentru eventualele suprafețe de discontinuitate din dielectric (indicii 1 și 2 desemnează cele două fețe iar normala este n_{12} și este conținută în planul $z = \text{const}$):

$$v_1 = v_2 \tag{113}$$

(care rezultă din (37) și din caracterul finit al cîmpului electric)

$$\left(\varepsilon_d \frac{\partial v_1}{\partial n_{12}}\right)_1 - \left(\varepsilon_d \frac{\partial v_2}{\partial n_{12}}\right)_2 = -\rho_s \tag{114}$$

(care rezultă din legea fluxului electric și în care ρ_s este densitatea de suprafață a sarcinii).

Deoarece timpul de relaxație din dielectric e foarte mare, repartiția de sarcină în dielectric poate fi considerată invariabilă (vezi (14)) și dată. Determinarea potențialului în dielectric revine, așadar, la integrarea ecuației (112) cu condițiile de trecere (114) și cu condițiile de frontieră (40), (111) și (111'), adică la o problemă de tip electrostatic. Se neglijează așadar *efectul de relaxație*.

Integrînd expresia $\varepsilon_d \boldsymbol{E}_t^2 = \varepsilon_d (\mathrm{grad}_{xy} v)^2$ pe întregul domeniu $\mathcal{D}_d$ exterior conductoarelor într-un plan $z = \text{const}$, se obține, cu (37), (111), (112), (113), (114) și (40), egalitatea

$$0 \leqslant \int_{\mathcal{D}_d} \varepsilon_d \boldsymbol{E}_t^2 \, dx \, dy = \int_{D_d} \rho_v \, v \, dx \, dy + \int_{C_d} \rho_s \, v \, \delta s + \sum_{k=1}^{n} v_k \, q_k , \tag{115}$$

în care C_d sînt curbe de intersecție ale suprafețelor de discontinuitate din dielectric cu planul $z = \text{const}$.

Din această relație rezultă că, dacă $\rho_v = 0$ și $\rho_s = 0$, $v_k = 0$ $(k = 1, 2, \ldots, n)$, cîmpul și (cu (37) și (111 a)) potențialul sînt identic nule. De aici urmează că două soluții $v^{(1)}(x, y, z, t)$ și $v^{(2)}(x, y, z, t)$ care corespund la aceleași valori pentru ρ_v, ρ_s și v_k sînt identice (deoarece diferența lor satisface condițiile soluției identic nule). Este, așadar, valabilă următoarea *teoremă de unicitate*:

În dielectricul foarte slab conductor, în fiecare moment $t = t_0$ și în fiecare plan transversal $z = z_0$, potențialul electric transversal $v(x, y, z_0, t_0)$ este univoc determinat de repartiția sarcinii în dielectric și de potențialele celor n conductoare prin aceleași relații ca în problema de electrostatică corespunzătoare.

În afara unor situații speciale, *nu există repartiție de sarcină în dielectric* și, conform teoremei de superpoziție, potențialul rezultă a fi în fiecare punct (x, y) o funcție liniară și omogenă de potențialele $v_n(z, t)$ ale conductoarelor

$$v(x, y, z, t) = \sum_{m=1}^{n} p_m(x, y) \; v_m(z, t), \tag{116}$$

ai căror coeficienți $p_m(x, y)$ sînt potențialele adimensionale parțiale determinabile univoc prin condițiile

$$\left.\begin{aligned}
&\mathrm{div}\,(\varepsilon_d \,\mathrm{grad}\, p_m) = 0 && \text{în dielectric,}\\
&p_{m\,1} = p_{m\,2}\,;\left(\varepsilon_d \frac{\partial p_m}{\partial n_{12}}\right)_1 = \left(\varepsilon_d \frac{\partial p_m}{\partial n_{12}}\right)_2 && \text{în dielectric,}\\
&p_m(x, y) = \delta_{mk}\begin{cases} = 1 & (m = k) \\ = 0 & (m \neq k) \end{cases} && \text{în conductoarele } (k),\\
&p_m(x, y) = 0 && \text{în semispațiu,}\\
&\lim_{\sqrt{x^2+y^2}\to 0} \sqrt{x^2 + y^2}\, p_m(x, y) < \infty .
\end{aligned}\right\} \tag{117}$$

Cu (46), (47) și (116) rezultă pentru sarcinile lineice și pentru curenții de pierderi lineici expresiile liniare și omogene în potențiale (Maxwell):

$$q_k(z, t) = \sum_{m=1}^{n} c_{km} \, v_m(z, t), \tag{118}$$

$$i_{gk}(z, t) = \sum_{m=1}^{n} g_{km} \, v_m(z, t), \tag{119}$$

în care *coeficienții de capacitate lineici* sînt

$$c_{km} = -\oint_{\Gamma_k} \varepsilon_d \frac{\partial p_m}{\partial n} \, \delta s \begin{cases} > 0 & (m = k) \\ \leqslant 0 & (m \neq k) \end{cases} \tag{120}$$

și *coeficienții de conductanță lineici* sînt

$$g_{km} = -\oint_{\Gamma_k} \sigma_d \frac{\partial p_m}{\partial n} \, \delta s \begin{cases} > 0 & (m = k) \\ \leqslant 0 & (m \neq k) \end{cases} \tag{121}$$

ANEXA 2

ECUAȚIILE POTENȚIALULUI MAGNETIC VECTOR ȘI UNICITATEA SOLUȚIILOR LOR

Din ecuația (32), cu (38), (39), (42), (44) rezultă pentru potențialul-vector ecuațiile

$$\Delta_{xy}\, a = -\mu_k J_z = \mu_k \sigma_k \left(\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \text{ în } (k),$$

$$\Delta_{xy}\, a = 0 \qquad \text{în } (d), \tag{122}$$

$$\Delta_{xy}\, a = -\mu_s J_z = \mu_s \sigma_s \frac{\partial a}{\partial t} \qquad \text{în } (s).$$

În aceste ecuații, mărimile

$$e_k(z, t) = -\frac{\partial v}{\partial z} = r_k^0 \cdot i_k(z, t) + \frac{\partial}{\partial t}\left(\widetilde{a_k}(z, t) \right) \tag{123}$$

sînt, conform cu (111) și (111'), independente de x și y. Integrarea ecuațiilor se poate face la $z = z_0$ dat, considerat ca parametru; de aceea vom omite să mai scriem explicit variabila z în cele ce urmează.

Dacă densitatea de curent $J_z(x, y, t)$ ar fi cunoscută, ecuațiile (122) ar fi ecuații de tip Poisson integrabile în întreg planul $z = z_0$, cu condiția la infinit (41), și cu condițiile de trecere corespunzătoare continuității funcției $a(x, y, t)$ (care rezultă din caracterul finit al cîmpului $\boldsymbol{H}$ și a componentei tangențiale $-\frac{1}{\mu}\frac{\partial a}{\partial n}$ a cîmpului $\boldsymbol{H}$ (care rezultă din legea circuitului magnetic).

Soluția corespunzătoare ar fi de forma

$$a(x, y, z, t) = \int N(x, y, \xi, \eta)\, J_z(\xi, \eta, t)\, \mathrm{d}\xi\, \mathrm{d}\eta, \tag{124}$$

din care rezultă că între potențialul vector și repartiția de curenți există o corespondență biunivocă, independentă de timp și de condițiile inițiale de cîmp ale problemei.

În cazul cînd conductoarele nu sînt feromagnetice, de exemplu, se poate lua $\mu = \mu_0$ în întregul plan și atunci

$$N(x, y, \xi, \eta) = -\frac{\mu_0}{2\pi} \ln \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}. \tag{125}$$

Deoarece însă, ca urmare a efectului pelicular în semispațiu și în conductoare, repartiția de curenți nu este cunoscută, iar $J_z(x, y, t)$ reprezintă în fiecare punct o mereu altă funcție de timp (dependentă de condițiile inițiale de cîmp), relația (124) nu este soluția ecuațiilor (122), ci o ecuație integrală.

Pentru determinarea potențialului magnetic vector trebuie, așadar, rezolvată *o problemă de efect pelicular tranzitoriu* în planul $z = z_0$, caracterizată de ecuațiile

$$\begin{aligned} &\Delta_{xy}\, a - \mu_k\, \sigma_k\, \frac{\partial a}{\partial t} = -\,\mu_k\, \sigma_k\, e_k\,(t) && \text{în } (k)\,, \\ &\Delta_{xy}\, a = 0 && \text{în } (d)\,, \\ &\Delta_{xy}\, a - \mu_s\, \sigma_s\, \frac{\partial a}{\partial t} = 0 && \text{în } (s)\,; \end{aligned} \tag{126}$$

— cu condițiile inițiale (satisfăcînd condiția de curent total nul)

$$\begin{aligned} J_z\,(x, y, 0) &= -\,\frac{1}{\mu_k}\,\Delta_{xy}\, a\,(x, y, 0) = \Psi_k^*\,(x, y) && \text{în } (k)\,, \\ J_z\,(x, y, 0) &= -\,\frac{1}{\mu_s}\,\Delta_{xy}\, a\,(x, y, 0) = \Psi_s^*\,(x, y) && \text{în } (s)\,; \end{aligned} \tag{127}$$

— cu condiția la infinit

$$\lim_{\sqrt{x^2+y^2}\to\infty} (a\,(x, y, t)\,\sqrt{x^2 + y^2}) = \text{finit}\,; \tag{128}$$

— cu condiția de trecere (pe Γ_k și Γ_s, vezi fig. 1)

$$a_1 = a_2\,; \quad \left(\frac{1}{\mu}\,\frac{\partial a}{\partial n_{12}}\right)_1 = \left(\frac{1}{\mu}\,\frac{\partial a}{\partial n_{12}}\right)_2, \tag{129}$$

care rezultă din caracterul finit al cîmpului $\boldsymbol{H}$ și din conservarea componentei lui tangențiale (conservarea componentei normale a lui $\boldsymbol{B} = \mu\,\boldsymbol{H}$ este astfel implicit asigurată). Pentru momente de discontinuitate izolate (cînd pentru a asigura conservarea fluxului magnetic apar cîmpuri electrice induse infinit de mari și pînze de curent superficiale), a doua relație (129) ia forma

$$\left(\frac{1}{\mu}\,\frac{\partial a}{\partial n_{12}}\right)_1 - \left(\frac{1}{\mu}\,\frac{\partial a}{\partial n_{12}}\right)_2 = J_s\,, \tag{130}$$

în care J_s este densitatea liniară a pînzei de curent la suprafața conductorului considerat.

Funcțiile de timp $e_k\,(t)$ trebuie determinate cu (123) sau din condițiile echivalente

$$-\oint_{\Gamma_k} \frac{1}{\mu_0}\,\frac{\partial a}{\partial n}\,\delta s = i_k\,(t)\,. \tag{131}$$

Demonstrăm unicitatea soluțiilor problemei de mai sus, integrînd expresia $H_t^2 = \dfrac{1}{\mu}\,|\,\text{grad}_{xy}\, a|^2$ în întregul plan $z = z_0$.

Cu (126), (128), (129), (131) și (123) se obține egalitatea

$$0 \leqslant \int \mu\, H_t^2\, dx\, dy = \sum_{k=1}^{n} i_k\, a_k - \frac{\partial}{\partial t}\left[\sum_{k=1}^{m} \int_{S_k} \frac{\sigma_k}{2}\,(a - \tilde{a}_k)^2\, dx\, dy + \int_{S_s} \sigma_s\, \frac{a^2}{2}\, dx\, dy\right]. \tag{132}$$

Din această relație rezultă că, dacă

$$\left.\begin{aligned} &i_k(t) = 0 && 0 \leqslant t \leqslant \infty, \\ &a(x, y, 0) = 0 && \text{în } (k), \\ &a(x, y, 0) = 0 && \text{în } (s), \end{aligned}\right\} \tag{133}$$

cîmpul $H_t(x, y, t)$ și (cu (38) și (39) și (41)) potențialul-vector $a(x, y, t)$ sînt identic nule în fiecare moment $t \geqslant 0$. Într-adevăr, în acest caz mărimea pozitiv definitivă din paranteza dreaptă are derivata negativă, și, fiind nulă în momentul inițial, este nulă în orice alt moment. De aici urmează că două soluții $a^{(1)}(x, y, t)$ și $a^{(2)}(x, y, t)$ care corespund la aceiași curenți $i_k(t)$ în conductoare și la aceleași condiții inițiale $a(x, y, 0)$ în *interiorul* conductoarelor și al semispațiului sînt identice, deoarece diferența lor satisface condițiile (133) ale soluției identic nule. Deoarece valorile inițiale ale potențialului vector sînt determinabile univoc în funcție de repartiția inițială de curent cu relația (124), scrisă pentru $t = 0$, în locul acestor valori se pot da valorile inițiale (127) ale densității de curent în punctele din interiorul conductoarelor.

Este valabilă, așadar următoarea teoremă de unicitate: În aproximația liniilor electrice lungi, cîmpul magnetic transversal și potențialul-vector corespunzător $a(x, y, z_0, t)$ sînt univoc determinate în fiecare plan transversal $z = z_0$ de funcțiunile de timp $i_k(z_0, t)$, care reprezintă curenții din conductoare, și de repartiția inițială $J_z(x, y, z_0, 0)$ a densității de curent longitudinală în conductoare și în semispațiul slab conductor.

În particular rezultă din această teoremă că în regimul tranzistoriu considerat curenții $i_k(z_0, t)$ nu determină univoc cîmpul, care mai depinde și de repartiția inițială (67) din planul transversal a acestor curenți.

BIBLIOGRAFIE

1. G. E. Adams, *Wave propagation along unbalanced high voltage transmission lines*, Trans. AIEE PAS, **78**, *8*, p. 631–647 (1959).
2. D. E. Hedman, *Propagation on overhead Transmission Lines*, IEEE Transactions PAS, **84**, *3*, p. 200–210 (1965).
3. A. Chevallier, *Propagation des H.F. le long d'une ligne symétrique triphasée*, Rev. Gén. de l'Electr., **54**, *1*, 25–32 (1965).
4. A. Avramescu, *Beiträge zur Ewärmungsberechnung elektrischer Leiter*, Bull. I.R.E., **XI**, 3–4, 1–112 (1944).
5. — *Efectul particular tranzitoriu*, Bul. șt. al Acad. R.P.R., IV, *3–4*, 225–239 (1952).
6. R. Pélissier, *La propagation des ondes transistoires et périodiques le long des lignes électriques*, Rev. Gén. de l'Électr., **59**, *9*, 379–399 (1950); **59**, *10*, 437–554 (1950); **59**, *11*, 502–512 (1950).
7. S. Hayashi, *Surges on Transmission Systemms*, Kyoto, Japan, Donki-Shoin Inc., 1955.
8. L. V. Bewley, *Travelling wases on Transmission Systems*, J. Wilea Sons Inc., New York, 1951.
9. L. M. Wedepohl, *Application of matrix methods to the solution of travelling — wave phenomen in polyphase systems*, Proc. IEE, **110**, 12, 2 200–2 212 (1963).
10. R. Uram, R. W. Miller, *Mathematical analysis and Solution of Transmission — Line Transients*, IEEE Transanctions PAS, **83**, 11, 1 116–1 136 (1964).
11. J. R. Carson, R. S. Hoyt, *Propagation of Periodic currents over a System of Paralell Wires*, Bell. Syst. Tehn. Journ., **VI**, 7, 495–545 (1927).

12. A. Sommerfeld, *Elektrodynamic*, Leipzig, 1949.
13. J. R. Carson, *Wave propagation in wires with grouna return*, Bell Syst. Tehn. Journal, *5*, 539—554 (1926).
14. — *The Rigorous and Approximate Tehories of Electrical Transmission along Wires*, Bel Syst. Tehn. Journ., **VII**, *1*, 11—25 (1928).
15. F. Pollaczek, *Über das Feld einer unendlich langen Wechselstromdurchflossene Einfachleitung*, — Elektr. Nachricht. Techn. 3—9, 339—359 (1926); Revue. Gén. de l'Electr., *29*, *22*, 551—567 (1931).
16. R. H. Galloway, W. B. Shorocks, L. M. Wedepohl, *Calculation of electrical parameters for short and long polyphase transmission lones*, Proc. IEE, 111, 12, 2 051—2 059 (1964).
17. W. H. Wise, *Propagation of high-frequency currents in ground return circuits*, Proc. IRE, *22*, *4*, 522—527 (1934).
18. — *Potential coefficients for ground return circuits*, Bell. Syst. Tehn. Journ, 27, 365—371 (1948).
19. G. D. Grimberg, V. E. Bonstedt, *Bazele teoriei exacte a cîmpului de unde al liniei de transmisiune*, ITF, *24*, *1*, 67—95 (1954).
20. F. G. Kaidarov, M. V. Kostenko, L. S. Perelamn, *Calculul ameliorat al parametrilor undei şi analiza erorii soluţiei ecuaţiilor telegrafiştilor în cazul liniei de transmisiune bifilare*, Elektricestvo, *3*, 15—21 (1961) (limba rusă).
21. А. В. Белкин, *Электромагнитные поля применяемые в индукционных методах электроразведки*, Ленинград, Гостеортехиздат, 1962.
22. R. Radulet, *Stirnabflachung rechteckiger Wabderwellen auf Kraftübertragungsleitungen*, Bul. Math. Phys. Pures et Appliquées de l'Ecole Polytechnique de Bucarest, *IX*, *1*, *2*, *3*, 95—105 (1937—1938).
23. R. Radulet, *Rechteckige Wanderwellen auf Übertragungsleitungen*, Bull. Sci. de l'Ecole Polytechnique de Timişoara, *IX*, *3—4*, *3—8* (1939).
24. H. Plejel, *Vandringsvagor och deras formförändriger under fortplantningen utefter ledningar* Tehn. Tidsk. (E), *48*, p. 129 (1918).

CÎMPUL MAGNETIC STAȚIONAR ȘI REZISTENȚĂ ÎN CURENT ALTERNATIV LA FRECVENȚE JOASE A CONDUCTOARELOR DREPTE CU SECȚIUNI ÎN FORMĂ DE ELIPSĂ SAU DE COAJĂ ELIPTICĂ[1])

DE

ANDREI ȚUGULEA și ION. R. CIRIC

537.311.5

În lucrare se determină cîmpul magnetic staționar al unor coji eliptice parcurse de curent continuu. În acest scop se integrează ecuațiile lui Laplace și Poisson pentru potențialul-vector în sistemul de coordonate eliptice plane. Se consideră atît cazul cojilor eliptice așezate în medii omogene din punct de vedere magnetic, cît și cazul unor medii neomogene.

În a doua parte a lucrării se calculează factorii în alternativ ai rezistențelor electrice pentru cojile eliptice în ipoteza efectului pelicular slab.

I. INTRODUCERE

În ultimul timp, în reviste de mare autoritate științifică au apărut studii privind cîmpul magnetic al conductoarelor drepte de secțiune eliptică parcurse de curent continuu [1], [2]. Interesul pentru aceste probleme e determinat în primul rînd de importanța lor teoretică, deoarece problemele considerate se pot rezolva exact și orice soluție exactă poate fi utilizată pentru verificarea unei metode de aproximație. În al doilea rînd, problemele prezintă și importanță practică, deoarece, în anumite condiții, conductoarele cu secțiuni eliptice pot aproxima barele cu secțiuni dreptunghiulare care se folosesc adesea pentru realizarea căilor de curent în instalațiile și aparatele de curent continuu și de curent alternativ la frecvență industrială.

[1]) Articolul publicat și în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechn., Energ." **11**, 3 (1966)

În lucrarea de față autorii își propun să generalizeze aceste studii la cazul conductoarelor drepte cu secțiuni în formă de coji eliptice, cazul secțiunilor eliptice studiate pînă în prezent obținîndu-se ca un caz particular. Studiul se face atît pentru conductoare situate în medii omogene din punct de vedere magnetic, cît și pentru medii neomogene, acestea fiind presupuse în rest liniare și izotrope. Materialul conductorului se presupune de asemenea liniar, omogen și izotrop atît din punctul de vedere al proprietăților sale electroconductive, cît și din acela al proprietăților magnetice.

Față de lucrările anterioare citate, în lucrare se deduc și expresiile factorilor de majorare a rezistenței în curent alternativ a conductoarelor studiate pentru cazul efectului pelicular slab la frecvențe joase, utilizînd în acest scop prima iterație [3]. Prin aceasta, prima parte a studiului, referitoare la cîmpuri, apare ca o pregătire naturală în vederea aplicațiilor din partea a doua, care sînt de cel mai mare interes.

Studiul a fost efectuat utilizînd metoda separării variabilelor pentru integrarea ecuațiilor lui Laplace și Poisson, satisfăcute de potențialul magnetic vector, în sistemul coordonatelor eliptice plane. Conductoarele studiate sînt presupuse în acest scop suficient de lungi, astfel încît problemele să se poată considera plan-paralele cu foarte bună aproximație.

2. DETERMINAREA POTENȚIALULUI MAGNETIC VECTOR AL UNEI BARE CU SECȚIUNE ÎN FORMĂ DE COAJĂ ELIPTICĂ PARCURSĂ DE CURENT CONTINUU

Considerăm o bară conductoare cu secțiunea în formă de coajă eliptică parcursă de curent continuu. Conductivitatea barei e σ, iar permeabilitatea ei μ. Mediile din interiorul și din exteriorul barei se presupun neconductoare și avînd, respectiv, permeabilitatea μ_1 și μ_2 (fig. 1).

Mai adoptăm următoarele notații :

a_1, b_1 — semiaxele mare și mică ale conturului eliptic interior al secțiunii ;

a_2, b_2 — semiaxele mare și mică ale conturului exterior al secțiunii ;

$c = \sqrt{a_1^2 - b_1^2} = \sqrt{a_2^2 - b_2^2}$ — distanța focală comună a celor două elipse presupuse confocale ;

α, β — coordonatele eliptice plane.

Între coordonatele carteziene și cele eliptice în plan există relațiile cunoscute [4] :

$$\left.\begin{aligned} x &= c \operatorname{ch}\alpha \cos\beta, \\ y &= c \operatorname{sh}\alpha \sin\beta. \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Coordonatele eliptice ale contururilor interior și exterior ale secțiunii sînt date de relațiile

$$\alpha_1 = \operatorname{argth}\frac{b_1}{a_1} \tag{2}$$

și

$$\alpha_2 = \operatorname{argth} \frac{b_2}{a_2}. \tag{3}$$

Conductorul se presupune parcurs de un curent continuu de intensitate I, repartizat uniform pe secțiune, cu densitatea

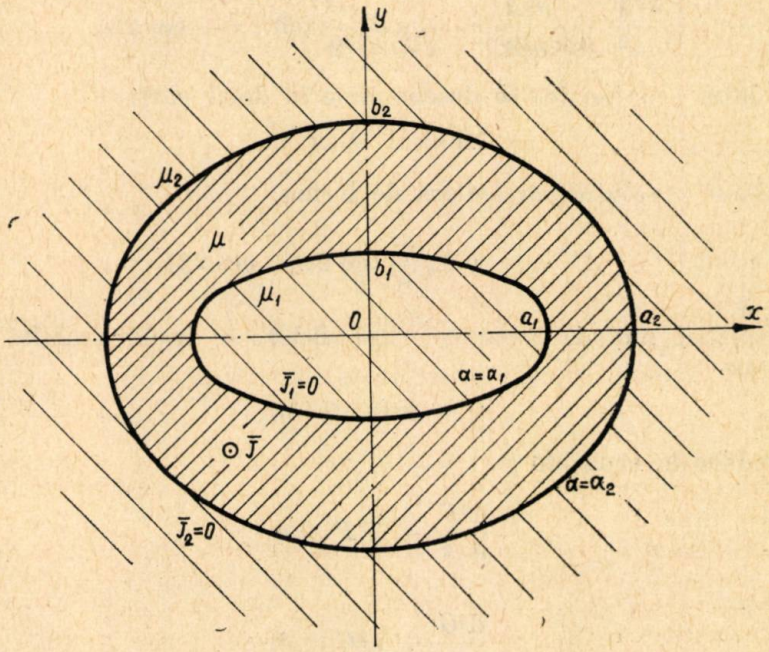


Fig. 1. — Secțiunea în formă de coajă eliptică a conductorului cilindric parcurs de curent.

$$J_0 = \frac{I}{\pi (a_2 b_2 - a_1 b_1)} = \frac{2I}{\pi c (\operatorname{sh} 2\alpha_2 - \operatorname{sh} 2\alpha_1)}. \tag{4}$$

Determinarea potențialului vector $\boldsymbol{A}(\alpha, \beta)$, orientat numai după axa Oz [$\boldsymbol{A}(\alpha, \beta) = \boldsymbol{k} A(\alpha, \beta)$], necesită integrarea următoarelor ecuații

$$\Delta A = -\mu J_0 \qquad \text{pentru} \quad \alpha_1 \leqslant \alpha \leqslant \alpha_2, \tag{5}$$

$$\Delta A_1 = 0 \qquad \text{pentru} \quad \alpha \leqslant \alpha_1, \tag{6}$$

și

$$\Delta A_2 = 0 \qquad \text{pentru} \quad \alpha \geqslant \alpha_2. \tag{7}$$

Deoarece limitele secțiunii conductorului (elipsele $\alpha = \alpha_1$ și $\alpha = \alpha_2$) împart planul în trei domenii distincte în care sînt satisfăcute ecuații diferite, acestea se vor integra pentru fiecare domeniu în parte, constantele de integrare determinîndu-se din condițiile de trecere la frontierele de separație dintre domenii.

2.1. SOLUȚIA PROBLEMEI PENTRU INTERIORUL CONDUCTORULUI $(\alpha_1 \leqslant \alpha \leqslant \alpha_2)$

Exprimînd laplaceanul în coordonatele eliptice plane, ecuația (5) se transcrie

$$\frac{\partial^2 A}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial \beta^2} = -\mu J_0 \frac{c^2}{2} (\operatorname{ch} 2\alpha - \cos 2\beta). \tag{8}$$

Soluția ecuației (8) se descompune în două părți :

$$A = A' + A'', \tag{9}$$

separîndu-se o soluție particulară de forma

$$A'' = -\mu J_0 \frac{c^2}{8} (\operatorname{ch} 2\alpha + \cos 2\beta). \tag{10}$$

Utilizînd metoda separării variabilelor, se caută cealaltă soluție sub forma

$$A' = F(\alpha) \cdot G(\beta), \tag{11}$$

care conduce la ecuațiile

$$\frac{\mathrm{d}^2 F}{\mathrm{d}\alpha^2} - \lambda^2 F = 0 \tag{12}$$

și

$$\frac{\mathrm{d}^2 G}{\mathrm{d}\beta^2} + \lambda^2 G = 0. \tag{13}$$

Soluțiile ecuațiilor (12) și (13), pentru $\lambda \neq 0$, sînt

$$F_\lambda = B'_\lambda \operatorname{ch} \lambda\alpha + C'_\lambda \operatorname{sh} \lambda\alpha, \tag{14}$$

respectiv

$$G_\lambda = D'_\lambda \cos \lambda\beta + E'_\lambda \sin \lambda\beta, \tag{15}$$

iar pentru $\lambda = 0$

$$F_{\lambda=0} = B'_0 \alpha + C'_0, \tag{16}$$

respectiv

$$G_{\lambda=0} = D_0 \beta + E_0. \tag{17}$$

Din motive de simetrie în raport cu axa ($\beta = 0$), rezultă $E'_\lambda = 0$. Datorită periodicității soluției în raport cu coordonata β, rezultă că λ trebuie să fie un număr întreg ($\lambda = n$) și $D_0 = 0$.

Prin urmare, soluția problemei pentru interiorul conductorului, obținută prin însumarea tuturor produselor posibile și a soluției particulare (10), va fi

$$A = -\mu J_0 \frac{c^2}{8}(\operatorname{ch} 2\alpha + \cos 2\beta) + B_0 \alpha + C_0 + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} (B_n \operatorname{ch} n\alpha + C_n \operatorname{sh} n\alpha) \cos n\beta, \tag{18}$$

unde s-a notat $B_n = B'_n \cdot D'_n$, $C_n = C'_n \cdot D'_n$, $B_0 = B'_0 \cdot E_0$ și $C_0 = C'_0 \cdot E_0$.

2.2. SOLUȚIA PROBLEMEI PENTRU CAVITATEA FORMATĂ DE CONDUCTOR ($\alpha \leqslant \alpha_1$)

În sistemul de coordonate eliptice, ecuația (6) se transcrie

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 A_1}{\partial \beta^2} = 0. \tag{19}$$

Utilizînd din nou metoda separării variabilelor, ținînd seama de condițiile de simetrie și de periodicitate pe care trebuie să le satisfacă soluția

$$A_1 = F_1(\alpha) \cdot G_1(\beta),$$

cum și de faptul că mărimile de cîmp ($\boldsymbol{H}$ și $\boldsymbol{B}$) trebuie să fie finite în focare, se obține în definitiv

$$A_1 = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cdot \operatorname{ch} n\alpha \cos n\beta. \tag{20}$$

2.3. SOLUȚIA PROBLEMEI PENTRU DOMENIUL DIN AFARA CONDUCTORULUI ($\alpha \geqslant \alpha_2$)

Tot în sistemul de coordonate eliptice, ecuația (7) se transcrie

$$\frac{\partial^2 A_2}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 A_2}{\partial \beta^2} = 0. \tag{21}$$

Procedînd la fel ca în § 2.2, se obține soluția

$$A_2 = F_0 \alpha + G_0 + \sum_{n=1}^{\infty} F_n e^{-n\alpha} \cos n\beta, \tag{22}$$

unde s-a luat în considerare și comportarea logaritmică la infinit a potențialului vector al barei [4].

2. 4. DETERMINAREA CONSTANTELOR DE INTEGRARE

Condițiile de trecere pe frontiere exprimă conservarea componentelor tangențiale ale cîmpului $\boldsymbol{H}$ și a componentelor normale ale cîmpului $\boldsymbol{B}$ în funcțiune de potențialele vectoare și sînt

$$A(\alpha_1, \beta) = A_1(\alpha_1, \beta), \tag{23}$$

$$\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=\alpha_1} = \frac{1}{\mu_1}\left(\frac{\partial A_1}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=\alpha_1}, \tag{24}$$

$$A(\alpha_2, \beta) = A_2(\alpha_2, \beta), \tag{25}$$

$$\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=\alpha_2} = \frac{1}{\mu_2}\left(\frac{\partial A_2}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=\alpha_2}. \tag{26}$$

Introducînd expresiile soluțiilor (18), (20) și (22) corespunzător în relațiile (23) — (26), pentru ca acestea din urmă să fie satisfăcute pentru orice β, trebuie satisfăcute următoarele patru grupuri de cîte trei ecuații:

$$\left.\begin{aligned}
&-\mu J_0 \frac{c^2}{8} \operatorname{ch} 2\alpha_1 + B_0 \alpha_1 + C_0 = 0,\\
&-\mu J_0 \frac{c^2}{8} + (B_2 \operatorname{ch} 2\alpha_1 + C_2 \operatorname{sh} 2\alpha_1) = D_2 \operatorname{ch} 2\alpha_1,\\
&B_n \operatorname{ch} n\alpha_1 + C_n \operatorname{sh} n\alpha_1 = D_n \operatorname{ch} n\alpha_1, \qquad n \neq 2
\end{aligned}\right\} \tag{27}$$

$$\left.\begin{aligned}
&-J_0 \frac{c^2}{8} \operatorname{sh} 2\alpha_1 + \frac{B_0}{\mu} = 0,\\
&\frac{1}{\mu}(B_2 \operatorname{sh} 2\alpha_1 + C_2 \operatorname{ch} 2\alpha_1) = \frac{1}{\mu_1} D_2 \operatorname{sh} 2\alpha_1,\\
&\frac{1}{\mu}(B_n \operatorname{sh} n\alpha_1 + C_n \operatorname{ch} n\alpha_1) = \frac{1}{\mu_1} D_n \operatorname{sh} n\alpha_1, \quad n \neq 2
\end{aligned}\right\} \tag{28}$$

$$\left.\begin{aligned}
&-\mu J_0 \frac{c^2}{8} \operatorname{ch} 2\alpha_2 + B_0 \alpha_2 + C_0 = F_0 \alpha_2 + G_0,\\
&-\mu J_0 \frac{c^2}{8} + (B_2 \operatorname{ch} 2\alpha_2 + C_2 \operatorname{sh} 2\alpha_2) = F_2 e^{-2\alpha_2}\\
&B_n \operatorname{ch} n\alpha_2 + C_n \operatorname{sh} n\alpha_2 = F_n e^{-n\alpha_2}, \qquad n \neq 2,
\end{aligned}\right\} \tag{29}$$

$$\left.\begin{aligned}
&-J_0 \frac{c^2}{4} \operatorname{sh} 2\alpha_2 + \frac{B_0}{\mu} = \frac{F_0}{\mu_2},\\
&\frac{1}{\mu}(B_2 \operatorname{sh} 2\alpha_2 + C_2 \operatorname{ch} 2\alpha_2) = -\frac{1}{\mu_2} F_2 e^{-2\alpha_2},\\
&\frac{1}{\mu}(B_n \operatorname{sh} n\alpha_2 + C_n \operatorname{ch} n\alpha_2) = -\frac{1}{\mu_2} F_n e^{-n\alpha_2}, \quad n \neq 2.
\end{aligned}\right\} \tag{30}$$

Studiind separat sistemul de cîte patru ecuații cu patru necunoscute format prin considerarea ultimei ecuații din fiecare dintre grupurile (27) — (30), se constată că acesta nu admite decît soluția banală

$$B_n = C_n = D_n = F_n = 0, \qquad n \neq 2. \tag{31}$$

Rezolvînd sistemul de opt ecuații cu opt necunoscute format prin considerarea primelor două ecuații din fiecare dintre grupurile (27) — (30), se determină constantele de integrare B_0, C_0, F_0, G_0, B_2, C_2, D_2 și F_2. În cele ce urmează, aceste ecuații se soluționează direct pentru cazurile particulare studiate.

3. POTENȚIALUL-VECTOR ȘI CÎMPUL MAGNETIC PENTRU CAZUL CONDUCTORULUI SITUAT ÎNTR-UN MEDIU OMOGEN DE ACEEAȘI PERMEABILITATE ($\mu_1 = \mu_2 = \mu$)

Particularizînd $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ în sistemul de ecuații (27) — (30), se obțin următoarele expresii pentru constantele de integrare :

$$\left.\begin{aligned}
B_0 &= \mu J_0 \frac{c^2}{4} \operatorname{sh} 2\alpha_1, \\
C_0 &= \mu J_0 \frac{c^2}{8} (\operatorname{ch} 2\alpha_1 - 2\alpha_1 \operatorname{sh} 2\alpha_1), \\
F_0 &= \mu J_0 \frac{c^2}{4} (\operatorname{sh} 2\alpha_1 - \operatorname{sh} 2\alpha_2), \\
G_0 &= \mu J_0 \frac{c^2}{8} [(\operatorname{ch} 2\alpha_1 - \operatorname{ch} 2\alpha_2) + 2 (\alpha_2 \operatorname{sh} 2\alpha_2 - \alpha_1 \operatorname{sh} 2\alpha_1)], \\
B_2 &= \mu J_0 \frac{c^2}{8} (\operatorname{sh} 2\alpha_1 - \operatorname{sh} 2\alpha_2 + \operatorname{ch} 2\alpha_2), \\
C_2 &= - \mu J_0 \frac{c^2}{8} \operatorname{sh} 2\alpha_1, \\
D_2 &= \mu J_0 \frac{c^2}{8} [(\operatorname{ch} 2\alpha_2 - \operatorname{ch} 2\alpha_1) - (\operatorname{sh} 2\alpha_2 - \operatorname{sh} 2\alpha_1)], \\
F_2 &= \mu J_0 \frac{c^2}{8} (\operatorname{sh} 2\alpha_1 - \operatorname{sh} 2\alpha_2).
\end{aligned}\right\} \tag{32}$$

Ținînd seama de aceste expresii ale constantelor de integrare și de relațiile

$$\operatorname{sh} 2\alpha_k = \frac{2a_k b_k}{c^2}; \qquad \operatorname{ch} 2\alpha_k = \frac{a_k^2 + b_k^2}{c^2} \qquad (k = 1, 2),$$

soluțiile (18), (20) și (22) pentru potențialul-vector se transcriu

$$A = \mu \frac{J_0}{8}\{(a_1^2 + b_1^2) + 4a_1 b_1 (-\alpha_1 + \alpha) - c^2 (\operatorname{ch} 2\alpha + \cos 2\beta) + \\ + [2a_1 b_1 + (a_2 - b_2)^2] \operatorname{ch} 2\alpha \cos 2\beta - 2a_1 b_1 \operatorname{sh} 2\alpha \cos 2\beta\}, \tag{33}$$

$$A_1 = \mu \frac{J_0}{8}[(a_2 - b_2)^2 - (a_1 - b_1)^2] \operatorname{ch} 2\alpha \cos 2\beta, \tag{34}$$

$$A_2 = \mu \frac{J_0}{8}[(a_1^2 + b_1^2) - (a_2^2 + b_2^2) + 4(\alpha_2 a_2 b_2 - \alpha_1 a_1 b_1) + \\ + 4(a_1 b_1 - a_2 b_2)\alpha + 2(a_1 b_1 - a_2 b_2) e^{-2\alpha} \cdot \cos 2\beta]. \tag{35}$$

Expresia (34) a potențialului vector din cavitatea formată de conductor ($\alpha \leqslant \alpha_1$) se transcrie în coordonate carteziene

$$A_1 = \mu \frac{J_0}{8}[(a_2 - b_2)^2 - (a_1 - b_1)^2] \cdot \left(2 \frac{x^2 - y^2}{c^2} - 1\right). \tag{36}$$

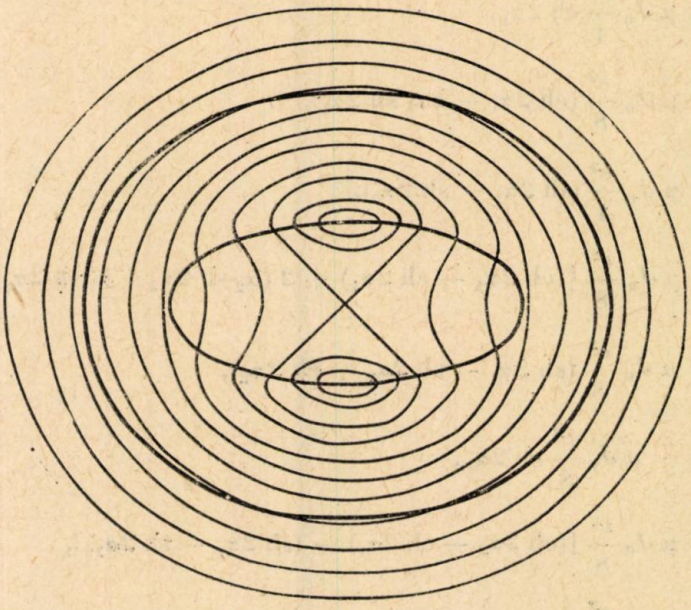


Fig. 2. - Liniile cîmpului magnetic staționar pentru coaja eliptică avînd $a_1 = 3{,}35$ cm; $b_1 = 1{,}5$ cm; $a_2 = 5$ cm; $b_2 = 4$ cm; $c = 3$ cm.

Cîmpul magnetic în coordonate eliptice în plan are componentele

$$H_\alpha = \frac{1}{c\sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha - \cos^2 \beta}} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial A}{\partial \beta}, H_\beta = -\frac{1}{c\sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha - \cos^2 \beta}} \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial \alpha}. \tag{37}$$

Explicitînd, se obține

$$H_\alpha = \frac{1}{c\sqrt{\operatorname{ch}^2\alpha - \cos^2\beta}} \frac{J_0}{4} \{ c^2 \sin 2\beta - [2a_1b_1 + (a_2 - b_2)^2] \operatorname{ch} 2\alpha \sin 2\beta + 2a_1b_1 \operatorname{sh} 2\alpha \sin 2\beta \}, \tag{38}$$

$$H_\beta = -\frac{1}{c\sqrt{\operatorname{ch}^2\alpha - \cos^2\beta}} \cdot \frac{J_0}{4} \{ 2a_1b_1 - c^2 \operatorname{sh} 2\alpha + [2a_1b_1 + (a_2 - b_2)^2] \operatorname{sh} 2\alpha \cos 2\beta - 2a_1b_1 \operatorname{ch} 2\alpha \cos 2\beta \}, \tag{39}$$

$$H_{1\alpha} = \frac{1}{c\sqrt{\operatorname{ch}^2\alpha - \cos^2\beta}} \cdot \frac{J_0}{4} [(a_1 - b_1)^2 - (a_2 - b_2)^2] \operatorname{ch} 2\alpha \sin 2\beta, \tag{40}$$

$$H_{1\beta} = \frac{1}{c\sqrt{\operatorname{ch}^2\alpha - \cos^2\beta}} \cdot \frac{J_0}{4} [(a_1 - b_1)^2 - (a_2 - b_2)^2] \operatorname{sh} 2\alpha \cos 2\beta, \tag{41}$$

$$H_{2\alpha} = \frac{1}{c\sqrt{\operatorname{ch}^2\alpha - \cos^2\beta}} \cdot \frac{J_0}{2} (a_2b_2 - a_1b_1)\, e^{-2\alpha} \sin 2\beta, \tag{42}$$

$$H_{2\beta} = \frac{1}{c\sqrt{\operatorname{ch}^2\alpha - \cos^2\beta}} \cdot \frac{J_0}{2} (a_2b_2 - a_1b_1)(1 - e^{-2\alpha} \cos 2\beta). \tag{43}$$

Se observă că componentele cîmpului magnetic din cavitatea formată de conductor ($\alpha \leqslant \alpha_1$) se transcriu în coordonate carteziene

$$\left.\begin{aligned} H_{1x} &= \frac{J_0}{2c^2} [(a_1 - b_1)^2 - (a_2 - b_2)^2]\, y, \\ H_{1y} &= \frac{J_0}{2c^2} [(a_1 - b_1)^2 - (a_2 - b_2)^2]\, x. \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

Liniile de cîmp în cavitatea formată de conductor ($\alpha \leqslant \alpha_1$) sînt hiperbole echilatere (36). În afara conductorului ($\alpha \geqslant \alpha_2$), liniile de cîmp sînt curbe închise, care se apropie tot mai mult de elipsele $\alpha = \text{const.}$ pe măsură ce α crește (fig. 2).

Variațiile intensității cîmpului magnetic pe direcția axei mari Ox și pe direcția axei mici Oy cu distanța la axa conductorului (x, respectiv y) se obțin din expresiile de mai sus, făcînd particularizările $\alpha = 0$ pentru $0 \leqslant x \leqslant c$ și $\beta = 0$ pentru $x \geqslant c$, cum și $\beta = \frac{\pi}{2}$. Se obține

$$H(x, 0) = \begin{cases} \dfrac{J_0}{2c^2} [(a_1 - b_1)^2 - (a_2 - b_2)^2]x, & 0 \leqslant x \leqslant a_1; \\ \dfrac{J_0}{2c^2} \{ 2a_1b_1\sqrt{x^2 - c^2} - [2a_1b_1 + (a_2 - b_2)^2 - c^2]\, x \}, & a_1 \leqslant x \leqslant a_2; \\ \dfrac{J_0}{2c^2} 2(a_2b_2 - a_1b_1)(x + \sqrt{x^2 - c^2}), & x \geqslant a_2; \end{cases} \tag{45}$$

$$H(0, y) = \begin{cases} -\dfrac{J_0}{2c^2}\left[(a_1 - b_1)^2 - (a_2 - b_2)^2\right] y, & 0 \leqslant y \leqslant b_1; \\ +\dfrac{J_0}{2c^2}\left\{\left[(2a_1 b_1 + (a_2 - b_2)^2 + c^2\right] y - 2a_1 b_1 \sqrt{y^2 + c^2}\right\}, & \\ & b_1 \leqslant y \leqslant b_2, \\ \dfrac{J_0}{2c^2} 2\,(a_2 b_2 - a_1 b_1)\,(\sqrt{y^2 + c^2} - y), & y \geqslant b_2. \end{cases} \tag{46}$$

Reprezentarea grafică a acestor funcții este dată în figura 3.

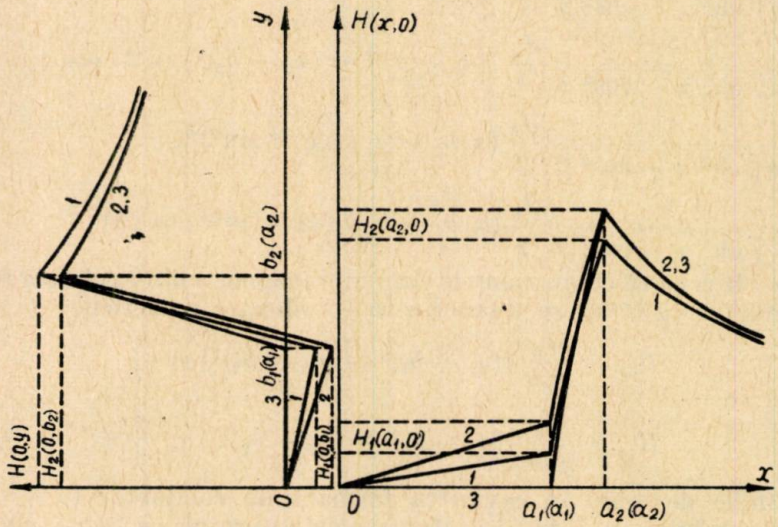


Fig. 3. — Variația intensității cîmpului magnetic pe axele mare (Ox) și mică (Oy) ale secțiunii conductorului:

1) $\mu_1 = \mu_2 = \mu$; 2) $\mu_1 = \mu$, $\mu_2 \gg \mu$; 3) $\mu_1 = \mu_2 \gg \mu$.

Valorile particulare ale intensității cîmpului indicate în reprezentarea grafică (fig. 3) sînt următoarele:

$$\left.\begin{aligned} H_1(a_1, 0) &= \frac{J_0}{2c^2}\left[(a_1 - b_1)^2 - (a_2 - b_2)^2\right] a_1, \\ H_2(a_2, 0) &= \frac{J_0}{c^2}(a_2 b_2 - a_1 b_1)(a_2 - b_2), \\ H_1(0, b_1) &= -\frac{J_0}{2c^2}\left[(a_1 - b_1)^2 - (a_2 - b_2)^2\right] b_1, \\ H_2(0, b_2) &= \frac{J_0}{c^2}(a_2 b_2 - a_1 b_1)(a_2 - b_2). \end{aligned}\right\} \tag{47}$$

OBSERVAȚII

1° Curbele $H(x, 0)$ și $H(0, y)$ nu-și schimbă concavitatea pe porțiunile $a_1 \leqslant x \leqslant a_2$ și $x \geqslant a_2$.

2° Intensitatea cîmpului magnetic se anulează pe axa mică (Oy) pentru valoarea

$$b_1 < y = \frac{2a_1 b_1 c}{\sqrt{[2a_1 b_1 + (a_2 - b_2)^2 + c^2]^2 - 4a_1^2 b_1^2}} < b_2. \tag{48}$$

3° Valorile maxime ale intensității cîmpului magnetic pe axele Ox și Oy se realizează la suprafața exterioară a conductorului ($\alpha = \alpha_2$) și sînt egale între ele și egale cu

$$H_2(a_2, 0) = H_2(0, b_2) = \frac{J_0}{c^2}(a_2 b_2 - a_1 b_1)(a_2 - b_2) = \frac{I}{\pi c^2}(a_2 - b_2). \tag{49}$$

4° Pentru domeniul din afara conductorului, inclusiv suprafața lui exterioară ($\alpha \geqslant \alpha_2$), intensitatea cîmpului magnetic $H_2 = \sqrt{H_{2\alpha}^2 + H_{2\beta}^2}$ este constantă pentru $\alpha = \text{const.}$ (51), (52):

$$H_2 = \frac{J_0}{c}(a_2 b_2 - a_1 b_1)e^{-\alpha}. \tag{50}$$

. POTENȚIALUL-VECTOR ȘI CÎMPUL MAGNETIC PENTRU CAZUL CONDUCTORULUI ÎNCONJURAT DE UN MEDIU CU PERMEABILITATE FOARTE MARE ($\mu_1 = \mu$, $\mu_2 \gg \mu$)

Particularizînd $\mu_1 = \mu$ și $\mu_2 \to \infty$ în sistemul de ecuații (27) — (30), se obțin următoarele expresii pentru constantele de integrare:

$$\left.\begin{aligned}
B_0 &= \mu J_0 \frac{c^2}{4} \operatorname{sh} 2\alpha_1, \\
C_0 &= \mu J_0 \frac{c^2}{8}(\operatorname{ch} 2\alpha_1 - 2\alpha_1 \operatorname{sh} 2\alpha_1), \\
F_0 &= -\mu_2 J_0 \frac{c^2}{4}(\operatorname{sh} 2\alpha_2 - \operatorname{sh} 2\alpha_1), \\
G_0 &= -F_0 \alpha_2, \\
B_2 &= \mu J_0 \frac{c^2}{8} \frac{\operatorname{ch} 2\alpha_2}{\operatorname{sh} 2\alpha_2} \operatorname{sh} 2\alpha_1, \\
C_2 &= -\mu J_0 \frac{c^2}{8} \operatorname{sh} 2\alpha_1, \\
D_2 &= \mu J_0 \frac{c^2}{8} \frac{\operatorname{sh} 2(\alpha_1 - \alpha_2)}{\operatorname{sh} 2\alpha_2}, \\
F_2 &= \mu J_0 \frac{c^2}{8}(\operatorname{sh} 2\alpha_1 - \operatorname{sh} 2\alpha_2) \frac{e^{2\alpha_2}}{\operatorname{sh} 2\alpha_2}
\end{aligned}\right\} \tag{51}$$

Soluțiile (18), (20) și (22) pentru potențialul vector se transcriu

$$A = \mu \frac{J_0}{8} \left\{ (a_1^2 + b_1^2) + 4a_1 b_1 (-\alpha_1 + \alpha) - c^2 (\operatorname{ch} 2\alpha + \cos 2\beta) + \right.$$
$$\left. + \frac{a_1 b_1}{a_2 b_2} (a_2^2 + b_2^2) \operatorname{ch} 2\alpha \cos 2\beta - 2a_1 b_1 \operatorname{sh} 2\alpha \cos 2\beta \right\}, \tag{52}$$

$$A_1 = \mu J_0 \frac{1}{8a_2 b_2} [a_1 b_1 (a_2^2 + b_2^2) - a_2 b_2 (a_1^2 + b_1^2)] \operatorname{ch} 2\alpha \cos 2\beta, \tag{53}$$

$$A_2 = \mu_2 \frac{J_0}{2} (a_2 b_2 - a_1 b_1) [\alpha_2 - \alpha]. \tag{54}$$

Expresia (53) a potențialului vector din cavitatea formată de conductor ($\alpha \leqslant \alpha_1$) se transcrie în coordonate carteziene

$$A_1 = \mu J_0 \frac{1}{8a_2 b_2} [a_1 b_1 (a_2^2 + b_2^2) - a_2 b_2 (a_1^2 + b_1^2)] \left(2 \frac{x^2 - y^2}{c^2} - 1 \right). \tag{55}$$

Utilizînd relațiile (37), se obțin componentele cîmpului magnetic în coordonate eliptice în plan

$$\begin{cases} H_\alpha = \dfrac{1}{c \sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha - \cos^2 \beta}} \cdot \dfrac{J_0}{4} \left[c^2 \sin 2\beta - \right. \\ \left. - \dfrac{a_1 b_1}{a_2 b_2} (a_2^2 + b_2^2) \operatorname{ch} 2\alpha \sin 2\beta + 2a_1 b_1 \operatorname{sh} 2\alpha \sin 2\beta \right], \end{cases} \tag{56}$$

$$\begin{cases} H_\beta = -\dfrac{1}{c \sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha - \cos^2 \beta}} \cdot \dfrac{J_0}{4} \left[2a_1 b_1 - c^2 \operatorname{sh} 2\alpha + \right. \\ \left. + \dfrac{a_1 b_1}{a_2 b_2} (a_2^2 + b_2^2) \operatorname{sh} 2\alpha \cos 2\beta - 2a_1 b_1 \operatorname{ch} 2\alpha \cos 2\beta \right], \end{cases} \tag{57}$$

$$\begin{cases} H_{1\alpha} = \dfrac{1}{c \sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha - \cos^2 \beta}} \cdot \dfrac{J_0}{4a_2 b_2} [a_2 b_2 (a_1^2 + b_1^2) - a_1 b_1 (a_2^2 + \\ \qquad + b_2^2)] \operatorname{ch} 2\alpha \sin 2\beta, \end{cases} \tag{58}$$

$$\begin{cases} H_{1\beta} = \dfrac{1}{c \sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha - \cos^2 \beta}} \cdot \dfrac{J_0}{4a_2 b_2} [a_2 b_2 (a_1^2 + b_1^2) - a_1 b_1 (a_2^2 + \\ \qquad + b_2^2)] \operatorname{sh} 2\alpha \cos 2\beta, \end{cases} \tag{59}$$

$$\begin{cases} H_{2\alpha} = 0, \end{cases} \tag{60}$$

$$\begin{cases} H_{2\beta} = \dfrac{1}{c \sqrt{\operatorname{ch}^2 \alpha - \cos^2 \beta}} \cdot \dfrac{J_0}{2} (a_2 b_2 - a_1 b_1). \end{cases} \tag{61}$$

Se observă că componentele cîmpului magnetic din cavitatea formată de conductor ($\alpha \leqslant \alpha_1$) se transcriu în coordonate carteziene

$$H_{1x} = \frac{J_0}{2a_2 b_2 c^2}\left[a_2 b_2 (a_1^2 + b_1^2) - a_1 b_1 (a_2^2 + b_2^2)\right] y, \tag{62}$$

$$H_{1y} = \frac{J_0}{2a_2 b_2 c^2}\left[a_2 b_2 (a_1^2 + b_1^2) - a_1 b_1 (a_2^2 + b_2^2)\right] x. \tag{63}$$

Liniile de cîmp în cavitatea formată de conductor ($\alpha \leqslant \alpha_1$) sînt hiperbole echilatere (55). În afara conductorului ($\alpha \geqslant \alpha_2$), liniile de cîmp sînt elipsele confocale $\alpha = \text{const.}$

Variațiile intensității cîmpului magnetic pe direcția axei mari Ox și pe direcția axei mici Oy cu distanța la axa conductorului (x, respectiv y) se obțin pe aceeași cale ca în exemplul precedent (§ 3) și sînt

$$H(x, 0) = \begin{cases} \dfrac{J_0}{2a_2 b_2 c^2}\left[a_2 b_2 (a_1^2 + b_1^2) - a_1 b_1 (a_2^2 + b_2^2)\right] x, & 0 \leqslant x \leqslant a_1; \\ \dfrac{J_0}{2c^2}\left\{2a_1 b_1 \sqrt{x^2 - c^2} - \left[\dfrac{a_1 b_1}{a_2 b_2}(a_2^2 + b_2^2) - c^2\right] x\right\}, & a_1 \leqslant x \leqslant a_2; \\ \dfrac{J_0}{2}(a_2 b_2 - a_1 b_1)\dfrac{1}{\sqrt{x^2 - c^2}}, & x \geqslant a_2; \end{cases} \tag{64}$$

$$H(0, y) = \begin{cases} -\dfrac{J_0}{2a_2 b_2 c^2}\left[a_2 b_2 (a_1^2 + b_1^2) - a_1 b_1 (a_2^2 + b_2^2)\right] y, & 0 \leqslant y \leqslant b_1; \\ \dfrac{J_0}{2c_2}\left\{\left[\dfrac{a_1 b_1}{a_2 b_2}(a_2^2 + b_2^2) + c^2\right] y - 2a_1 b_1 \sqrt{y^2 + c^2}\right\}, & b_1 \leqslant y \leqslant b_2; \\ \dfrac{J_0}{2}(a_2 b_2 - a_1 b_1)\dfrac{1}{\sqrt{y^2 + c^2}}, & y \geqslant b_2. \end{cases} \tag{65}$$

Reprezentarea grafică a acestor funcții este dată în figura 3.

Valorile particulare ale intensității cîmpului indicate în reprezentarea grafică (fig. 3) sînt următoarele :

$$\left.\begin{aligned} H_1(a_1, 0) &= \frac{J_0}{2a_2 b_2 c^2}\left[a_2 b_2 (a_1^2 + b_1^2) - a_1 b_1 (a_2^2 + b_2^2)\right] a_1, \\ H_2(a_2, 0) &= \frac{J_0}{2}(a_2 b_2 - a_1 b_1)\frac{1}{b_2}, \\ H_1(0, b_1) &= -\frac{J_0}{2a_2 b_2 c^2}\left[a_2 b_2 (a_1^2 + b_1^2) - a_1 b_1 (a_2^2 + b_2^2)\right] b_1, \\ H_2(0, b_2) &= \frac{J_0}{2}(a_2 b_2 - a_1 b_1)\frac{1}{a_2}. \end{aligned}\right\} \tag{66}$$

OBSERVAȚII

1° Curbele $H(x, 0)$ și $H(0, y)$ nu-și schimbă concavitatea pe porțiunile $a_1 \leqslant x \leqslant a_2$ și $x \geqslant a_2$.

2° Intensitatea cîmpului magnetic se anulează pe axa mică (Oy) pentru valoarea

$$b_1 < y = \frac{2a_1 b_1 c}{\sqrt{\left[\frac{a_1 b_1}{a_2 b_2}(a_2^2 + b_2^2) + c^2\right]^2 - 4a_1^2 b_1^2}} < b_2. \tag{67}$$

3° Pe suprafața exterioară a conductorului ($\alpha = \alpha_2$), cîmpul magnetic are numai componentă tangențială (61):

$$H_{2\beta} = \frac{J_0 (a_2 b_2 - a_1 b_1)}{2\sqrt{a_2^2 - c^2 \cos^2 \beta}} = \frac{I}{2\pi \sqrt{a_2^2 - c^2 \cos^2 \beta}}. \tag{68}$$

Spectrul cîmpului magnetic și intensitatea lui în domeniul $\alpha \geqslant \alpha_2$ nu depind de forma conductorului și de modul cum este repartizat curentul în interiorul cavității $\alpha \leqslant \alpha_2$ practicate în feromagneticul ideal [5].

5. POTENȚIALUL-VECTOR ȘI CÎMPUL MAGNETIC PENTRU CAZUL CONDUCTORULUI SITUAT ÎNTR-UN MEDIU DE PERMEABILITATE MULT MAI MARE ($\mu_1 = \mu_2 \gg \mu$)

Particularizînd $\mu_1 = \mu_2 \to \infty$ din sistemul de ecuații (27) — (30), se obțin următoarele expresii pentru constantele de integrare:

$$\left.\begin{aligned}
B_0 &= \mu J_0 \frac{c^2}{4} \operatorname{sh} 2\alpha_1, \\
C_0 &= \mu J_0 \frac{c^2}{8} (\operatorname{ch} 2\alpha_1 - 2\alpha_1 \operatorname{sh} 2\alpha_1), \\
F_0 &= -\mu_2 J_0 \frac{c^2}{4} (\operatorname{sh} 2\alpha_2 - \operatorname{sh} 2\alpha_1), \\
G_0 &= -F_0 \alpha_2, \\
B_2 &= C_2 = 0, \\
D_2 &= -\mu J_0 \frac{c^2}{8} \frac{1}{\operatorname{ch} 2\alpha_1}, \\
F_2 &= -\mu J_0 \frac{c^2}{8} e^{2\alpha_2}.
\end{aligned}\right\} \tag{69}$$

Soluțiile pentru potențialul vector rezultă :

$$A = \mu \frac{J_0}{8}[(a_1^2 + b_1^2) + 4a_1 b_1(-\alpha_1 + \alpha) - c^2(\operatorname{ch} 2\alpha + \cos 2\beta)], \quad (70)$$

$$A_1 = -\mu \frac{J_0}{8} \frac{c^4}{a_1^2 + b_1^2} \operatorname{ch} 2\alpha \cos 2\beta, \quad (71)$$

$$A_2 = \mu_2 \frac{J_0}{2}(a_2 b_2 - a_1 b_1)(\alpha_2 - \alpha). \quad (72)$$

Expresia (71) a potențialului vector din cavitatea formată de conductor ($\alpha \leqslant \alpha_1$) se transcrie în coordonate carteziene

$$A_1 = -\mu \frac{J_0}{8} \frac{c^4}{a_1^2 + b_1^2}\left(2\frac{x^2 - y^2}{c^2} - 1\right). \quad (73)$$

Utilizînd relațiile (37), se obțin componentele intensității cîmpului magnetic în coordonate eliptice în plan

$$\left.\begin{aligned} H_\alpha &= \frac{1}{c\sqrt{\operatorname{ch}^2\alpha - \cos^2\beta}} \cdot \frac{J_0}{4} c^2 \sin 2\beta, \\ H_\beta &= -\frac{1}{c\sqrt{\operatorname{ch}^2\alpha - \cos^2\beta}} \cdot \frac{J_0}{4}[2a_1 b_1 - c^2 \operatorname{sh} 2\alpha], \end{aligned}\right\} \quad (74)$$

$$H_{1\alpha} = H_{1\beta} = 0, \quad (75)$$

$$\left.\begin{aligned} H_{2\alpha} &= 0, \\ H_{2\beta} &= \frac{1}{c\sqrt{\operatorname{ch}^2\alpha - \cos^2\beta}} \cdot \frac{J_0}{2}(a_2 b_2 - a_1 b_1). \end{aligned}\right\} \quad (76)$$

Din expresiile de mai sus rezultă

$$H(x, 0) = \begin{cases} 0, & 0 \leqslant x \leqslant a_1; \\ \dfrac{J_0}{2}\left[x - \dfrac{a_1 b_1}{\sqrt{x^2 - c^2}}\right], & a_1 \leqslant x \leqslant a_2; \\ \dfrac{J_0}{2}(a_2 b_2 - a_1 b_1)\dfrac{1}{\sqrt{x^2 - c^2}}, & x \geqslant a_2; \end{cases} \quad (77)$$

$$H(0, y) = \begin{cases} 0, & 0 \leqslant y \leqslant b_1; \\ \dfrac{J_0}{2}\left[y - \dfrac{a_1 b_1}{\sqrt{y^2 + c^2}}\right], & b_1 \leqslant y \leqslant b_2; \\ \dfrac{J_0}{2}(a_2 b_2 - a_1 b_1)\dfrac{1}{\sqrt{y^2 + c^2}}, & y \geqslant b_2. \end{cases} \quad (78)$$

Reprezentarea grafică a acestor funcții este dată în figura 3.

Valorile particulare ale intensității cîmpului magnetic indicate în reprezentarea grafică (fig. 3) sînt următoarele :

$$\left.\begin{aligned} H_2(a_2,\ 0) &= \frac{J_0}{2}(a_2 b_2 - a_1 b_1)\frac{1}{b_2}, \\ H_2(0,\ b_2) &= \frac{J_0}{2}(a_2 b_2 - a_1 b_1)\frac{1}{a_2}. \end{aligned}\right\} \tag{79}$$

OBSERVAȚII

1° În cavitatea formată de conductor ($\alpha \leqslant \alpha_1$), intensitatea cîmpului magnetic este nulă, iar liniile cîmpului de inducție magnetică sînt hiperbole echilatere (73). În afara conductorului ($\alpha \geqslant \alpha_2$), liniile de cîmp sînt elipsele confocale $\alpha = \text{const}$.

2° Pe suprafața exterioară a conductorului ($\alpha = \alpha_2$), cîmpul magnetic are numai componentă tangențială, aceeași ca în exemplul precedent. Și aici spectrul cîmpului magnetic și intensitatea lui în domeniul $\alpha \geqslant \alpha_2$ nu depind de forma conductorului și de modul cum este repartizat curentul în interiorul cavității $\alpha \leqslant \alpha_2$ practicate în feromagneticul ideal.

3° Valorile maxime și întreg cîmpul magnetic în afara conductorului ($\alpha \geqslant \alpha_2$) sînt aceleași ca cele din § 4.

6. POTENȚIALUL-VECTOR ȘI CÎMPUL MAGNETIC PENTRU CAZUL CONDUCTORULUI CILINDRIC DE SECȚIUNE ELIPTICĂ AVÎND PERMEABILITATEA μ SITUAT ÎNTR-UN MEDIU DE PERMEABILITATE μ_e

Considerînd în sistemul de ecuații (27) — (30) $\mu_2 = \mu_e$, $a_1 = 0$, $b_1 = 0$, $\alpha_1 = 0$, $a_2 = a$, $b_2 = b$, $\alpha_2 = \alpha_e$, se obțin următoarele expresii pentru potențialul-vector :

$$A = -\mu J_0 \frac{c^2}{8}(\operatorname{ch} 2\alpha - \cos 2\beta) + \mu J_0 \frac{c^4}{8} \frac{\operatorname{ch} 2\alpha \cdot \cos 2\beta}{a^2 + b^2 + 2\frac{\mu_e}{\mu} ab}, \tag{80}$$

în interiorul conductorului, și

$$A_e = -\mu J_0 \frac{a^2 + b^2}{8} + \mu_e J_0 \frac{ab}{2}\alpha_e - \mu_e J_0 \frac{ab}{2}\alpha - \\ - \mu_e J_0 \frac{c^4}{8} \frac{1}{a^2 + b^2 + 2\frac{\mu_e}{\mu} ab} \frac{2ab}{(a-b)^2} e^{-2\alpha} \cos 2\beta, \tag{81}$$

în exteriorul conductorului.

Expresia (80) a potențialului-vector în interiorul conductorului se transcrie în coordonate carteziene

$$A = -\mu\frac{J_0}{4}(x^2+y^2) + \mu J_0\frac{c^4}{8}\frac{1}{a^2+b^2+2\frac{\mu_e}{\mu}ab}\left(2\frac{x^2-y^2}{c^2}-1\right). \quad (82)$$

Cîmpul magnetic în coordonate eliptice în plan va avea componentele

$$\begin{cases} H_\alpha = \dfrac{1}{c\sqrt{\operatorname{ch}^2\alpha-\cos^2\beta}}J_0\dfrac{c^2}{4}\left[\sin 2\beta - \dfrac{c^2}{a^2+b^2+2\frac{\mu_e}{\mu}ab}\operatorname{ch}2\alpha\sin 2\beta\right], & (83) \\ H_\beta = \dfrac{1}{c\sqrt{\operatorname{ch}^2\alpha-\cos^2\beta}}\cdot J_0\dfrac{c^2}{4}\left[\operatorname{sh}2\alpha - \dfrac{c^2}{a^2+b^2+2\frac{\mu_e}{\mu}ab}\operatorname{sh}2\alpha\cos 2\beta\right], & (84) \end{cases}$$

în interiorul conductorului, și

$$\begin{cases} H_{e\alpha} = \dfrac{1}{c\sqrt{\operatorname{ch}^2\alpha-\cos^2\beta}}J_0\dfrac{c^2}{4}\dfrac{c^2}{a^2+b^2+2\frac{\mu_e}{\mu}ab}\cdot\dfrac{2ab}{(a-b)^2}e^{-2\alpha}\sin 2\beta, & (85) \\ H_{e\beta} = \dfrac{1}{c\sqrt{\operatorname{ch}^2\alpha-\cos^2\beta}}J_0\dfrac{c^2}{4}\left[\dfrac{2ab}{c^2} - \dfrac{c^2}{a^2+b^2+2\frac{\mu_e}{\mu}ab}\cdot\dfrac{2ab}{(a-b)^2}e^{-2\alpha}\cos 2\beta\right] & (86) \end{cases}$$

în exteriorul conductorului.

Componentele cîmpului magnetic din interiorul conductorului se transcriu în coordonate carteziene

$$\begin{cases} H_x = -\dfrac{J_0}{2}y - \dfrac{J_0}{2}\dfrac{c^2}{a^2+b^2+2\frac{\mu_e}{\mu}ab}y, & (87) \\ H_y = \dfrac{J_0}{2}x - \dfrac{J_0}{2}\dfrac{a^2}{a^2+b^2+2\frac{\mu_e}{\mu}ab}x. & (88) \end{cases}$$

6.1. CONDUCTORUL CILINDRIC DE SECȚIUNE ELIPTICĂ SITUAT ÎNTR-UN MEDIU DE ACEEAȘI PERMEABILITATE

În relațiile (80) și (81) se introduce $\mu_e = \mu$ și se obține:

$$A = -\mu J_0\frac{c^2}{8}\left[(\operatorname{ch}2\alpha + \cos 2\beta) - \frac{c^2}{(a+b)^2}\operatorname{ch}2\alpha\cos 2\beta\right], \quad (89)$$

în interiorul conductorului, și

$$A_e = -\mu J_0 \frac{a^2+b^2}{8} + \mu J_0 \frac{ab}{2}\alpha_e - \mu J_0 \frac{ab}{2}\left[\alpha + \frac{1}{2}e^{-2\alpha}\cos 2\beta\right], \tag{90}$$

în exteriorul conductorului.

6.2. CONDUCTORUL CILINDRIC DE SECȚIUNE ELIPTICĂ SITUAT ÎNTR-UN MEDIU FEROMAGNETIC IDEAL

În relațiile (80) și (81) se introduce $\mu_e \to \infty$, obținîndu-se

$$A = -\mu J_0 \frac{c^2}{8}(\operatorname{ch} 2\alpha + \cos 2\beta), \tag{91}$$

în interiorul conductorului, și

$$A_e = -\mu_e J_0 \frac{ab}{2}(\alpha - \alpha_e), \tag{92}$$

în exteriorul conductorului.

Observație. Din relațiile (91) și (92) se deduce componenta tangențială a cîmpului magnetic pe frontiera $\alpha = \alpha_e$:

$$H_\beta|_{\alpha=\alpha_e} = H_{e\beta}|_{\alpha=\alpha_e} = \frac{J_0}{2}\frac{ab}{\sqrt{a^2 - c^2\cos^2\beta}} = \frac{I}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{a^2 - c^2\cos^2\beta}}, \tag{93}$$

rezultat care coincide cu cel obținut prin transformarea conformă a exteriorului elipsei $\alpha = \alpha_e$ pe exteriorul cercului cu centrul în originea axelor de coordonate sau pe semiplanul superior din planul auxiliar.

Rezultatele obținute în acest paragraf prin particularizarea expresiilor obținute în paragrafele precedente au mai fost obținute direct și de alți autori [1], [2].

7. POTENȚIALUL-VECTOR ȘI CÎMPUL MAGNETIC PENTRU CAZUL CONDUCTORULUI CILINDRIC CU SECȚIUNEA ÎN FORMĂ DE COAJĂ CIRCULARĂ

Particularizînd $\alpha \to \infty$, $c \to 0$ în sistemul de ecuații (27) — (30) și înlocuind corespunzător

$$\left.\begin{aligned} &\frac{c}{2}e^{\alpha} \to r\ ,\quad \alpha \to \ln r\ ,\quad \alpha_1 \to \ln r_1\ ,\quad \alpha_2 \to \ln r_2\ ,\\ &b_1 \to r_1\ ,\quad b_2 \to r_2\ , \end{aligned}\right\} \tag{94}$$

se obțin următoarele expresii ale potențialului-vector :

$$A = \mu \frac{J_0}{4}\left[r_1^2 + 2r_1^2 \ln\frac{r}{r_1} - r^2\right], \tag{95}$$

$$A_1 = 0,$$

$$A_2 = \mu \frac{J_0}{4}\left[r_1^2 - r_2^2 + 2r_1^2 \ln\frac{r_2}{r_1}\right] - \mu_2 \frac{J_0}{2}(r_2^2 - r_1^2)\ln\frac{r}{r_2}, \tag{96}$$

în care r este distanța de la punctul curent la axa conductorului.

Cîmpul magnetic va avea numai componente tangențiale (în coordonate cilindrice) :

$$\left.\begin{aligned} H &= \frac{J_0}{2}\,\frac{r^2 - r_1^2}{r}, \\ H_1 &= 0, \\ H_2 &= \frac{J_0}{2}\,\frac{r_2^2 - r_1^2}{r}. \end{aligned}\right\} \tag{97}$$

8. CALCULUL FACTORULUI ÎN ALTERNATIV AL REZISTENȚEI ELECTRICE LA FRECVENȚE JOASE

8.1. CONDUCTORUL SITUAT ÎNTR-UN MEDIU DE ACEEAȘI PERMEABILITATE ($\mu_1 = \mu_2 = \mu$)

Fie conductorul cilindric cu secțiunea în formă de coajă eliptică (fig. 1) parcurs de curentul alternativ $i = \sqrt{2}\, I \sin \omega t$. Datorită simetriei, densitatea de curent $\boldsymbol{J}$ și cîmpul electric $\boldsymbol{E}$ sînt orientate numai după axa Oz, iar cîmpul magnetic $\boldsymbol{H}$ are componente numai în planul xOy.

Pentru determinarea factorului în alternativ al rezistenței electrice la frecvențe joase, se utilizează metoda iterației [3].

Se presupune inițial că densitatea curentului electric care parcurge conductorul este constantă în secțiunea acestuia :

$$\underline{J}_0 = \frac{\underline{I}}{\pi(a_2 b_2 - a_1 b_1)}. \tag{98}$$

Notația cu bară dedesubt indică reprezentarea în complex a mărimii respective.

Cîmpul electric indus în interiorul conductorului este

$$\underline{E}_1 = -\,\mathrm{j}\omega\,\underline{A} = -\,\mathrm{j}\omega\mu\frac{\underline{J}_0}{8}\{4a_1 b_1 \alpha - c^2(\mathrm{ch}\,2\alpha + \cos 2\beta) + \\ + [2a_1 b_1 + (a_2 - b_2)^2]\,\mathrm{ch}\,2\alpha\cos 2\beta - 2a_1 b_1\,\mathrm{sh}\,2\alpha\cos 2\beta + K_1\}, \tag{99}$$

unde s-a folosit expresia (33) pentru potențialul-vector, K_1 fiind o constantă.

Densitatea de curent suplementară corespunzătoare este

$$\underline{J}_1 = \sigma \underline{E}_1. \tag{100}$$

Constanta K_1 se determină din condiția

$$\int_S \boldsymbol{J}_1 d\boldsymbol{A} = 0, \tag{101}$$

integrala efectuîndu-se pe întreaga secțiune a conductorului.

Elementul de suprafață în coordonate eliptice în plan este

$$\mathrm{d}A = \frac{c^2}{2} (\mathrm{ch}\, 2\alpha - \cos 2\beta)\, \mathrm{d}\alpha\, \mathrm{d}\beta. \tag{102}$$

Integrala (101) se poate scrie deci

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\int_0^{2\pi} \{4a_1 b_1 \alpha - c^2 (\mathrm{ch}\, 2\alpha + \cos 2\beta) + [2a_1 b_1 + (a_2 - b_2)^2] \mathrm{ch}\, 2\alpha \cos 2\beta - \\ - 2a_1 b_1 \mathrm{sh}\, 2\alpha \cos 2\beta + K_1\} (\mathrm{ch}\, 2\alpha - \cos 2\beta)\, \mathrm{d}\alpha\, \mathrm{d}\beta = 0. \tag{103}$$

Efectuînd integrările din (103), se obține

$$K_1 = \frac{a_2 b_2 (a_2^2 + b_2^2) - a_1 b_1 (a_1^2 + b_1^2) - (a_2 b_2 - a_1 b_1)^2 - 4a_1 b_1 (\alpha_2 a_2 b_2 - \alpha_1 a_1 b_1)}{a_2 b_2 - a_1 b_1} \tag{104}$$

care se poate transcrie

$$K_1 = \\ = c^2 \frac{\mathrm{sh}2\alpha_2 \mathrm{ch}2\alpha_2 - \mathrm{sh}2\alpha_1 \mathrm{ch}2\alpha_1 - \frac{1}{2}(\mathrm{sh}2\alpha_2 - \mathrm{sh}2\alpha_1)^2 - \mathrm{sh}2\alpha_1 (\alpha_2 \mathrm{sh}2\alpha_2 - \alpha_1 \mathrm{sh}2\alpha_1)}{\mathrm{sh}\, 2\alpha_2 - \mathrm{sh}\, 2\alpha_1}. \tag{105}$$

Prin urmare,

$$\underline{J}_1 = - \mathrm{j}\omega \mu\sigma \frac{\underline{J}_0}{8} \{4a_1 b_1 \alpha - c^2 (\mathrm{ch}\, 2\alpha + \cos 2\beta) + \\ + [2a_1 b_1 + (a_2 - b_2)^2] \mathrm{ch}\, 2\alpha \cos 2\beta - 2a_1 b_1 \mathrm{sh}\, 2\alpha \cos 2\beta + K_1\}, \tag{106}$$

unde K_1 are expresia dată de relația (105).

Mărginindu-se la prima iterație, deoarece $\underline{J}_0$ și $\underline{J}_1$ sînt în cvadratură, pătratul valorii efective a densității de curent rezultante $\underline{J}$ este egal cu suma pătratelor valorilor efective ale componentelor :

$$J^2 = J_0^2 + J_1^2 = J_0^2 \left\{ 1 + \omega^2 \mu^2 \sigma^2 \frac{1}{64} [4a_1 b_1 \alpha - c^2 (\mathrm{ch}\, 2\alpha + \cos 2\beta) + \right. \\ \left. + (2a_1 b_1 + (a_2 - b_2)^2) \mathrm{ch}\, 2\alpha \cos 2\beta - 2a_1 b_1 \mathrm{sh}\, 2\alpha \cos 2\beta + K_1]^2 \right\}. \tag{106}$$

Puterea transformată prin efect Joule pe unitatea de lungime a conductorului este

$$P = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\int_0^{2\pi} \frac{J^2}{\sigma}\,\frac{c^2}{2}\,(\operatorname{ch} 2\alpha - \cos 2\beta)\,d\alpha\,d\beta. \tag{107}$$

Puterea care se transformă prin efect Joule în curent continuu pe unitatea de lungime a conductorului este

$$P_c = \frac{J_0^2}{\sigma}\,\pi\,(a_2 b_2 - a_1 b_1). \tag{108}$$

Factorul în alternativ va fi

$$k_r = \frac{P}{P_c} = 1 + \frac{1}{P_c}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\int_0^{2\pi} \frac{J_1^2}{\sigma}\cdot\frac{c^2}{2}\,(\operatorname{ch} 2\alpha - \cos 2\beta)\,d\alpha\,d\beta. \tag{109}$$

Introducînd în expresia de mai sus expresia J_1^2 din (106) și efectuînd integrările, după unele transformări elementare și grupări de termeni se obține

$$k_r = 1 + \frac{1}{\delta^4}\cdot\frac{c^4}{16}\left\{-\frac{K_1^2}{c^4} + \frac{4\operatorname{sh}^2 2\alpha_1}{\operatorname{sh} 2\alpha_2 - \operatorname{sh} 2\alpha_1}\,(\alpha_2^2 \operatorname{sh} 2\alpha_2 - \alpha_1^2 \operatorname{sh} 2\alpha_1) + \right.$$

$$+ 2\alpha_1 \operatorname{sh}^2 2\alpha_1\left(-1 + \frac{2\operatorname{ch} 2\alpha_1 + \operatorname{ch} 2\alpha_2}{\operatorname{sh} 2\alpha_2 - \operatorname{sh} 2\alpha_1}\right) -$$

$$- 2\alpha_2 \operatorname{sh} 2\alpha_1 \operatorname{sh} 2\alpha_2\left(-1 + \frac{2\operatorname{sh} 2\alpha_2 + \operatorname{sh} 2\alpha_1\cdot\operatorname{ch} 2\alpha_2}{\operatorname{sh} 2\alpha_2 - \operatorname{sh} 2\alpha_1\cdot\operatorname{sh} 2\alpha_2}\right) +$$

$$+ \frac{1}{2}(\operatorname{sh}^2 2\alpha_1 + \operatorname{ch}^2 2\alpha_1) + \frac{1}{2}(\operatorname{sh} 2\alpha_1 - \operatorname{sh} 2\alpha_2 + \operatorname{ch} 2\alpha_2)^2 +$$

$$+ \frac{1}{6}\,\frac{\operatorname{sh}^3 2\alpha_2 - \operatorname{sh}^3 2\alpha_1}{\operatorname{sh} 2\alpha_2 - \operatorname{sh} 2\alpha_1}\,[2 + \operatorname{sh}^2 2\alpha_1 + (\operatorname{sh} 2\alpha_1 - \operatorname{sh} 2\alpha_2 + \operatorname{ch} 2\alpha_2)^2] +$$

$$+ \operatorname{sh} 2\alpha_1\left[\frac{1}{2}(\operatorname{sh} 2\alpha_2 + \operatorname{sh} 2\alpha_1) + \left(-1 + \frac{\operatorname{ch} 2\alpha_2}{\operatorname{sh} 2\alpha_2 - \operatorname{sh} 2\alpha_1}\right)\times\right.$$

$$\left.\left.\times\,(\operatorname{ch} 2\alpha_2 - \operatorname{ch} 2\alpha_1)\cdot\left(1 - \frac{1}{3}\,\frac{\operatorname{ch}^3 2\alpha_2 - \operatorname{ch}^3 2\alpha_1}{\operatorname{ch} 2\alpha_2 - \operatorname{ch} 2\alpha_1}\right)\right]\right\}.$$

Expresia obținută este de forma

$$k_r = 1 + \left(\frac{c}{\delta}\right)^4 \Psi\,(\alpha_1,\ \alpha_2), \tag{111}$$

unde $\delta = \sqrt{\dfrac{2}{\omega\,\mu\,\sigma}}$ e adîncimea echivalentă de pătrundere, iar $\Psi\,(\alpha_1, \alpha_2)$

o funcție care depinde numai de α_1, α_2, adică numai de rapoartele $\frac{b_1}{a_1}$ și $\frac{b_2}{a_2}$ ale axelor elipselor care mărginesc coaja.

Funcția $\psi(\alpha_1, \alpha_2)$ are o formă complicată și nu e ușor de mînuit în aplicații. De altfel prezintă importanță mai ales *cazul cojilor subțiri*. Considerînd pentru acest caz dezvoltările în serie ale funcțiilor care intervin în $\Psi(\alpha_1, \alpha_2)$

$$\left.\begin{aligned}
\operatorname{sh} 2\alpha_1 &= \operatorname{sh} 2\alpha_0 - \Delta\alpha \operatorname{ch} 2\alpha_0 + \frac{(\Delta\alpha)^2}{2}\operatorname{sh} 2\alpha_0 - \frac{(\Delta\alpha)^3}{6}\operatorname{ch} 2\alpha_0 + \dots \\
\operatorname{sh} 2\alpha_2 &= \operatorname{sh} 2\alpha_0 + \Delta\alpha \operatorname{ch} 2\alpha_0 + \frac{(\Delta\alpha)^2}{2}\operatorname{sh} 2\alpha_0 + \frac{(\Delta\alpha)^3}{6}\operatorname{ch} 2\alpha_0 + \dots \\
\operatorname{ch} 2\alpha_1 &= \operatorname{ch} 2\alpha_0 - \Delta\alpha \operatorname{sh} 2\alpha_0 + \frac{(\Delta\alpha)^2}{2}\operatorname{ch} 2\alpha_0 - \frac{(\Delta\alpha)^3}{6}\operatorname{sh} 2\alpha_0 + \dots \\
\operatorname{ch} 2\alpha_2 &= \operatorname{ch} 2\alpha_0 + \Delta\alpha \operatorname{sh} 2\alpha_0 + \frac{(\Delta\alpha)^2}{2}\operatorname{ch} 2\alpha_0 + \frac{(\Delta\alpha)^3}{6}\operatorname{sh} 2\alpha_0 + \dots
\end{aligned}\right\} \quad (112)$$

în jurul valorii medii $\alpha_0 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$ cu $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ și reținînd termenii pînă la $(\Delta\alpha)^3$, se obține formula simplă

$$\Psi(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{1}{16}(\Delta\alpha)^2 \cdot \operatorname{ch} 4\alpha_0 (\operatorname{ch} 4\alpha_0 - \operatorname{sh} 4\alpha_0) + \dots \quad (113)$$

Pentru factorul în alternativ se obține

$$k_r = 1 + \left(\frac{c}{\delta}\right)^4 \frac{(\Delta\alpha)^2}{32}(1 + e^{-8\alpha_0}). \quad (114)$$

Observînd că $\alpha_0 = \operatorname{argth}\frac{b_0}{a_0}$, unde a_0 și b_0 sînt axele elipsei medii, și introducînd grosimea medie a cojii

$$d \simeq \frac{a_0 + b_0}{2}\Delta\alpha,$$

obținem

$$k_r = 1 + \frac{1}{8}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \cdot \left(\frac{a_0}{\delta}\right)^2 \left(1 - \frac{b_0}{a_0}\right)^2 \left(1 + e^{-8\operatorname{argth}\frac{b_0}{a_0}}\right) \quad (115)$$

sau încă

$$k_r = 1 + \frac{1}{4}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \left(\frac{a_0}{\delta}\right)^2 \frac{(1-\lambda)^2}{(1+\lambda)^4}[(1+\lambda^2)^2 + 4\lambda^2], \quad (116)$$

unde am notat

$$\lambda = \frac{b_0}{a_0}.$$

Aceeași relație se obține, în aproximația cojii subțiri, neglijînd variația cu α în expresia potențialului -vector și apoi calculînd pierderile.

Relația (116) poate fi transcrisă în definitiv

$$\boxed{k_r = 1 + \left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \cdot \left(\frac{a_0}{\delta}\right)^2 \cdot \varphi(\lambda),} \quad , \tag{117}$$

unde

$$\varphi(\lambda) = \frac{1}{4} \frac{(1-\lambda)^2}{(1+\lambda)^4} [(1+\lambda^2)^2 + 4\lambda^2]. \tag{118}$$

Funcția $\varphi(\lambda)$ e reprezentată în figura 4.

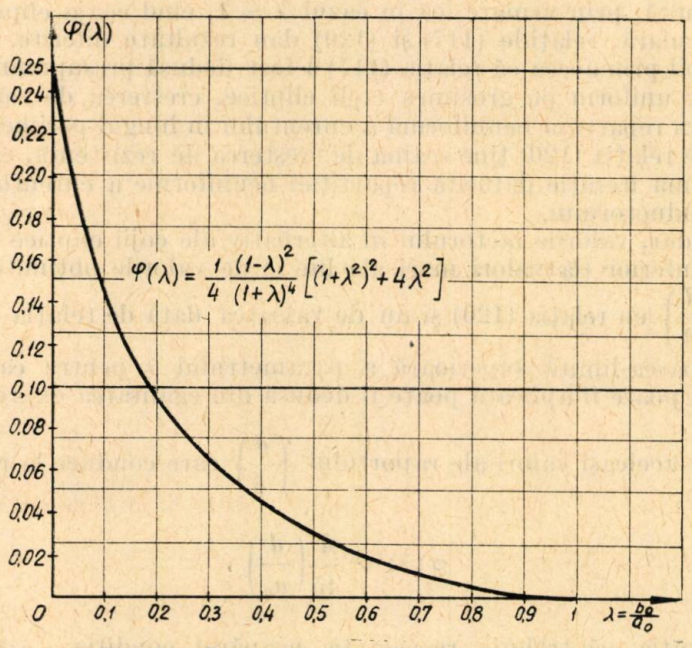


Fig. 4. — Reprezentarea grafică a funcției $\varphi(\lambda)$.

În cazul particular al cojii circulare, din relația (110) rezultă

$$k_r = 1 + \frac{1}{4\delta^4} \Bigg\{ -K^2 + \frac{4r_1^4}{r_2^2 - r_1^2} [r_2^2 (\ln r_2)^2 - r_1^2 (\ln r_1)^2] + \\ + \frac{6r_1^6}{r_2^2 - r_1^2} \ln r_1 - \frac{4r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \left(r_1^2 + \frac{r_2^2}{2}\right) \ln r_2 + \\ + 2r_1^4 + \frac{1}{3} \frac{r_2^6 - r_1^6}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{1}{2} r_1^2 (r_2^2 + r_1^2) \Bigg\}, \tag{119}$$

unde

$$K = \frac{r_2^2 + r_1^2}{2} + r_1^2 - \frac{2r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}(r_2^2 \ln r_2 - r_1^2 \ln r_1).$$

Particularizînd în continuare această ultimă relaţie pentru cojile circulare subţiri, se obţine

$$k_r = 1 + \left(\frac{d}{\delta}\right)^4 \cdot \frac{4}{45}. \tag{120}$$

Observaţii. Din expresia (118) rezultă că valorile factorului $\varphi(\lambda)$ variază între 0 pentru $\lambda = 1$ (cazul elipsei degenerate în cerc) şi 0,25 pentru $\lambda = 0$ (elipsa degenerată într-o bandă) (fig. 4).

Rezultă, prin urmare, că în cazul $\lambda = 1$, cînd coaja eliptică devine coajă circulară, relaţiile (117) şi (120) dau rezultate diferite. Acest fapt e explicabil prin aceea că relaţia (117) a fost dedusă presupunînd curentul repartizat uniform pe grosimea cojii eliptice, creşterea de rezistenţă rezultînd din repartiţia neuniformă a curentului în lungul perimetrului cojii, în timp ce relaţia (120) ţine seama de creşterea de rezistenţă, care provine într-o primă iteraţie datorită repartiţiei neuniforme a curentului pe grosimea conductorului.

Aşadar, valorile factorului în alternativ ale cojii eliptice subţiri sînt limitate inferior (la valori mari ale lui λ) de valorile obţinute la acelaşi raport $\left(\frac{d}{\delta}\right)$ cu relaţia (120) şi nu de valoarea dată de relaţia (117).

Valoarea-limită superioară a parametrului λ pentru care formula (117) mai poate fi aplicată poate fi dedusă din egalitatea expresiilor (117) şi (120) la aceleaşi valori ale raportului $\left(\frac{d}{\delta}\right)$ care conduce la relaţia

$$\varphi(\lambda) = \frac{4}{45}\left(\frac{d}{a_0}\right)^2, \tag{121}$$

cu observaţia că trebuie respectată neapărat condiţia $\frac{d}{a_0} \ll 1$, pentru care e valabilă aproximaţia cojii subţiri. De exemplu, pentru $\frac{d}{a_0} = 0{,}2$ se obţine $\varphi(\lambda) = 0{,}00356$, căreia din curba reprezentată în figura 4 îi corespunde $\lambda_{lim} \simeq 0{,}83$, adică o elipsă foarte apropiată de cerc.

Observăm că pentru valori mai mici ale lui λ, adică pentru coji eliptice subţiri cu excentricitate mai mare, factorul în alternativ creşte simţitor în comparaţie cu valoarea dată de relaţia (120) la acelaşi raport $\left(\frac{d}{\delta}\right)$, ca urmare tocmai a repartiţiei neuniforme a curentului în lungul perimetrului cojii.

Pe de altă parte, aplicabilitatea formulei (117) e limitată și de o valoare inferioară a parametrului λ (excentricități mari), deoarece presupune atît $\frac{d}{a_0} < \frac{1}{2}$, cît și $\frac{d}{b_0} < 1$.

Din condiția $\frac{d}{b_0} < 1$ rezultă $\frac{d}{a_0} < \lambda$ și deci

$$\lambda > \frac{d}{a_0}. \tag{122}$$

Prin urmare, de exemplu pentru cazul ales mai înainte $\frac{d}{a_0} = 0,2$, limitele parametrului λ pentru care formula (117) e aplicabilă rezultă $0,2 \leqslant \lambda \leqslant 0,83$. Observăm că, în general, $\frac{d}{a_0} < 0,2$ pentru cojile subțiri și că, prin urmare, formula (117) se extinde între limite care cuprind practic toată gama de valori ale parametrului λ.

8.2. CONDUCTORUL SITUAT ÎNTR-UN MEDIU DE PERMEABILITATE MULT MAI MARE ($\mu_1 = \mu$, $\mu_2 \gg \mu$)

Procedînd la fel ca în § 8.1 și utilizînd expresia (52) pentru potențialul-vector, se obține cîmpul electric indus în interiorul conductorului:

$$\underline{E}_1 = -\,\mathrm{j}\omega\,\underline{A} = -\,\mathrm{j}\omega\mu\frac{\underline{J}_0}{8}\left\{4a_1b_1\alpha - c^2(\operatorname{ch}2\alpha + \cos 2\beta) + \right.$$
$$\left. + \frac{a_1 b_1}{a_2 b_2}(a_2^2 + b_2^2)\operatorname{ch}2\alpha\cos 2\beta - 2a_1b_1\operatorname{sh}2\alpha\cos 2\beta + K_2\right\}, \tag{123}$$

unde K_2 este o constantă, iar $\underline{J}_0$ are expresia dată de relația (98).

Densitatea de curent corespunzătoare este

$$\underline{J}_1 = \underline{E}_1\,\sigma. \tag{124}$$

Constanta K_2 se determină din condiția

$$\int_s \boldsymbol{J}_1\,d\boldsymbol{A} = 0, \tag{125}$$

$\underline{J}_1$ avînd expresia dată de relația (124). Integrala se efectuează pe întreaga secțiune a conductorului.

Cu expresia (102) pentru elementul de suprafață, integrala (125) se poate scrie sub forma

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\int_0^{2\pi}\left[4a_1\,b_1\,\alpha - c^2(\operatorname{ch}2\alpha + \cos 2\beta) + \frac{a_1 b_1}{a_2 b_2}(a_2^2 + b_2^2)\operatorname{ch}2\alpha\cos 2\beta - \right.$$
$$\left. - 2a_1 b_1\operatorname{sh}2\alpha\cos 2\beta + K_2\right](\operatorname{ch}2\alpha - \cos 2\beta)\,d\alpha\,d\beta = 0. \tag{126}$$

Efectuînd integrările din (126), se obține

$$K_2 = \frac{\left(-\frac{a_1^2 b_1^2}{a_2 b_2} + a_2 b_2 + 2a_1 b_1\right)(a_2^2 + b_2^2) - 2a_1 b_1 (a_1^2 + b_1^2) - 8a_1 b_1 (\alpha_2 a_2 b_2 - \alpha_1 a_1 b_1}{2(a_2 b_2 - a_1 b_1)}. \quad (127)$$

Mărginindu-se și în acest caz la prima iterație și procedînd ca în exemplul precedent, obținem în definitiv

$$k_r = 1 + \frac{1}{\delta^4} \cdot \frac{c^4}{16} \left\{ -\frac{K_2^2}{c^4} + \frac{4 \operatorname{sh}^2 2\alpha_1}{\operatorname{sh} 2\alpha_2 - \operatorname{sh} 2\alpha_1} (\alpha_2^2 \operatorname{sh} 2\alpha_2 - \alpha_1^2 \operatorname{sh} 2\alpha_1) + \right.$$

$$+ 2\alpha_1 \frac{\operatorname{sh}^2 2\alpha_1}{\operatorname{sh} 2\alpha_2 - \operatorname{sh} 2\alpha_1} \left(2 \operatorname{ch} 2\alpha_1 + \frac{\operatorname{ch} 2\alpha_2}{\operatorname{sh} 2\alpha_2} \operatorname{sh} 2\alpha_1\right) -$$

$$- 2\alpha_2 \frac{\operatorname{sh} 2\alpha_1 \operatorname{sh} 2\alpha_2}{\operatorname{sh} 2\alpha_2 - \operatorname{sh} 2\alpha_1} \left(1 + 2 \frac{\operatorname{sh} 2\alpha_1}{\operatorname{sh} 2\alpha_2}\right) \operatorname{ch} 2\alpha_2 +$$

$$+ \frac{1}{2} (\operatorname{sh}^2 2\alpha_1 + \operatorname{ch}^2 2\alpha_1) + \frac{1}{2} \left(\frac{\operatorname{ch} 2\alpha_2}{\operatorname{sh} 2\alpha_2} \operatorname{sh} 2\alpha_1\right)^2 + \quad (128)$$

$$+ \frac{1}{6} \frac{\operatorname{sh}^3 2\alpha_2 - \operatorname{sh}^3 2\alpha_1}{\operatorname{sh} 2\alpha_2 - \operatorname{sh} 2\alpha_1} \left[2 + \operatorname{sh}^2 2\alpha_1 + \left(\frac{\operatorname{ch} 2\alpha_2}{\operatorname{sh} 2\alpha_2} \operatorname{sh} 2\alpha_1\right)^2\right] +$$

$$+ \operatorname{sh} 2\alpha_1 \left[\frac{1}{2} (\operatorname{sh} 2\alpha_2 + \operatorname{sh} 2\alpha_1) + \right.$$

$$\left.\left. + \frac{\operatorname{ch} 2\alpha_2}{\operatorname{sh} 2\alpha_2} \operatorname{sh} 2\alpha_1 \frac{\operatorname{ch} 2\alpha_2 - \operatorname{ch} 2\alpha_1}{\operatorname{sh} 2\alpha_2 - \operatorname{sh} 2\alpha_1} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\operatorname{ch}^3 2\alpha_2 - \operatorname{ch}^3 2\alpha_1}{\operatorname{ch} 2\alpha_2 - \operatorname{ch} 2\alpha_1}\right)\right]\right\}.$$

Și expresia (128) este de forma (111). În cazul cojii subțiri, utilizînd aceleași dezvoltări în serie, obținem

$$k_r = 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \cdot \left(\frac{a_0}{\delta}\right)^2 \frac{(1 - \lambda)^2}{4\lambda^2} [(1 + \lambda^2)^2 + 4\lambda^2], \quad (129)$$

folosind aceleași notații ca în § 8.1.

Aceeași relație se obține în aproximația cojii subțiri, neglijînd variația cu α în expresia potențialului-vector și apoi calculînd pierderile.

Relația (129) poate fi transcrisă și în cazul acesta

$$k_r = 1 + \left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \cdot \left(\frac{a_0}{\delta}\right)^2 \xi(\lambda), \quad (130)$$

unde

$$\xi(\lambda) = \frac{1}{4}\,\frac{(1-\lambda)^2}{4\lambda^2}\,[(1+\lambda^2)^2 + 4\lambda^2]. \tag{131}$$

Funcția $\xi(\lambda)$ este reprezentată în figura 5.

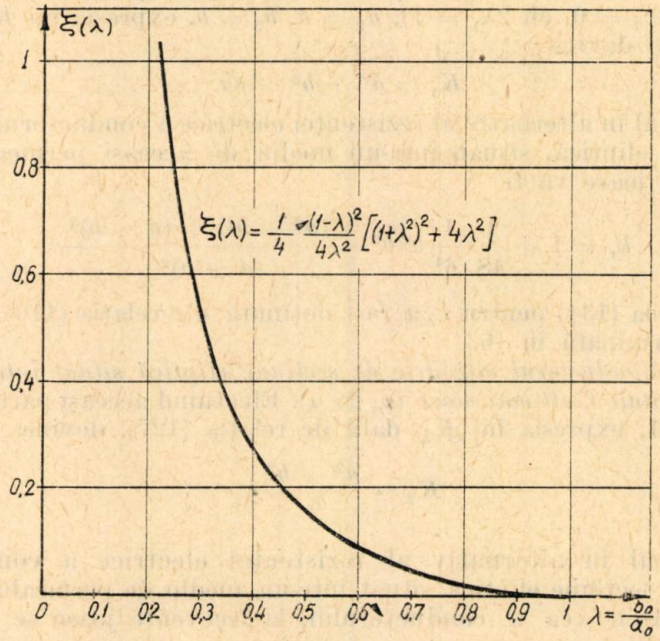


Fig. 5. — Reprezentarea grafică a funcției $\xi(\lambda)$.

În cazul particular al cojii circulare se obțin aceleași relații (119), respectiv (120).

Observațiile făcute în § 8.1 sînt valabile și în acest caz. Valoarea-limită superioară a parametrului λ pentru care formula (130) mai poate fi aplicată rezultă, la aceleași valori ale raportului $\left(\frac{d}{\delta}\right)$, din relația

$$\xi(\lambda) = \frac{4}{45}\left(\frac{d}{a_0}\right)^2. \tag{132}$$

De exemplu, pentru $\frac{d}{a_0} = 0{,}2$ se obține $\xi(\lambda) = 0{,}00356$, căreia, din curba reprezentată în figura 5, îi corespunde $\lambda_{lim} \simeq 0{,}88$.

Valoarea-limită inferioară rezultă pentru valori ale parametrilor care fac ca întregul termen ce se adaugă la unitate în expresia factorului k_r să fie sensibil subunitar, adică

$$\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \cdot \left(\frac{a_0}{\delta}\right)^2 \xi(\lambda) \ll 1.$$

8.3. CAZUL PARTICULAR AL CONDUCTOARELOR CILINDRICE DE SECȚIUNE ELIPTICĂ

8.3.1. *Conductorul cilindric de secțiune eliptică situat într-un mediu de aceeași permeabilitate* ($\mu_e = \mu$). Particularizînd pentru $\alpha_1 = 0$ ($a_1 = 0$, $b_1 = 0$, sh $2\alpha_1 = 0$, ch $2\alpha_1 = 1$), $a_2 = a$, $b_2 = b$, expresia lui K_1, dată de relația (104), devine

$$K_1 = a^2 + b^2 - ab. \tag{133}$$

Factorul în alternativ al rezistenței electrice a conductorului cilindric de secțiune eliptică, situat într-un mediu de aceeași permeabilitate μ, la frecvențe joase va fi

$$k_r = 1 + \frac{1}{48}\frac{1}{\delta^4} a^2 b^2 \frac{2(a^2 + b^2) + (a - b)^2}{(a + b)^2}. \tag{134}$$

Expresia (134) pentru k_r a fost obținută din relația (110) și coincide cu cea determinată în [6].

8.3.2. *Conductorul cilindric de secțiune eliptică situat într-un mediu cu permeabilitate mult mai mare* ($\mu_e \gg \mu$). Efectuînd aceeași particularizare ca în § 8.3.1, expresia lui K_2, dată de relația (127), devine

$$K_2 = \frac{a^2 + b^2}{2}. \tag{135}$$

Factorul în alternativ al rezistenței electrice a conductorului cilindric de secțiune eliptică situat într-un mediu de permeabilitate mult mai mare decît cea a conductorului, la frecvențe joase se obține din expresia (128)

$$k_r = 1 + \frac{1}{96}\frac{1}{\delta^4}\left(a^4 + b^4 + \frac{c^4}{2}\right). \tag{136}$$

CONCLUZII

În lucrare s-au studiat, utilizînd potențialul-vector, cîmpurile magnetice staționare ale unor coji eliptice parcurse de curent continuu în prezența unor medii omogene și neomogene din punct de vedere magnetic. Cazurile secțiunilor eliptice și ale cojilor circulare s-au obținut prin particularizări.

Rezultatele obținute în prima parte a lucrării au fost aplicate pentru calculul factorului în alternativ al rezistenței electrice a cojilor eliptice în aproximația efectului pelicular slab.

Se constată că creșterea rezistenței în curent alternativ a cojilor subțiri e un efect al repartiției neuniforme a curentului în lungul perimetrului elipsei.

Primită la redacție la 28 ianuarie 1966

BIBLIOGRAFIE

1. J. KULDA, *Magnetfelder eines Stromleiters elliptischen Querschnitts in Ferromagnetikum und in Luft un eines in elliptischer Nut in Eisen eingebetteten Stromfondes*, Archiv Elektrotehnik, *48* (1963).
2. LANG S. DZUNG, *Das Magnetfeld des gleichstrom durch flossenen geraden Stromleiters von elliptischen Querschnitt*, Archf. Elektrotech., *47* (1962).
3. R. RĂDULEȚ, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. IV, București, 1956 (curs litografiat).
4. PH. MORSE, H. FESHBACH, *Methods of Teoretical Physics*, Part. II, chapt. 10. *1*, New York-Toronto-Londra, McGraw-Hill Book Comp. Inc., 1953.
5. AL. TIMOTIN, *Probleme de cîmp magnetic în corpuri de permeabilitate foarte mare*, St. cerc. energ., **XII**, *4* (1962).
6. F. LETTOWSKY, *Skineffekt in zylindrischen Leitern mit elliptischem Querschnitt*, Archf. Elektrotechn, *29* (1953).
7. J. FISCHER, *Skineffekt in zylindrischen Leitern insbesonder von elliptischem Querschnitt*, Physikalische Zeitschrift, *42* (1941).
8. H. G. GROSS, *Die Berechnung der Stromverteilung in zylindrischen Leitern mit rechteckigen un elliptischen Querschnitt*, Archf. Elektrotechn, *34* (1940).

CÎMPUL ELECTROMAGNETIC CVASISTAȚIONAR AL UNOR FIRE RECTILINII PARCURSE DE CURENT ALTERNATIV ÎN PREZENȚA UNUI ECRAN PLAN INFINIT DE GROSIME FINITĂ[1]

DE

ALEXANDRU TIMOTIN, ANDREI ȚUGULEA și CEZAR FLUERAȘU

537.311.5

Se determină potențialul magnetic vector și cîmpul magnetic al unor fire rectilinii paralele parcurse de curent alternativ în prezența unui ecran plan infinit de grosime finită, paralel cu firele. Se calculează repartiția densității de curent, pierderile în ecran și coeficientul de ecranare.

O soluție mai adecvată în aplicații este obținută presupunînd ecranul infinit subțire, dar de conductivitate superficială finită. Se prezintă tabele și curbe pentru calculul pierderilor.

1. INTRODUCERE

Studiul ecranului plan infinit de grosime finită prezintă importanță pentru considerarea într-o primă aproximație a comportării ecranelor dreptunghiulare de grosime finită în prezența unor conductoare paralele parcurse de curent alternativ. Asemenea ecrane se utilizează pentru ecranarea globală sau pentru ecranarea fiecărei faze în parte a barelor de curenți tari, utilizate pentru legarea bloc a generatoarelor de mare putere cu transformatoarele ridicătoare de tensiune [1].

Studiul prezintă și o importanță teoretică, legată de formularea corectă a problemelor plan-paralele în domenii care se extind pînă la infinit.

În lucrarea de față, studiul e efectuat prin integrarea ecuațiilor cîmpului electromagnetic în regim armonic permanent.

[1]) Articolul publicat și în „Rev. roum. sci. techn. — Energ. Electrotechn." **11**, *3* (1966).

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 481—501, București 1966

2. DETERMINAREA POTENȚIALULUI-VECTOR

Considerăm un ecran plan infinit, de grosime Δ, din material liniar, izotrop și omogen, de conductivitate σ și permeabilitate μ, în prezența căruia se află așezate două fire conductoare infinit lungi, paralele între ele și cu suprafața ecranului, parcurse de curenți alternativi cu intensități egale și de semne contrare

$$i_1 = I\sqrt{2}\sin\omega t\,;$$

$$i_2 = -I\sqrt{2}\sin\omega t.$$

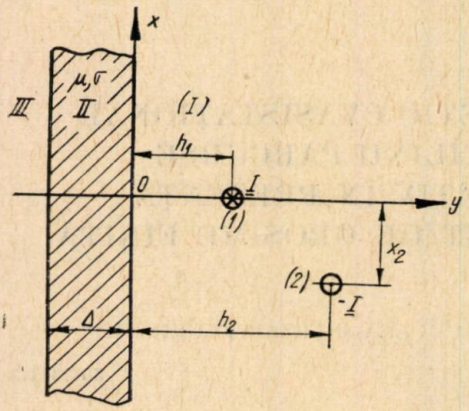


Fig. 1. — Conductoare rectilinii în prezența unui ecran plan infinit de grosime finită.

Alegînd axele ca în figura 1, observăm că în aceste condiții potențialul-vector al cîmpului magnetic, $\boldsymbol{A}$, are o singură componentă,

$$\boldsymbol{A}(x, y, t) = \boldsymbol{k}A(x, y, t), \quad (1)$$

orientată după direcția axei Oz, care depinde numai de coordonatele x și y, cîmpul fiind plan-paralel.

Reprezentarea în complex a unicei componente a acestui potențial-vector $\underline{A}(x, y) \rightleftarrows A(x, y, t)$ va satisface în cele trei domenii (I, II, III), indicate în figura 1, următoarele ecuații [2]:

$$\Delta\underline{A}_{\mathrm{I}} = -\mu_0\underline{I}\,\delta(x)\,\delta(y - h_1) + \mu_0\underline{I}\,\delta(x - x_2)\,\delta(y - h_2), \quad (2)$$

în care $\delta(x)$ reprezintă funcția impulsie-unitate (funcția lui Dirac), definită în modul următor:

$$\delta(\xi) = 0 \quad (\text{pentru } \xi \neq 0), \quad (3)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\,\delta(\xi)\,\mathrm{d}\xi = f(0), \quad (3')$$

Această scriere reflectă faptul că potențialul-vector satisface ecuația lui Laplace peste tot, cu excepția punctelor prin care trec cele două fire parcurse de curent și unde, după cum se știe [3], acest potențial prezintă singularități logaritmice;

$$\Delta\underline{A}_{\mathrm{II}} = \gamma^2\underline{A}_{\mathrm{II}}, \quad (4)$$

unde

$$\gamma = \sqrt{\mathrm{j}\omega\mu\sigma} = \alpha(1 + \mathrm{j}) = \frac{1}{\delta}(1 + \mathrm{j}), \quad (5)$$

δ fiind adîncimea echivalentă de pătrundere a cîmpului electromagnetic cvasistaționar în materialul ecranului :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}, \tag{6}$$

și

$$\Delta \underline{A}_{III} = 0. \tag{7}$$

Soluția ecuației (2), reprezentînd potențialul-vector A_I, se caută sub forma a doi termeni, unul dintre termeni reprezentînd o soluție particulară a ecuației neomogene (Poisson), la care se adaugă o soluție generală a ecuației lui Laplace.

Se observă că o asemenea soluție particulară poate fi expresia

$$\underline{A}'_I = \underline{A}'^{(1)}_I + \underline{A}'^{(2)}_I = -\frac{\mu_0 I}{4\pi}\left[\ln\frac{x^2+(y-h_1)^2}{x^2+(y+h_1)^2} - \ln\frac{(x-x_2)^2+(y-h_2)^2}{(x-x_2)^2+(y+h_2)^2}\right], \tag{8}$$

care satisface ecuația lui Laplace peste tot în domeniul I, cu excepția punctelor ($x = 0$, $y = h_1$) și ($x = x_2$, $y = h_2$) prin care trec cele două fire, unde potențialul crește logaritmic către infinit.

Fiecare dintre termenii expresiei (8) reprezintă, de fapt, potențialul-vector al unui fir și al imaginii lui magnetice în raport cu planul de separație dintre ecran și dielectric (planul $y = 0$), imaginea fiind obținută în ipoteza unui ecran perfect conductor [4].

O astfel de alegere asigură anularea la infinit a potențialului-vector $\underline{A}_I$ pentru fiecare fir în parte și este compatibilă cu condiția de unicitate pentru cîmpurile magnetice plan-paralele [5], care necesită anularea la infinit a potențialului-vector.

Din punct de vedere fizic, considerarea unui singur fir și a imaginii sale în raport cu planul $y = 0$ în separarea soluției particulare, împreună cu condiția de unicitate amintită mai sus, corespunde întoarcerii curentului din fir prin ecran.

Fiind îndeplinite condițiile de unicitate, se poate aplica teorema de superpoziție a cîmpurilor și potențialelor, considerîndu-le drept o suprapunere a cîmpurilor și potențialelor pe care le-ar produce fiecare fir în parte dacă ar exista singur în prezența ecranului, întoarcerea curentului din fir făcîndu-se prin ecran (fig. 2).

Observăm că această specificare a modului de închidere a curentului nu se face în lucrarea [6].

În aceste condiții, aplicînd metoda separării variabilelor și utilizînd dezvoltarea soluțiilor în integrală Fourier [7], se obțin următoarele expresii ale potențialului-vector al cîmpului primului fir (fig. 2 *a*) :

$$\underline{A}^{(1)}_I = \int_0^\infty B^{(1)}_\lambda e^{-\lambda y}\cos\lambda x\, d\lambda - \frac{\mu_0 I}{4\pi}\ln\frac{x^2+(y-h_1)^2}{x^2+(y+h_1)^2}, \tag{9}$$

$$\underline{A}_{II}^{(1)} = \int_0^\infty \left[C_\lambda^{(1)} e^{-k_\lambda y} + D_\lambda^{(1)} e^{k_\lambda y} \right] \cos \lambda x \, d\lambda, \tag{10}$$

$$\underline{A}_{III}^{(1)} = \int_0^\infty E_\lambda^{(1)} e^{\lambda y} \cos \lambda x \, d\lambda. \tag{11}$$

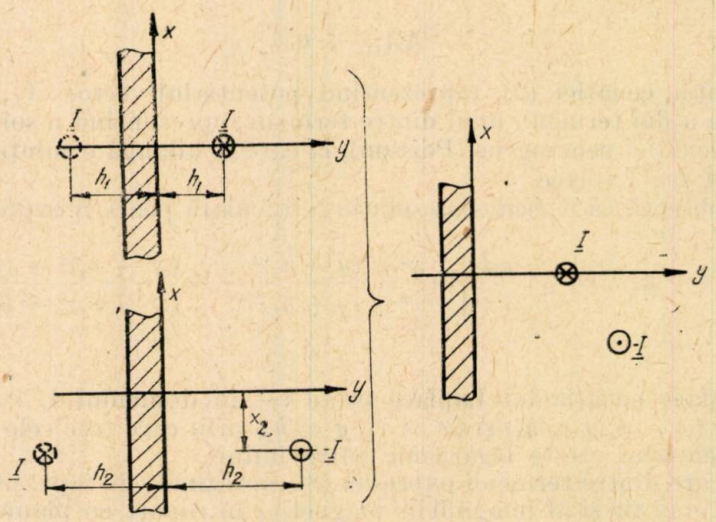


Fig. 2. — Ilustrarea aplicării superpoziției pentru calculul cîmpurilor.

S-a folosit notația

$$k_\lambda = \sqrt{\lambda^2 + \gamma^2}. \tag{12}$$

Aceste soluții țin seama atît de condițiile de simetrie ale problemei, cît și de comportarea la infinit a potențialului-vector rezultant.

În aceste relații, coeficienții B_λ, C_λ, D_λ și E_λ urmează a fi determinați din condițiile de trecere aplicate suprafețelor de separație dintre cele trei domenii. Aceste condiții exprimă conservarea componentei normale a inducției magnetice și a componentei tangențiale a intensității cîmpului magnetic, care, exprimate prin intermediul potențialului-vector, se vor scrie :

$$\underline{A}_{I}^{(1)}|_{y=0} = \underline{A}_{II}^{(1)}|_{y=0}, \tag{13}$$

$$\underline{A}_{II}^{(1)}|_{y=-\Delta} = \underline{A}_{III}^{(1)}|_{y=-\Delta}, \tag{14}$$

$$\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \underline{A}_{I}^{(1)}}{\partial y}\bigg|_{y=0} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial \underline{A}_{II}^{(1)}}{\partial y}\bigg|_{y=0}, \tag{15}$$

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial \underline{A}_{II}^{(1)}}{\partial y}\bigg|_{y=-\Delta} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \underline{A}_{III}^{(1)}}{\partial y}\bigg|_{y=-\Delta}. \tag{16}$$

Impunînd aceste condiții soluțiilor (9)—(11), se obțin următoarele valori pentru coeficienții B_λ, C_λ, D_λ și E_λ:

$$B_\lambda^{(1)} = \frac{\mu_0 \underline{I}}{\pi} \frac{e^{-\lambda h_1}}{\lambda} \cdot \frac{(1-\beta)\, e^{-k_\lambda \Delta} - (1+\beta)\, e^{k_\lambda \Delta}}{N_\lambda}, \tag{17}$$

$$C_\lambda^{(1)} = \frac{\mu_0 \underline{I}}{\pi} \cdot \frac{e^{-\lambda h_1}}{\lambda} \cdot \frac{(1-\beta)\, e^{-k_\lambda \Delta}}{N_\lambda}, \tag{18}$$

$$D_\lambda^{(1)} = -\frac{\mu_0 \underline{I}}{\pi} \cdot \frac{e^{-\lambda h_1}}{\lambda} \cdot \frac{(1+\beta)\, e^{k_\lambda \Delta}}{N_\lambda}, \tag{19}$$

$$E_\lambda^{(1)} = -2 \frac{\mu_0 \underline{I}}{\pi} \cdot \frac{e^{-\lambda h_1}}{\lambda} \cdot \frac{\beta e^{\lambda \Delta}}{N_\lambda}, \tag{20}$$

unde

$$N_\lambda = (1-\beta)^2 e^{-k_\lambda \Delta} - (1+\beta)^2 e^{k_\lambda \Delta}, \tag{21}$$

$$\beta = \frac{\mu_0}{\mu} \frac{k_\lambda}{\lambda}. \tag{22}$$

Potențialul-vector al cîmpului determinat de al doilea fir se obține analog și are expresiile

$$\underline{A}_{\mathrm{I}}^{(2)} = \int_0^\infty B_\lambda^{(2)} e^{-\lambda y} \cos \lambda (x - x_2)\, d\lambda - \frac{\mu_0 \underline{I}}{4\pi} \ln \frac{(x-x_2)^2 + (y-h_2)^2}{(x-x_2)^2 + (y+h_2)^2}, \tag{23}$$

$$\underline{A}_{\mathrm{II}}^{(2)} = \int_0^\infty \left[C_\lambda^{(2)} e^{-k_\lambda y} + D_\lambda^{(2)} e^{k_\lambda y} \right] \cos \lambda (x - x_2)\, d\lambda, \tag{24}$$

$$\underline{A}_{\mathrm{III}}^{(2)} = \int_0^\infty E_\lambda^{(2)} e^{\lambda y} \cos \lambda (x - x_2)\, d\lambda, \tag{25}$$

în care coeficienții B_λ, C_λ, D_λ și E_λ rezultă corespunzător din relațiile (17)—(20), făcînd înlocuirile

$$\underline{I} \to -\underline{I}; \quad h_1 \to h_2.$$

Efectuînd superpoziția, se obțin următoarele expresii ale potențialului-vector în cele trei domenii:

$$\underline{A}_{\mathrm{I}} = \frac{\mu_0 \underline{I}}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda h_1}}{\lambda} \frac{(1-\beta)\, e^{-k_\lambda \Delta} - (1+\beta)\, e^{k_\lambda \Delta}}{N_\lambda} e^{-\lambda y} \cos \lambda x\, d\lambda -$$

$$- \frac{\mu_0 \underline{I}}{4\pi} \ln \frac{x^2 + (y-h_1)^2}{x^2 + (y+h_2)^2} + \frac{\mu_0 \underline{I}}{4\pi} \ln \frac{(x-x_2)^2 + (y-h_2)^2}{(x-x_2)^2 + (y+h_2)^2} -$$

$$- \frac{\mu_0 \underline{I}}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda h_2}}{\lambda} \frac{(1-\beta)\, e^{-k_\lambda \Delta} - (1+\beta)\, e^{k_\lambda \Delta}}{N_\lambda} e^{-\lambda y} \cos \lambda (x - x_2)\, d\lambda, \tag{26}$$

$$\underline{A}_{II} = \frac{\mu_0 \underline{I}}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda h_1}}{\lambda} \frac{(1-\beta)\, e^{-k_\lambda(y+\Delta)} - (1+\beta)\, e^{k_\lambda(y+\Delta)}}{N_\lambda} \cos \lambda x \, d\lambda -$$

$$- \frac{\mu_0 \underline{I}}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda h_2}}{\lambda} \frac{(1-\beta)\, e^{-k_\lambda(y+\Delta)} - (1+\beta)\, e^{k_\lambda(y+\Delta)}}{N_\lambda} \cos \lambda (x - x_2)\, d\lambda, \tag{27}$$

$$\underline{A}_{III} = -2 \frac{\mu_0 \underline{I}}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda h_1}}{\lambda} \frac{\beta\, e^{\lambda(\Delta+y)}}{N_\lambda} \cos \lambda x \, d\lambda +$$

$$+ 2 \frac{\mu_0 \underline{I}}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda h_2}}{\lambda} \cdot \frac{\beta\, e^{\lambda(\Delta+y)}}{N_\lambda} \cos \lambda (x - x_2)\, d\lambda. \tag{28}$$

3. CALCULUL DENSITĂȚII CURENȚILOR INDUȘI ÎN ECRAN

În interiorul ecranului, intensitatea cîmpului electric e dată de relația

$$\underline{E}_{,I} = - j\omega \underline{A}_{II}, \tag{29}$$

deoarece potențialul scalar al cîmpului poate fi luat nul în acest caz.

Densitatea curenților induși în ecran este

$$\underline{J}_e = \sigma \underline{E}_{II} = - j\omega\sigma \underline{A}_{II}. \tag{30}$$

Utilizînd expresiile (10) și (24) ale potențialului-vector al cîmpului, se obține

$$\underline{J}_e = - \gamma^2 \frac{\mu_0}{\mu} \frac{\underline{I}}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda h_1}}{\lambda} \cdot \frac{(1-\beta)\, e^{-k_\lambda(y+\Delta)} - (1+\beta)\, e^{k_\lambda(y+\Delta)}}{N_\lambda} \cos \lambda x \, d\lambda +$$

$$+ \gamma^2 \frac{\mu_0}{\mu} \frac{\underline{I}}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda h_2}}{\lambda} \frac{(1-\beta)\, e^{-k_\lambda(y+\Delta)} - (1+\beta)\, e^{k_\lambda(y+\Delta)}}{N_\lambda} \cos \lambda (x - x_2)\, d\lambda. \tag{31}$$

Se poate verifica imediat că intensitatea rezultantă a curentului din întreg ecranul este nulă. Într-adevăr, această intensitate e dată de relația

$$\underline{I}_e = \int_{S_{ecr}} \underline{J}_e \, dA = \int_{y=-\Delta}^{0} \int_{x=-\infty}^{+\infty} \underline{J}_e \, dx \, dy. \tag{32}$$

Înlocuind expresia (31) a densității de curent și efectuînd întîi integrarea în raport cu x și ținînd seama de relația [8]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \cos \lambda x \, dx = 2\pi \delta(\lambda), \tag{33}$$

unde $\delta(\lambda)$ este funcția impulsie a lui Dirac, definită mai sus, se obține

$$\underline{I}_e = -\gamma^2 \frac{\mu_0}{\mu} \frac{\underline{I}}{\pi} \left[\int_{y=-\Delta}^{0} \int_{\lambda=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda h_1}}{\lambda} \frac{(1-\beta)\, e^{-k_\lambda (y+\Delta)} - (1+\beta)\, e^{k_\lambda (y+\Delta)}}{N_\lambda} \times \right.$$

$$\times \delta(\lambda)\, d\lambda\, dy + \int_{y=-\Delta}^{0} \int_{\lambda=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda h_2}}{\lambda} \times$$

$$\left. \times \frac{(1-\beta)\, e^{-k_\lambda (y+\Delta)} - (1+\beta)\, e^{k_\lambda (y+\Delta)}}{N_\lambda} \delta(\lambda)\, d\lambda\, dy \right]. \tag{34}$$

Sau, folosind proprietatea cunoscută (3′) a funcției δ utilizată aici sub forma

$$\int_0^\infty f(\lambda)\, \delta(\lambda)\, d\lambda = \frac{1}{2} f(0), \tag{35}$$

care ia în considerare că funcția δ definită de relația (3) e o funcție pară, se obține

$$\underline{I}_e = -\gamma \underline{I} \left[\int_{-\Delta}^{0} \frac{\operatorname{ch} \gamma (y+\Delta)}{\operatorname{sh} \gamma \Delta}\, dy - \int_{-\Delta}^{0} \frac{\operatorname{ch} \gamma (y+\Delta)}{\operatorname{sh} \gamma \Delta}\, dy \right] = 0. \tag{36}$$

Observăm de asemenea că pentru fiecare fir în parte curentul total din ecran este egal și de semn contrar cu cel din fir :

$$\underline{I}_e^{(1)} = -\gamma \underline{I} \int_{-\Delta}^{0} \frac{\operatorname{ch} \gamma (y+\Delta)}{\operatorname{sh} \gamma \Delta}\, dy = -\underline{I}, \tag{37}$$

respectiv

$$\underline{I}_e^{(2)} = \underline{I}, \tag{38}$$

fapt care justifică interpretarea fizică amintită mai sus.

În cazul în care firul al doilea se îndepărtează foarte mult de ecran ($h_2 \to \infty$), termenul corespunzător din densitatea de curent tinde către zero, fără însă ca intensitatea curentului rezultant din ecran să devină diferită de zero, aceasta nedepinzînd de poziția celor două fire.

În cazul particular al ecranului infinit gros, în prezența unui singur fir se obține pentru densitatea curentului de întoarcere expresia indicată în articolul citat mai sus [6].

4. CÎMPURILE MAGNETICE ÎN DOMENIUL NEECRANAT (I) ȘI ÎN DOMENIUL ECRANAT (III)

Inducția magnetică se obține din relația

$$\underline{\boldsymbol{B}} = \operatorname{rot} \underline{\boldsymbol{A}} \tag{39}$$

sau, pe componente,

$$\underline{B}_x = \frac{\partial \underline{A}}{\partial y}; \quad \underline{B}_y = -\frac{\partial \underline{A}}{\partial x}. \tag{40}$$

Folosind expresiile potențialului-vector deduse mai sus, se obțin pentru inducția magnetică în zona neecranată (I) și în zona ecranată (III) expresiile

$$\underline{B}_{x\mathrm{I}} = -\frac{\mu_0 \underline{I}}{4\pi}\left[\frac{2(y-h_1)}{x^2+(y-h_1)^2} - \frac{2(y-h_1)}{x^2+(y+h_1)^2}\right] - \\ -\frac{\mu_0 \underline{I}}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda h_1}\frac{(1-\beta)\,\mathrm{e}^{-k_\lambda \Delta} - (1+\beta)\,\mathrm{e}^{k_\lambda \Delta}}{N_\lambda}\,\mathrm{e}^{-\lambda y}\cos\lambda x\,\mathrm{d}\lambda + B^{(2)}_{x\mathrm{I}}, \tag{41}$$

$$\underline{B}_{y\mathrm{I}} = -\frac{\mu_0 \underline{I}}{4\pi}\left[\frac{2x}{x^2+(y-h_1)^2} - \frac{2x}{x^2+(y+h_1)^2}\right] + \\ +\frac{\mu_0 \underline{I}}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda h_1}\frac{(1-\beta)\,\mathrm{e}^{-k_\lambda \Delta} - (1+\beta)\,\mathrm{e}^{k_\lambda \Delta}}{N_\lambda}\,\mathrm{e}^{-\lambda y}\sin\lambda x\,\mathrm{d}\lambda + B^{(2)}_{y\mathrm{I}}, \tag{42}$$

$$\underline{B}_{x\mathrm{III}} = -2\frac{\mu_0 \underline{I}}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda h_1}\frac{\beta \mathrm{e}^{\lambda \Delta}}{N_\lambda}\,\mathrm{e}^{\lambda y}\cos\lambda x\,\mathrm{d}\lambda + B^{(2)}_{x\mathrm{III}}, \tag{43}$$

$$\underline{B}_{y\mathrm{III}} = -2\frac{\mu_0 \underline{I}}{\pi}\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda h_1}\frac{\beta \mathrm{e}^{\lambda \Delta}}{N_\lambda}\,\mathrm{e}^{\lambda y}\sin\lambda x\,\mathrm{d}\lambda + B^{(2)}_{y\mathrm{III}}, \tag{44}$$

unde mărimile cu indicele superior (2) indică componentele inducției magnetice corespunzătoare celui de-al doilea fir, obținute din precedentele prin substituțiile

$$\underline{I} \to -\underline{I}; \quad h_1 \to h_2; \quad x \to x - x_2.$$

Se constată că, atunci cînd firul al doilea se îndepărtează foarte mult de ecran ($h_2 \to \infty$), cîmpul său tinde către zero în punctele situate la distanță finită de ecran, soluțiile fiind în acest caz reprezentate de către primii termeni din relațiile de mai sus.

5. DETERMINAREA PIERDERILOR ÎN ECRAN

Determinarea pierderilor în ecran se poate face în principiu pe două căi : utilizînd expresia densității de volum a puterii transformată în căldură prin efect Joule-Lenz,

$$P_j = \frac{1}{\sigma}\int_V |J_e|^2\,\mathrm{d}v, \tag{45}$$

sau prin intermediul fluxului vectorului lui Poynting,

$$P_j = \mathrm{Re}\left[\oint_\Sigma \underline{\boldsymbol{S}}\,\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}A\right], \tag{46}$$

unde Σ este o suprafață închisă care înconjură ecranul, $\boldsymbol{n}$ normala interioară la această suprafață, iar $\underline{\boldsymbol{S}}$ expresia complexă a vectorului lui Poynting :

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}^*. \tag{47}$$

Alegînd drept suprafață Σ suprafața formată de cele două fețe ale ecranului reunite printr-o suprafață care străbate ecranul pe la infinit

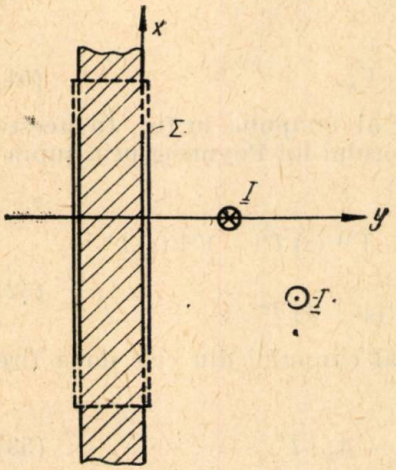


Fig. 3. — Ilustrarea calculului pierderilor în ecran cu ajutorul fluxului vectorului lui Poynting prin suprafața laterală a ecranului.

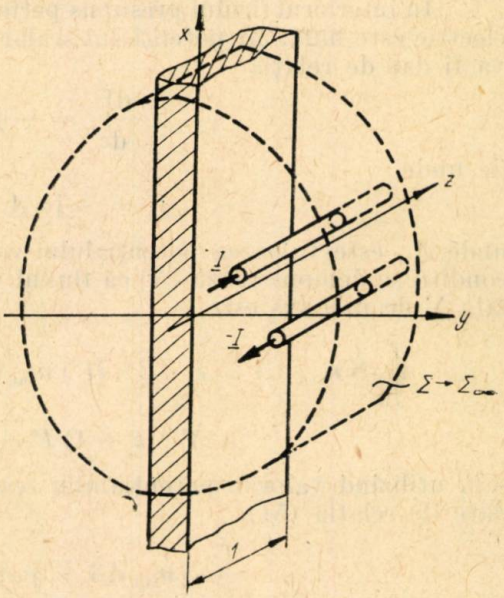


Fig. 4. — Ilustrarea calculului pierderilor în ecran cu ajutorul potențialelor electrodinamice.

(fig. 3), se obține următoarea expresie a pierderilor pe unitatea de lungime a ecranului :

$$P_j = -\omega\mu_0 \frac{I^2}{\pi} \operatorname{Im} \int_0^\infty \frac{e^{-2\lambda h}}{\lambda} \frac{(1-\beta)e^{-k_\lambda \Delta} - (1+\beta)e^{k_\lambda \Delta}}{N_\lambda} \cdot \left[\beta \frac{(1-\beta)e^{-k_\lambda \Delta} + (1+\beta)e^{k_\lambda \Delta}}{N_\lambda}\right]^* d\lambda. \tag{48}$$

Se poate obține [5] o expresie mai comodă pentru calcule și în alt mod. Considerăm o suprafață închisă Σ de formă cilindrică, mărginită de două plane perpendiculare pe direcția firelor situate la o distanță egală cu unitatea unul de altul (fig. 4).

Presupunînd cele două fire perfect conductoare, partea reală a fluxului vectorului lui Poynting care pătrunde în această suprafață va

reprezenta chiar pierderile în porțiunea din ecran interceptată. Dacă secțiunea transversală a suprafeței Σ devine infinită, pierderile astfel calculate vor fi chiar pierderile pe unitatea de lungime a ecranului.

În domeniul I, cîmpul electric nu mai este plan-paralel, el fiind dat de relația

$$\underline{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{I}} = -\operatorname{grad} \underline{V} - \mathrm{j}\omega \underline{\boldsymbol{A}}_{\mathrm{I}}, \tag{49}$$

unde $\underline{V}$ este potențialul electric scalar reprezentat în complex.

În interiorul firului presupus perfect conductor, intensitatea cîmpului electric este nulă, iar potențialul scalar va putea să depindă numai de z și va fi dat de relația

$$\frac{\mathrm{d}\underline{V}}{\mathrm{d}z} = -\mathrm{j}\omega \underline{A}_{1f}, \tag{50}$$

de unde

$$\underline{V} = -\mathrm{j}\omega \underline{A}_{1f} z + V_0, \tag{51}$$

unde $\underline{A}_{1f}$ este valoarea potențialului-vector al cîmpului în fir. În aceste condiții se demonstrează [5] că fluxul vectorului lui Poynting prin suprafața Σ de mai sus este

$$\oint_{\Sigma} \underline{\boldsymbol{S}}\, \boldsymbol{n}_{\mathrm{int}}\, \mathrm{d}A = \oint_{\Sigma} (\underline{\boldsymbol{E}} \times \underline{\boldsymbol{H}}^*)\, \boldsymbol{n}_{\mathrm{int}}\, \mathrm{d}A = \underline{V}^{(1)}(z)\, \underline{I}^* - \underline{V}^{(2)}(z)\, \underline{I}^* - \\ - \underline{V}^{(1)}(z+1)\, \underline{I}^* + \underline{V}^{(2)}(z+1)\, \underline{I}^* \tag{52}$$

sau, utilizînd valorile potențialului scalar al cîmpului din cele două fire date de relația (51),

$$\oint_{\Sigma} \underline{\boldsymbol{S}}\, \boldsymbol{n}_{\mathrm{int}}\, \mathrm{d}A = \mathrm{j}\omega (\underline{A}_{2f} - \underline{A}_{1f})\, \underline{I}^*, \tag{53}$$

unde prin $\underline{A}_{1f}$ și $\underline{A}_{2f}$ s-au notat valorile potențialului-vector în punctele ocupate de cele două fire.

Pierderile în ecran vor fi date deci de relația

$$P_i = \operatorname{Re} \oint_{\Sigma} \underline{\boldsymbol{S}}\, \boldsymbol{n}_{\mathrm{int}}\, \mathrm{d}A = \omega I \operatorname{Im} (\underline{A}_{2f} - A_{1f}). \tag{54}$$

S-a ales curentul din primul fir ca origine de fază.

Potențialul-vector în domeniul I va fi dat de relația (9). Înlocuind coeficientul B_λ dat de relația (17), se obține

$$\underline{A}_{\mathrm{I}} = \frac{\mu_0 \underline{I}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-\lambda h_1}}{\lambda} \frac{(1-\beta)\,\mathrm{e}^{-k_\lambda \Delta} - (1+\beta)\,\mathrm{e}^{k_\lambda \Delta}}{N_\lambda} \mathrm{e}^{-\lambda y} \cos \lambda x \, \mathrm{d}\lambda - \\ - \frac{\mu_0 \underline{I}}{4\pi} \ln \frac{x^2 + (y-h_1)^2}{x^2 + (y+h_1)^2} + \underline{A}_{\mathrm{I}}^{(2)}, \tag{55}$$

unde $\underline{A}_{\mathrm{I}}^{(2)}$, contribuția celui de-al doilea fir, rezultă efectuînd substituțiile folosite mai sus.

Îndepărtînd firul al doilea la infinit ($h_2 \to \infty$), contribuția sa la valoarea potențialului-vector $\underline{A}_1$, va fi neglijabilă. Pe de altă parte, cele două singularități logaritmice conduc la valori infinite ale potențialului-vector pe cele două fire, însă aceste valori sînt reale, deci ele nu intervin în expresia puterii active (54) care ne interesează.

În aceste condiții, pentru puterea transformată în căldură pe unitatea de lungime a ecranului, se obține expresia

$$P_j = -\frac{\omega\mu_0 I^2}{\pi} \operatorname{Im} \int_0^\infty \frac{e^{-2\lambda h_1}}{\lambda} \frac{(1-\beta)\, e^{-k_\lambda \Delta} - (1+\beta)\, e^{k_\lambda \Delta}}{(1-\beta)^2 e^{-k_\lambda \Delta} - (1+\beta)^2 e^{k_\lambda \Delta}} \, d\lambda. \tag{56}$$

Un calcul elementar arată că cele două expresii obținute (48 și 56) sînt echivalente.

CAZUL ECRANELOR GROASE

Vom deduce în cele ce urmează o expresie a pierderilor în ecrane pentru care $\Delta > \delta$.

Se poate constata cu ușurință că în aceste condiții termenii conținînd exponențiala $e^{-k_\lambda \Delta}$ din relația (56) pot fi neglijați în raport cu termenii care conțin exponențiala $e^{k_\lambda \Delta}$.

Într-adevăr, în situația cea mai defavorabilă din acest punct de vedere ($\lambda = 0$), raportul acestor termeni este pentru numărător

$$\lim_{\lambda \to 0} \left| \frac{1-\beta}{1+\beta} e^{-2k_\lambda \Delta} \right| = e^{-2\frac{\Delta}{\delta}}. \tag{57}$$

Același rezultat se obține și pentru termenii de la numitor.

Mai observăm că, pentru orice valoare $\lambda \neq 0$, raportul $\frac{1-\beta}{1+\beta} e^{-2k_\lambda \Delta}$ scade și mai mult, deoarece $|k_\lambda| > |\gamma|$, iar coeficientul care înmulțește exponențiala este subunitar.

Prin urmare, dacă $\frac{\Delta}{\delta} > 1$,

$$e^{-\frac{2\Delta}{\delta}} \ll 1,$$

fapt care justifică aproximația făcută. De exemplu, dacă $\frac{\Delta}{\delta} = 1,5$

$$e^{-\frac{2\Delta}{\delta}} = \frac{1}{e^3} \approx 0,05.$$

Pierderile în ecran vor fi date în acest caz de relația

$$P_j = -\frac{\omega\mu_0 I^2}{\pi}\,\mathrm{Im}\int_0^\infty \frac{e^{-\lambda h_1}\,d\lambda}{\lambda + \frac{\mu_0\gamma}{\mu}\sqrt{1+\left(\frac{\lambda}{\gamma}\right)^2}}. \tag{58}$$

Introducînd variabila adimensională

$$\lambda_0 = \lambda h_1,$$

expresia de mai sus se poate scrie

$$P_j = -\frac{\omega\mu_0 I^2}{\pi}\,\mathrm{Im}\int_0^\infty \frac{e^{-\lambda_0}\,d\lambda_0}{\lambda_0 + \frac{\mu_0}{\mu}\gamma h_1\sqrt{1+\left(\frac{\lambda_0}{\gamma h_1}\right)^2}}. \tag{59}$$

Termenul $\frac{\lambda_0}{\gamma h_1}$ care intervine sub radical mai poate fi scris

$$\frac{\lambda_0}{\gamma h_1} = \frac{\lambda_0\delta}{h_1(1+j)},$$

respectiv modulul său

$$\left|\frac{\lambda_0}{\gamma h_1}\right| = \frac{\lambda_0\delta}{h_1\sqrt{2}}.$$

Pentru a putea efectua integrarea, considerăm situațiile în care modulul acestui termen satisface condiția

$$\left|\frac{\lambda_0}{\gamma h_1}\right| = \frac{\lambda_0\delta}{h_1\sqrt{2}} \ll 1 \tag{60}$$

și în aceste condiții dezvoltăm în serie radicalul, reținînd primii doi termeni.

Pentru valori care nu corespund acestei inegalități, adică pentru

$$\frac{\lambda_0\delta}{h_1\sqrt{2}} > 1,$$

se obține $\lambda_0 > \frac{h_1\sqrt{2}}{\delta}$ și, dacă $\frac{h_1\sqrt{2}}{\delta} > 1$, la valoarea integralei contribuie în principal însumarea efectuată de la 0 la ∞ a expresiei în care integrantul a fost dezvoltat în serie. Obținem astfel

$$P_j = -\frac{\omega\mu_0 I^2}{\pi}\,\mathrm{Im}\frac{1}{\sqrt{1-2\left(\frac{\mu_0}{\mu}\right)^2}}\left[e^{z_1}E_i(-z_1) - e^{z_2}E_i(-z_2)\right], \tag{61}$$

în care

$$z_1 = 2\frac{h_1}{\delta}\frac{\mu}{\mu_0}\left[1 + \sqrt{1 - 2\left(\frac{\mu_0}{\mu}\right)^2}\right](1 + j), \tag{62}$$

$$z_2 = 2\frac{h_1}{\delta}\frac{\mu}{\mu_0}\left[1 - \sqrt{1 - 2\left(\frac{\mu_0}{\mu}\right)^2}\right](1 + j), \tag{63}$$

iar $E_i(z)$ este funcția exponențială integrală [9].

În cazul cînd modulele argumentelor z_1 și z_2 ale funcțiilor din relația (61) satisfac condițiile

$$|z_1| \gg 1; \quad |z_2| \gg 1,$$

se pot utiliza dezvoltările asimptotice [9]

$$E_i(-z) = \frac{e^{-z}}{-z}\left(1 - \frac{1!}{z} + \frac{2!}{z^2} \cdots\right). \tag{64}$$

Păstrînd din aceste dezvoltări în serie numai primii trei termeni, se obține următoarea expresie pentru pierderile în ecran:

$$P_j = \frac{\alpha}{\sigma}\frac{I^2}{2\pi h_1}\left\{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\mu}{\mu_0}\right)\left(\frac{\delta}{h_1}\right) + \left[\frac{1}{4}\left(\frac{\mu}{\mu_0}\right)^2 - \frac{1}{8}\right]\left(\frac{\delta}{h_1}\right)^2\right\}. \tag{65}$$

În cazul ecranelor neferomagnetice ($\mu = \mu_0$), expresia de mai sus devine

$$P_j = \frac{\alpha}{\sigma}\frac{I^2}{2\pi h_1}\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\delta}{h_1}\right) + \frac{1}{8}\left(\frac{\delta}{h_1}\right)^2\right]. \tag{66}$$

Pentru $\delta \ll h_1$, pierderile se pot calcula în prima aproximație cu relația extrem de simplă

$$P_j = \frac{\alpha}{\sigma}\frac{I^2}{2\pi h_1}, \tag{67}$$

care se poate obține și direct, considerînd efectul pelicular net și aplicînd metoda imaginilor magnetice. Observăm că în acest caz se obține un rezultat acoperitor. De asemenea formula (65) are sens numai pentru valori

$$\frac{\mu}{\mu_0}\frac{\delta}{h_1} < 1.$$

6. COEFICIENTUL DE ECRANARE

Se defineşte drept coeficient de ecranare [10] raportul

$$k_e = \left| \frac{\underline{B}(M)}{\underline{B}_0(M)} \right|, \tag{68}$$

în care $\underline{B}_0(M)$ este inducţia magnetică într-un punct M situat în domeniul ecranat faţă de fir (III) în absenţa ecranului, iar $\underline{B}(M)$ este inducţia magnetică în acelaşi punct în prezenţa ecranului.

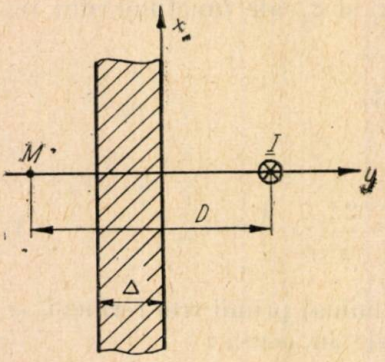


Fig. 5. — Ilustrarea calculului coeficientului de ecranare.

Limitîndu-ne, pentru simplicitate, la punctele situate pe axa Oy, unde inducţia magnetică are componentă numai după direcţia axei x, se obţine

$$k_e = \left| \frac{\underline{B}_{y\,III}(M)}{\frac{\mu_0 I}{2\pi D}} \right|, \tag{69}$$

în care $\underline{B}_{y\,III}(M)$ e dat de relaţia (44), D fiind distanţa dintre punctul M şi fir (fig. 5).

Considerînd al doilea fir foarte depărtat de ecran, se obţine

$$k_e = 4D \left| \int_0^\infty e^{-\lambda(D-\Delta)} \frac{\beta}{N_\lambda} d\lambda \right|. \tag{70}$$

Se constată chiar din această expresie că acest coeficient de ecranare depinde numai de distanţa D dintre fir şi punctul în care se calculează cîmpul şi nu de poziţia pe care o ocupă ecranul între aceste puncte.

În condiţiile în care termenii care conţin pe $e^{-k_\lambda \Delta}$ din numitorul N_λ dat de relaţia (21) pot fi neglijaţi în raport cu cei care conţin pe $e^{k_\lambda \Delta}$, expresia devine

$$k_e = 4D \left| \int_0^\infty \frac{\beta}{(1+\beta)^2} \frac{e^{-\lambda(D-\Delta)}}{e^{k_\lambda \Delta}} d\lambda \right|. \tag{71}$$

Neglijînd în expresia lui $k_\lambda = \sqrt{\lambda^2 + \gamma^2}$ pe λ în raport cu γ, neglijare justificabilă prin aceea că pentru valorile lui λ pînă la care integrandul nu este neglijabil e îndeplinită condiţia $\lambda \ll |\gamma|$ (se presupune că distanţa $(D - \Delta$ nu este prea mică), expresia de mai sus devine

$$k_e = 4D \frac{\mu_0}{\mu} \left| \gamma e^{-\gamma\Delta} \int_0^\infty \frac{\lambda}{\left(\lambda + \frac{\mu_0}{\mu}\gamma\right)^2} e^{-\lambda(D-\Delta)} d\lambda \right| =$$

$$= 4D \frac{\mu_0}{\mu} \left| \gamma e^{-\gamma\Delta} \left\{ -1 - \left[1 + \frac{\mu_0}{\mu}\gamma(D-\Delta) \right] e^{\frac{\mu_0}{\mu}\gamma(D-\Delta)} E_i\left[-\frac{\mu_0}{\mu}\gamma(D-\Delta) \right] \right\} \right|. \tag{72}$$

În cazul în care argumentul $\frac{\mu_0}{\mu}\gamma(D-\Delta)$ al funcției E_i din relația (72) e suficient de mare, folosind dezvoltarea asimptotică utilizată mai sus și calculînd modulul, rezultă

$$k_e = \frac{4}{\sqrt{2}}\left(\frac{\mu}{\mu_0}\right)e^{-\frac{\Delta}{\delta}}\frac{D}{\Delta}\frac{\delta}{\Delta}\frac{1}{\left(\frac{D}{\Delta}-1\right)^2}. \tag{73}$$

Observăm că aplicarea acestei formule necesită verificarea condiției de valabilitate a dezvoltării asimptotice folosite, care se mai poate scrie

$$\frac{\Delta}{\delta}\left(\frac{D}{\delta}-1\right) \gg \frac{\mu}{\mu_0}.$$

7. APROXIMAREA SOLUȚIILOR ÎN CAZUL ECRANELOR FOARTE SUBȚIRI, DAR DE CONDUCTIVITATE FINITĂ

O aproximație care simplifică foarte mult soluția se obține considerînd ecranul foarte subțire, avînd o conductivitate superficială finită

$$\sigma_S = \sigma\Delta, \tag{74}$$

Δ fiind, ca mai sus, grosimea ecranului, considerată mică în raport cu adîncimea de pătrundere.

În acest caz, ecranul va constitui o pînză de curenți.

Ecranul desparte spațiul în două domenii, notate cu I și II. Soluțiile pentru potențialul-vector din cele două domenii sînt

$$\underline{A}_{\mathrm{I}}^{(1)} = \int_0^\infty b_\lambda^{(1)} e^{-\lambda y}\cos\lambda x\,d\lambda - \frac{\mu_0 \underline{I}}{4\pi}\ln\frac{x^2+(y-h_1)^2}{x^2+(y+h_1)^2}, \tag{75}$$

$$\underline{A}_{\mathrm{II}}^{(1)} = \int_0^\infty c_\lambda^{(1)} e^{\lambda y}\cos\lambda x\,d\lambda, \tag{76}$$

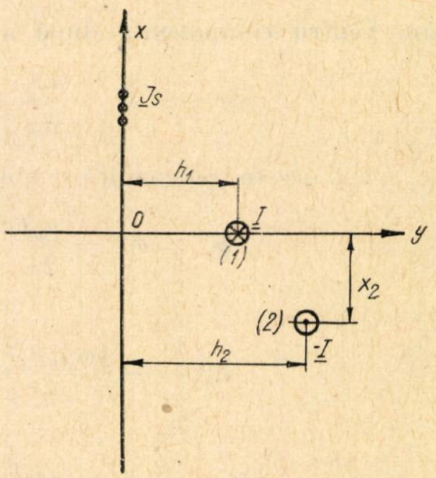


Fig. 6. — Conductoare rectilinii în prezența unui ecran plan infinit de grosime foarte mică

corespunzînd primului fir, și expresii similare corespunzătoare celui de-al doilea fir.

De asemenea vom exprima densitatea pînzei de curent din ecran $\underline{J}_S(x)$ printr-o integrală Fourier

$$\underline{J}_S(x) = \int_0^\infty d_\lambda^{(1)}\cos\lambda x\,d\lambda + \int_0^\infty d_\lambda^{(2)}\cos\lambda(x-x_2)\,d\lambda. \tag{77}$$

Condițiile de trecere prin suprafața de discontinuitate reprezentată de către ecran sînt :

— conservarea componentei tangențiale a potențialului-vector

$$\underline{A}_{\mathrm{I}}|_{y=0} = \underline{A}_{\mathrm{II}}|_{y=0} ; \tag{78}$$

— componența tangențială a intensității cîmpului magnetic, care nu se conservă din cauza pînzei de curent ce străbate ecranul. Aplicînd forma locală a legii circuitului magnetic la această suprafață de discontinuitate, se obține

$$\underline{H}_{x\,\mathrm{II}} - \underline{H}_{x\,\mathrm{Ii}} = \underline{J}_S \tag{79}$$

sau

$$\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial \underline{A}_{\mathrm{II}}}{\partial y}\bigg|_{y=0} - \frac{1}{\mu_0}\frac{\partial \underline{A}_{\mathrm{I}}}{\partial y}\bigg|_{y=0} = \underline{J}_S . \tag{80}$$

O a treia condiție necesară pentru determinarea celor trei coeficienți necunoscuți b_λ, c_λ și d_λ se obține aplicînd legea inducției electromagnetice în cuprinsul ecranului

$$\mathrm{rot}\,\underline{\boldsymbol{E}} = \mathrm{rot}\,\frac{\underline{\boldsymbol{J}}_S}{\sigma_S} = -\,\mathrm{j}\omega\,\underline{\boldsymbol{B}} \tag{81}$$

sau, pentru componenta după axa y,

$$\frac{\partial \underline{J}_S}{\partial x} = \mathrm{j}\omega\,\sigma_S\,\underline{B}_y . \tag{82}$$

Din aceste trei condiții se obțin următoarele valori ale coeficienților :

$$b_\lambda^{(1)} = c_\lambda^{(1)} = \frac{\mu_0 \underline{I}}{2\pi}\,\frac{\mathrm{e}^{-\lambda h_1}}{\lambda}\,\frac{1}{1+\dfrac{1}{2}\dfrac{\mathrm{j}\omega\mu_0\sigma_S}{\lambda}} , \tag{83}$$

$$\mathrm{d}_\lambda^{(1)} = -\,\frac{\mathrm{j}\omega\mu_0\sigma_S \underline{I}}{2\pi}\,\frac{\mathrm{e}^{-\lambda h_1}}{\lambda}\,\frac{1}{1+\dfrac{1}{2}\dfrac{\mathrm{j}\omega\mu_0\sigma_S}{\lambda}} \tag{84}$$

și expresii similare corespunzătoare celui de-al doilea fir.

Densitatea pînzei de curent din ecran este

$$\underline{J}_S = -\,\mathrm{j}\omega\mu_0\sigma_S\,\frac{\underline{I}}{2\pi}\int_0^\infty \frac{\mathrm{e}^{-\lambda h_1}\cos\lambda x\,\mathrm{d}\lambda}{\lambda+\dfrac{1}{2}\mathrm{j}\omega\mu_0\sigma_S} + \underline{J}_S^{(2)} , \tag{85}$$

unde $J_S^{(2)}$ se anulează cînd îndepărtăm firul al doilea la infinit.

Se poate și în acest caz verifica că intensitatea rezultantă a curenților turbionari din ecran e nulă, indiferent de poziția ocupată de cele două fire.

Prima integrală din expresia (85) se poate efectua și se obține

$$\underline{J}_S = \mathrm{j}\omega\mu_0\sigma_S \frac{I}{4\pi}[\mathrm{e}^{\zeta_1} \mathrm{E}_i(-\zeta_1) + \mathrm{e}^{-\zeta_2} \mathrm{E}_i(\zeta_2)], \tag{86}$$

unde

$$\zeta_1 = \frac{\Delta}{\delta^2}(x + \mathrm{j}h_1); \quad \zeta_2 = \frac{\Delta}{\delta^2}(x - \mathrm{j}h_1). \tag{87}$$

În aceste relații apare adîncimea echivalentă de pătrundere a cîmpului electromagnetic

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}}.$$

Pentru valori suficient de mari ale argumentelor ζ_1 și ζ_2, utilizînd dezvoltările asimptotice ale funcțiilor E_i și păstrînd numai primii doi termeni din aceste dezvoltări, se obține

$$\underline{J} = \mathrm{j}\frac{I}{\pi}\frac{h_1}{x^2 + h_1^2}\left[\mathrm{j} + \frac{\delta^2}{\Delta h_1}\frac{x^2 - h_1^2}{x^2 + h_1^2}\right] \tag{88}$$

sau, în valoare efectivă,

$$J \cong \frac{I}{\pi}\frac{h_1}{x^2 + h_1^2}\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\delta^2}{\Delta h_1}\right)^2\left(\frac{x^2 - h_1^2}{x^2 + h_1^2}\right)^2\right], \tag{89}$$

unde s-a ținut seama de faptul că

$$\left|\frac{\delta^2}{\Delta h_1}\frac{x^2 - h_1^2}{x^2 + h_1^2}\right| \ll 1.$$

Relația (89) mai poate fi transcrisă

$$J = \frac{I}{\pi h_1}\frac{1}{1 + \xi^2}\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\delta^2}{\Delta h_1}\right)^2\left(\frac{\xi^2 - 1}{\xi^2 + 1}\right)^2\right], \tag{90}$$

unde $\xi = \dfrac{x}{h_1}$.

În figura 7 sînt reprezentate curbele $J_S = f(\xi)$ pentru diferite valori ale parametrului $\dfrac{\delta^2}{\Delta h_1}$. Se observă că întregul curent indus este practic concentrat pe distanța $|x| = (1{,}5 - 2)\,h_1$ a ecranului.

De aici rezultă că soluția obținută în lucrare e aplicabilă cu bune rezultate și la calculul ecranelor de extensiune finită în condițiile în care lățimea lor depășește $(3-4)\,h$.

Pierderile în ecran se calculează cu relația

$$P_j = \frac{1}{\sigma_S}\int |J_S|^2 \,\mathrm{d}v, \tag{91}$$

integrarea efectuîndu-se asupra întregului volum al ecranului. Efectuînd calculele cu expresia exactă (85) a densității pînzei de curent, se obține

$$P_j = \frac{I^2}{2\pi\sigma\Delta h_1}\,\varphi\,[\mathrm{ci}\,\varphi\cdot\sin\varphi - \mathrm{si}\,\varphi\cdot\cos\varphi], \tag{92}$$

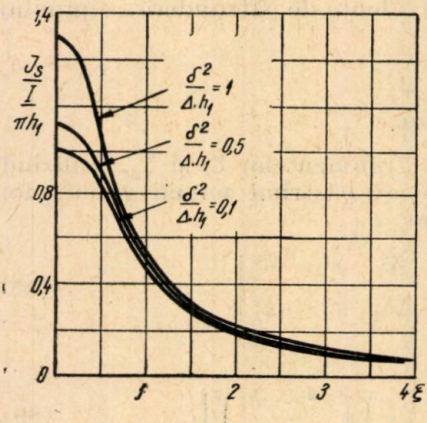


Fig. 7. — Repartiția densității pînzei de curent în ecran pentru diferite valori ale parametrului $\frac{\delta^2}{\Delta h_1}$.

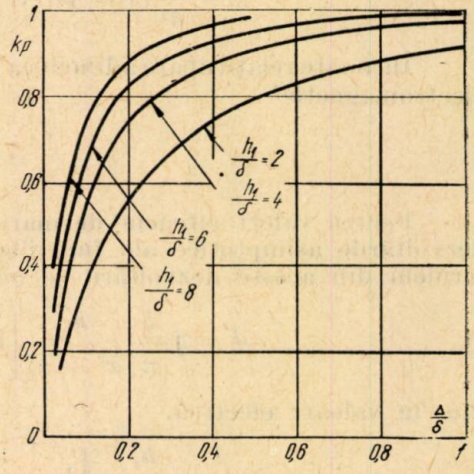


Fig. 8. — Valorile coeficientului k_p.

unde ci φ și si φ sînt, respectiv, funcțiile cosinus integral și sinus integral [9] și

$$\varphi = 2\,\frac{\Delta}{\delta}\,\frac{h_1}{\delta}, \tag{93}$$

sau

$$\boxed{P_j = \frac{I^2}{2\pi\sigma\Delta h_1}\;k_p\left(\frac{\Delta}{\delta},\,\frac{h_1}{\delta}\right),} \tag{94}$$

unde

$$k_p\left(\frac{\Delta}{\delta},\,\frac{h_1}{\delta}\right) = 2\varphi\,[\mathrm{ci}\,\varphi\cdot\sin\varphi - \mathrm{si}\,\varphi\cdot\cos\varphi]. \tag{95}$$

Cu aceste relații, valabile cu o aproximație suficient de bună pentru ecrane a căror grosime nu depășește adîncimea de pătrundere δ, s-au efectuat calcule numerice ale căror rezultate sînt date în tabela 1 și reprezentate grafic în figura 8.

Tabela 1

Valorile coeficientului $k_p\left(\frac{\Delta}{\delta}, \frac{h_1}{\delta}\right)$

$\frac{\Delta}{\delta}$	$\frac{h_1}{\delta}$	k_p	$\frac{\Delta}{\delta}$	$\frac{h_1}{\delta}$	k_p
0,1	1	0,226	0,4	1	0,56
	2	0,373		2	0,725
	4	0,56		4	0,883
	6	0,672		6	0,938
	8	0,752			
	10	0,762	0,6	1	0,672
	12	0,835		2	0,835
	14	0,857		4	0,938
	16	0,883			
	18	0,892	0,8	1	0,752
	20	0,92		2	0,883
0,2	1	0,373	1	1	0,762
	2	0,56		2	0,92
	4	0,752			
	6	0,835			
	8	0,883			
	10	0,92			
	12	0,938			
	20	0,974			

Definind coeficientul de ecranare într-un punct din domeniul II prin relația (68) și limitîndu-ne numai la punctele situate pe axa Oy, acesta va fi dat de expresia

$$k_e = \left| \frac{B_{x\,\mathrm{II}}(M)}{\frac{\mu_0 I}{2\pi D}} \right|, \tag{96}$$

unde D e distanța dintre fir și punctul în care se calculează coeficientul de ecranare (fig. 5).

Dar

$$\underline{B}_{x\,\mathrm{II}} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial \underline{A}_{\mathrm{II}}}{\partial y}. \tag{97}$$

Considerînd și în acest caz firul al doilea foarte departe de ecran, se obține

$$k_e = \mathrm{D} \left| \int_0^\infty \frac{\lambda e^{-\lambda D}}{\lambda + \frac{1}{2}\, \mathrm{j}\omega\mu_0\sigma_s}\, \mathrm{d}\lambda \right| \tag{98}$$

sau, după calcularea integralei,

$$k_e = |1 + j\psi e^{j\psi} E_i(-j\psi)|, \tag{99}$$

unde

$$\psi = \frac{\Delta D}{\delta^2}. \tag{100}$$

Deoarece

$$E_i(-j\psi) = ci\,\psi - j\,si\,\psi, \tag{101}$$

expresia de mai sus devine

$$k_e = \sqrt{1 + 2\psi(\cos\psi \cdot si\,\psi - \sin\psi \cdot ci\,\psi) + \psi^2(si^2\,\psi + ci^2\,\psi)}. \tag{102}$$

În cazul particular al efectului pelicular net ($\psi \gg 1$), utilizînd dezvoltările asimptotice [9]

$$si\,\psi \approx -\frac{\cos\psi}{\psi}; \quad ci\,\psi \approx \frac{\sin\psi}{\psi}, \tag{103}$$

se obține

$$k_e = \sqrt{1 + 2\psi\left(-\frac{\cos^2\psi}{\psi} - \frac{\sin^2\psi}{\psi}\right) + \psi^2\left(\frac{\cos^2\psi}{\psi^2} + \frac{\sin^2\psi}{\psi^2}\right)} = 0, \tag{104}$$

deci cîmpul în domeniul ecranat este nul.

În cazul particular al efectului pelicular slab ($\psi \ll 1$), folosind primii termeni din dezvoltările în serie în jurul originii ale funcțiilor și folosind relația

$$\lim_{\psi \to 0} \psi\, ci\,\psi = 0, \tag{105}$$

se obține

$$k_e \approx 1 - \frac{\pi}{2}\frac{\Delta D}{\delta^2}. \tag{106}$$

8. CONCLUZII

Utilizînd ecuațiile cîmpului electromagnetic și metoda separării variabilelor, s-a determinat cîmpul magnetic cvasistaționar al unui fir rectiliniu infinit lung parcurs de curent alternativ în prezența unui ecran plan infinit extins, de grosime Δ. S-a dedus o relație de calcul pentru pierderile prin efect Joule-Lenz din ecran (56) care, în cazul unui ecran mai gros decît adîncimea de pătrundere δ a cîmpului electromagnetic, ia forma simplă (65), (66).

Pentru ecrane a căror grosime e mică în raport cu adîncimea de pătrundere, s-au integrat ecuațiile cîmpului, înlocuind ecranul printr-un ecran foarte subțire, cu conductivitate superficială.

Pierderile în ecran în această aproximație sînt date de relația (94). De asemenea, în ambele situații s-a determinat coeficientul de ecranare pentru punctele din domeniul ecranat, situate în dreptul firului.

Primită la redacție la 29 ianuarie 1966

BIBLIOGRAFIE

1. H. Ruckstuhl, *Liaisons pour fortes intensites des courants dans les centrales électriques*, Rev. Brown-Boveri, **45**, *5*, 187 (1958).
2. A. Țugulea, *Efectul de proximitate dintre un fir rectiliniu parcurs de curent alternativ și un cilindru conductor paralel cu firul*, St. cerc. energ. electr., **14**, *1*, 63—70 (1964).
3. W. R. Smythe, *Static and dynamic electricity*, New York-Toronto-Londra, 1950.
4. R. Răduleț, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol I—IV, București, 1955—1957.
5. Al. Timotin, *Unicitatea soluțiilor și calculul puterii în cîmpul electromagnetic cvasistaționar al unui sistem de conductoare paralele*, St. cerc. energ. electr., **16**, *4* (1966) (sub tipar).
6. M. Stafl, *Die elektrodinamische Wirkung eines Wechsel-stromfadens auf einem leitenden Holbraun*, Acta tehnica, *5* (1960), C. Acad. v. Praze.
7. Tolstov, *Serii Fourier*, București, Edit. tehnică.
8. Ivanenco-Socolov, *Teoria clasică a cîmpului*, București, Edit. tehnică.
9. Jahnke, Emde, Lösch, *Tafeln höheren Funktionen*, Stuttgart, B. G. Teubner Velaggesellschaft, 1960.
10. Х. Кайен, Электромагнитные экраны, Москва, Госэнергоиздат, 1957.

REGIMUL TRANZITORIU AL INDUCȚIEI ÎN CILINDRI FEROMAGNETICI CIRCULARI ECRANAȚI

DE

ADRIAN CUPȘA

538.522.3

Articolul aduce contribuții la teoria și calculul releelor electromagnetice temporizate la deschidere. Aceste relee au o cămașă de cupru coaxială cu bobina și cu miezul ei (executat din fier masiv), care, prin curenții Foucault ce se induc la deconectarea bobinei, face ca fluxul magnetic din întrefier (și deci forța portantă) să nu se anuleze brusc. Chiar și cu ipotezele adoptate în lucrare, calculul exact este destul de dificil, așa că el trebuie făcut în etape succesive.
În această primă etapă se consideră circuitul magnetic nesaturat, fără întrefier, armătură și jug, și se găsește repartiția exactă a cîmpului magnetic în miezul cilindric (funcție de rază și de timp), considerînd că nu există, respectiv că există cămașă. Pentru un releu construit (material și dimensiuni date) se aplică apoi formulele obținute, dîndu-se exemple de calcul și trăgîndu-se concluzii cantitative asupra ponderii diferiților termeni, concluzii care vor fi utile în etapele următoare.

1. GENERALITĂȚI

În diferite scheme electrice este necesar ca deschiderea armăturii unui releu să nu se facă practic instantaneu cu deconectarea de la rețea a bobinei, ci cu o anumită întîrziere (temporizare). Unul din cele mai simple și mai sigure relee de acest gen este releul electromagnetic cu miez de fier masiv și ecranat printr-o cămașă de cupru coaxială; curenții turbionari induși în aceste piese masive, opunîndu-se cauzei ce i-a creat, împiedică anularea practic instantanee a fluxului util prin întrefier și deci forța portantă va tinde treptat (asimptotic) către zero. În momentul în care

forța portantă devine mai mică ca forța rezistentă a resortului, armătura se deschide. Se pot realiza astfel temporizări de ordinul 0,5—6 s.

Din punct de vedere constructiv, aceste relee se prezintă ca în figura 1 *a*.

1.1. IPOTEZE SIMPLIFICATOARE

Trecerea de la cazul real (fig. 1 *a*) la schema de calcul echivalentă (fig. 1 *b*) e legată de următoarele ipoteze.

1.1.1. Se înlocuiește efectul jugului și armăturii (de secțiune dreptunghiulară) printr-o bară (*4*) coaxială cu miezul (*1*), avînd secțiunea circulară (de aceeași valoare ca în cazul real) și lungime echivalentă l_4 (dedusă din condiția de echivalare a tensiunii magnetice).

1.1.2. Se consideră (într-un sistem de coordonate cilindrice) că mărimile de stare $\overline{H}$ și $\overline{E}$ ale cîmpului electromagnetic variază doar cu raza r și nu depind de z sau φ.

1.1.3. Se consideră inițial fierul nesaturat (μ = const.) și eventual se va ține seama ulterior de nelinearitatea caracteristicii B = f(H).

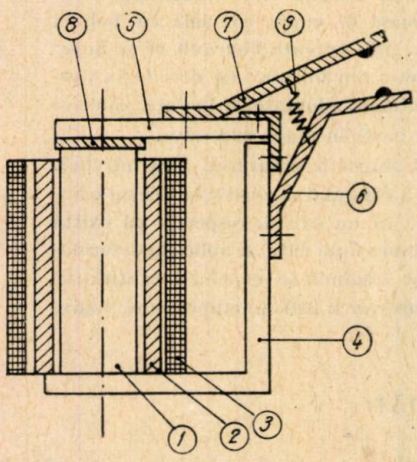


Fig. 1 *a*. — Releu electromagnetic temporizat: *1* — miez cilindric de fier; *2* — cămașă cupru; *3* — bobină c. c.; *4* — jugul circuitului magnetic; *5* — armătură mobilă; *6* — suport contact fix; *7* — suport contact mobil; *8* — întrefier; *9* — resort principal (declanșare).

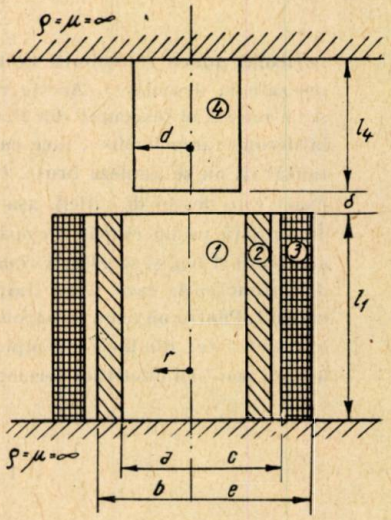


Fig. 1 *b*. — Circuitul magnetic echivalent de calcul al releului: *1*, *2*, *3* — aceleași ca în figura 1 *a*; *4* — circuitul magnetic format de 4+5 redus la o bară circulară (dar aceeași secțiune ca în cazul real) de rază d și lungime l_4; δ — întrefierul echivalent.

1.1.4. Deși întreruperea curentului nu se face brusc (avînd loc fenomene legate de arcul electric în întreruptor), se poate considera totuși că la $t = 0 + \varepsilon$ avem $i = 0$. Aceasta este echivalent cu a spune că fluxul

total prin bobină variază brusc în primul moment (adică apare $U_L = \frac{d\Phi}{dt} = \infty$). Lucrul acesta nu deranjează, deoarece noi studiem regimul tranzitoriu pentru $t > \varepsilon$ (avînd în vedere că ε = timpul de întrerupere al curentului $\ll$ temporizarea), adică prima perioadă în care variază și i poate fi evitată, deci să lucrăm ca în figura 2 *b*.

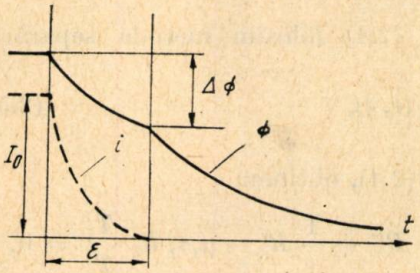


Fig. 2 *a*. — Variația reală a curentului și fluxului total prin bobină.

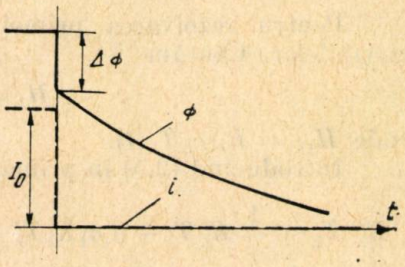


Fig. 2 *b*. — Variația considerată pentru curent și fluxul total ($\varepsilon \to 0$).

1.1.5. Chiar cu simplificările anterioare problema este destul de dificilă în cazul general din cauza condițiilor de frontieră, care conduc la relații mai complicate pentru găsirea valorilor proprii. De aceea vom neglija, într-o primă aproximație, întrefierul și lungimea echivalentă l_4.

2. CALCULUL ÎN IPOTEZA CIRCUITULUI MAGNETIC NESATURAT CU $\delta = l_4 = 0$

2.1. Releu fără cămașă de cupru

În miezul cilindric de fier avînd $\sigma_1 = \text{const.}$ și $\mu_1 = \text{const.}$, cîmpul electromagnetic satisface ecuațiile

$$\begin{cases} \Delta\bar{H}_1 - \sigma_1\mu_1 \dfrac{\partial \bar{H}_1}{\partial t} = 0 \text{ și rot } \bar{H}_1 = \bar{J}_1, \end{cases} \tag{2.1}$$

dar, conform pct. 1.1.2, $\bar{H}_1 = \bar{u}_z H_1(r, t)$ și $\bar{J}_1 = \bar{u}_\varphi J_1(r, t)$. (2.2)

Atunci avem relațiile

$$\begin{cases} \text{rot } \bar{H}_1 = \dfrac{1}{r}\begin{vmatrix} \bar{u}_r & r\bar{u}_\varphi & \bar{u}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial r} & \dfrac{\partial}{\partial \varphi} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & H_1 \end{vmatrix} = -\bar{u}_\varphi \cdot \frac{\partial H_1}{\partial r}; \quad \Delta\bar{H}_1 = \bar{u}_z \Delta H_1, \\ \Delta H_1 = \dfrac{1}{r}\left[\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\dfrac{\partial H_1}{\partial r}\right) + \dfrac{\partial}{\partial \varphi}\left(\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial H_1}{\partial \varphi}\right) + \dfrac{\partial}{\partial z}\left(r\dfrac{\partial H_1}{\partial z}\right)\right] = \\ = \dfrac{\partial^2 H_1}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial H_1}{\partial r}. \end{cases} \tag{2.3}$$

Cu (2.3) și (2.2), ecuațiile (2.1) devin

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 H_1}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial H_1}{\partial r} - \sigma_1\mu_1 \dfrac{\partial H_1}{\partial t} = 0, \\ J_1 = -\dfrac{\partial H_1}{\partial r};\ E_1 = -\dfrac{1}{\sigma_1}\dfrac{\partial H_1}{\partial r}. \end{cases} \tag{2.4}$$

Pentru rezolvarea primei ecuații (2.4) folosim metoda separării variabilelor. Căutăm

$$H_1 = \sum_{\lambda} H_{1\lambda}(r, t), \tag{2.5}$$

unde $H_{1\lambda} = R_\lambda(r)\, T_\lambda(t)$.

Introducînd (2.5) în prima ecuație (2.4), obținem

$$R_\lambda'' T_\lambda + \frac{1}{r} R_\lambda' T_\lambda - \mu_1\sigma_1 R_\lambda T_\lambda' = 0 \text{ sau } R_\lambda'' + \frac{1}{r} R_\lambda' - \mu_1\sigma_1 R_\lambda \frac{T_\lambda'}{T_\lambda} = 0.$$

Ca această egalitate să fie posibilă la orice r și t trebuie ca

$$\frac{T_\lambda'}{T_\lambda} = -p_\lambda \text{ și } R_\lambda'' + \frac{1}{r} R_\lambda' + p_\lambda \mu_1\sigma_1 R_\lambda = 0. \tag{2.6}$$

Soluția primei ecuații (2.6) este, evident,

$$T_\lambda = A_\lambda \cdot e^{-p_\lambda \cdot t}. \tag{2.7}$$

Dacă facem notația $\lambda^2 = p_\lambda \cdot \sigma_1\mu_1$, (2.8)

a doua ecuație (2.6) se poate scrie

$$\frac{d^2 R_\lambda}{d(\lambda r)^2} + \frac{1}{\lambda r}\frac{dR_\lambda}{d(\lambda r)} + R_\lambda = 0. \tag{2.9}$$

Soluția ei este

$$R_\lambda = B_\lambda J_0(\lambda r) + D_\lambda N_0(\lambda r) = B_\lambda J_0(\lambda r), \tag{2.10}$$

deoarece, pentru $r = 0 \to N_0(0) = \infty$, aceasta impune ca $D_\lambda = 0$ (căci $H_\lambda(0) \neq \infty$).

Cu (2.5), (2.7) și (2.10) va rezulta

$$H_\lambda = A_\lambda B_\lambda e^{-p_\lambda t} \cdot J_0(\lambda r) = C_\lambda \cdot e^{-p_\lambda t} \cdot J_0(\lambda r). \tag{2.11}$$

Aici λ sînt valorile proprii care trebuie determinate din condițiile pe frontieră, iar constantele de integrare C_λ rezultă din condiția inițială ($t = 0 + \varepsilon$).

2.1.1. *Condițiile pe frontieră și cele inițiale.* În etapa de calcul adoptată la 2.1, releul se prezintă ca în figura 3 *a* (cu notațiile din fig. 1 *b*), iar repartiția cîmpului magnetic H la $t = 0 - \varepsilon$ și $t = 0 + \varepsilon$, ca în figura 3 *b*, respectiv 3 *c*.

Într-adevăr, luînd circulația pe o curbă Γ ca în figura 3 *a* (ținînd seama că în exteriorul solenoidului $H = 0$ la orice r și t), se arată că

repartiția lui H pentru $r>a$ are forma din figura 3 *b* la $t = 0 - \varepsilon$ ($i = I_0$) și din figura 3 *a* sau 3 *c* pentru $t \geqslant 0 + \varepsilon (i = 0)$. În interiorul miezului ($r < a$), pentru $t = 0 - \varepsilon$ avem $H_1 (r, 0 - \varepsilon) = H_0$ și similar pentru $t = 0 + \varepsilon$, căci la dispariția lui i dispare doar cîmpul de scăpări

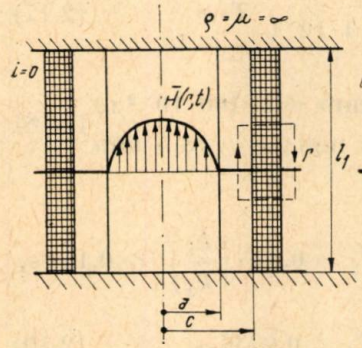


Fig. 3 *a*. — Repartiția lui H în miez pentru $t > 0 + \varepsilon$.

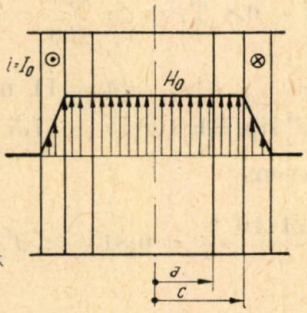


Fig. 3 *b*. — Repartiția lui H la $t = 0 - \varepsilon$.

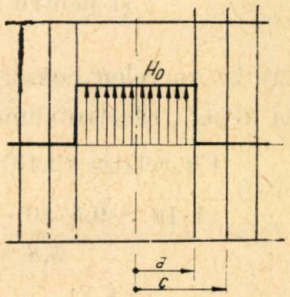


Fig. 3 *c*. — Repartiția lui H la $t = 0 + \varepsilon$ (curentul zero).

al bobinei ($a < r < c$), întrucît, în primul moment, H (adică B sau Φ) prin miez nu pot varia brusc, căci ar apărea curenți Foucault infiniți. În concluzie avem :

— condiții pe frontieră : $H_1(a, t) = 0$; (2.12)

— condiții inițiale : $H_1 (r, 0 + \varepsilon) = H_0$ pentru $r < a$, (2.13)

iar

$$H_0 = \frac{N_0 I_0}{l_1},$$

unde N_0 = numărul de spire al bobinei.

2.1.2. *Determinarea valorilor și funcțiilor proprii.* Conform (2.13) și (2.11), avem

$$C_\lambda \, e^{-p_\lambda t} \, J_0(\lambda a) = 0 \to J_0(\lambda a) = 0. \tag{2.14}$$

Rezultă de aici $\lambda a = k_n$, unde $k_1 < k_2 < k_3 < \ldots k_n < \ldots$ sînt rădăcinile funcției Bessel de ordin zero. Din tabela III a lucrării [11] rezultă

$$\begin{aligned} &k_1 = 2{,}404825, \; k_4 = 11{,}791534, \; k_7 = 21{,}211636, \; k_{10} = 30{,}63460, \\ &k_2 = 5{,}520078, \; k_5 = 14{,}930917, \; k_8 = 24{,}352471, \; k_{11} = 33{,}77582 \\ &k_3 = 8{,}653727, \; k_6 = 18{,}071063, \; k_9 = 27{,}493479, \; \ldots \ldots \end{aligned} \tag{2.15}$$

De aici

$$\lambda = \frac{k_n}{a} \text{ și } \frac{1}{p_n} = T_n = \frac{\mu_1 \sigma_1}{\lambda^2} = \frac{\mu_1 \sigma_1}{k_n^2} a^2. \tag{2.16}$$

Să vedem cîte valori ar trebui reținute. Miezul e făcut din fier tehnic pur (Armco). În [9] se arată că

$$\text{la Armco } \sigma_{1[20^\circ]} = 9{,}2\cdot 10^6\cdot \Omega^{-1}\cdot m^{-1};\ \sigma_2 = 5{,}5\cdot 10^7\cdot \Omega^{-1} m^{-1}$$

$$\text{și pentru } B < 0{,}8 \text{ T},\ \mu_1 \cong \frac{0{,}8}{200} = 4\cdot 10^{-3}\cdot \frac{T\cdot m}{A}, \tag{2.17}$$

$$\text{iar la un releu construit la uzina „Electrotehnica" tip RE 100} \begin{cases} a = 11 \text{ mm} = 1{,}100\ 10^{-2} \text{ m} \\ b = 17{,}5 \text{ mm};\ c = 18{,}5 \text{ mm} \end{cases} \tag{2.18}$$

Cu relația (2.15) avem

$$T_1 = \frac{4\cdot 10^{-3}\cdot 9{,}5\cdot 10^6\cdot 1{,}21\cdot 10^{-4}}{5{,}8} = 0{,}815 \text{ s};\ T_2 = 0{,}815\left(\frac{k_1}{k_2}\right)^2 = 0{,}154 \text{ s},$$

$$T_3 = 0{,}815\left(\frac{k_1}{k_3}\right)^2 = 0{,}0625 \text{ s};\qquad T_4 = 0{,}0336 \text{ s}. \tag{2.19}$$

Din punct de vedere practic e suficient să luăm primii doi termeni. Rezultă deci cu (2.16), schimbînd indicele de însumare în n,

$$H_{1n} = C_n\cdot e^{-\frac{t}{T_n}}\cdot J_0\left(k_n\frac{r}{a}\right);\quad H_1(r,t) = \sum_{n=1}^{\infty} H_{1n}. \tag{2.20}$$

2.1.3. *Determinarea constantelor de integrare.* Se face punînd condiția (2.13). În acest scop trebuie dezvoltat H_0 în serie de funcții (proprii) Bessel de ordin zero și identificat cu (2.20) la $t = 0$. Este util să notăm

$$\frac{r}{a} = x.\ \text{La } r = a \to x = 1, \tag{2.21}$$

$$H_1(x,0) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n J_0(k_n x) = H_0 = f(x). \tag{2.22}$$

La dezvoltarea unei funcții $f(x)$ în serie Fourier de funcții proprii se ține seama că ele trebuie ortogonalizate cu o „pondere". La funcții Bessel, această pondere este x. În acest caz, cu (2.22) se știe că avem (vezi [10] și [11])

$$\int_0^1 J_0(k_n x)\cdot f(x)\cdot x\cdot \mathrm{d}x = C_n\int_0^1 J_0^2(k_n\ x)\cdot x\cdot \mathrm{d}x, \tag{2.23}$$

$$C_n = \frac{\int_0^1 J_0(k_n\ x)\cdot f(x)\cdot x\cdot \mathrm{d}x}{\int_0^1 J_0^2(k_n\ x)\ x\cdot \mathrm{d}x} = \frac{H_0\cdot \int_0^1 J_0(k_n\ x)\cdot k_n\ x\cdot \mathrm{d}(k_n\ x)}{\int_0^1 J_0^2(k_n\ x)\cdot k_n\ x\cdot \mathrm{d}(k_n\ x)} = \frac{2\,H_0}{k_n\cdot J_1(k_n)}. \tag{2.24}$$

Rezultă, în sfîrșit,

$$H_1(r, t) = H_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot e^{-\frac{k_n^2}{\mu_1 \sigma_1 a^2} t}}{k_n} \cdot \frac{J_0\left(k_n \frac{r}{a}\right)}{J_1(k_n).} \tag{2.25}$$

În cazul analizat, avînd în vedere valorile numerice de la (2.19), se pot reține din această serie doi termeni (mai ales că apare și k_n la numitor). Seria (2.25) este utilă pentru :

— calculul repartiției cîmpului la $t > 0$ și al pierderilor în miez $\left(J_1 = -\frac{\partial H_1}{\partial r}\right)$;

— calculul fluxului și forței portante ;

— stabilirea unei scheme echivalente cu un număr finit de circuite cuplate care să asigure aceeași variație (aproximativă) în timp a fluxului. Ea este deosebit de utilă în proiectare.

Totuși, acest caz simplu nu prezintă prea multă importanță practică, datorită ipotezelor numeroase pe care se bazează. Cînd se vor lua în considerare și celelalte aspecte, problema determinării valorilor proprii și funcțiilor proprii se complică și, în locul integrării prin separarea variabilelor, e indicat să folosim metoda operațională, care este, după cum vom arăta la pct. 2.2, mult mai expeditivă.

2.1.4. *Calculul forței portante.* Vom da relația generală presupunînd că avem întrefier (deși în cazul 2.1 nu există) și se cunoaște în miezul (*1*) variația $H_1 = H_1(r, t)$ după o relație similară lui (2.25).

La limita de separație dintre (*1*) și aer, în întrefier se conservă componenta normală a lui $\bar{B}$, deci

$$B_{\delta n} = B_{1n} = B_1 \rightarrow \text{respectiv } B_{\delta n} = \mu_1 H_1(r, t). \tag{2.26}$$

Se știe că tensiunile magnetice fictive în cîmp magnetic corespunzătoare orientării $\bar{n}$ (aici normală pe fețele polare, adică în sensul în care se exercită forța) sînt

$$\bar{T}_m = \frac{2\bar{H}_\delta(\bar{B}_\delta \bar{n}) - \bar{n}(\bar{B}_\delta \bar{H}_\delta)}{2} = \frac{2\bar{B}_\delta B_{\delta n} - \bar{n} B_\delta^2}{2\mu_0}, \tag{2.27}$$

căci în aer $\bar{B}_\delta = \mu_0 \bar{H}_\delta$. Se vede că, întrucît în cazul general $\bar{B}_\delta$ nu este paralel cu $\bar{n}$ (dacă $\bar{H}_\delta = \bar{H}_{\delta n} = \frac{\mu_1}{\mu_0} \bar{H}_1 \rightarrow \text{rot } \bar{H}_\delta = \frac{\mu_1}{\mu_0} \text{ rot } \bar{H}_1 \neq 0$, ceea ce e imposibil în vid), vom lua componenta T_m după direcția lui $\bar{n}$ din (2.27) :

$$T_{mn} = \frac{2B_{\delta n} \cdot B_{\delta n} - B_\delta \cdot B_\delta}{2\mu_0} \approx \frac{B_{\delta n}^2}{2\mu_0} \tag{2.28}$$

dacă considerăm totuși

$$B_\delta \approx B_{\delta n}. \tag{2.29}$$

În acest caz rezultă imediat prin integrare

$$F_p = \int T_{mn}\,\mathrm{d}A \cong 2\pi\int_9^a \frac{B_{\delta n}^2}{2\mu_0}\,r\,\mathrm{d}r = \pi\frac{\mu_1^2}{\mu_0}\int_0^a H_1^2(r,t)\,r\cdot\mathrm{d}r. \qquad (2.30)$$

Aici $H_1(r, t)$ trebuie înlocuit cu (2.25), unde, evident, vom reține un număr finit de termeni.

2.2. Releu cu cămașă de cupru

În această etapă de calcul, la fel ca la pct. 2.1.1, construcția și repartiția cîmpului magnetic în cele două medii (1, 2) la momentele $t > 0 + \varepsilon$, $t = 0 - \varepsilon$ și $t = 0 + \varepsilon$ se prezintă ca în figurile 4 *a*, *b* și *c*.

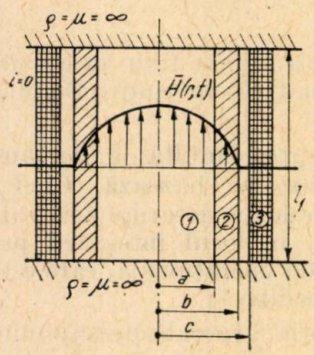


Fig. 4 *a*. — Repartiția lui H funcție de r la $t>0+\varepsilon$.

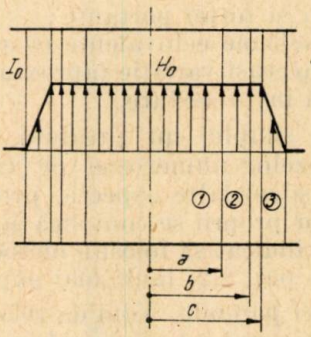


Fig. 4 *b*. — Repartiția lui H funcție de r la $t = 0 - \varepsilon$.

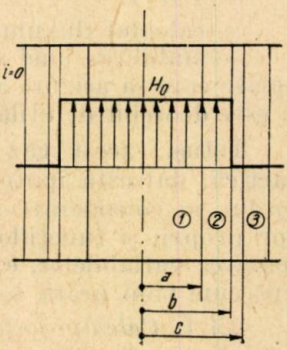


Fig. 4 *c*. — Repartiția lui H funcție de r la $t=0+\varepsilon$.

Din legea circuitului magnetic aplicată pe un contur convenabil (și aici pentru $r > e$ avem $H = 0$ la orice moment) se poate arăta ușor că pentru $t \geqslant 0 + \varepsilon$ avem $H(r, t) = 0$ pentru $r \geqslant b$.

2.2.1. *Condiții inițiale și pe frontieră.* Deoarece avem două medii, vom afecta mărimile respective cu indicii 1 și 2. Rezultă :

$$\text{— condiții inițiale} \begin{cases} H_1(r, 0) = H_0 \text{ (pentru } 0 \leqslant r \leqslant a) \\ H_2(r, 0) = H_0 \text{ (pentru } a \leqslant r \leqslant b) \end{cases} \qquad (2.31)$$

$$\text{— condiții pe frontieră} \begin{cases} H_1 a, t) = H_2(a, t) \text{ (se conservă componenta tangențială)} \\ E_1(a, t) = E_2(a, t) \quad \text{,,} \\ H_2(b, t) = 0 \quad \text{,,} \end{cases} \qquad (2.32)$$

2.2.2. *Integrarea ecuațiilor (2.4) prin metoda operațională.*

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 H_1}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial H_1}{\partial r} - \sigma_1\mu_1\dfrac{\partial H_1}{\partial t} = 0 \quad \text{(pentru } 0 \leqslant r \leqslant a) \\ \dfrac{\partial^2 H_2}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial H_2}{\partial r} - \sigma_2\mu_2\dfrac{\partial H_2}{\partial t} = 0 \quad \text{(pentru } a \leqslant r \leqslant b). \end{cases} \qquad (2.33)$$

Transcriem ecuațiile în operațional, ținînd seama de (2.31) :

$$\begin{cases} \dfrac{d^2H_1}{dr^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{dH_1}{dr} - p\sigma_1\mu_1 H_1 + \sigma_1\mu_1 H_0 = 0 \\ \dfrac{d^2H_2}{dr^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{dH_2}{dr} - p\sigma_2\mu_2 H_2 + \sigma_2\mu_2 H_0 = 0. \end{cases} \tag{2.34}$$

Deoarece pentru $x \neq 0$, $N_0(x) \neq \infty$, soluția sistemului (2.34) va fi :

$$\begin{cases} H_1(r, p) = \dfrac{H_0}{p} + C_1(p)\cdot J_0(\lambda r), \\ H_2(r, p) = \dfrac{H_0}{p} + C_2(p)\cdot J_0(\nu r) + C_3(p)\cdot N_0(\nu r), \end{cases} \tag{2.35}$$

unde am notat

$$\lambda^2 = -\sigma_1\mu_1 p = -\alpha^2 p\,; \quad \nu^2 = -\sigma_2\mu_2 p = -\beta^2 p, \tag{2.36}$$

iar

$$\begin{cases} E_1(r, p) = -\dfrac{1}{\sigma_1}\dfrac{dH_1}{dr} = \dfrac{\lambda}{\sigma_1} C_1(p)\cdot J_1(\lambda r), \\ E_2(r, p) = -\dfrac{1}{\sigma_2}\dfrac{dH_2}{dr} = \dfrac{\nu}{\sigma_2}[C_2(p)\cdot J_1(\nu r) + C_3(p)\cdot N_1(\nu r)], \end{cases} \tag{2.37}$$

Punem condițiile pe frontieră (2.32) la soluțiile (2.35) și (2.37). Avem

$$\begin{cases} \dfrac{H_0}{p} + C_2(p)\cdot J_0(b\nu) + C_3(p)\cdot N_0(b\nu) = 0, \\ C_1(p) J_0(a\lambda) = C_2(p)\cdot J_0(a\nu) + C_3(p)\cdot N_0(a\nu), \\ \dfrac{\lambda}{\sigma_1} C_1(p)\cdot J_1(a\lambda) = \dfrac{\nu}{\sigma_2}[C_2(p).\, J_1(\nu a) + C_3(p)\, N_1(\nu a)]. \end{cases} \tag{2.38}$$

Rezolvăm sistemul (2.38) în raport cu $C_1(p)$ și obținem

$$C_1(p) = \frac{H_0}{p} \frac{\nu\sigma_1 [N_1(a\nu)\cdot J_0(a\nu) - N_0(a\nu)\cdot J_1(a\nu)]}{J_0(b\nu)[\lambda\sigma_2\cdot N_0(a\nu)\cdot J_1(a\lambda) - \nu\sigma_1\cdot N_1(a\nu)\cdot J_0(a\lambda)] - N_0(b\nu)[\lambda\sigma_2\cdot J_0(a\nu)\cdot J_1(a\lambda) - \nu\sigma_1\cdot J_1(a\nu)\cdot J_0(a\lambda)]}, \tag{2.39}$$

$$= \frac{H_0}{p}\cdot \frac{\nu\sigma_1 [N_1(a\nu)\cdot J_0(a\nu) - N_0(a\nu)\cdot J_1(a\nu)]}{J_0(a\lambda)\cdot\nu\sigma_1 [J_1(a\nu)\cdot N_0(b\nu) - N_1(a\nu) J_0(b\nu)] + J_1(a\lambda)\cdot\lambda\sigma_2 [J_0(b\nu)\cdot N_0(a\nu) - N_0(b\nu)\cdot J_0(a\nu)]}. \tag{2.40}$$

Se știe însă că

$$N_1(a\nu)\, J_0(a\nu) - N_0(a\nu)\, J_1(a\nu) = -\frac{2}{a\nu\pi}. \tag{2.41}$$

Introducînd (2.40) și (2.41) în (2.35), cu relația (2.36) avem

$$H_1(r, t) = L^{-1}H_1(r, p) = L^{-1}H_1'(r, p) + L^{-1}H_1''(r, p) = \\ = H_0 + \frac{H_0}{\pi}\int_0^t f(t, r)\,\mathrm{d}t, \text{ unde } Lf(t, r) = F(p, r) \tag{2.42}$$

Problema se reduce deci la a găsi originalul funcției (2.43) pe care introducîndu-l în (2.42), găsim automat $H_1(r, t)$. Evident, se va obține o serie infinită, care va conține termeni de forma $C_n(r)\cdot e^{p_n t}$, unde $p_n < 0$ (acest lucru rezultă și fizic ca necesar). Deci în (2.43) p va fi < 0, respectiv $\sqrt{-p}$ real. Valorile lui p_n reprezintă tocmai valorile proprii căutate. Ne vom limita la primele trei valori (cele mai mici în ordine), care asigură doar trei termeni în serie (termenii cu constantele de timp cele mai mari), și anume cei ce se amortizează cel mai încet (vezi, pentru justificare, valorile de la 2.19). Aplicarea formulei de dezvoltare a lui Heaviside în (2.43) e posibilă, deoarece și numărătorul, și numitorul sînt funcții întregi de p.

Într-adevăr, se poate arăta ușor (vezi expresiile 2.57, 2.58, 2.61 ale lui J_0, J_1, N_0, N_1) că $J_0(\alpha r\sqrt{-p})$ e funcție întreagă de p (polinom); la fel și numitorul lui $F(p)$ este funcție întreagă, deoarece intervin acolo expresii de forma

$$p\cdot R_1 = a\beta\cdot J_0(\alpha a\sqrt{-p})\times \\ \times\left[\frac{J_1(\beta a\sqrt{-p})\cdot N_0(\beta b\sqrt{-p}) - N_1(\beta a\sqrt{-p})\cdot J_0(\beta b\sqrt{-p})}{\sqrt{-p}}\right]p, \tag{2.44}$$

$$p\cdot R_2 = a\alpha\cdot J_1(\alpha a\sqrt{-p})\times \\ \times\left[\frac{J_0(\beta b\sqrt{-p})\cdot N_0(\beta a\sqrt{-p}) - N_0(\beta b\sqrt{-p})\cdot J_0(\beta a\sqrt{-p})}{\sqrt{-p}}\right]p, \tag{2.44'}$$

care sînt funcții întregi în p și au $p = 0$ drept punct ordinar. Atunci

$$F(p, r) = \frac{2J_0(\alpha r\sqrt{-p})}{p\cdot R(p)} = \frac{2\cdot J_0(\alpha r\cdot\sqrt{-p})}{p\cdot\left[R_1(p) + \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\cdot R_2(p)\right]}, \tag{2.45}$$

unde $R(p)$ este acolada de la numitorul expresiei (2.43). Numitorul lui (2.45) admite ca rădăcini zerourile ecuației transcedente $R(p) = 0$.

Fie $-p_1 = k_1^2$; $-p_2 = k_2^2$; $-p_3 = k_3^2$ (unde $-p = k^2 > 0$) primele trei rădăcini ale acestei ecuații în ordine crescătoare, presupuse găsite (vezi, de ex. pct. 2.2.4). Atunci, neglijînd ceilalți termeni, se poate găsi originalul funcției $F(p, r)$ cu teorema de dezvoltare a lui Heaviside.

2.2.3. *Găsirea originalului lui* $H_1(r, p)$. În primul rînd, originalul lui $F(p, r)$, dat de (2.45), va fi

$$f(t, r) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-k_n^2 t}}{(-k_n^2)} \cdot \frac{J_0(\alpha r k_n)}{\left.\frac{dR}{dp}\right|_{p=-k_n^2}}. \tag{2.46}$$

Pentru calculul lui $\frac{dR}{dp} = \frac{dR_1}{dp} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \cdot \frac{dR_2}{dp}$ se au în vedere relațiile (2.44), (2.44'), cît și relațiile funcționale cunoscute :

$$\frac{d}{dx}[N_0(x)] = -N_1(x); \quad \frac{d}{dx}\left[\frac{N_1(x)}{x}\right] = -\frac{N_2(x)}{x},$$
$$\frac{d}{dx}[J_0(x)] = -J_1(x); \quad \frac{d}{dx}\left[\frac{J_1(x)}{x}\right] = -\frac{J_2(x)}{x}. \tag{2.47}$$

Obținem atunci următoarele expresii :

$$\begin{aligned} p\frac{dR_1}{dp} = {} & \frac{\alpha B a^2}{2} \cdot J_1(\alpha a\sqrt{-p})\,[J_0(\beta b\sqrt{-p}) \cdot N_1(\beta a\sqrt{-p}) - \\ & - J_1(\beta a\sqrt{-p}) N_0(\beta b\sqrt{-p})] + \\ & + \frac{\beta^2 a^2}{2} J_0(\alpha a\sqrt{-p})\,[N_2(\beta a\sqrt{-p}) \cdot J_0(\beta b\sqrt{-p}) - \\ & - J_2(\beta a\sqrt{-p})\, N_0(\beta b\sqrt{-p})] + \\ & + \frac{\beta^2 ab}{2} J_0(\alpha a\sqrt{-p})\,[N_1(\beta a\sqrt{-p}) \cdot J_1(\beta b\sqrt{-p}) - \\ & - J_1(\beta a\sqrt{-p})\, N_1(\beta b\sqrt{-p})], \end{aligned} \tag{2.48}$$

$$\begin{aligned} p\frac{dR_2}{dp} = {} & \frac{\alpha^2 a^2}{2} \cdot J_2(\alpha a\sqrt{-p})\,[N_0(\beta b\sqrt{-p})\, J_0(\beta a\sqrt{-p}) - \\ & - J_0(\beta b\sqrt{-p})\, N_0(\beta a\sqrt{-p})] + \\ & + \frac{\alpha\beta\, ab}{2} J_1(\alpha a\sqrt{-p})\,[N_1(\beta b\sqrt{-p})\, J_0(\beta a\sqrt{-p}) - \\ & - J_1(\beta b\sqrt{-p}) \cdot N_0(\beta a\sqrt{-p})] + \\ & + \frac{\alpha\beta a^2}{2} \cdot J_1(\alpha a\sqrt{-p})\,[N_0(\beta b\sqrt{-p})\, J_1(\beta a\sqrt{-p}) - \\ & - J_0(\beta b\sqrt{-p})\, N_1(\beta a\sqrt{-p})]. \end{aligned} \tag{2.49}$$

Se observă că expresia

$$p\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}p} = p\frac{\mathrm{d}R_1}{\mathrm{d}p} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\cdot\frac{\mathrm{d}R_2}{\mathrm{d}p} \tag{2.50}$$

conține 12 termeni care se pot calcula relativ ușor, deoarece nu depind decît de mărimile cunoscute a, b, σ_1, σ_2, μ_1, μ_2 și de valoarea numerică a lui $p = -k^2$. Astfel, la un releu dat, expresia (2.50) va depinde doar de p_n (adică de k_n^2). Vom nota atunci pentru simplificare

$$p\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}p}\bigg|_{-p=k_n^2} = \frac{1}{2}\,\mathrm{S}(k_n). \tag{2.50'}$$

Atunci, cu (2.46) și (2.50') expresia funcției $f(t, r)$ este

$$f(t, r) = 4\sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{e}^{-k_n^2 t}\cdot\frac{J_0(\alpha r k_n)}{S(k_n)}, \tag{2.51}$$

pe care, dacă o introducem în (2.42), obținem în definitiv

$$H_1(r, t) = H_0\left\{1 - \frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(\alpha r k_n)}{S(k_n)}\cdot\frac{\mathrm{e}^{-k_n^2 t} - 1}{k_n^2}\right\}. \tag{2.52}$$

Se observă imediat că $H_1(r, 0) = H_0 = \text{const.}$

2.2.4. *Aplicație numerică într-un caz concret.* Vom aplica relațiile precedente la un caz concret în care

$$a = 1{,}1\ 10^{-2}\,\mathrm{m};\quad \sigma_1 = 9{,}5\ 10^6\ \frac{1}{\Omega\cdot\mathrm{m}};\quad \mu_1 = 4\cdot10^{-3}\frac{T\cdot m}{A},$$

$$a = 1{,}75\ 10^{-2}\,\mathrm{m};\quad \sigma_2 = 5{,}5\ 10^7\ \frac{1}{\Omega\cdot\mathrm{m}};\quad \mu_2 = 4\pi\cdot10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}, \tag{2.52'}$$

$$\alpha a = \sqrt{\mu_1\sigma_1}\cdot a = 1{,}1\cdot10^{-2}\cdot\sqrt{9{,}5\cdot10^6\cdot4\cdot10^{-3}} = 2{,}15,$$

$$\beta a = \sqrt{\mu_2\sigma_2}\ a = 1{,}1\cdot10^{-2}\cdot\sqrt{5{,}5\cdot10^7\cdot4\pi\cdot10^{-7}} = 1{,}10\cdot10^{-2}\cdot8{,}3 = 0{,}0915,$$

$$\beta b = \sqrt{\mu_2\sigma_2}\,b = 1{,}75\cdot10^{-2}\cdot\sqrt{5{,}5\cdot10^7\cdot4\pi\cdot10^{-7}} = 1{,}75\cdot10^{-2}\cdot8{,}3 = 0{,}1455.$$

Să găsim primele 2.3 zerouri ale funcției $R(p)$, adică ale expresiei

$$a\beta\cdot J_0(x)\,[J_1(y)\cdot N_0(z) - N_1(y)J_0(z)] + \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\,a\alpha\,J_1(x)\,[J_0(z)\,N_0(y) - \tag{2.53}$$

$$- N_0(z)\,J_0(y)] = 0,$$

căci $\sqrt{-p}$ se simplifică și am făcut în argument notațiile

$$\alpha a\sqrt{-p} = x;\quad \beta a\sqrt{-p} = y;\quad \beta b\ \sqrt{-p} = z. \tag{2.54}$$

Ne interesează primele trei valori ale lui p_n în ordine crescătoare, adică primele trei constante de timp $\left(-p_n = \frac{1}{T_n}\right)$. Evident,

$p_n = -k_n^2 < 0$, unde $k_n > 0$. Pe baza unor măsurători și a calculelor de la punctul 1, constantele de timp vor fi cuprinse cel mult între $T_1 \approx 8$ s și $T_3 \approx 0{,}1$ s,

$$\text{adică} \begin{cases} -p_1 = +\dfrac{1}{8} = +0{,}125, \\ -p_3 = +\dfrac{1}{0{,}1} = +10, \end{cases}$$

$$z_3 = \beta b \cdot \sqrt{-p_1} = 0{,}145 \cdot \sqrt{+10} = 0{,}456,$$
$$y_3 = \beta a \cdot \sqrt{-p_2} = 0{,}091\sqrt{10} = 0{,}286, \qquad (2.55)$$
$$x_3 = \alpha a \cdot \sqrt{-p_3} = 2{,}15\sqrt{10} = 6{,}8\,;\ x_1 = \alpha a \cdot \sqrt{-p_1} = 2{,}15\sqrt{+0{,}125} = 0{,}76.$$

Se știe că pentru $x, y, z < 2$ funcțiile Bessel respective pot fi descompuse cu bună aproximație în serie; pentru $x_3 > 2$ (cazul nostru) se pot folosi dezvoltări asimptotice. Deci *pentru valorile mici ale lui* $|p_n|$ zerourile se pot afla precis *dezvoltînd toate funcțiile Bessel în serie*, iar *pentru valori mari funcțiile din paranteza dreaptă* (funcție de y și z) pot fi dezvoltate *la fel în serie, în timp ce* $J_0(x)$ *și* $J_1(x)$, care au argumentul >2, *trebuie dezvoltate asimptotic.*

Se știe că $J_n(x) \approx \sqrt{\dfrac{2}{\pi x}} \cdot \cos\left[x - \dfrac{\pi}{2}n - \dfrac{\pi}{4}\right]$, dezvoltat asimptotic

$$\begin{cases} \pi N_0(x) \cong 2J_0(x)\left[\ln\dfrac{x}{2} + C\right] + 2\left(\dfrac{x}{2}\right)^2 - \dfrac{2}{2^2}\cdot\left(\dfrac{x}{2}\right)^4 \cdot \dfrac{3}{2} + \dots & (2.56) \\ \pi N_1(x) \cong 2J_1(x)\left[\ln\dfrac{x}{2} + C\right] - \dfrac{2}{x} - \dfrac{x}{2} + \left(\dfrac{x}{2}\right)^3 \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{5}{2} - \dots & (2.57) \\ J_0(x) \cong 1 - \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{x^4}{64} - \\ J_1(x) \cong \dfrac{x}{2} - \dfrac{x^3}{16} + \dots \end{cases}$$

(dezvoltări în serie)

a) *Aflarea zerourilor mari în valoare*

Vom dezvolta $J_0(x)$ și $J_1(x)$ după (2.56), iar celelalte funcții din (2.53) cu (2.57). Din rezolvarea ecuației transcendente care rezultă, vom reține valorile mari ale rădăcinilor:

$$\frac{\pi}{2}\left[J_1(y)\,N_0(z) - N_1(y)\,J_0(z)\right] \cong J_1(y)\left[\left(\ln\frac{z}{2} + C\right)J_0(z) + \frac{z^2}{4} - \frac{3z^4}{128}\right] -$$
$$- J_0(z)\left[\left(\ln\frac{y}{2} + C\right)\cdot J_1(y) - \frac{1}{y} - \frac{y}{4} + \frac{5y^3}{64}\right] =$$
$$= J_1(y)\cdot J_0(z)\ln\frac{z}{y} + J_1(y)\cdot\left[\frac{z^2}{4} - \frac{3z^4}{128}\right] + J_0(z)\left[\frac{1}{y} + \frac{y}{4} - \frac{5y^3}{64}\right]$$

și termenii de grad cel mult trei :

$$J_1(y)\cdot N_0(z) - N_1(y)\cdot J_0(z) \cong \frac{1}{32\,\pi y}\,[z^4 - y^4(5 + 4\gamma) + \\ + 4z^2y^2(1 - 2\gamma) + 16\,y^2(1 + 2\gamma) - 16\,z^2 + 64], \tag{2.58}$$

unde

$$\gamma = \ln\frac{z}{y} = \ln\frac{b}{a} = \ln\frac{1{,}75}{1{,}1} = 0{,}46. \tag{2.59}$$

Primul termen din (2.53) cu (2.54), (2.56), (2.58) și (2.59) devine

$$R_1\cdot\sqrt{-p} = X = a\beta\cdot J_0(x)\cdot[J_1(y)\cdot N_0(z) - N_1(y)\cdot J_0(z)] = \\ = \frac{a\beta}{16y\pi\sqrt{2\pi x}}\cdot\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\cdot[z^4 - y^4\,(5 + 4\gamma) + 4z^2y^2(1 - 2\gamma) + \\ + 16\,y^2(1 + 2\gamma) - 16z^2 + 64] = \frac{\cos\left(\alpha a\sqrt{-p} - \frac{\pi}{4}\right)}{16\sqrt{-p}\cdot\pi\sqrt{2\pi x}}\{p^2[b^4\beta^4 - \\ - \beta^4a^4\,(5 + 4\gamma) + 4a^2b^2\beta^4(1 - 2\gamma)] + 16\beta^2p\,[b^2 - a^2\,(1 + 2\gamma)] + 64\}. \tag{2.60}$$

Similar, expresia din a doua paranteză dreaptă din (2.53) devine

$$\frac{\pi}{2}\,[J_0(z)N_0(y) - N_0(z)J_0(y)] \cong J_0(z)\left[J_0(y)\left(\ln\frac{y}{2} + C\right) + \frac{y^2}{4} - \frac{3y^4}{128}\right] - \\ - J_0(y)\left[J_0(z)\left(\ln\frac{z}{2} + C\right) + \frac{z^2}{4} - \frac{3z^4}{128}\right] = -J_0(z)\cdot J_0(y)\cdot\ln\frac{z}{y} + \\ + J_0(z)\left(\frac{y^2}{4} - \frac{3y^4}{128}\right) - J_0(y)\left(\frac{z^2}{4} - \frac{3z^4}{128}\right) \approx -\gamma\left(1 - \frac{z^2}{4} + \right. \\ \left. + \frac{z^4}{64}\right)\left(1 - \frac{y^2}{4} + \frac{y^4}{64}\right) + \left(1 - \frac{z^2}{4} + \cdots\right)\left(\frac{y^2}{4} - \frac{3y^4}{128}\right) - \\ - \left(1 - \frac{y^2}{4} + \cdots\right)\left(\frac{z^2}{4} - \frac{3z^4}{128}\right)$$

și reținem termenii de grad cel mult patru :

$$\approx -\gamma\left(1 - \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{4} + \frac{z^2y^2}{16}\cdots\right) + \frac{y^2}{4} - \frac{y^2z^2}{16} + \cdots + \frac{y^2z^2}{16} - \\ - \frac{z^2}{4} \approx \gamma\left(\frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{4} - 1\right) + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{4}. \tag{2.61}$$

La fel, al doilea termen din (2.53) cu (2.54), (2.56) și (2.61) devine

$$R_2\sqrt{-p}\,\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = -\,Y = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\,\frac{a\alpha}{\pi\sqrt{2\pi x}}\cdot\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)[y^2(1+\gamma)-z^2(1-\gamma)-4\gamma]=$$

$$=\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\,\frac{a\alpha}{\pi\sqrt{2\pi x}}\cdot\sin\left(\alpha a\sqrt{-p}-\frac{\pi}{4}\right)\{\beta^2 p[b^2(1-\gamma)-a^2(1+\gamma)]-4\gamma\}. \quad (2.62)$$

$\sqrt{-p}\cdot\mathbf{R}(\mathrm{p}) = 0 \to X - Y = 0$ și, comparînd (2.60) cu (2.62), rezultă imediat dacă se simplifică cu $\pi\sqrt{2\pi x}$:

$$p^2[b^4-a^4(5+4\gamma)+4a^2b^2(1-2\gamma)]\beta^4+16\,p[b^2-a^2(1+2\gamma)]\beta^2+64=$$

$$=16\,\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\cdot a\alpha\sqrt{-p}\,.\,\mathrm{tg}\left(\alpha a\sqrt{-p}-\frac{\pi}{4}\right)\{\beta^2 p\,[a^2(1+\gamma)- \quad (2.63)$$

$$-b^2(1-\gamma)]+4\gamma\}.$$

În sfîrșit, cu notația $p = -k^2<0$ (deoarece rădăcinile reale pe care le căutăm sînt evident <0) obținem

$$k^4[b^4-a^4(5+4\gamma)+4a^2b^2(1-2\gamma)]\beta^4-16k^2[b^2-a^2(1+2\gamma)]\beta^2+64$$

$$=16\,\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\,a\alpha k\cdot\mathrm{tg}\left(\alpha a k-\frac{\pi}{4}\right).\{\beta^2k^2[b^2(1-\gamma)-a^2(1+\gamma)]+4\gamma\}. \quad (2.64)$$

sau, cu o bună aproximație,

$$1\cong\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\,\gamma\cdot a\alpha k\cdot\mathrm{tg}\left(\alpha a k-\frac{\pi}{4}\right). \quad (2.64')$$

Eucația (2.64) se rezolvă, ținînd seama de valorile numerice de la (2.52′), prin încercări sau pe cale grafică. Înlocuirile numerice au

$$k^4\,2{,}75\cdot10^{-5}-0{,}080\,k^2+64=k\cdot\mathrm{tg}\,(2{,}15\,k-0{,}785)\cdot(365-0{,}165\,k^2) \quad (2.65)$$

sau, aproximativ,

$$0{,}175\approx k\cdot\mathrm{tg}\,(2{,}150\,k-0{,}785). \quad (2.65')$$

Găsim astfel

$$k_1^2=-p_1=0{,}270\ (s^{-1});\ k_2^2=-p_2=3{,}54\ (s^{-1});\ k_3^2= \\ =-p_3=10{,}9\ (s^{-1}). \quad (2.66)$$

Reținem valorile k_2^2 și k_3^2, care fac argumentul $x=\alpha ak>2$, adică este posibilă dezvoltarea asimptotică a lui $J_0(x)$ și $J_1(x)$. În schimb, k_1^2 trebuie găsit altfel.

b. *Aflarea zerourilor (rădăcini) mici*

Plecăm de la expresia (2.53), unde de data aceasta dezvoltăm în serie și pe $J_0(x)$, $J_1(x)$. Obținem astfel, cu notațiile precedente,

$$X = \sqrt{-p}\cdot R_1(p) \cong (a\beta)\left(1 - \frac{x^2}{4} + \frac{x^4}{64}\right)\left(\frac{1}{32\pi y}\right)\cdot [z^4 - y^4(5 + 4\gamma) +$$

$$+ 4z^2y^2(1 - 2\gamma) + 16y^2(1+2\gamma) - 16z^2 + 64] = \frac{a\beta}{32\pi y}[z^4 - y^4(5+4\gamma) +$$

$$+ 4z^2y^2(1 - 2\gamma) + 16y^2(1 + 2\gamma) - 16z^2 + 64 + x^4 -$$

$$- 4x^2y^2(1 + 2\gamma) + 4z^2x^2 - 16x^2].$$

Înlocuim

$$x = \alpha a\sqrt{-p} \quad y = \beta a\sqrt{-p} \quad z = \beta b\sqrt{-p}$$

$$yX = \frac{a\beta}{32\pi}p^2[\alpha^4a^4 + \beta^4b^4 - \beta^4a^4(5 + 4\gamma) + 4\alpha^2a^2\beta^2b^2 +$$

$$+ 4(1 - 2\gamma)a^2b^2\beta^4 - 4\alpha^2\beta^2a^4(1 + 2\gamma)] + \frac{a\beta}{32\pi}16p[\alpha^2a^2 + \beta^2b^2 - \tag{2.67}$$

$$- \beta^2a^2(1 + 2\gamma)] + \frac{a\beta}{32\pi}64.$$

Similar pentru al doilea termen:

$$y\sqrt{-p}\, R_2(p)\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = -yY = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}a\alpha\left(\frac{x}{2} - \frac{x^3}{16}\right)\frac{2y}{\pi}\left[y^2\frac{1+\gamma}{4} - z^2\frac{1-\gamma}{4} - \gamma\right]$$

$$= \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\cdot\frac{a\alpha}{32\pi}\cdot[8xy^3(1 + \gamma) - 8xz^2y(1 - \gamma) - 32xy\gamma + 4x^3y\gamma]$$

$$= \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\frac{a\alpha}{32\pi}\{p^2[8\alpha\beta^3a^4(1+\gamma) - 8\alpha\beta^3a^2b^2(1-\gamma) + 4\alpha^3\beta a^4\gamma] + 32\alpha\beta a^2\gamma p\}, \tag{2.68}$$

$R_1(p) + \frac{\sigma_2}{\sigma_1}R_2(p) = 0 \to yX - yY = 0$ și din adunarea lui (2.67) cu (2.68), grupînd corespunzător termenii, obținem ecuația finală de gradul doi în p (de gradul doi, deoarece am reținut termenii x, y, z la puterea cel mult patru)

$$p^2\left\{\alpha^4a^4\left(1 + 4\gamma\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) + \beta^4b^4 - \beta^4a^4(5 + 4\gamma) + 4a^2\alpha^2b^2\beta^2\left[1 -\right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{2\sigma_2}{\sigma_1}(1 - \gamma)\right] + 4\alpha^2\beta^2a^4\left[2(1 + \gamma)\frac{\sigma_2}{\sigma_1} - (1 + 2\gamma)\right]\right\} + \tag{2.69}$$

$$+ 16p\left[\alpha^2a^2 + \beta^2b^2 - \beta^2a^2(1 + 2\gamma) + 2\alpha^2a^2\gamma\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right] + 64 = 0.$$

Deși complicată ca formă, ecuația (2.69) se poate rezolva ușor, deoarece coeficienții din parantezele drepte se pot calcula ușor la un releu dat (a, b, σ_1, σ_2, μ_1, μ_2 cunoscute). De altfel, nu toții termenii au aceeași pondere. Au fost subliniați termenii cu ponderea cea mai mare, pe lîngă care ceilalți pot fi neglijați. Ea s-ar putea scrie

$$p^2\alpha^4a^4\left(1+4\gamma\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)+16\,p\alpha^2a^2\left(1+2\gamma\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)+64\approx 0. \qquad (2.69')$$

Înlocuind în (2.69) valorile numerice (2.52') se obține după simplificări

$$p^2+2p\cdot 0{,}96+0{,}262=0, \qquad (2.70)$$

care admite ca soluții

$$-p_1=k_1^2=0{,}15\,;\quad -p_2=k_2^2=1{,}77. \qquad (2.71)$$

Pe baza discuțiilor anterioare, rădăcina exactă este k_1^2 din (2.71) respectiv k_2^2 și k_3^2 din (2.66). Rezultă valorile definitive ale rădăcinilor

$$-p_1=k_1^2=0{,}15\,;\quad -p_2=k_2^2=3{,}54\,;\quad -p_3=k_3^2=10{,}9, \qquad (2.72)$$

respectiv următoarele valori ale constantelor de timp :

$$T_1=\frac{1}{k_1^2}=6{,}66\text{ s}\,;\quad T_2=\frac{1}{k_2^2}=0{,}282\text{ s}\,;\quad T_3=\frac{1}{k_3^2}=0{,}0915\text{ s}. \qquad (2.73)$$

Se observă, pe de o parte, influența considerabilă a cămășii de cupru (în comparație cu valorile 2.19 deduse în lipsa acesteia), în special pentru prima constantă de timp, care se mărește de circa opt ori, iar pe de altă parte va fi suficient în calcule practice să reținem doar doi termeni, deoarece la temporizări de ordinul secundelor ponderea cea mai mare o va avea tot primul termen și parțial cel de-al doilea ; $-k_1^2$ va fi dat de ecuația (2.69'), iar $-k_2^2$ de ecuația (2.64').

c) *Calculul numeric al repartiției cîmpului magnetic în miezul de fier.* Vom înlocui valorile (2.52') și (2.73) în relația (2.52), unde reținem doar doi termeni. Ținem seama de notațiile (2.51) și (2.50'), care intervin în (2.52). Obținem pentru $k_1^2=0{,}15$ și $k_2^2=3{,}54$ tabela 1

Tabela 1

Funcția / argument	J_0	J_1	J_2	N_0	N_1	N_2
$\alpha a k_1=0{,}83$	0,835	0,38	0,08	—	—	—
$\beta a k_1=0{,}0354$	0,999	0,0177	0	−2,232	−18,4	−1030
$\beta b k_1=0{,}056$	0,999	0,0275	—	−1,9	−11,7	—
$\alpha a k_2=4{,}04$	−0,3942	−0,0811	0,354	—	—	—
$\beta a k_2=0{,}172$	0,9925	0,0847	0	−1,190	− 3,87	− 44
$\beta b k_2=0{,}272$	0,9815	0,1338	—	−0,88	− 2,52	—

N_2 și J_2 se deduc cu relația [10]

$$J_{n+1}(x) = \frac{2n}{x} J_n - J_{n-1}\,; \quad N_{n+1}(x) = \frac{2n}{x} \cdot N_n - N_{n-1}\,. \tag{2.74}$$

Obținem următoarele valori pentru coeficienții din (2.52):

$$A = -\frac{4}{\pi \cdot k_1^2 \cdot S(k_1)} = 1{,}10\,; \quad -B = -\frac{4}{\pi \cdot k_2^2 \cdot S(k_2)} = -0{,}114. \tag{2.75}$$

Expresia (2.52) ia valoarea numerică aproximativă

$$H_1(r,\ t) = H_0\,[1 - AJ_0(\alpha r\, k_1)\cdot(1 - \mathrm{e}^{-0{,}15t}) + BJ_0(\alpha r\, k_2)\cdot(1 - \mathrm{e}^{-3{,}54t})]. \tag{2.76}$$

Se vede imediat că sînt îndeplinite condițiile fizice

$$H_1(r,\ 0) = H_0\,; \quad H_1(a, \infty) = H_0(1 - 0{,}965) \approx 0{,}035\, H_0,$$

adică este nulă cu precizie de 3,5%; la fel în orice punct de rază $r < a$.

3. PROBLEMA UNEI SCHEME ECHIVALENTE A CIRCUITULUI MAGNETIC

3.1. Punerea problemei

Așa cum s-a arătat, găsind valoarea expresiei (2.52) a lui $H_1(r, t)$, de exemplu (2.76) în cazul nostru, și introducînd-o în (2.30), putem calcula forța portantă funcție de timp.

Din motive practice (ca, de exemplu, de proiectare) este util, să găsim o schemă echivalentă cu circuite $L-R$ cuplate magnetic, astfel ca la deconectarea bruscă a unuia dintre circuite, fluxul dat de celelalte printr-o bobină (al căror număr este egal cu numărul de rădăcini alese al ecuației $R(p) = 0$) să asigure aceeași variație în timp a forței portante ca și expresia (2.30), în care am înlocuit expresia (2.52) a lui $H_1(r, t)$. Din identificarea celor două mărimi se pot deduce parametrii L_k, R_k, M_k, ai circuitelor respective.

Schema ar fi cu atît mai utilă și mai sugestivă (respectiv ușor de găsit parametrii R_k, L_k, M_k) dacă am reuși să arătăm că în loc de a calcula forța cu relația exactă (2.30) putem s-o calculăm cu relația aproximativă

$$F_\varrho(t) \approx \frac{\Phi_f^2(t)}{2\mu_0\, \pi\, a^2}, \tag{3.1}$$

unde

$$\Phi_f(t) = \int_s B_1\, \mathrm{d}A = \mu_1\, 2\pi \int_0^a H_1(r,\ t)\, r\, \mathrm{d}r = \mu_1\, 2\pi a^2 \int_0^1 H_1\left(\frac{r}{a}, t\right) \frac{r}{a} \cdot \mathrm{d}\left(\frac{r}{a}\right), \tag{3.2}$$

relație dedusă în ipoteza că repartiția inducției în întrefier este uniformă.

Atunci ar fi suficient să găsim o schemă în care fluxul util să varieze ca $\Phi_f(t)$ dat de (3.2), fără a mai calcula cu (2.30), care este dificilă. Vom demonstra acest rezultat important la punctul următor.

3.2. Valabilitatea relației de calcul (3.1)

Presupunem că, limitîndu-ne la primele două rădăcini ale ecuației $R(p) = 0$, găsim o expresie (2.52) de forma

$$H_1(r, t) = H_0 [1 - A(1 - e^{-k_1^2 t}) J_0(\alpha r k_1) + B(1 - e^{-k_2^2 t}) J_0(\alpha r k_2)], \tag{3.3}$$

unde $B << A$ (vezi, de exemplu, 2.76), astfel ca $H_1(r, 0) = H_0$ etc.
$H_1(r, \infty) \approx 0$.

3.2.1. *Calculul valorii exacte a forței portante*

$$F_p = \pi \frac{\mu_1^2}{\mu_0} \int_0^a H_1^2(r, t)\, r \cdot \mathrm{d}r = \pi a^2 \frac{\mu_1^2}{\mu_0} \int_0^1 H_1^2\left(\frac{r}{a}, t\right) \cdot \frac{r}{a}\, \mathrm{d}\left(\frac{r}{a}\right). \tag{3.4}$$

Din (3.3) avem evident

$$\begin{aligned} H_1^2(r, t) = H_0^2 [1 + A^2 (1 - e^{-k_1^2 t})^2 \cdot J_0^2(\alpha r k_1) + B^2 (1 - e^{-k_2^2 t})^2 \cdot J_0^2(\alpha r k_2) - \\ - 2A (1 - e^{-k_1^2 t}) \cdot J_0(\alpha r k_1) + 2B (1 - e^{-k_2^2 t}) \cdot J_0(\alpha r k_2) - \\ - 2AB (1 - e^{-k_1^2 t}) (1 - e^{-k_2^2 t}) J_0(\alpha r k_1) \cdot J_0(\alpha r k_2)]. \end{aligned} \tag{3.4'}$$

Introducem această relație în expresia de mai sus. În acest scop e nevoie să integrăm expresii de forma

$$\int_0^1 x J_0(C_1 x) J_0(C_2 x)\, \mathrm{d}x = \frac{C_1 J_0(C_2) J_0'(C_1) - C_2 J_0(C_1) J_0'(C_2)}{C_2^2 - C_1^2}, \tag{3.5}$$

relație care e demonstrată în [10]. În cazul nostru, avem , ținînd seama că $J_0'(x) = -J_1(x)$, următoarele :

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{r}{a} \cdot J_0\left(\alpha a k_1 \cdot \frac{r}{a}\right) \cdot J_0\left(\alpha a k_2 \cdot \frac{r}{a}\right) \cdot \mathrm{d}\left(\frac{r}{a}\right) = \\ = \frac{\alpha a k_2 \cdot J_0(\alpha a k_1) J_1(\alpha a k_2) - \alpha a k_1 \cdot J_0(\alpha a k_2) \cdot J_1(\alpha a k_1)}{\alpha^2 a^2 k_2^2 - \alpha^2 a^2 k_1^2}. \end{aligned} \tag{3.6}$$

Făcînd, de exemplu, $k_2 = 0$, avem

$$\int_0^1 \left(\frac{r}{a}\right) J_0\left(\alpha a k_1 \cdot \frac{r}{a}\right) \mathrm{d}\left(\frac{r}{a}\right) = \frac{J_1(\alpha a k_1)}{\alpha a k_1}. \tag{3.6'}$$

Făcînd $k_2 \to k_1$ și rezolvînd nedeterminarea, găsim

$$\int_0^1 \left(\frac{r}{a}\right) J_0^2\left(\alpha a k_1 \cdot \frac{r}{a}\right) \mathrm{d}\left(\frac{r}{a}\right) = \frac{1}{2}\,[J_0^2(\alpha a k_1) + J_1^2(\alpha a k_1)]. \qquad (3.6'')$$

Cu (3.4') și (3.6), (3.6'), (3.6''), relația (3.4) devine

$$F_p(t) = \pi a^2 H_0^2 \frac{\mu_1^2}{\mu_0}\left\{\frac{1}{2} + \frac{A^2(1-\mathrm{e}^{-k_1^2 t})^2}{2}[J_0^2(\alpha a k_1) + J_1^2(\alpha a k_1)] + \right.$$

$$+ \frac{B^2(1-\mathrm{e}^{-k_2^2 t})^2}{2}[J_0^2(\alpha a k_2) + J_1^2(\alpha a k_2)] - \qquad (3.7)$$

$$- 2A\,(1-\mathrm{e}^{-k_1^2 t})\,\frac{J_1(\alpha a k_1)}{\alpha a k_1} + 2B(1-\mathrm{e}^{-k_2^2 t})\,\frac{J_1(\alpha a k_2)}{\alpha a k_2} -$$

$$\left. - 2AB\,(1-\mathrm{e}^{-k_1^2 t})(1-\mathrm{e}^{-k_2^2 t})\,\frac{k_2 J_0(\alpha a k_1)\,J_1(\alpha a k_2) - k_1 J_0(\alpha a k_2)\cdot J_1(\alpha a k_1)}{\alpha a (k_2^2 - k_1^2)}\right\}.$$

3.2.2. *Calculul valorii aproximative a forței portante*

$$\Phi_f(t) = 2\pi\mu_1 \int_0^1 H_1\left(\frac{r}{a}, t\right)\cdot\frac{r}{a}\cdot \mathrm{d}\left(\frac{r}{a}\right) = \pi\mu_1 H_0 a^2\left[1 - 2A\,(1-\mathrm{e}^{-k_1^2 t})\,\frac{J_1(\alpha a k_1)}{\alpha a k_1} + \right.$$

$$\left. + 2B\,(1-\mathrm{e}^{-k_2^2 t})\,\frac{J_1(\alpha a k_2)}{\alpha a k_2}\right] \qquad (3.8)$$

$$F_p^*(t) \approx \frac{\Phi_f^2}{2\pi a^2 \mu_0} = \pi a^2 H_0^2 \frac{\mu_1^2}{\mu_0}\left[\frac{1}{2} + 2A^2(1-\mathrm{e}^{-k_1^2 t})^2 \cdot \frac{J_1^2(\alpha a k_1)}{(\alpha a k_1)^2} + \right.$$

$$+ 2B^2(1-\mathrm{e}^{-k_2^2 t})^2 \frac{J_1^2(\alpha a k_2)}{(\alpha a k_2)^2} -$$

$$- 2A\,(1-\mathrm{e}^{-k_1^2 t})\,\frac{J_1(\alpha a k_1)}{\alpha a k_1} + 2B\,(1-\mathrm{e}^{-k_2^2 t})\cdot\frac{J_1(\alpha a k_2)}{\alpha a k_2} - \qquad (3.9)$$

$$\left. - 4AB\,(1-\mathrm{e}^{-k_1^2 t})\,(1-\mathrm{e}^{-k_2^2 t})\,\frac{J_1(\alpha a k_1)\cdot J_1(\alpha a k_2)}{\alpha a k_1 \cdot \alpha a k_2}\right].$$

Comparînd (3.7) cu (3.9), se observă că factorul din fața parantezei drepte are aceeași expresie, iar termenii din paranteză :

— primul, al patrulea și al cincilea coincid ;

— termenul al treilea poate fi oricum neglijat, deoarece $B^2 \ll A^2$ și $k_1^2 \ll k_2^2$;

— trebuie arătat dacă cumva termenii al doilea și al șaselea corespund ca valori.

a) *Termenul al doilea.* Să arătăm că

$$\frac{A^2}{2}\left[J_0^2(\alpha a k_1)+J_1^2(\alpha a k_1)\right]=2A^2\frac{J_1^2(\alpha a k_1)}{(\alpha a k_1)^2}\to J_1^2(\alpha a k_1)\left[\frac{4}{(\alpha a k_1)^2}-1\right]=$$

$$=J_0^2(\alpha a k_1);$$

or, se poate arăta ușor că, folosind dezvoltările în serie (2.57), avem într-adevăr pentru $x<2$ cu bună aproximație:

$$J_1^2(x)\left[\frac{4}{x^2}-1\right]\approx J_0^2(x).$$

Or, la noi $x=\alpha a k_1=0{,}83<2$ (și în cazul general); deci am demonstrat.

b) *Termenul al șaselea*

$$-2AB\frac{k_2J_0(\alpha a k_1)J_1(\alpha a k_2)-k_1J_0(\alpha a k_2)\cdot J_1(\alpha a k_1)}{\alpha_a(k_2^2-k_1^2)}=$$

$$=-4AB\frac{J_1(\alpha a k_1)\cdot J_1(\alpha a k_2)}{\alpha a k_1\cdot\alpha a k_2},$$

adică trebuie ca

$$\frac{k_2^2J_0(\alpha a k_1)J_1(\alpha a k_2)-k_1k_2J_0(\alpha a k_2)\cdot J_1(\alpha a k_1)}{k_2^2-k_1^2}=2\frac{J_1(\alpha a k_1)\cdot J_1(\alpha a k_2)}{\alpha a k_1}.$$

Relația fiind dificil de verificat direct, vom înlocui valorile numerice din tabela anterioară:

$$\frac{3{,}54\cdot0{,}835\cdot(-0{,}0811)-0{,}728\cdot(-0{,}3942)\cdot0{,}38}{3{,}54-0{,}15}=-\frac{0{,}132}{3{,}39}=-0{,}039,$$

$$2\frac{J_1(\alpha a k_1)J_1(\alpha a k_2)}{\alpha a k_1}=2\frac{0{,}38\cdot(-0{,}0811)}{0{,}83}=-0{,}0744.$$

Se vede că factorul termenului al șaselea e de circa două ori mai mare în formula aproximativă. Totuși, această diferență este insignifiantă, deoarece însuși termenul al șaselea se poate neglija în ambele formule față de ceilalți. Într-adevăr, în acest termen intervine factorul $(1-e^{-k_1^2t})(1-e^{-k_2^2t})$. Or, la valori destul de mici ale timpului t (căci nici 3.8 și nici 3.7 nu se folosesc practic la $t>5-6\,T_2$), adică la temporizări curente, prima paranteză are valori $\ll 1$ (deoarece $T_1\gg T_2$), a doua are valoarea 1 și deci termenul este neglijabil.

E adevărat că pentru $t \to \infty$, termenul al cincilea are valoarea $2B\frac{J_1(\alpha a k_2)}{\alpha a k_2}$, iar al șaselea devine $2B\frac{J_1(\alpha a k_2)}{\alpha a k_2} \cdot 2A\frac{J_1(\alpha a k_1)}{\alpha a k_1}$, adică mai mare, deci nu se poate neglija. *Dar formulele nu se utilizează practic la* $t \to \infty$.

În concluzie, în loc de a calcula pe F_p cu (2.30) și (2.52), se poate calcula suficient exact, *dar mult mai simplu*, cu (3.1) și (3.8).

Aceasta permite să se găsească o schemă echivalentă mai simplă care trebuie să asigure printr-o bobină oarecare aceeași variație a fluxului util ca (3.8), fapt ce atrage automat aceeași variație în timp a forței ca în cazul riguros (3.7).

3.3. Calculul parametrilor schemei echivalente

Trebuie găsită o schemă echivalentă constînd dintr-o bobină L_0 (corespunzătoare bobinei releului) cuplată magnetic cu două circuite $L - R$ (corespunzătoare celor doi termeni pe care îi reținem din seria ce dă soluția exactă).

Schema este reprezentată în figura 5. Aici apar inițial șapte necunoscute: R_1, L_1, R_2, L_2, M_1, M_2 și M_{12} (mărimile U_0, R_0, I_0, L_0 și N_0 sînt cunoscute, deoarece se referă la bobina primară). Vom calcula fluxul fascicular prin bobina L_1 și din identificarea expresiei sale cu (3.8) vom deduce aceste necunoscute.

În prealabil e nevoie să modificăm expresia (3.8). Deși reținem doi termeni din serie, se obține $\Phi_f(\infty) \approx 0$ cu bună aproximație, căci în cazurile uzuale (vezi și 3.25) avem

$$1 - 2A\frac{J_1(\alpha a k_1)}{\alpha a k_1} + 2B\frac{J_1(\alpha a k_2)}{\alpha a k_2} \approx 0. \quad (3.10)$$

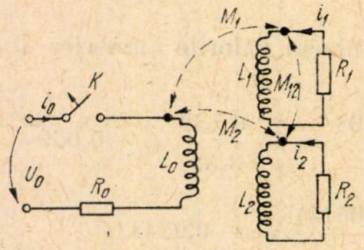


Fig. 5. — Schema echivalentă a circuitului magnetic în regim tranzitoriu.

Or, într-o schemă echivalentă e necesar să avem cu exactitate $\Phi_f(\infty) = 0$, adică relația (3.10) trebuie să fie o identitate. În acest scop, păstrîndu-se valoarea lui A, se rotunjește valoarea lui B pînă ce relația (3.10) este satisfăcută identic. Dacă punem

$$2A\frac{J_1(\alpha a k_1)}{\alpha a k_1} = C_1, \text{ rezultă } 2B\frac{J_1(\alpha a k_2)}{\alpha a k_2} = C_1 - 1 \quad (3.11)$$

și (3.8) devine

$$\Phi_f(t) = \Phi_0 \left[C_1 e^{-k_1^2 t} - (C_1 - 1) e^{-k_2^2 t}\right]. \quad (3.12)$$

Evident că aici putem pune prin identificare doar trei condiții (adică putem determina doar trei necunoscute). Rezultă că patru dintre necu-

noscutele care intervin în schema echivalentă trebuie eliminate sau calculată pe altă cale :

— în primul rînd, deoarece căutăm $\Phi_{f_1}(t) = \Phi_f(t)$, avem

$$N_1 \Phi_{f_1}(0-\varepsilon) = M_1 i_0 (0-\varepsilon) = M_1 I_0 = \pi a^2 \mu_1 H_0 N_1 = N_1 \Phi_0. \quad (3.13)$$

Am arătat însă că $H_0 = \frac{N_0 I_0}{l_1}$; introducînd mai sus această valoare,

$$M_1 = \frac{\pi a^2 \mu_1 N_1 N_0}{l_1} ; \quad (3.14)$$

— în al doilea rînd, presupunem că bobinele L_1 și L_2 au $N_1 = N_2 = 1$ (cu interpretare fizică) și că fluxul lor de dispersie față de bobina L_0 este nul (și aceasta are interpretare fizică, vezi fig. 4 *a*) :

$$L_{a10} = 0 \to \frac{L_1 i_1}{N_1} = \frac{L_{a10} \cdot i_1}{N_1} = \frac{M_1 i_1}{N_0} \to L_1 = \frac{M_1}{N_0}. \quad (3.14')$$

și similar

$$L_{a20} = 0, \text{ pentru } N_2 = 1, \qquad \to L_2 = \frac{M_2}{N_0}. \quad (3.14'')$$

Relațiile (3.13), (3.14') și (3.14'') determină trei necunoscute. A patra o vom determina după rezolvarea circuitului, deoarece condiția respectivă, după cum vom vedea, se pune mai ușor și mai corect.

Scriem ecuațiile circuitului din figura 5 la $t > 0 + \varepsilon$ (după deschiderea lui K), considerînd că prin bobina L_0 curentul s-a anulat :

$$\begin{cases} R_1 i_1 + L_1 \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M_{12} \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} = 0, \\ R_2 i_2 + L_2 \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M_{12} \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} = 0. \end{cases}$$

Trecem în operațional, notînd imaginile Laplace cu litere mari :

$$\begin{cases} R_1 I_1 + pL_1 I_1 + pM_{12} I_2 - [L_1 i_1 (0+\varepsilon) + M_{12} i_2 (0+\varepsilon)] = 0, \\ R_2 I_2 + pL_2 I_2 + pM_{12} I_1 - [L_2 i_2 (0+\varepsilon) + M_{12} i_1 (0+\varepsilon)] = 0. \end{cases} \quad (3.15)$$

Din condiția de conservare a fluxului pe fiecare dintre cele două bucle închise :

$$\begin{cases} \Phi_1 (0+\varepsilon) = L_1 i_1 (0+\varepsilon) + M_{12} i_2 (0+\varepsilon) = M_1 I_0 = \Phi_1 (0-\varepsilon), \\ \Phi_2 (0+\varepsilon) = L_2 i_2 (0+\varepsilon) + M_{12} i_1 (0+\varepsilon) = M_2 I_0 = \Phi_2 (0-\varepsilon). \end{cases}$$

Cu aceste relații și înlocuind (3.14') și (3.14''), sistemul (3.15) devine

$$\begin{cases} (R_1 + pL_1) I_1 + pM_{12} I_2 = L_1 N_0 I_0 \\ (R_2 + pL_2) I_2 + pM_{12} I_1 = L_2 N_0 I_0 \end{cases} \text{(unde } L_1 \text{ e cunoscut).} \quad (3.16)$$

Deoarece

$$\Phi_{f_1}(t) = \frac{\Phi_1}{N_1} = L_1 i_1 + M_{12} i_2, \tag{3.17}$$

din (3.16) calculăm suma $L_1 I_1$ și $M_{12} I_2$, care interesează în (3.17). Găsim

$$L_1 I_1 + M_{12} I_2 = \frac{L_1 N_0 I_0}{p} - \frac{L_1 N_0 I_0 R_1}{L_1 L_2 - M_{12}^2} \cdot \frac{R_2 + p \frac{L_2}{L_1}(L_1 - M_{12})}{p\,(p^2 + 2\delta p + \omega_0^2)}, \tag{3.18}$$

unde am făcut notațiile simplificatoare

$$\frac{L_1 R_2 + L_2 R_1}{L_1 L_2 - M_{12}^2} = 2\delta\,; \qquad \frac{R_1 R_2}{L_1 L_2 - M_{12}^2} = \omega_0^2\,; \qquad \varepsilon = \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}. \tag{3.19}$$

Expresia (3.18) se mai poate scrie simplificat

$$L_1 I_1 + M_{12} I_2 = L_1 N_0 I_0 \left[\frac{1}{p} - \frac{\omega_0^2}{p} \frac{1 + p \frac{L_2}{L_1} \cdot \frac{L_1 - M_{12}}{R_2}}{p^2 + 2\delta p + \omega_0^2} \right]. \tag{3.18'}$$

Calculăm originalul acestei expresii cu teorema lui Heaviside, observînd că $L_1 N_0 I_0 = M_1 I_0 = \Phi_0$. Obținem

$$\Phi_{f_1}(t) = \frac{\Phi_0\,\omega_0^2}{2\varepsilon} \left\{ \left[\frac{1}{\delta - \varepsilon} - \frac{L_2}{L_1} \cdot \frac{L_1 - M_{12}}{R_2} \right] e^{-(\delta - \varepsilon)t} - \right.$$
$$\left. - \left[\frac{1}{\delta + \varepsilon} - \frac{L_2}{L_1} \cdot \frac{L_1 - M_{12}}{R_2} \right] e^{-(\delta + \varepsilon)t} \right\}. \tag{3.20}$$

Din identificarea lui (3.20) și (3.12) avem în primul rînd

$$\left.\begin{array}{l} \delta - \varepsilon = k_1^2 \\ \delta + \varepsilon = k_2^2 \end{array}\right\} \text{ sau } \left.\begin{array}{l} 2\varepsilon = k_2^2 - k_1^2 \\ 2\delta = k_1^2 + k_2^2 \end{array}\right\}$$

și în al doilea rînd

$$\left.\frac{\omega_0^2}{2\varepsilon}\left[\frac{1}{\delta - \varepsilon} - \frac{L_2}{L_1} \cdot \frac{L_1 - M_{12}}{R_2}\right] = C_1\right\} \tag{3.21}$$

Ținînd seama și de notațiile (3.19), cele trei condiții (3.21) devin

$$2\delta = \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{L_1 R_2 + L_2 R_1}{L_1 L_2 - M_{12}} = k_1^2 + k_2^2, \\ \omega_0^2 = \delta^2 - \varepsilon^2 = \left\{ \dfrac{R_1 R_2}{L_1 L_2 - M_{12}} = k_1^2 \cdot k_2^2\,, \right. \\ \dfrac{k_2^2}{k_2^2 - k_1^2}\left[1 - k_1^2 \dfrac{L_2}{L_1} \cdot \dfrac{L_1 - M_{12}}{R_2}\right] = C_1. \end{array} \right. \tag{3.21'}$$

Se observă că, dacă adoptăm $L_1 = M_{12}$, pierdem o ecuație. Condiția care aduce cele mai mari simplificări și care are sens din punct de vedere fizic este, evident,

$$L_1 = L_2. \tag{3.14'''}$$

Rămîn deci trei necunoscute: R_1, R_2, M_{12}, care se deduc din sistemul

$$\begin{cases} \dfrac{L_1 (R_1 + R_2)}{L_1^2 - M_{12}^2} = k_1^2 + k_2^2, \\ \dfrac{R_1 R_2}{L_1^2 - M_{12}^2} = k_1^2 \cdot k_2^2, \\ \dfrac{L_1 - M_{12}}{R_2} = \dfrac{C_1 k_1^2 - k_2^2 (C_1 - 1)}{k_1^2 k_2^2}. \end{cases} \tag{3.21''}$$

Prin operații simple de eliminări deducem

$$R_1 = (L_1 + M_{12}) [k_1^2 C_1 - k_2^2 (C_1 - 1)], \tag{3.22'}$$

$$R_2 = \frac{(L_1 - M_{12}) k_1^2 k_2^2}{k_1^2 C_1 - k_2^2 (C_1 - 1)}. \tag{3.22''}$$

Înlocuind aceste expresii în prima ecuație (3.21''), se obține o ecuație în M_{12}^2:

$$M_{12}^2 - M_{12} \frac{L_1}{k_1^2 + k_2^2} \left\{ \frac{k_1^2 k_2^2}{k_1^2 C_1 - k_2^2 (C_1 - 1)} - [k_1^2 C_1 - k_2^2 (C_1 - 1)] \right\} +$$

$$+ \frac{L_1^2}{k_1^2 + k_2^2} \cdot \left\{ k_1^2 C_1 - k_2^2 (C_1 - 1) + \frac{k_1^2 k_2^2}{k_1^2 C_1 - k_2^2 (C_1 - 1)} - 1 \right\} = 0$$

sau, simplificat,

$$M_{12}^2 - M_{12} L_1 q + L_1^2 s^2 = 0, \tag{3.23}$$

unde q și s^2 reprezintă cele două acolade împărțite la $k_1^2 + k_2^2$. Ecuația (3.23) are două rădăcini, dar trebuie reținută una singură. La limită, cînd $C_1 \to 1$ (el nu e prea departe de această valoare), sistemul (3.21'') este verificat pentru $\dfrac{R_1}{L_1} = k_1^2$; $\dfrac{R_2}{L_2} = k_2^2$ și $M_{12} = 0$. Se poate arăta că rădăcina mică a ecuației (3.23) satisface condiția $\lim\limits_{C_1 \to 1} M_{12} = 0$. Atunci

$$M_{12} = L_1 \frac{q - \sqrt{q^2 - 4s^2}}{2}. \tag{3.24}$$

Relațiile (3.22'), (3.22'') și (3.24), combinate cu (3.14) — (3.14'''), rezolvă complet problema.

3.4. Caz particular al schemei echivalente

Schema din figura 5 pleacă de la expresia (3.12) a fluxului, în care am reținut două constante de timp. În multe cazuri, și al doilea termen din (3.12) poate fi neglijat dacă se constată că

$$\left| 2A \frac{J_1(\alpha a k_1)}{\alpha a k_1} \right| \gg \left| 2B \frac{J_1(\alpha a k_2)}{\alpha a k_2} \right| \text{ și } k_2^2 \gg k_1^2 . \tag{3.25}$$

În cazul concret analizat aici, pentru care obținem valorile (2.75) și cele din tabela 1, se vede că practic $C_1 \to 1$ și $C_2 \to 0$. Într-adevăr

$$C_1 = 2A \frac{J_1(\alpha a k_1)}{\alpha a k_1} = 2{,}2 \frac{0{,}38}{0{,}83} \approx 1{,}01,$$

$$\left| 2B \frac{J_1(\alpha a k_2)}{\alpha a k_2} \right| = \left| 0{,}028 \frac{-0{,}0811}{4{,}04} \right| = 0{,}0046.$$

Deci relația (3.25) este evidentă. Mai mult, acest caz „particular" este practic cazul general al ipotezei de calcul în care ne situăm ($\delta = l_4 = 0$).

În această situație se vede că (3.12) se reduce la

$$\Phi_f(t) \cong \pi a^2 \mu_1 H_0 e^{-k_1^2 t} = \Phi_0 e^{-k_1^2 t} . \tag{3.26}$$

Să găsim o expresie simplă pentru k_1^2. Am văzut că k_1^2 poate fi calculat ca rădăcina cea mai mică (în valoare absolută) a ecuației (2.69′). Se obține

$$k_1^2 = \frac{1}{T_1} \approx \frac{8}{\alpha^2 a^2 \left(1 + 4\gamma \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)}, \tag{3.27}$$

$$\gamma = \ln \frac{b}{a} = \ln \left(1 + \frac{b-a}{a}\right) = \ln \left(1 + \frac{g}{a}\right) \approx \frac{g}{a},$$

reținînd primul termen din dezvoltare : $b - a = g$ — grosimea cămășii de cupru.

Deoarece $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \approx 6$, iar $\gamma \approx 0{,}4 - 0{,}6$, se poate scrie cu bună aproximație că

$$1 + 4\gamma \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \approx 4 \frac{g}{a} \frac{\sigma_2}{\sigma_1} .$$

Atunci (3.27) devine

$$k_1^2 = \frac{1}{T_1} = \frac{8}{\sigma_1 \mu_1 a^2 4 \frac{g}{a} \frac{\sigma_2}{\sigma_1}} = \frac{2}{\sigma_2 \mu_1 a g} = \frac{\frac{2\pi a}{\sigma_2 g l_1}}{\frac{\mu_1 \pi a^2}{l_1}} = \frac{R_1}{L_1}, \tag{3.28}$$

unde

$$R_1 = \frac{2\pi a}{\sigma_2 g l_1}, \tag{3.29}$$

$$L_1 = \frac{\mu_1 \pi a^2}{l_1}, \tag{3.30}$$

$$M_1 = \frac{\mu_1 \pi a^2 N_0}{l_1}, \text{ căci } N_1 = 1 \text{ (vezi (3. 14))}$$

Se observă că R_1 (dat de 3.29) reprezintă rezistența cămășii de cupru dacă ar fi parcursă de curenți cu densitate constantă, iar L_1 (dat

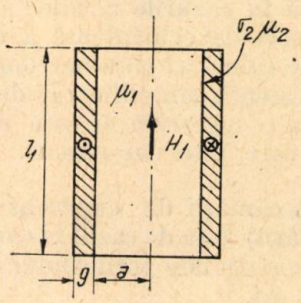


Fig. 6 *a*. — Explicativă de calcul.

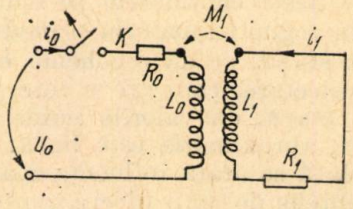


Fig. 6 *b*. — Schema echivalentă simplificată.

de 3.30) reprezintă inductivitatea aceleiași cămăși calculată ca în curent continuu dacă se neglijează fluxul prin grosimea g (justificat de faptul că $\mu_1 \gg \mu_2$).

Rezultă atunci schema echivalentă simplificată din figura 6*b*, elementele ei L_1, R_1, M_1 calculîndu-se cu (3.29), (3.30), respectiv cu (3.14). Această schemă deosebit de simplă este și deosebit de utilă în aplicații practice, cel puțin într-o primă aproximație. Totuși, precizia este foarte bună, căci aproximațiile făcute (la 3.26 și 3.27) sînt mici. Exemplele numerice date confirmă acest lucru. Ar rezulta atunci imediat

$$\Phi_f(t) \approx \pi a^2 \mu_1 H_0 \, e^{-\frac{R_1}{L_1} t} \text{ și } F_p(t) \approx \frac{\Phi_f^2(t)}{2\mu_0 \pi a^2}. \tag{3.31}$$

Rămîne de văzut în ce măsură vor fi valabile rezultatele de la punctul 3.4 într-o etapă următoare de calcul, cînd nu se mai neglijează tensiunea magnetică a întrefierului, jugului și armăturii.

4. OBSERVAȚII FINALE ȘI CONCLUZII

Lucrarea urmărește determinarea exactă a repartiției cîmpului magnetic într-un cilindru feromagnetic (presupus nesaturat) ecranat cu o cămașă coaxială de cupru la deconectarea bruscă a bobinei care producea inițial un cîmp magnetic uniform.

Lucrarea, bazată pe ipotezele simplificatoare generale de la punctul 1.1, se referă în această etapă la un circuit magnetic simplificat, fără întrefier, jug și armătură. Utilitatea studiului, mai mult teoretică deocamdată, reiese din următoarele :

— se arată, pe baza unor exemple concrete, că este suficient să reținem doi termeni din seria care dă soluția exactă și se găsește această soluție ;

— se arată cum se pot calcula fără mijloace speciale primele două constante de timp corespunzătoare acestor termeni ;

— există posibilitatea să se calculeze forța portantă cu o expresie simplificată dedusă în ipoteza că repartiția cîmpului magnetic în întrefier este uniformă. Diferența față de expresia exactă, bazată pe integrarea tensiunilor maxwelliene, este insignifiantă în cazurile uzuale ;

— pe acest considerent se indică schema echivalentă a circuitului magnetic în regim tranzitoriu și modul de calcul al parametrilor ei ;

— în sfîrșit, se dă o schemă echivalentă simplificată, deosebit de utilă în proiectare, care are o interpretare sugestivă și este justificată, în această etapă, de valorile numerice care intervin curent. Deși este simplificată, aproximația este bună.

Totodată se arată influența mare a cămășii de cupru asupra creșterii constantelor de timp (deci a temporizării) față de cazul în care aceasta lipsește. Prima constantă de timp, care corespunde termenului principal, crește astfel în cazurile curente de 6—8 ori.

Lucrarea trebuie continuată prin luarea în considerație a circuitului magnetic nesimplificat.

Primit la redacție la 28 ianuarie 1966

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleț, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. IV, București, Tipogr. și lit. Minist. învăț., 1956.
2. R. Rudenberg, *Fenomene tranzitorii în sistemele electroenergetice*, București, Edit. tehnică, 1959.
3. I. Stupeli, *Relee de protecție și semnalizare*, București, Edit. Energetică de stat, 1954.
4. B. Heller, *Prechodne jevy v masivnim zeleze*, Elektrotechnicky Obzor, *7—8*, p. 368—375 (1963).
5. A. Avramescu, *Efectul particular tranzitoriu*, Bul. Șt. Acad. R.P.R., secț. 3, *4*, *3—4*, 225—239 (1952).
6. — *Constanta de timp a fenomenelor tranzitorii*, Bul. Șt. Acad. R.P.R., secț. 3, *4*, *3—4*, 241—248 (1952).
7. — *Constanta de timp a efectului pelicular în conductoare cilindrice și tubulare*, Comunic. Acad. R.P.R., **VIII**, *3* (1958).
8. — *Efectul de amortizare a curenților turbionari tranzitorii în miezuri magnetice*, Comunic. Acad. R.P.R., **IX**, *4* (1959).
9. Chr. Popescu, *Curs de materiale electrotehnice*, București, Edit. de stat didact. și pedag., 1961.
10. I. Gh. Sabac, *Curs de matematici speciale*, vol. II, București, Edit. de stat didact. și pedag., 1965.
11. A. Gray, G. Mathews, *A treatise on Bessel Functions and their applications to Physics*, Londra, MacMillan and Co. Ltd., 1952.
12. Janke, Emde, Lösch, *Tafeln höherer Funktionen*, Stuttgart, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1960.
13. I. Rîjic, I. Gradstein, *Tabele de integrale, sume, serii și produse*, București, Edit. tehnică, 1955.

CONTRIBUȚII LA DEFINIREA VITEZEI DE PROPAGARE A UNUI SEMNAL PE LANȚURILE DE CUADRIPOL[1)]

DE

ION S. ANTONIU

membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România

și I. ADĂMUȚ

621.3.092

În lucrare se prezintă expresii originale pentru transformatele tensiunii și curentului și pentru originalul tensiunii după cuadripolul K al unui lanț de n cuadripoli care modelează o linie lungă cu o independență Z_n la capăt.

Se prezintă de asemenea și un grup de criterii pentru definirea vitezei de propagare pe un lanț de cuadripoli. Se dau apoi, pe baza acestora și a datelor experimentale obținute pe un calculator de tip analogic, un număr mare de relații analitice, cu care se poate calcula eroarea care rezultă pentru un număr n de cuadripoli, indicîndu-se erorile precise pentru $n \leqslant 25$ și eroarea aproximată pentru $n > 25$.

1. GENERALITĂȚI

Înlocuirea unei linii electrice lungi, avînd parametrii respectivi — rezistență, conductanță, inductanță și capacitate — uniform răspîndiți de-a lungul ei, printr-un lanț de cuadripoli în care sînt concentrați acești parametri este o problemă care a preocupat și preocupă încă pe inginerii electricieni [1] — [5]. Prin această înlocuire se urmărește în primul rînd o simplificare a calculului, fenomenul de propagare a energiei electromagnetice rămînînd, „cu suficientă aproximație", același. Utilizarea calculatoarelor electronice de tip analogic și cifric pune problema modelării unei linii lungi, operație care nu se poate face decît tot cu ajutorul lanțurilor de cuadripol [6] — [12].

În aceste condiții, cunoașterea amănunțită a funcționării unui lanț de cuadripoli este absolut necesară [13] — [16].

[1)] Articol publicat și în „Rev. roum. sci. techn.-Energ. Electrotechn.", **11**, 3 (1966).

St. cerc. energ. electr. tom. 16 Nr. 3 p. 531—558, București 1966

Cunoştinţele actuale asupra acestei probleme, deşi au aparenţă de a fi complete, prezintă o serie de lacune, dintre care unele sînt destul de importante. Astfel, nu este definită încă noţiunea de viteză de propagare a undelor electromagnetice printr-un lanţ de cuadripoli.

Mărimea

$$\frac{\Delta k}{\Delta t} = \pm \frac{\omega}{\beta},$$

dată în tratatele de electrotehnică drept expresie a vitezei de propagare [17], nu are un sens fizic, întrucît parametrul k — numărul de ordine al unui cuadripol din lanţ — variază discret ; ea a fost acceptată doar prin analogie cu expresia

$$\frac{dx}{dt} = \pm \frac{\omega}{\beta},$$

care reprezintă viteza de propagare a undelor electromagnetice de-a lungul unei linii lungi.

O altă problemă, încă nelămurită, este aceea a gradului de aproximare ce se obţine la simularea unei linii lungi printr-un lanţ de cuadripoli în funcţie de numărul de cuadripoli folosiţi.

În sfîrşit, influenţa pe care o poate avea forma de undă asupra modului de propagare a undelor electromagnetice într-un lanţ de cuadripoli simulator al unei linii lungi este de asemenea o problemă încă nelămurită.

Rezolvarea acestor probleme nu a fost făcută pînă acum, din cauză că soluţiile teoretice corespunzătoare apar sub forma unor serii cu termenii aproximaţi sub forma unor funcţii transcendente uneori destul de complicate ; în aceste condiţii, cu mijloacele simple de investigaţie de care se dispunea, lămurirea problemelor enumerate era practic imposibilă, toţi autorii mulţumindu-se cu indicarea soluţiei [18] şi a unor interpretări calitative generale [19], [20], [21].

Dezvoltarea pe care a luat-o construcţia calculatoarelor electronice — analogice şi cifrice — şi utilizarea lor curentă au dat posibilitatea examinării cantitative a acestor probleme [4], [5], [6], [9], [12], [22], [23].

În studiul de faţă ne-am propus să lămurim unele dintre problemele pe care le ridică simularea unei linii lungi, *fără pierderi*, printr-un lanţ de cuadripoli, folosind calculatorul electronic analogic Mecan-II [24]. Astfel am căutat să definim viteza de propagare a undelor electromagnetice prin lanţul de cuadripoli şi eroarea determinării acesteia în funcţie de numărul de cuadripoli din lanţ.

Studiul cuprinde o primă parte teoretică, în care se stabileşte expresia tensiunii-răspuns la bornele de ieşire ale cuadripolului de ordinul k atunci cînd la intrare se aplică un semnal de tensiune oarecare.

Utilizînd calculatorul electronic Mecan-II pentru un lanţ de cuadripoli care simula o linie de circa 1 000 km alimentată cu o tensiune continuă de 1 000 kV, s-a propus, pentru definirea vitezei de propagare a undelor electromagnetice prin lanţul de cuadripoli respectiv, o serie de criterii bazate *pe timpul* în care unda de tensiune ajunge, la ieşire, la va-

loarea corespunzătoare semnalului aplicat și a schemei adoptate. În cazul unui semnal de forma unui salt unitar, această tensiune trebuie să aibă valoarea dublă în cazul funcționării lanțului de cuadripoli în gol și valoarea simplă în cazul funcționării acestuia pe o rezistență a cărei valoare este egală cu aceea a impedanței caracteristice a liniei electrice simulate.

S-a căutat apoi eroarea de determinare a acestor mărimi în funcție de numărul de cuadripoli care constituie lanțul de cuadripoli respectiv, deducîndu-se anumite relații cu ajutorul cărora se poate determina numărul de cuadripoli necesari pentru obținerea unei anumite aproximări prin interpolare și, în anumite condiții, prin extrapolare.

2. STABILIREA EXPRESIEI TENSIUNII-RĂSPUNS LA IEȘIREA DIN LANȚUL DE CUADRIPOLI LA O ANUMITĂ TENSIUNE-SEMNAL APLICATĂ LA INTRARE

2.1. Stabilirea ecuației imaginilor tensiunii și curentului la ieșirea din lanț

Determinarea regimului tranzitoriu de funcționare a unui lanț de cuadripoli la aplicarea unui semnal oarecare la intrarea în lanț se face utilizînd transformata Laplace. Soluțiile date acestei probleme cunoscute pînă acum [25] au dezavantajul că se prezintă sub o formă complexă și destul de greu de aplicat în practică. În afară de aceasta se introduc unii parametri, diferiți în aparență, dar aceiași în fapt, care fac ca expresia ecuațiilor obținute să difere fundamental de ecuațiile corespunzătoare studiului regimului permanent al unui lanț de cuadripoli, precum și acelora corespunzătoare unei linii lungi cu constantele uniform răspîndite. Pentru aceasta ne-am propus găsirea unei noi expresii a acestor ecuații și rezolvarea lor în cazul general.

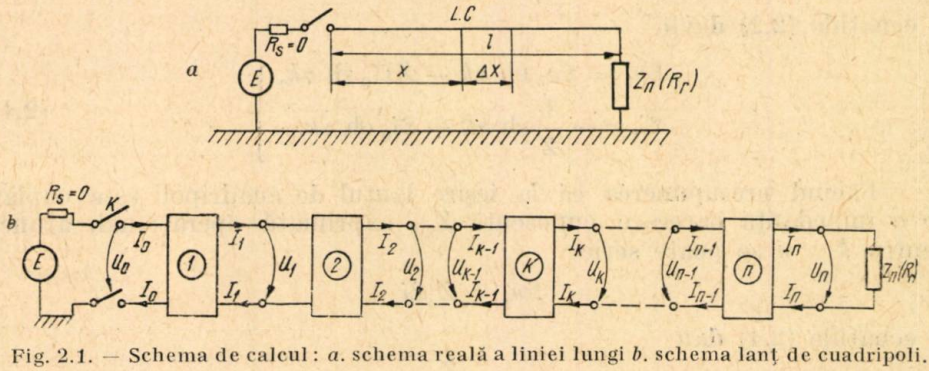


Fig. 2.1. — Schema de calcul: *a*. schema reală a liniei lungi *b*. schema lanț de cuadripoli.

Aplicînd transformata Laplace ecuațiilor cuadripolului de ordinul k al structurii date, se obține

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{L}u_{k-1} &= A\mathfrak{L}u_k + B\mathfrak{L}i_k \\ \mathfrak{L}i_{k-1} &= C\mathfrak{L}u_k + D\mathfrak{L}i_k \end{aligned}\right\} \tag{2.1}$$

în care parametrii cuadripolului sînt exprimaţi operaţional şi care se rezolvă cu ajutorul ecuaţiilor cu diferenţe finite.

Soluţiile acestor ecuaţii sînt [25]

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{L}u_k &= M_1 \varepsilon^{\alpha k} + M_2 \varepsilon^{-\alpha k}, \\ \mathfrak{L}i_k &= N_1 \varepsilon^{\alpha k} + N_2 \varepsilon^{-\alpha k}, \end{aligned}\right\} \tag{2.2}$$

unde

$$\varepsilon^{\pm\alpha} = \frac{A+D}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{A+D}{2}\right)^2 - 1}$$

şi coeficienţii M şi N satisfac relaţiile

$$\frac{M}{N} = \frac{B}{\varepsilon^{-\alpha} - A} = \frac{\varepsilon^{-\alpha} - D}{C} = Z. \tag{2.3}$$

Parametrul k, reprezentînd numărul de ordine al cuadripolilor din lanţ, variază discret şi poate lua şi valoarea zero, pentru care $\mathfrak{L}u_0$ şi $\mathfrak{L}i_0$ reprezintă imaginile tensiunii şi curentului la intrarea în lanţul de cuadripoli.

Punînd

$$N_1 = -\frac{M_1}{Z} \quad \text{şi} \quad N_2 = \frac{M_2}{Z}$$

şi făcînd în ecuaţiile (2.2) $k = 0$, rezultă

$$M_1 = \frac{1}{2}(\mathfrak{L}u_0 - Z\,\mathfrak{L}i_0) \quad \text{şi} \quad M_2 = \frac{1}{2}(\mathfrak{L}M_0 + Z\mathfrak{L}i_0)$$

şi ecuaţiile (2.2) devin

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{L}u_k &= \mathfrak{L}u_0 \operatorname{ch} \alpha k - Z\mathfrak{L}i_0 \operatorname{sh} \alpha k, \\ \mathfrak{L}i_k &= -\frac{1}{Z} \operatorname{sh} \alpha k + \mathfrak{L}i_0 \operatorname{ch} \alpha k. \end{aligned}\right\} \tag{2.4}$$

Făcînd presupunerea că la ieşire lanţul de cuadripoli este cuplat pe o impedanţă oarecare cunoscută Z_n, exprimată operaţional, atunci pentru $k = n$ se poate scrie

$$\mathfrak{L}u_n = Z_n \mathfrak{L}i_n$$

şi ecuaţiile (2.4) dau

$$\mathfrak{L}u_0 \operatorname{ch} \alpha n - Z\mathfrak{L}i_0 \operatorname{sh} \alpha n = -\frac{Z_n}{Z} \mathfrak{L}u_0 \operatorname{sh} \alpha n + Z_n \mathfrak{L}i_0 \operatorname{ch} \alpha n,$$

de unde rezultă

$$\mathfrak{L}i_0 = \frac{Z \operatorname{ch} \alpha n + Z_n \operatorname{sh} \alpha n}{Z_n \operatorname{ch} \alpha n + Z \operatorname{sh} \alpha n} \cdot \frac{\mathfrak{L}u_0}{Z};$$

introducînd apoi această valoare în ecuaţiile (2.4), după efectuarea unor calcule elementare se obţine[1])

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{L}u_k &= \frac{Z_n \operatorname{ch} \alpha(n-k) + Z \operatorname{sh} \alpha(n-k)}{Z_n \operatorname{ch} \alpha n + Z \operatorname{sh} \alpha n} \cdot \mathfrak{L}u_0, \\ \mathfrak{L}i_k &= \frac{Z_n \operatorname{sh} \alpha(n-k) + Z \operatorname{ch} \alpha(n-k)}{Z_n \operatorname{ch} \alpha n + Z \operatorname{sh} \alpha n} \cdot \frac{\mathfrak{L}u_0}{Z} \cdot \end{aligned}\right\} \tag{2.5}$$

Ecuaţiile (2.5) sînt suficiente pentru rezolvarea oricărei probleme de regim tranzitoriu în funcţionarea unui lanţ de cuadripoli, obţinîndu-se răspunsul la bornele de ieşire ale cuadripolului de ordinul k din lanţ, atunci cînd la intrarea în lanţ se aplică un semnal u_0 oarecare.

Este uşor de văzut că pentru $Z_n = \infty$ corespunde cazul funcţionării n gol a lanţului de cuadripoli, ecuaţiile corespunzătoare în acest caz fiind

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{L}u_k &= \frac{\operatorname{ch} \alpha(n-k)}{\operatorname{ch} \alpha n} \mathfrak{L}u_0, \\ \mathfrak{L}i_k &= \frac{\operatorname{sh} \alpha(n-k)}{\operatorname{ch} \alpha n} \cdot \frac{\mathfrak{L}u_0}{Z}, \end{aligned}\right\} \tag{2.6}$$

iar pentru $Z_n = 0$ corespunde cazul funcţionării în scurtcircuit a lanţului de cuadripoli, ecuaţiile corespunzătoare fiind

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{L}u_k &= \frac{\operatorname{sh} \alpha(n-k)}{\operatorname{sh} \alpha n} \mathfrak{L}u_0, \\ \mathfrak{L}i_k &= \frac{\operatorname{ch} \alpha(n-k)}{\operatorname{sh} \alpha n} \cdot \frac{\mathfrak{L}u_0}{Z} \cdot \end{aligned}\right\} \tag{2.7}$$

2.2. Determinarea originalului tensiunii-răspuns

Să găsim originalul funcţiei-răspuns a tensiunii din ecuaţiile (2.5) în ipoteza unui lanţ de cuadripoli format din cuadripoli gama întors (fig. 2.2) — cazul exprimat din acest studiu — închis la ieşire pe impedanţa

$$Z_n = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

şi căruia i se aplică la intrare un semnal de forma unui salt unitar de valoare E.

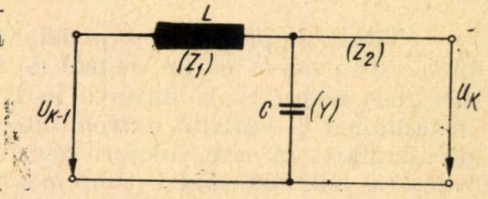


Fig. 2.2. Celulă din lanţul de cuadripoli.

În acest caz,

$$Z_1 = sL, \; Z_2 = 0, \; Y = sC$$

[1]) Vezi [17] pag. 264 unde se obţin aceleaşi rezultate pe o cale puţin diferită.

şi [25]

$$\left.\begin{aligned} A &= 1 + Z_1 Y = 1 + s^2 LC, \\ D &= 1 + Z_2\, Y = 1, \\ \operatorname{ch}\alpha &= \frac{A+D}{2} = 1 + \frac{1}{2}\, s^2\, LC. \end{aligned}\right\} \tag{2.8}$$

Aplicînd teorema dezvoltării a lui Heaveside, expresia originalului tensiunii u_k este (vezi anexa I)

$$u_k = E\left[1 - \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n-1}(-1)^i \operatorname{cotg}\frac{i\pi+\beta}{2n}\cos\left[\frac{n-k}{n}\,i\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{k}{n}\,\beta\right]\right]\cos\Omega_i t, \tag{2.9}$$

în care s-a notat

$$\Omega_i = \frac{2}{\sqrt{LC}}\sin\left(\frac{i\pi}{2n} + \frac{\beta}{2n}\right)\ (i = 0, 1, 2, \ldots, n) \tag{2.10}$$

şi

$$\operatorname{tg}\beta = -j\frac{Z_n}{Z} \qquad (j = 1\ |\pi/2). \tag{2.11}$$

Din relaţia (2.9), care este generală, se deduc imediat soluţiile cazurilor particulare : funcţionarea în gol şi funcţionarea în scurtcircuit. Într-adevăr, pentru mersul în gol, $Z_n = \infty$, şi din (2.11) rezultă $\operatorname{tg}\beta = \infty$ şi $\beta = \frac{\pi}{2}$; pentru mersul în scurtcircuit, $Z_n = 0$, deci $\operatorname{tg}\beta = 0$, şi rezultă $\beta = 0$. Se regăsesc astfel expresiile cunoscute ale problemei în aceste cazuri particulare.

3. DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ CU AJUTORUL CALCULATOARELOR ELECTRONICE DE TIP ANALOGIC A VITEZEI DE PROPAGARE A UNEI UNDE DE TENSIUNE DE TIP SALT UNITAR

3.1. Premise de bază

Viteza de propagare a undelor electromagnetice fiind finită şi limitată, este evident că un semnal de tensiune aplicat la intrarea unei linii electrice, respectiv la intrarea în lanţul de cuadripoli, nu poate ajunge instantaneu la cealaltă extremitate şi va necesita deci un anumit timp de adaptare, în care valoarea tensiunii va creşte de la valoarea zero la valoarea maximă. Acest timp poate caracteriza viteza de deplasare a undelor electromagnetice prin lanţul de cuadripoli. El poate fi însă definit în mai multe moduri, şi anume (fig. 3.1) : timpul corespunzător *avansului* curbei de tensiune faţă de curba de tensiune teoretică (AO' sau $A'O'$); timpul corespunzător *întîrzierii* curbei de tensiune faţă de curba de tensiune teoretică ($O'D''$); o combinaţie a acestor timpi sau o definire a lor prin valori medii.

Examinarea în detaliu a acestor timpi şi interpretarea lor în vederea stabilirii unui criteriu pentru aprecierea funcţionării unui lanţ de cuadripoli va fi făcută în detaliu în paragraful 3.3.

Pentru rezolvarea problemei de definire şi determinare a vitezei de propagare a undelor electromagnetice într-un lanţ de cuadripoli, ne-am

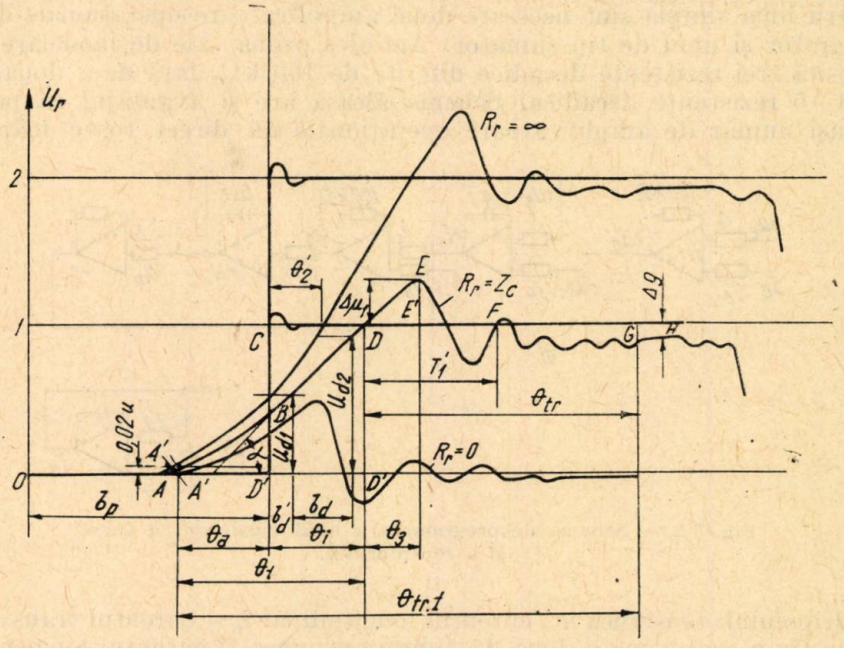


Fig. 3.1. — Elemente pentru caracterizarea vitezei de propagare a undelor electromagnetice printr-un lanţ de cuadripoli.

propus modelarea unei linii electrice de 1 000 km lungime, alimentată cu o tensiune avînd valoarea maximă $E = 10^6$ V, indiferent de forma acestei tensiuni (continuă, sinusoidală sau exponenţială) [1]). Pentru această linie s-a ales o inductanţă totală $L = 1{,}26$ H şi o capacitate totală $C = 8{,}8$ μF, date corespunzătoare liniilor de aceeaşi lungime şi de 220—400 kV. Sursa de alimentare este presupusă de putere infinită ($R_s = 0$). Ţinînd seama că linia este fără pierderi, s-a considerat receptorul pur rezistiv, considerîndu-se două situaţii de funcţionare, şi anume $R_r = \infty$ (linia în gol) şi $R_r = |Z_c| = \sqrt{\frac{L}{C}} = 378\ \Omega$ (linia fără undă reflectată). Pentru această linie, timpul de propagare, pe care îl numim în lucrare *timpul propriu*, este $t = \sqrt{LC} = 3{,}33$ ms şi corespunde unei viteze de propagare egală cu aceea a luminii.

[1]) Pentru problemele rezolvate în acest studiu s-a considerat o tensiune continuă de 10^6 V.

3.2. SCHEMA DE MODELARE

Fenomenul de propagare a undelor de tensiune poate fi modelat fie utilizînd teoremele lui Kirchoff în valori instantanee ale mărimilor, fie modelînd ecuaţia de ordinul doi a telegrafiştilor [26]. În ambele cazuri, pentru linia simplă sînt necesare două amplificatoare operaţionale de tip integrator şi unul de tip sumator. Am ales prima cale de modelare care necesită trei rezistenţe decadice diferite de 100 kΩ, faţă de a doua cale cu 4—5 rezistenţe decadice. Schema aleasă are şi avantajul că pentru acelaşi număr de amplificatoare operaţionale dă direct toate mărimile

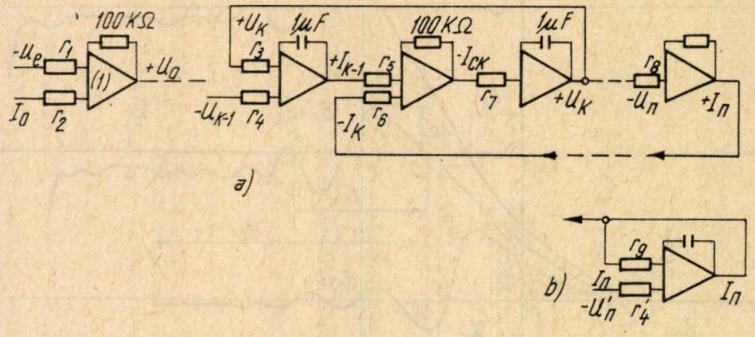


Fig. 3.2. — Schema de programare a unui cuadripol, a sursei şi a receptorului.

cuadripolului: tensiunea u_k, curentul longitudinal i_k şi curentul transversal i_{ck}, în timp ce schema a doua dă numai tensiunea şi curentul longitudinal la scări diferite.

În figura 3.2 se indică schema de programare a unui cuadripol din linie, schema consumatorului rezistiv şi schema sursei de tensiune, în ipoteza că puterea sa este finită, $R_s \neq 0$.

Schema respectivă se realizează cu cuadripoli de tip gama întors şi ecuaţiile modelate prin această schemă sînt

$$\left.\begin{aligned} u_0 &= u_e - R_s i_0, \\ \frac{\mathrm{d}i_{k-1}}{\mathrm{d}t} &= \frac{u_{k-1}}{L_c} - \frac{u_k}{L_c}, \\ i_{ck} &= i_{k-1} - i_k, \\ \frac{\mathrm{d}u_k}{\mathrm{d}t} &= \frac{i_{ck}}{C_c}, \\ i_n &= u_n / R_r. \end{aligned}\right\} \tag{3.1}$$

Pentru relaţiile de similitudine între mărimile reale şi cele de pe calculator s-a ales raportul timpilor $\alpha = 3\,000$, raportul tensiunilor

$K = 2{,}64 \cdot 10^{-5}$ și $K' = 10^{-4}$, iar raportul curenților $\beta = 10^{-2}$ V/A. Cu aceste notații, expresiile rezistențelor schemei de programare sînt

$$\left.\begin{aligned} r_1 &= 100\,\frac{K'}{K}\,k\Omega, \\ r_2 &= 100\,\frac{\beta}{KR_s}\,k\Omega, \\ r_3 &= r_4 = \frac{\alpha K}{\beta}\,L_c M\Omega \,(L_c \text{ în } H), \\ r_5 &= r_6 = 100\ k\Omega, \\ r_7 &= \frac{\alpha\beta}{K}\,C_c 10^{-6} M\Omega \,(C_c \text{ în } \mu F), \\ r_8 &= \frac{K}{\beta}\,100\ R_r k\Omega. \end{aligned}\right\} \qquad (3.2)$$

Utilizînd aceste valori, s-a obținut $r_3 = r_4 = r_7$, astfel încît s-au putut folosi cît mai complet capacitatea calculatorului; $10\ k\Omega \leqslant r \leqslant 10\ M\Omega$.

3.3. CRITERII DE APRECIERE A ERORII VITEZEI, RESPECTIV A TIMPULUI DE PROPAGARE A UNDELOR DE TENSIUNE

3.3.1. Considerații generale

Asimilarea unei linii electrice omogene cu parametrii liniei uniform răspîndiți cu un lanț de cvadripoli conectați în cascadă se face pe considerentul că există o identitate fenomenologică între cele două situații la scări diferite, avînd unele limite în funcție de numărul de elemente discrete cu care a fost modelată linia.

Pentru a deduce niște relații analitice cît mai precise între eroarea timpului de propagare reciproc vitezei de propagare pentru o lungime de linie dată și între numărul n de cuadripoli prin care s-a modelat linia fără pierderi longitudinale ($R = 0$) și transversale ($G = 0$), am ales situația în care alimentarea se face cu o tensiune-treaptă.

În acest caz, în mod teoretic variația tensiunii la capătul liniei are loc după o curbă periodică dreptunghiulară, cu amplitudini variind între 0 și $2u$, de frecvență $f = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 48$ Hz pentru linia în gol și după o curbă în salt dreptunghiular, cu valoarea maximă u, constantă, pentru cazul cînd linia este cuplată pe sarcina rezistivă $R_r = |Z_c| = 378\ \Omega$ (fig. 3.1).

Desfășurarea fenomenului de propagare pe model este redat de curba *OABDEFG*. Tensiunea începe să fie diferită de zero înainte de trecerea

timpului propriu teoretic τ_p, egal cu 10 s pe model. Ea ajunge la valoarea teoretică a schemei respective mai tîrziu decît timpul propriu, intersectînd dreapta de abscisă egală cu τ_p în jumătatea inferioară a ei în ambele situaţii de funcţionare ($R_r = \infty$ şi $R_r = |Z_c|$). Analizînd curba de creştere a tensiunii, $ABDE$, se observă că la început este uşor concavă, avînd o creştere mai lină ; urmează o porţiune de creştere liniară, succedată apoi de o porţiune convexă, care prezintă şi un maxim al amplitudinii. Urmează apoi o serie de oscilaţii de frecvenţă ridicată în jurul sau în apropierea valorii teoretice a tensiunii, suprapusă peste oscilaţia periodică fundamentală în cazul liniei în gol sau amortizîndu-se la valoarea u pentru linia cuplată pe rezistenţă $R_r = |Z_c|$.

Pentru stabilirea relaţiilor analitice $\tau = f(n)$ care dau legătura dintre timpul de propagare şi numărul de cuadripoli ai lanţului, studiem numai porţiunea de creştere a curbei tensiunii pînă la atingerea amplitudinii teoretice. Considerînd ca axă a ordonatelor drepte de abscisă τ_p corespunzînd timpului cînd tensiunea la capătul liniei reale ar atinge valoarea corespunzătoare, porţiunea negativă AB reprezintă un timp de avans, cu o viteză medie de propagare mai mare decît cea teoretică iar porţiunea pozitivă BD indică un timp de întîrziere, cu o viteză medie de propagare mai mică decît cea teoretică. De relevat faptul că aceşti timpi reprezintă abaterea faţă de timpul teoretic, adică chiar eroarea căutată de noi.

Pentru aprecierea acestei erori am adoptat trei criterii, asemănătoare în principiu cu cele întîlnite în automatică şi în tehnica măsurătorilor tensiunilor de impuls, şi anume :

3.3.2. *Criteriul timpilor medii sau arial al suprafeţelor volt-relativ secundă*

Este similar timpului de răspuns din automatică [27] sau al celui a divizoarelor de înaltă tensiune [28], [29] : $T = \Sigma\, T_j$, unde T este timpul de răspuns rezultant, iar T_j sînt ariile algebrice cuprinse între curba de răspuns reală şi cea teoretică, considerate cu semne (+) şi (—) după cum sînt sub sau deasupra liniei teoretice.

În cazul erorii timpului, respectiv a vitezei de propagare, definim următorii timpi medii :

— timpii medii de avans t_{ma} pentru linia cuplată pe rezistenţa $R_r = |Z_c|$ şi t'_{ma} pentru linia în gol, definiţi de rapoartele

$$t_{ma} = \frac{\text{aria } AO'BA}{\text{aria } OO'C10} \times \tau_p,\ \text{s}, \tag{3.3}$$

$$t'_{ma} = \frac{\text{aria } AO'BB'A}{\text{aria } OO'C'20} \times \tau_p,\ \text{s}\,; \tag{3.4}$$

— timpii medii de întîrziere $t_{mî}$ și $t'_{mî}$ pentru aceleași scheme ca și timpii medii de avans, definiți de rapoartele

$$t_{mî} = \frac{\text{aria } BDCB}{\text{aria } OO'C10} \times \tau_p, \text{ s}, \tag{3.5}$$

$$t'_{mî} = \frac{\text{aria } B'D'C'B'}{\text{aria } OO'C'20} \times \tau_p, \text{ s}; \tag{3.6}$$

— timpul mediu total t_m, egal cu suma valorilor absolute a celor doi timpi definiți mai sus :

$$t_m = |t_{ma}| + t_{mî},$$

unde τ_p este timpul propriu de propagare a undelor pe modelul liniei.

Se observă că acești timpi, respectiv viteze, sînt independenți de scările alese, fiind mărimi adimensionale, ca raport a două arii măsurate în aceleași unități de măsură dacă nu se înmulțesc cu timpul propriu de propagare. În acest caz, rezultatele obținute sînt deci depedente numai de caracteristicile schemei reale (inductanța L, capacitatea C, lungimea l, natura și valoarea impedanței receptorului R_r și natura și valoarea tensiunii sursei E) și de caracteristicile modelului, adică de numărul de cuadripoli n cu care a fost realizat. Dacă am considera numai ariile de la numărătorul relațiilor (3.3)—(3.6), dimensiunea timpului mediu ar fi secunde volt-relativ ; înmulțind valorile relative ale lui t_{ma}, $t_{mî}$ și t_m cu τ_p, obținem timpii medii în secunde.

Socotim că este mai reprezentativă și mai corectă luarea în considerație a timpului mediu total, proporțional cu suma valorilor absolute a celor două arii, și nu cu suma lor algebrică, așa cum se calculează timpul de răspuns T, indicat mai sus în problemele de automatică de pildă, din următoarele motive : ambii timpi t_{ma} și $t_{mî}$ arată, de fapt, abaterea curbei de răspuns a modelului față de curba de răspuns a liniei reale. Atît timpul mediu de avans, considerat negativ, cît și timpul mediu de întîrziere, considerat pozitiv reprezintă o abatere sistematică datorită numărului de elemente cu care a fost modelată linia. Presupunînd că ariile de la numărătorii expresiilor (3.3) (3.5) și 3, 4 (3.6) ar fi egale, eroarea la timpul mediu total, evaluată ca suma algebrică a lor, ar fi nulă, indicînd un proces de propagare pe model identic cu cel de pe linia reală, ceea ce nu este exact. Această anomalie se înlătură prin adoptarea sumelor valorilor absolute ale ariilor respective.

3.3.3. *Criteriul timpilor momentani maximi*

Acest criteriu reprezintă abaterea în timp a curbei de răspuns a modelului față de ordonata de abscisă τ_p pentru momentul de începere a creșterii tensiunii și pentru cel de atingere a valorii teoretice a tensiunii.

Am definit trei timpi momentani maximi :

— timpul momentan maxim de avans, $\theta_a = A'O'$

(A' este proiecţia lui A'' pe axa timpilor) :

— timpul momentan maxim de întîrziere, $\theta_i = O'D''$;

— timpul momentan maxim total, $\theta_t = \theta_a + \theta_i = A'D''$. (3.8)

Unitatea de măsură a acestei mărimi este secunda. Valoarea absolută a timpului depinde de scara aleasă. Dacă împărţim valorile absolute ale timpilor θ_a, θ_i, θ_t cu valoarea timpului de propagare la aceeaşi scară τ_p, obţinem timpii momentani maximi relativi adimensionali.

Acest criteriu este similar celui utilizat pentru stabilirea duratei frunţii undei de tensiune [30], adaptat scopului urmărit : determinarea erorii timpului de propagare. Întrucît la începutul ei curba de răspuns creşte foarte lent, am considerat ca punct iniţial intersecţia acesteia cu dreapta de ordonată 0,02 u (punctul A'' pe figura 3.1), iar ca punct final momentul intersectării curbei de răspuns cu dreapta de ordonată $u = 1$ sau $u = 2$, valori teoretice pentru linia reală, deoarece, pe de o parte, acestea se pot determina cu toată precizia şi, pe de altă parte aceste puncte D şi D' sînt locul de separaţie a zonei de creştere a tensiunii în procesul de propagare faţă de zona de oscilaţie cu frecvenţă ridicată.

Acest criteriu îl completează pe acela introdus de Labus şi Küpfmuller [31] în cazul tensiunii armonice pentru timpul tranzitoriu, care consideră ca timp de propagare durata creşterii undei de la 0,05 u pînă la amplitudinea pozitivă a primei oscilaţii (Labus) sau de la 0,1 u pînă la 0,9 u (Küpfmuller).

3.3.4. *Criteriul variaţiei pantei porţiunii drepte a curbei de răspuns (criteriul tg α)*

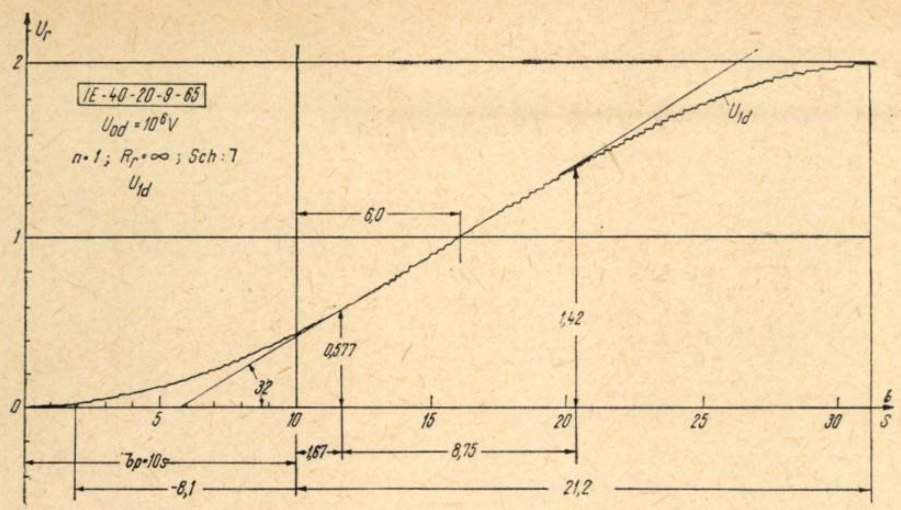
În toate diagramele obţinute pe calculator s-a observat că curba de răspuns are o porţiune liniară variind în amplitudine în limite foarte largi (tabelele 3.1 şi 3.2).

Notînd cu τ_d durata porţiunii liniare şi cu u_{d_1} şi u_{d_2} tensiunile ralative de la începutul şi de la sfîrşitul zonei respective (figura 3.1), rezultă

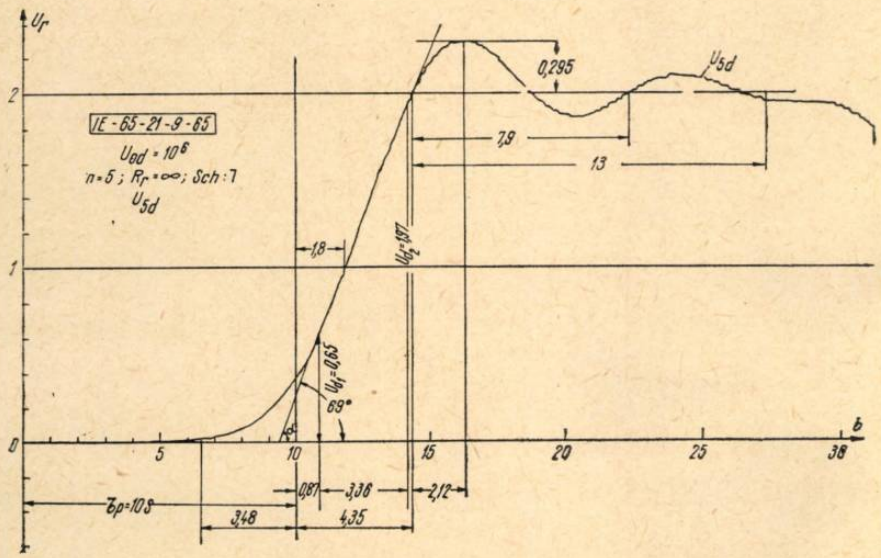
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{u_{d_2} - u_{d_1}}{\tau_d}. \tag{3.9}$$

Această expresie depinde de scările alese. Pentru a o face independentă de acestea este necesar să se utilizeze valori relative pentru ambele mărimi. Valoarea tensiunilor este exprimată iniţial în valori relative, întrucît s-a considerat ca valoare a tensiunii aplicată valoarea unitară ; pentru a obţine valoarea relativă a timpului este necesar să împărţim valoarea timpului τ_d cu timpul de propagare teoretic τ_p. Se obţine

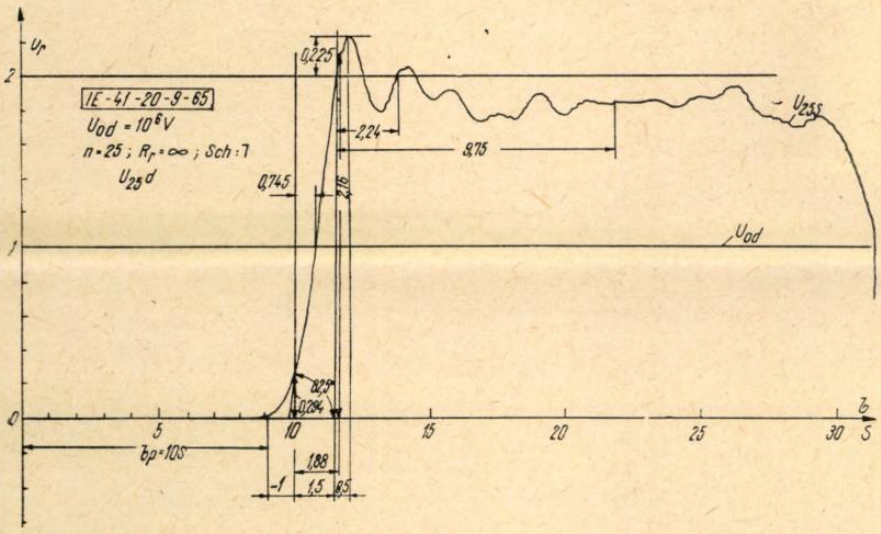
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\tau_p}{\tau_d} (u_{d_2} - u_{d_1}). \tag{3.10}$$



a

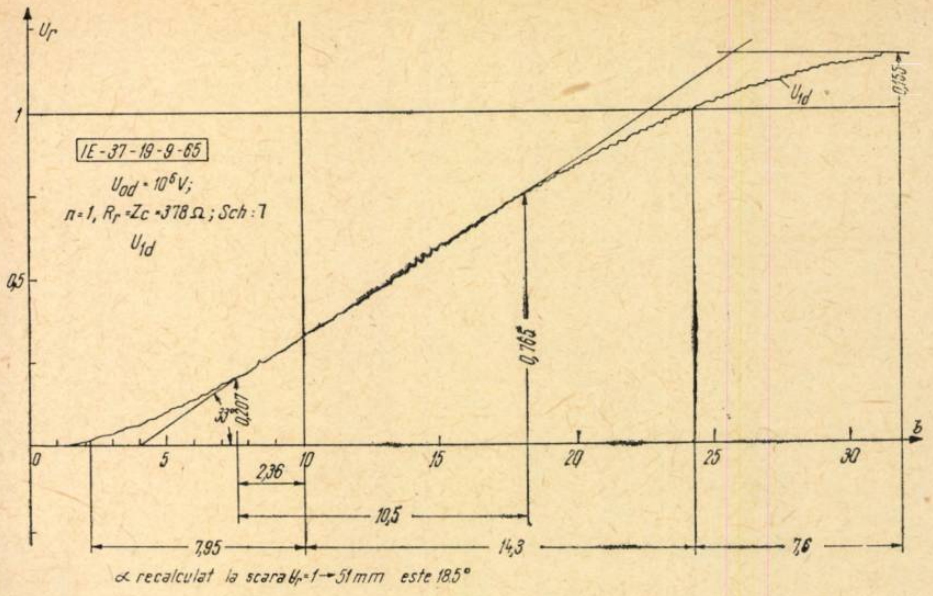


b



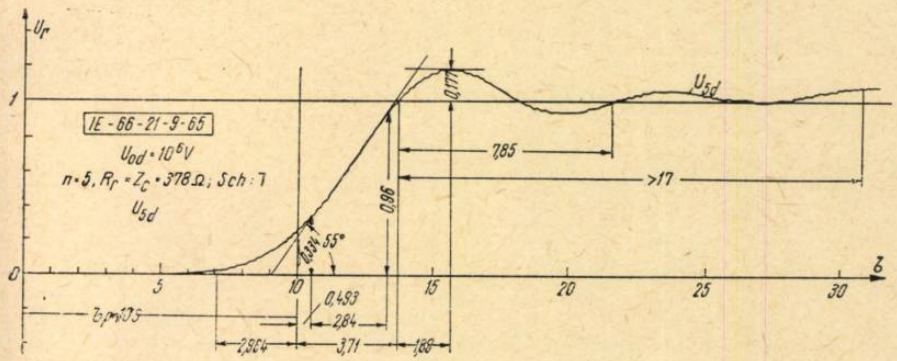
c

Fig. 3.3.—Diagramele obținute pe calculatorul electronic MECAN—II, pentru linia în gol, $R_r = \infty$, $n = 1,5,25$ cuadripoli.

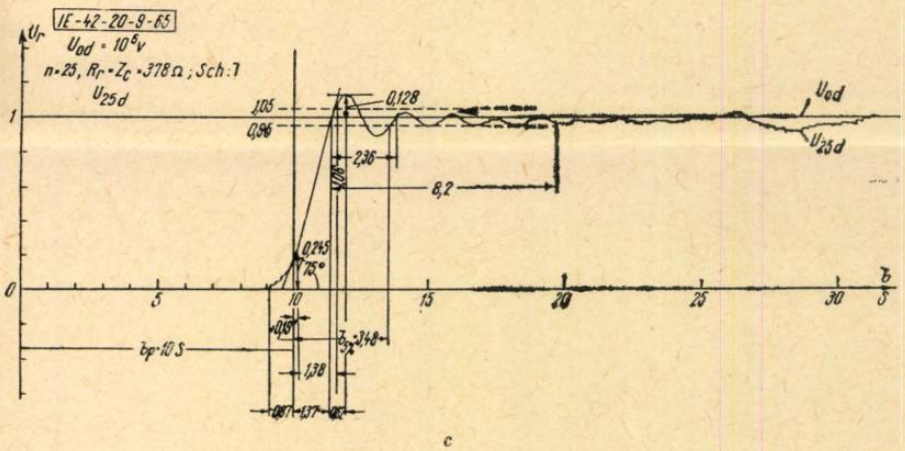


α recalculat la scara Ur=1→51mm este 18,5°

a



b



c

Fig. 3.4.—Idem pentru linia conectată pe sarcină rezistivă $R_r = Z_c = 378\ \Omega$.

3.4. Rezultate. Relații analitice stabilite pentru determinarea erorii timpului de propagare

3.4.1. *Rezultate*

Pentru definirea vitezei de propagare a undelor electromagnetice de-a lungul unui lanț de cuadripoli, linia considerată de 400 kV și 1 000 km, fără pierderi ($R = 0$, $G = 0$), a fost modelată cu ajutorul unor lanțuri de cuadripoli formate din n cuadripoli ($n = 1, 5, 10, 15, 20, 25$).

Criteriile indicate în paragraful precedent au fost aplicate diagramelor obținute cu ajutorul calculatorului MECAN-II [24]; în figura 3.3 sînt date diagramele $u = f(n)$ pentru lanțurile formate cu n cuadripoli ($n = 1, 5, 25$) în cazul liniei funcționînd în gol.

În tabela 3.1 se dau rezultatele prelucrării diagramelor obținute pe calculator prin aplicarea criteriilor propuse, t, θ și τ_d fiind timpii măsurați pe calculatorul electronic.

Tabela 3.1

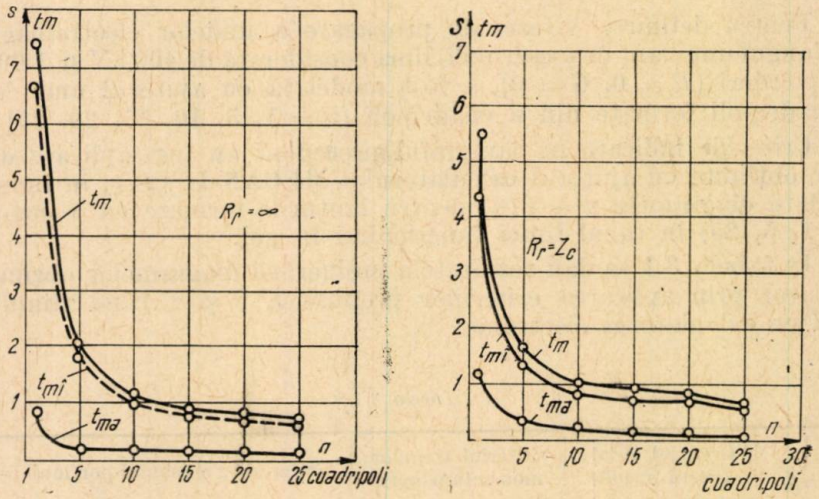
Nr. crt.	Nr. diagr.	Nr. cuadripoli	Criteriul arial (timpi medii)			Criteriul timpilor momentani max.			Criteriul tg α (pantei porțiunii liniare)					
			t_{ma} s	t_{mi} s	t_m s	θ_a s	θ_i s	θ_t s	τ_d s	$\frac{\tau_d}{\tau_p}$	u_{d2r}	u_{d1r}	tg α	α °
1	40	1	0,77	6,65	7,42	8,1	21,2	29,3	8,75	0,875	1,42	0,577	0,964	43°57′
2	54	5	0,22	1,82	2,04	3,48	4,35	7,85	3,36	0,336	1,97	0,65	3,93	75°43′
3	62	10	0,13	1,02	1,15	2,05	2,45	4,5	2,15	0,215	2,18	0,61	7,30	82°12′
4	59	15	0,08	0,81	0,89	1,31	2,0	3,31	1,9	0,19	2,11	0,48	8,48	83°17′
5	56	20	0,06	0,74	0,80	1,2	1,63	2,83	1,82	0,182	2,14	0,35	9,84	84°12′
6	41	25	0,05	0,62	0,67	1,0	1,5	2,5	1,88	0,178	2,16	0,294	10,5	84°33′

În figurile 3.4 (a, b, c) și în tabela 3.2 se dau rezultatele corespunzătoare liniei conectate pe o sarcină rezistivă egală cu impedanța caracteristică $R_r = |Z_c| = 378\ \Omega$.

Tabela 3.2

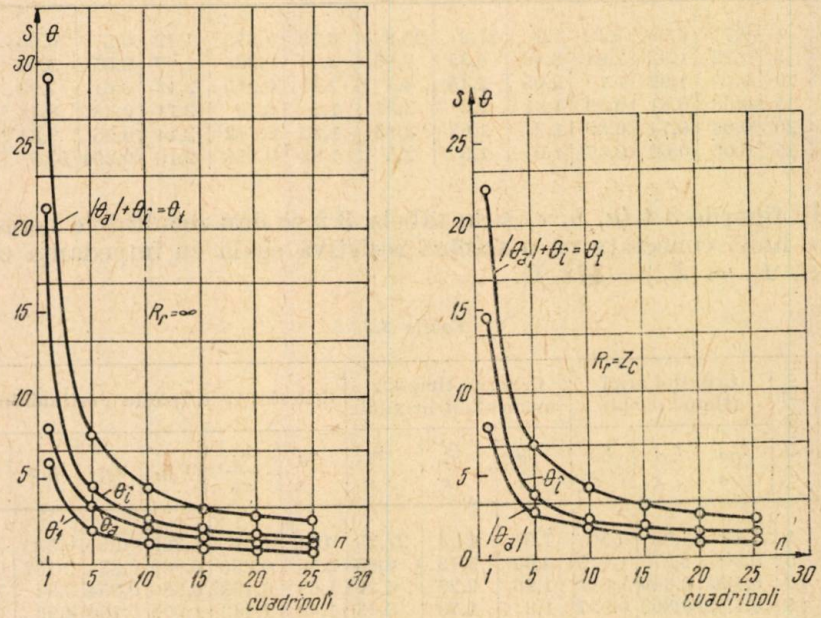
Nr. crt.	Nr. diagr.	Nr. cuadripoli	Criteriul arial (timpi medii)			Criteriul timpilor momentani maximi			Criteriul tg α (panta porțiunii liniare)					
			t_{ma} s	t_{mi} s	t_m s	θ_a s	θ_t s	θ_t s	τ_d s	$\frac{\tau_d}{\tau_p}$	u_{d2r}	u_{d1r}	tg α	α °
1	37	1	1,12	4,38	5,50	7,95	14,4	22,25	10,5	1,05	0,765	0,207	0,532	28°
2	66	5	0,305	1,37	1,675	2,92	3,73	6,65	2,86	0,286	0,960	0,334	2,187	65°27′
3	63	10	0,166	0,845	1,011	1,96	2,25	4,21	1,63	0,163	0,980	0,354	3,84	75°24′
4	60	15	0,154	0,803	0,957	1,3	1,73	3,03	1,43	1,143	1,000	0,294	4,93	78°31′
5	57	20	0,070	0,74	0,810	0,9	1,49	2,39	1,37	0,137	1,020	0,255	5,58	79°52′
6	42	25	0,060	0,577	0,637	0,87	1,37	2,24	1,38	0,138	1,060	0,245	5,82	80°15′

În figurile 3.5 *a* şi *b* se arată variaţia timpilor medii în funcţie de numărul de cuadripoli $t_m = f(n)$, şi anume timpul mediu total t_m, timpul mediu de întîrziere $t_{mî}$ şi timpul mediu de avans t_{ma}, pentru $R_r = \infty$ şi $R_r = |Z_c| = 378\ \Omega$.



a) *b)*

Fig. 3.5. — Curbele $t_m = f(n)$, *a)* $R_r = \infty$, *b)* $R_r = |Z_c| = 378\ \Omega$.



a) *b)*

Fig. 3.6. — Curbele $\theta = f(n)$, *a)* $R_r = \infty$ *b)* $R_r = |Z_c|$.

În figurile 3.6 *a* și *b* sînt redate curbele timpilor momentani maximi în funcție de aceiași variabilă n, $\theta = f(n)$, și anume timpul momentan maxim de avans θ_a, timpul momentan de întîrziere θ_i și timpul momentan maxim total θ_t, pentru $R_r = \infty$ și $R_r = |Z_c|$.

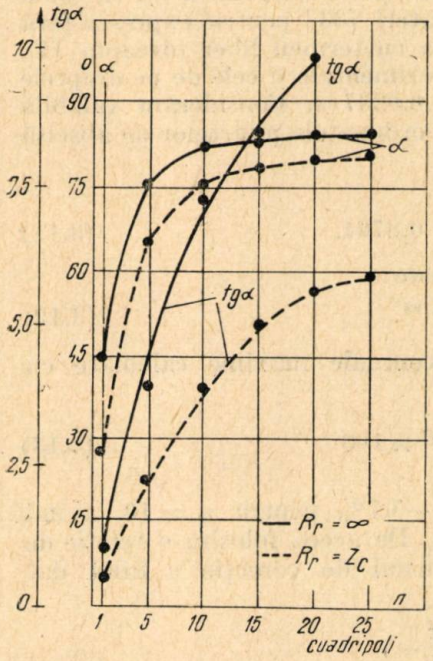


Fig. 3.7. — Curbele $\alpha = f(n)$, și tg $\alpha = f(n)$ pentru $R_r = \infty$ și $R_r = |Z_c|$.

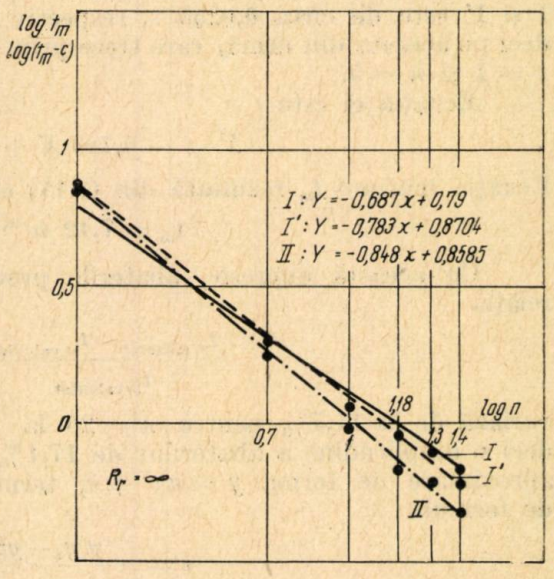


Fig. 3.8. — Nomograma anamorfică logaritmică pentru timpul mediu total, t_m, la $R_r = \infty$, calculată prin metoda abaterilor minime.

Variația pantei relative a porțiunii liniare α și a tangentei sale tg α în funcție de numărul de cuadripoli, pentru $R_r = \infty$ și $R_r = |Z_c|$, sînt date în figura 3.7.

Se observă că toate mărimile analitice în figurile 3.5, 3.6 și 3.7 au variație neliniară.

3.4.2. *Stabilirea unor relații analitice pentru eroarea timpului de propagare*

Pentru determinarea relațiilor analitice ale timpului de propagare la capătul liniei, reprezentăm curbele $t_m = f(n)$, $\theta = f(n)$, $\alpha = f(n)$ și tg $\alpha = f(n)$ într-un sistem de coordonate cu scară dublu logaritmică, transformîndu-le în nomograme anamorfice logaritmice [32]. În cazul cînd în această reprezentare punctele obținute se înscriu pe o dreaptă sau pot fi aproximate cu o dreaptă, relațiile vor fi de forma $y = ax^b$, respectiv $y = ax^b + c$, [32], [33].

În cazul mărimilor considerate în reprezentarea făcută, se observă că toate se înscriu în apropierea unei drepte, în afară de panta α, care are abaterile cele mai mari şi de aceea nu o mai considerăm ca mărime caracteristică.

În figura 3.8 se arată dreptele trasate pentru mărimea t_m, în cazul $R_r = \infty$, prin metoda celor mai mici abateri [33] pentru expresia fără termen liber (dreptele I şi I') şi pentru cea cu termen liber (dreapta II). Media abaterii absolute dintre valorile experimentale şi cele de pe dreptele I şi I' este de circa 0,0255 s, respectiv 0,0237 s. Considerăm valabilă deci pe aceasta din urmă, care trece prin ordonatele punctelor de abscisă $n = 1$ şi $n = 5$.

Ecuaţia ei este

$$Y = -0{,}783\,X + 0{,}8704. \tag{3.11}$$

Ecuaţia mărimii t_m rezultată din (3.11) este

$$t_m = 7{,}42\ \mathrm{n}^{-0.783}. \tag{3.12}$$

Cu această expresie, abaterile procentuale maxime calculate cu relaţia

$$\frac{t_{m\ \text{măsurat}} - t_{m\ \text{calculat}}}{t_{m\ \text{calculat}}} \times 100 \tag{3.13}$$

variază de la 11,7% pentru $n = 25$ la $-5{,}7\%$ pentru $n = 10$, avînd deci o amplitudine a abaterilor de 17,4%. De aceea folosim o relaţie de aproximare de forma $y = ax^b + c$, termenul de corecţie c fiind dat de formula

$$c = \frac{y_1 y_3 - y_2^2}{y_1 + y_3 - 2y_2},$$

unde y_1, y_2 şi y_3 sînt valorile obţinute la experimentări pentru $x = 1; 5$ şi 25, care satisfac condiţia mediei geometrice $\frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2}{x_3}$ $(x = n)$ [33]. În acest caz, ecuaţia dreptei corectate II (fig. 3.8) este

$$Y = \log t_m = -0{,}848\,X + 0{,}8585, \tag{3.14}$$

iar ecuaţia care dă mărimea t_m este

$$t_m = 7{,}22\,n^{-0{,}848} + 0{,}2. \tag{3.15}$$

Abaterile procentuale maxime $\Delta t_m\%$, calculate după această relaţie, variază de la $-5{,}7\%$ pentru $n = 10$ la 3,9% pentru $n = 20$, avînd amplitudinea abaterilor de 9,6%, deci 55% din valoarea aceleiaşi mărimi determinată cu relaţia (3.12) fără termen liber.

În figura 3.9 sînt indicate aceleaşi mărimi t_m şi $t_{mî}$, aproximate cu drepte obţinute prin încercări ce au la bază anularea algebrică a ariilor cuprinse între dreapta de aproximare şi linia poligonală a valorilor reale [33]. În acest caz, ecuaţiile dreptelor, respectiv monoamelor mărimilor analizate, sînt :

pentru t_m :

$$Y = -0{,}733\,X + 0{,}83\ ^{2}), \tag{3.16}$$

$$t_m = 6{,}76\ n^{-0{,}733}\ \text{s}; \tag{3.17}$$

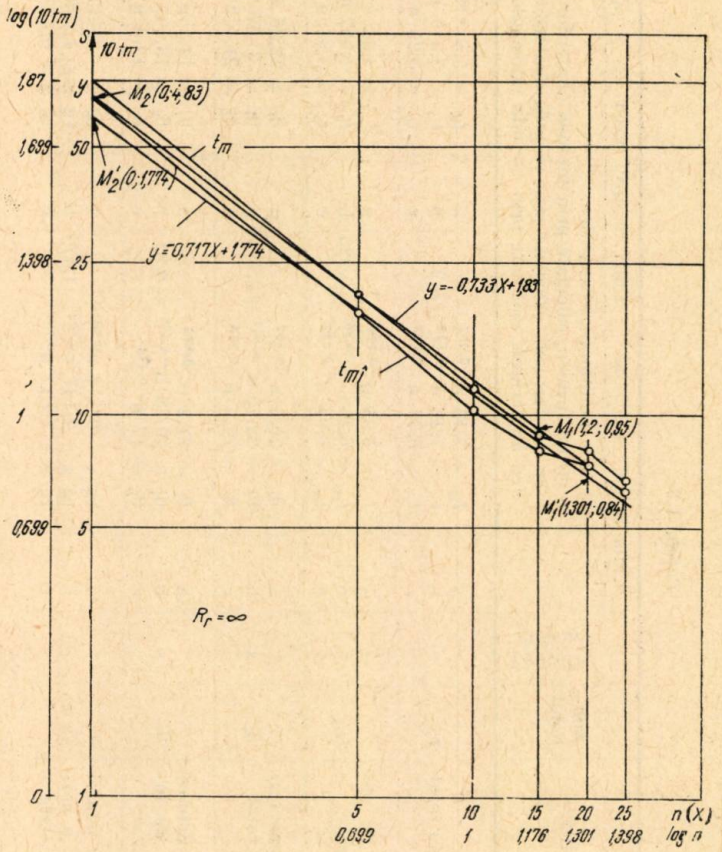


Fig. 3.9—Idem 3.8. calculată prin tatonări.

pentru $t_{mî}$:

$$Y = -0{,}717\,X + 0{,}774\ ^{2}) \tag{3.18}$$

$$t_{mî} = 5{,}94\ n^{-0{,}717}\ \text{s}. \tag{3.19}$$

Procedînd în mod similar cu celelalte mărimi θ şi tg α pentru linia în gol şi linia conectată pe sarcină rezistivă $R_r = |Z_c|$, obţinem relaţiile indicate în tabela 3.3.

---

[2]) Pe figură s-au reprezentat ambele mărimi, t_m şi $t_{mî}$, multiplicate cu 10.

Tabela 3.3

Nr. crt.	Criteriul	Mărimea	Simbolul	Unitate, măsură	Linia în gol: $R_r = \infty$ / Linia cu sarc. rezist. $R_r = \lvert Z_c \rvert = 378\ \Omega$	
					Expresiile polinominale analitice. *a* — cu un termen, calculate prin metoda abaterilor minime, *b* — cu doi termeni, calculate prin metoda abaterilor minime, *c* — cu un termen, calculate prin metoda tatonărilor.	
1	Arial (timpilor medii)	timp mediu total	t_m	s	a $t_m = 7{,}42\ n^{-0{,}783}$	a $t_m = 5{,}5^{-0{,}669}$
2					b $t_m = 7{,}22\ n^{-0{,}848} + 0{,}2$	b $t_m = 5{,}249\ n^{-0{,}81} + 0{,}251$
3					c $t_m = 6{,}76\ n^{-0{,}733}$	c $t_m = 5{,}25\ n^{-0{,}655}$
4		timp mediu de întîrziere	$t_{mî}$	s	a $t_{mî} = 6{,}65\ n^{-0{,}778}$	a $t_{mî} = 4{,}38\ n^{-0{,}631}$
5					b $t_{mî} = 6{,}453\ n^{-0{,}867} + 0{,}225$	b $t_{mî} = 4{,}097\ n^{-0{,}813} + 0{,}283$
6					c $t_{mî} = 5{,}94\ n^{-0{,}717}$	c $t_{mî} = 3{,}85\ n^{-0{,}596}$
7	Timpilor momentani maximi	timp momentan maxim total	θ_t	s	a $\theta_t = 29{,}5\ n^{-0{,}807}$	a $\theta_t = 22{,}25\ n^{-0{,}737}$
8					b $\theta_t = 28{,}75\ n^{-0{,}877} + 0{,}75$	b $\theta_t = 21{,}75\ n^{-0{,}795} + 0{,}5$
9					c $\theta_t = 27{,}5\ n^{-0{,}774}$	c $\theta_t = 21{,}4\ n^{-0{,}715}$
10		timp momentan maxim de întîrziere	$\theta_î$	s	a $\theta_î = 21{,}2\ n^{-0{,}872}$	a $\theta_î = 14{,}3\ n^{-0{,}781}$
11					b $\theta_î = 20{,}28\ n^{-1{,}103} + 0{,}92$	b $\theta_î = 13{,}607\ n^{-0{,}908} + 0{,}693$
12					c $\theta_î = 17\ n^{-0{,}788}$	c $\theta_î = 12{,}6\ n^{-0{,}723}$
13	tg α pantei relative a porțiunii liniare	tangenta pantei relative a porțiunii liniare	tg α	—	a tg $\alpha = 0{,}964\ n^{0{,}802}$	a tg $\alpha = 0{,}532\ n^{0{,}822}$
14					b tg $\alpha = 2{,}437\ n^{0{,}512} - 1{,}473$	b tg $\alpha = 1{,}392\ n^{0{,}512} - 0{,}86$
15					c tg $\alpha = 1{,}122\ n^{0{,}752}$	c tg $\alpha = 0{,}575\ n^{0{,}788}$

3.5. Analiza rezultatelor. Compararea criteriilor și a expresiilor empirice. Extrapolarea lor

3.5.1. *Analiza rezultatelor*

Din observarea figurilor 3.3 și 3.4 și a datelor din tabelele 3.1 și 3.2 reiese influența deosebită pe care o are numărul de cuadripoli asupra valorii vitezei de propagare a tensiunii; în figurile respective tensiunile sînt însemnate cu $u_{1d} - u_{25d}$.

În cazul liniei în gol, pentru $n = 1$ creșterea tensiunii începe vizibil la $\theta = -9$ s (τ_p, timpul de propagare propriu al liniei, egal cu 10 s a fost luat ca origine), ajunge la 0,442 u, cînd intersectează verticala de abscisă egală cu τ_p ($\theta = 0$ s), atinge valoarea u după o întîrziere $\theta = 6$ s și 2 u cînd $\theta = 21{,}2$ s. Pentru $n = 25$, curba de răspuns a tensiunii începe la $\theta = -1{,}15$ s, ajunge la 0, 294 u cînd $\theta = 0$ s, la u cînd $\theta = 0{,}745$ s și la 2 u, valoarea teoretică finală, cînd $\theta = 1{,}5$ s. Raportul suprafețelor care reprezintă timpul mediu de întîrziere și de avans (fig. 3.3) are valoarea 8,63 pentru $n = 1$ și 12,4 pentru $n = 25$. Pantele relative ale porțiunii liniare cresc de la 44° pentru $n = 1$ la 84° pentru $n = 25$ (pantele absolute pentru aceeași scară utilizată în experimentările noastre variază de la 32° pentru $n = 1$ la 82,5° pentru $n = 25$).

În cazul liniei conectate pe sarcină rezistivă pentru $n = 1$, tensiunea începe să crească vizibil cînd $\theta = -9$ s, ajunge la 0,328 u cînd $\theta = 0$ s și la u, valoarea teoretică finală, cînd $\theta = 14{,}3$. Pentru $n = 25$, curba de răspuns începe cînd $\theta = -1$ s, ajunge la 0,167 u cînd $\theta = 0$ s și la u cînd $\theta = 1{,}37$ s. Raportul timpilor medii de întîrziere și de avans este de 3,91 pentru $n = 1$ și 9,62 pentru $n = 25$. Pantele relative sînt de 28° la $n = 1$ și 80°15′ la $n = 25$, iar cele absolute pentru scara neschimbată în toate experimentările sînt de 18,5° la $n = 1$ și 75° la $n = 25$. Relevăm faptul că timpul de propagare propriu fiind de 10 s, valorile menționate pentru timpii momentani reprezintă, de fapt, valoarea timpului relativ multiplicată cu 10.

Rezultă deci că creșterea relativă a tensiunii la linia conectată pe sarcină rezistivă egală cu $|Z_c|$ este mai rapidă decît la linia în gol, raportul timpilor maximi de atingere a tensiunilor finale fiind de 0,727 la $n = 25$ și 0,675 la $n = 1$. Creșterea absolută, în schimb, este mai rapidă la linia în gol, raportul timpilor de atingere a valorii u fiind 1,84 la $n = 25$ și 2,38 la $n = 1$.

3.5.2. *Compararea criteriilor și a expresiilor empirice obținute*

Pentru aprecierea domeniului de valabilitate a expresiilor analitice, am calculat erorile absolute și procentuale, precum și amplitudinile abaterilor, după relația (3.13). Variația acestora și a erorilor maxime ale timpului de propagare ne dau indicații și asupra criteriilor celor mai potrivite pentru aprecierea vitezei de propagare. În tabela 3.4 sînt cumulate aceste mărimi pentru toate formulele deduse în § 3.4.

Din analiza datelor cuprinse în tabela 3.4 rezultă :

a) Expresiile analitice binomiale (*b*) sînt cele mai corecte, avînd abaterile procentuale medii cuprinse între 1,21 şi 5,9% şi amplitudinile abaterilor procentuale cuprinse între 4,85 şi 24,36%.

b) Expresiile analitice monomiale (*a*), calculate prin metoda abaterilor minime, şi (*c*), calculate prin tatonări, dau erori procentuale apropiate. Prima metodă dă totuşi valori mai corecte decît a doua, abaterile procen-

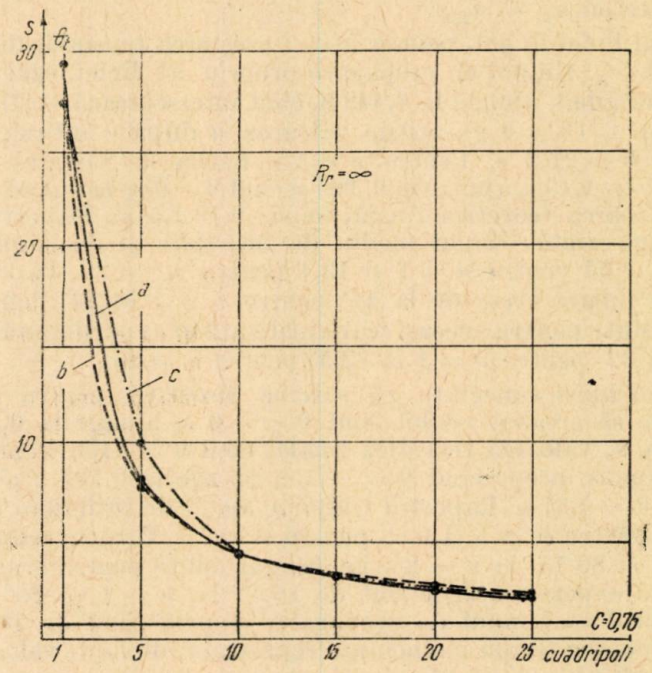


Fig. 3.10. — Curbele de variaţie a timpului θ_t, pentru $R_r = \infty$, calculate cu relaţiile (*a*), (*b*), (*c*) din tabela 3.3.

tuale fiind cuprinse între 2,64 şi 9,46%, iar amplitudinile abaterilor procentuale între 10,16 şi 38,90%, faţă de a doua metodă, la care aceleaşi mărimi sînt cuprinse între 3,15 şi 10,98%, respectiv 8,75 şi 36,25%.

c) Expresiile de tip (*a*), (*b*) şi (*c*) prezintă pe unele porţiuni diferenţe foarte mici. Spre exemplu, mărimea θ_t la linia în gol prezintă pentru $10 < n \leqslant 25$ variaţii mici şi numai pentru $1 \leqslant n \leqslant 10$ variaţii mai mari. (fig. 3.10).

d) Pentru calcularea timpului de propagare cu erorile cele mai mici posibile, se pot utiliza expresiile de tip (*a*), (*b*) şi (*c*) pe porţiuni în funcţie de capacitatea calculatorului analogic cu care se rezolvă problema de modelare. Astfel, în cazul liniei în gol, pentru mărimea t_m se poate folosi expresia (*b*) pentru $1 \leqslant n \leqslant 10$ şi pentru $17 < n \leqslant 25$, iar expresia (*a*) pentru $10 \leqslant n \leqslant 17$. Pentru mărimea θ_2, la aceeaşi schemă, se va folosi expresia

Tabela 3.4

Mărimea		t_m		s				t_{mi}		s				θ_f		s				θ_{fi}		s				tg α						medii pe tip de expresii						Medii generale pe tip de schema		OBSERVAȚII
Relația din tabela 3.3		a		b		c		a		b		c		a		b		c		a		b		c		a		b		c		a		b		c			
abaterea		Δ		Δ		Δ		Δ		Δ		Δ		Δ		Δ		Δ		Δ		Δ		Δ		Δ		Δ		Δ		Δ		Δ		Δ			
n		s	%	s	%	s	%	s	%	s	%	s	%	s	%	s	%	s	%	s	%	s	%	s	%	s	%	s	%	s	%	s	%	s	%	s	%		
Linie în gol $R_r = \infty$	1	0	0	0	0	0,66	9,77	0	0	0,028	4,2	0,71	11,94	0	0	0	0	1,8	6,53	0	0	0	0	4,2	24,7	0	0	0	0	−0,158	−14,05										
	5	−0,07	−3,3	0	0	−0,035	−1,69	−0,08	−4,2	0	0	−0,055	−2,93	−0,19	−2,37	−0,07	−0,9	−2,15	−21,55	−0,84	−16,2	0,01	0,23	−0,43	−9,0	0,42	11,97	−0,137	−3,37	0,17	4,52										
	10	−0,07	−5,7	−0,07	−5,7	−0,10	−8,0	−0,09	−8,1	−0,080	−7,27	−0,12	−10,52	−0,1	−2,17	−0,07	−1,53	−0,13	−2,8	−0,4	−14,0	−0,07	−2,78	−0,32	−11,55	1,19	19,5	0,851	13,2	0,96	15,13										
	15	0	0	−0,063	−6,8	−0,039	−4,2	0	0	−0,03	−3,57	−0,045	−5,27	0	0	−0,11	−3,22	0	0	0	0	0,07	3,63	−0,015	−0,75	0	0	0,208	2,52	−0,07	−8,18										
	20	0,09	12,7	−0,031	−4,03	0,05	6,67	0,09	13,8	0,035	4,97	0,048	6,93	0,21	8	0	0	0,12	4,33	0,07	4,5	−0,03	−1,81	0,02	1,24	−0,79	−7,42	0	0	−0,78	−7,35										
	25	0,07	11,7	0	0	0,032	5,02	0,07	12,7	0	0	0,027	4,63	0,3	13,6	0,04	1,63	0,23	10,13	0,22	17,2	0	0	0,15	11,10	−2,27	−17,5	−0,697	−6,25	−2,1	−16,67										
	Δ med.	0,05	5,57	0,027	2,75	0,153	5,89	0,055	6,47	0,029	3,14	0,168	7,04	0,15	4,36	0,05	1,21	0,73	7,56	0,26	8,7	0,03	1,41	0,856	9,72	0,78	9,46	0,316	4,22	0,706	10,98										
	a Δ	0,16	18,4	0,097	9,55	0,76	17,77	0,18	21,9	0,115	12,24	0,83	22,46	0,49	15,97	0,15	4,85	3,95	31,68	1,06	33,4	0,14	6,41	4,63	36,25	3,46	37,0	1,548	19,45	3,06	31,80	6,91		2,55		8,24		5,57		Δ = eroare absolută (mărimea măsurată − mărime calculată)
	t_1/t_{25}		7,42/0,67 s						6,65/0,62 s						29,3/2,27 s						21,2/1,5 s						0,964/10,5						25,33		10,10		27,99		21,14	Δ % = eroare procentuală dată de relația (3.13)
Linie cu sarcină rezistivă $R_r = \lvert Z_c \rvert = 378\ \Omega$	1	0	0	0	0	0,25	4,76	0	0	0	0	0,53	13,76	0	0	0	0	0,85	3,97	0	0	0	0	1,7	13,5	0	0	0	0	−0,043	−7,48										
	5	−0,197	−10,52	0,001	0,06	−0,157	−8,57	−0,215	−13,56	−0,001	−0,72	−0,1	−6,8	0,164	2,4	0,11	1,68	−0,11	−1,63	−0,33	−8,130	0,108	2,97	−0,19	−4,84	0,195	9,78	−0,113	−4,92	0,145	7,11										
	10	−0,169	−14,34	−0,053	−5,0	−0,15	−12,93	−0,28	−27,3	−0,069	−7,63	−0,13	−13,34	−0,133	−3,27	0,22	5,52	0,08	1,93	−0,12	−5,07	−0,002	−0,09	−0,14	−5,86	0,31	8,77	0,17	4,63	0,308	8,73										
	15	0,059	6,57	0,12	14,34	−0,016	−1,64	0,069	1,13	0,075	10,32	0,036	4,69	0	0	0	0	−0,06	−1,94	0	0	−0,04	−2,26	−0,05	−2,81	0	0	0,23	4,9	0,088	1,82										
	20	0,07	9,45	0,094	13,15	0,074	10,06	0,077	11,62	0,106	16,73	0,093	14,36	0,068	2,76	−0,12	−4,78	−0,12	−4,78	0,11	7,97	−0,035	−2,3	0,05	3,47	−0,66	−10,57	0	0	−0,5	−8,23										
	25	0	0	0	0	−0,001	−0,16	0	0	0	0	0,011	1,94	−0,154	−7,4	−0,06	−2,75	0,1	4,67	0,21	18,1	0	0	0,15	12,27	−1,68	−22,40	0,53	8,34	−1,425	−19,68										
	Δ/med	0,082	6,81	0,045	5,43	0,108	6,35	0,097	8,75	0,043	5,90	0,15	9,15	0,087	2,64	0,085	2,46	0,22	3,15	0,13	6,55	0,031	1,27	0,38	7,16	0,476	8,59	0,174	3,8	0,418	8,84	6,67		3,77		6,93		5,79		Δ/ = $\lvert \Delta_{max} \rvert + \lvert -\Delta_{max} \rvert$
	a Δ	0,267	23,79	0,173	19,34	0,407	22,99	0,357	38,92	0,175	24,36	0,66	27,70	0,318	10,16	0,34	10,30	0,97	8,75	0,54	26,23	0,148	5,27	1,89	19,36	1,99	32,97	0,643	13,26	1,733	28,41		26,41		14,51		21,44		20,79	$a\Delta$ = amplitudinea absolută a erorilor = $\lvert \Delta_{max} \rvert + \lvert -\Delta_{max} \rvert$
	t_1/t_{25}		5,5/0,637 s						4,38/0,577 s						22,25/2,24 s						14,3/1,37 s						0,532/5,82													t_1/t_{25} = mărimile experimentale obținute pentru $n = 1$ și $n = 25$

(b) pentru $1 \leqslant n \leqslant 14$ și pentru $20 < n \leqslant 25$, expresia (c) pentru $15 < n \leqslant 20$, iar expresia (a) pentru $n = 15$.

În general, pentru cazurile unde n dă abaterea zero, se alege expresia respectivă. Evident, rezultă ca cele mai utile expresiile de tip (b), apoi cele de tip (a) și în unele cazuri și cele de tip (c).

e) Comparînd cele cinci mărimi cuprinse în cele trei criterii propuse, se observă că erorile cele mai mici se obțin pentru timpii momentani maximi θ, pentru θ_t relația (b) avînd la linia în gol abaterea procentuală medie de 1,21% și amplitudinea abaterilor procentuale de 4,85%, iar la linia cu sarcină rezistivă 2,46%, respectiv 10,30%; pentru θ_i relația (b) are pentru linia în gol mărimile respective de 1,41 și 6,41%, iar la linia cu sarcina rezistivă de 1,27%, respectiv 5,27%. Rezultă deci că criteriul timpilor momentani maximi ne dă variația cea mai uniformă, și anume timpul momentan maxim total θ_t la linia în gol și timpul momentan maxim de întîrziere θ_i la linia cu sarcina rezistivă.

f) Ordonînd expresiile obținute după gradul lor de precizie și de uniformitate, avem pentru linia în gol expresiile (b) în ordinea : θ_t, θ_i, t_m, t_{mi}, tg α, iar pentru linia cu sarcina rezistivă expresiile (b) în ordinea : θ_i, θ_t, tg α, t_m, t_{mi}.

g) Comparînd expresiile analitice ale celor două scheme, linia în gol și linia cu sarcină rezistivă, rezultă că variația mărimilor adoptate este mai uniformă în primul caz decît în al doilea pentru expresiile de tip (b), avînd media abaterilor procentuale 2,55%, iar media amplitudinilor abaterilor 10,10% față de 3,77%, respectiv 14,51%. Expresiile de tip (a) au mediile aproape egale, 6,91 și 25,33% la prima schemă, respectiv 6,67% și 26,41% la a doua schemă. Expresiile de tip (c) sînt mai uniforme la schema a doua față de prima schemă, avînd pentru mărimile de comparație valorile 6,93 și 21,44%, față de 8,24 și 27,99%.

3.5.3. Determinarea numărului de cuadripoli necesari pentru o anumită eroare a vitezei de propagare prin extrapolarea expresiilor analitice

Relațiile analitice cuprinse în tabela 3.3. sînt valabile în interiorul domeniului care a furnizat datele experimentale $1 \leqslant n \leqslant 25$[32]. Se știe însă că variația procesului analizat, timpul de propagare a undei de tensiune, este monoton descrescătoare cu creșterea numărului de cuadripoli n, tinzînd către valori din ce în ce mai mici, cînd n tinde către ∞.

Din tabelele 3.1, 3.2 și 3.5 se observă că pentru n egal cu 25 erorile timpului de propagare variază între 6,08 și 25%. Rezultă deci că s-ar putea folosi expresiile monomiale obținute, care tind la zero cînd n tinde către infinit, pentru o primă apreciere a numărului de cuadripoli necesari pentru o anumită precizie cerută mai mare decît valorile indicate mai sus. În tabela 3.5 se indică acest număr pentru erori $\leqslant 5$ și $\leqslant 10\%$, calculate cu formulele de tip (a), (b) și (c).

Se observă că valorile obținute cu expresiile (a) și (c) sînt sensibil egale pentru fiecare mărime la aceeași eroare. Expresiile de tip (b) dau,

Tabela 3.5

Nr. crt.	Mărimea	Expresia tabela 3.3	Linia în gol, $R_r = \infty$			Linia cu sarcină rezistivă $R_r = \lvert Z_c \rvert$			Observații
			Eroarea obținută pe calculatorul MECAN—II pentru $n = 25$	Număr de cuadripoli necesari pentru eroarea timpului de propagare		Eroarea obținută pe calculatorul MECAN—II pentru $n = 25$	Număr de cuadripoli necesari pentru eroarea timpului de propagare		
				$\Delta t \leqslant 10\,\%$	$\Delta t \leqslant 5\,\%$		$\Delta t \leqslant 10\,\%$	$\Delta t \leqslant 5\,\%$	
1	t_m	a	6,7 %	13	31	6,37 %	13	36	1) $\Delta = \dfrac{90° - \alpha_m}{90°}$
2		b		14	43		12	43	
3		c		14	35		13	36	
4	$t_{mî}$	a	6,2 %	12	29	5,77 %	10	32	2) pentru : $\Delta t \leqslant 8\,\%$
5		b		12	38		9	36	3) pentru $\Delta t = 9{,}2\,\%$
6		c		12	32		10	31	4) pentru : $\Delta t \leqslant 6\,\%$
7	θ_t	a	25 %	66	152	22,4 %	67	172	5) pentru : $\Delta t \leqslant 8\,\%$
8		b		223	1462 [2])		114	881 [4])	
9		c		72	180		74	190	
10	θ_i	a	15 %	34	74	13,7 %	31	74	
11		b		1510 [2])	—[3])		60	191 [5])	
12		c		29	67		33	87	
13	tg α	a	6,08 % [1])	11	25	10,83 %	21	48	
14		b		10	31		25	86	
15		c		14	28		21	51	

în schimb, valori mult mai mari, fapt care ne conduce la concluzia că nu pot fi utilizate pentru calcul prin extrapolare. Existența termenului liber în expresia binomială a erorii timpului de propagare este reală, întrucît nu există fenomen fizic care să varieze brusc de la zero la o valoare maximă, natura neadmițînd salturi [31]. Totuși, determinarea acestuia este cu atît mai precisă, cu cît intervalul mărimilor care servesc pentru calcul este mai mare [33], fapt care ne indică că termenii de corecție respectivi sînt prea mari pentru $n>25$.

Se poate deci conchide și de aici că expresiile de tip (b) sînt indicate pentru interpolare, $1 \leqslant n \leqslant 25$, iar expresiile de tip (a) și (b) pot fi folosite și pentru extrapolare, $n > 25$.

4. CONCLUZII

4.1. Definirea noțiunii de viteză de propagare a undelor electromagnetice (respectiv reciproca ei, timpul de propagare) în cazul asimilării unei linii reale cu constante uniform răspîndite printr-un lanț de cuadripoli cu număr finit de elemente discrete nu este încă definită în literatură. În prezenta lucrare s-au expus unele considerații și propuneri în această problemă, pe baza unor experiențe efectuate pe un calculator de tip analogic de capacitate mai mare.

4.2. S-au propus trei criterii și cinci mărimi pentru evaluarea erorii timpului de propagare, și anume :

— criteriul arial al timpilor medii (suprafețe volt-relativ secundă), cu mărimile timp mediu total t_m, timp mediu de întîrziere t_{mi}, timp mediu de avans t_{ma};

— criteriul timpilor momentani maximi, cu mărimile timp momentan maxim total θ_t, timp momentan maxim de întîrziere θ_i, timp momentan maxim de avans θ_a;

— criteriul pantei porțiunii liniare a curbei de răspuns, cu mărimile α și tg α, relative și absolute.

4.3. S-au determinat pentru mărimile t_m, t_{mi}, θ_t, θ_i și tg α cîte trei relații analitice, două monomiale și una binomială, atît pentru linia în gol, cît și pentru linia cu sarcină rezistivă, folosindu-se metoda abaterilor minime și metoda tatonărilor.

4.4. S-au determinat abaterile față de valorile experimentale, stabilindu-se ordinea preciziei expresiilor obținute.

4.5. S-a stabilit prin extrapolare numărul de cuadripoli necesari pentru erori ale timpului de propagare $\Delta \leqslant 5\%$ și $\Delta \leqslant 10\%$.

4.6. În abordarea teoretică a fenomenului de propagare în regim tranzitoriu pe modelul unei linii lungi, avînd la capăt impedanța operațională z_n, s-a obținut o expresie nouă, originală, a transformatei tensiunii și curentului și a originalului tensiunii după cuadripolul $k \leqslant n$, analogă ca formă cu expresiile respective ale liniei lungi cu parametrii uniform răspîndiți.

ANEXA

CALCULUL ORIGINALULUI FUNCŢIEI RĂSPUNS DE TENSIUNE

În cazul particular cînd

$$Z_n = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

şi $u_0 = E$, expresia imaginii tensiunii din relaţiile (2.5) este de forma

$$\mathfrak{L}u_k = \frac{V(s)}{sW(s)},$$

al cărei original este dat de a doua teoremă a dezvoltării a lui Heaveside :

$$u_k = \frac{V(0)}{W(0)} + \sum_{i=1}^{n} \frac{V(s_i)}{s_i W(s_i)} \cdot \varepsilon^{s_i t}.$$

În cazul studiat,

$$V(s) = [Z_n \operatorname{ch} \alpha(n-k) + Z \operatorname{sh} \alpha(n-k)]E,$$

$$W(s) = Z_n \operatorname{ch} \alpha n + Z \operatorname{sh} \alpha n,$$

$$\alpha = f(s),$$

$$W'(s) = n(Z_n \operatorname{sh} \alpha n + Z \operatorname{ch} \alpha n) \frac{\partial \alpha}{\partial s}$$

Din a treia relaţie (2.8) rezultă că, pentru $s = 0$,

$$\operatorname{ch} \alpha = 1$$

şi deci $\alpha = 0$, astfel că

$$V(0) = Z_n E \text{ şi } W(0) = Z_n,$$

în consecinţă

$$\frac{V(0)}{W(0)} = E$$

Să găsim acum rădăcinile ecuaţiei

$$Z_n \operatorname{ch} \alpha n + Z \operatorname{sh} \alpha n = 0$$

sau

$$\operatorname{tgh} \alpha n = -\frac{Z_n}{Z}.$$

Punînd

$$\frac{Z_n}{Z} = j \operatorname{tg} \beta \quad \left(j = 1 \middle| \frac{\pi}{2} = \sqrt{-1}\right),$$

se obține

$$\frac{1}{j}\operatorname{tg} j\alpha n = -j\operatorname{tg}\beta$$

sau

$$\operatorname{tg} j\alpha n = \operatorname{tg}\beta,$$

de unde rezultă

$$\alpha_i = -j\left(\frac{i\pi}{n}+\frac{\beta}{n}\right) = j\left(\frac{i\pi}{n}-\frac{\beta}{n}\right) \quad (i=0,1,2).$$

Introducînd această valoare în a treia relație (2.8), se obține

$$\operatorname{ch} j\left(\frac{i\pi}{n}-\frac{\beta}{n}\right) = \cos\left(\frac{i\pi}{n}+\frac{\beta}{n}\right) = 1+\frac{1}{2}s_i^2 LC,$$

de unde rezultă

$$s_i^2 = \frac{2}{LC}\left[\cos\left(\frac{i\pi}{n}+\frac{\beta}{n}\right)-1\right] = -\frac{4}{LC}\sin^2\left(\frac{i\pi}{2n}+\frac{\beta}{n}\right) \tag{A.1}$$

și deci

$$s_i = \pm j\frac{2}{\sqrt{LC}}\sin\left(\frac{i\pi}{2n}+\frac{\beta}{2n}\right). \tag{A.2}$$

Este ușor de văzut că suma din formula dezvoltării lui Heaveside trebuie făcută pentru valorile lui $i\in(-\infty,\infty)$, însă nu toate aceste valori dau soluții distincte. Într-adevăr, pentru $\pm i$ se obțin aceleași valori pentru s^2. De asemenea există valori ale lui i pentru care valorile lui s_i^2 încep să se repete; pentru aceasta trebuie ca

$$\sin^2\left(\frac{i+r}{2n}\pi+\frac{\beta}{2n}\right) = \sin^2\left(\frac{i-r}{2n}\pi+\frac{\beta}{2n}\right), \tag{A.3}$$

ceea ce are loc[3] pentru

$$r = 2n.$$

Ținînd seama de cele ce preced, se poate scrie

$$u_k = \frac{V(0)}{W(0)}+\sum_{i=0}^{n}\frac{V(s_i)}{s_i W'(s_i)}\varepsilon^{s_i t}+\sum_{i=0}^{n}\frac{V(-s_i)}{-s_i W'(-s_i)}\varepsilon^{-s_i t}. \tag{A.4}$$

[3]) Într-adevăr, din relația (A.3) rezultă

$$\frac{i+r}{2n}\pi+\frac{\beta}{2n}-\left(\frac{i-r}{2n}\pi+\frac{\beta}{2n}\right) = 2\pi,$$

de unde $r = 2n$.

Avem apoi

$$V(s_i) = [Z_n \operatorname{ch}(n-k)\alpha + Z \operatorname{sh}(n-k)\alpha]\, E =$$

$$= \left[Z_n \operatorname{ch}(n-k) j\left(\frac{i\pi}{n} + \frac{\beta}{n}\right) + Z \operatorname{sh}(n-k)\left[-j\left(\frac{i\pi}{n} + \frac{\beta}{n}\right)\right]\right] E =$$

$$= \left[Z_n \cos\frac{n-k}{n}(i\pi + \beta) - jZ \sin\frac{n-k}{n}(i\pi + \beta)\right] E.$$

Din a treia relație (2.8) se deduce

$$\frac{\partial \alpha}{\partial s} = \frac{sLC}{\operatorname{sh}\alpha}$$

și deci

$$W'(s) = nLCs\left(Z_n \frac{\operatorname{sh}\alpha n}{\operatorname{sh}\alpha} + Z\frac{\operatorname{ch}\alpha n}{\operatorname{sh}\alpha}\right). \tag{A.5}$$

Însă

$$\operatorname{sh}\alpha n = \operatorname{sh}\left[-j\left(\frac{i\pi}{n} + \frac{\beta}{n}\right)n\right] = -j\sin(i\pi + \beta),$$

$$\operatorname{ch}\alpha n = \operatorname{ch}\left[-j\left(\frac{i\pi}{n} + \frac{\beta}{n}\right)n\right] = \cos(i\pi + \beta),$$

$$\operatorname{sh}\alpha = \operatorname{sh}\left[-j\left(\frac{i\pi}{n} + \frac{\beta}{n}\right)\right] = -j\sin\frac{i\pi + \beta}{n}.$$

Rezultă dar

$$sW'(s) = nLCs^2\left[Z_n \frac{\sin(i\pi + \beta)}{\sin\dfrac{i\pi + \beta}{n}} + jZ\frac{\cos(i\pi + \beta)}{\sin\dfrac{i\pi + \beta}{n}}\right]$$

și este evident

$$sW'(s) = -sW'(-s).$$

În consecință, relația (A.4) devine

$$u_k = \frac{V(0)}{W(0)} + 2\sum_{i=0}^{n} \frac{V(s_i)}{s_i W'(s_i)} \operatorname{ch} s_i t. \tag{A.6}$$

Vom avea apoi

$$\frac{V(s_i)}{s_i W'(s_i)} = -\frac{E}{n} \cdot \frac{Z_n \cos\dfrac{n-k}{n}(i\pi + \beta) - jZ \sin\dfrac{n-k}{n}(i\pi + \beta)}{4\sin^2\dfrac{i\pi + \beta}{2n}} \cdot$$

$$\cdot \frac{}{\sin\dfrac{i\pi + \beta}{n}} [Z_n \sin(i\pi + \beta) + jZ\cos(i\pi + \beta)]$$

Această relație se mai poate simplifica ; într-adevăr, după efectuarea unor calcule simple avem

$$\frac{4\sin^2\dfrac{i\pi+\beta}{2n}}{\sin\dfrac{i\pi+\beta}{n}} = 2\,\mathrm{tg}\,\frac{i\pi+\beta}{2n},$$

$$Z_n\cos\frac{n-k}{n}(i\pi+\beta) - jZ\sin\frac{n-k}{n}(i\pi+\beta) = j\frac{Z}{\cos\beta}\times$$

$$\times\cos\left(\frac{n-k}{n}i\pi+\frac{\pi}{2}-\frac{k}{n}\beta\right),$$

$$Z_n\sin(i\pi+\beta)+jZ\cos(i\pi+\beta) = (-1)^i j\frac{Z}{\cos\beta}.$$

Astfel că se obține

$$\frac{V(s_i)}{s_i W'(s_i)} = -\frac{E}{n}(-1)^i\frac{1}{2}\,\mathrm{cotg}\,\frac{i\pi+\beta}{2n}\cos\left(\frac{n-k}{n}i\pi+\frac{\pi}{2}-\frac{k}{n}\beta\right).$$

Punînd acum

$$\Omega_i = \frac{2}{\sqrt{LC}}\sin\left(\frac{i\pi}{2n}+\frac{\beta}{2n}\right),$$

rezultă

$$\mathrm{ch}\,s_i t = \mathrm{ch}\,p\Omega_i t = \cos\Omega_i t.$$

În consecință, expresia căutată a tensiunii este

$$u_k = E\left[1-\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}(-1)^i\,\mathrm{cotg}\,\frac{i\pi+\beta}{2n}\cos\left(\frac{n-k}{n}i\pi+\frac{\pi}{2}-\frac{k}{n}\beta\right)\cos\Omega_i t\right].$$

BIBLIOGRAFIE

1. H. Prinz, *Die Längs-Kompensierte Fernleitung als Vierpol Kette.* Arch. f. Elektrotechn. *47*, *4*, 219—233 (1962).
2. V. Lovass-Nagy, K. Szendy, *Zur Behandlung von Fernleitungsverweigungen mit Hilfe von Vierpolketten.* Arch. f. Elektrotechn. *49*, *1*, 49—50 (1964).
3. E. M. Staford, J. Evans, N. Hingorani, *Calculation of travelling waves on transmission systems by finite differences.* Proc. IEE, *112*, *5*, (1965).
4. R. Uram, R. W. Miller, *Mathematical analysis and solution of transmission line transients.* I. Theory. IEE Trans. Power App. Syst. *83*, 11, 116—1123 (1964).
5. R. Uram, W. E. Feero, Idem 4 *II*, Applications. p. 1123—1137.
6. К. П. Кадомская, М. Л. Левинштейн, Г. П. Штернберг, *О решении уравнений длинной линии электропередачи на математических машинах непрерывного и дискретного действия.* Из. Акад. н. СССР Энергетика и транспорт, p. 508—513 (1963).

7. С. И. Ратнер, *Об использовании моделирующих установок для определения переходных процессов в системах содержащих звено, описываемое телеграфными уравнениями.* Автоматика и телемеханика, 23 № 4 (1962).
8. V. Lovass-Nagy, P. Rozsa, *Matrix analysis of transient voltage distributions in alternating ladder networks.* Power Quarterly. 110 Sept. 1163 (1963).
9. L. C. Barthold, G. K. Carter, *Digital travelling wave solutions.* A. IEE Trans. Power. Syst. *80*, dec., 812—820 (1961).
10. L. M. Wedepohl, *Application of matrix methods to the solution of travelling wave phenomena in polyphase systems.* Proc. IEE *110*, 12 2200—2212 (1963).
11. J. Baba, T. Shibataki, *Calculation of transient voltage and current in power systems by means of a digital computer.* ETJ of Japan *7*, *1* 19—24 (1962).
12. W. Frey, P. Althammer, *The calculation of electromagnetic transients on lines by means of a digital computer.* Rev. Brown Boveni, *48*, *5/6*, 344—356 (1961).
13. R. Unbehauen, *Über den Entwurf von Vierpolen mit vorgeschriebenem Einschwingungverhalten.* Arch. f. Elektrotechn. *49*, *1*, 18—32 (1964).
14. W. Herzog, *Symmetrierte Vierpole.* Arch. f. Elektrotechn. *26*, *6*, 337—344 (1962).
15. W. Herzog, *Die Zurückführung unsymmetrischen Vierpole zwischen verschiedenen Abschlusswiderständen auf symmetrische Vierpole.* Arch. f. Elektrotech. *46*, *5*, 259 (1962).
16. I. S. Antoniu, *Calculul matricial şi tensorial în electrotehnică.* Edit. tehnică, Bucureşti, 1962.
17. G. Cartianu, *Bazele radiotehniciii vol. II.* Bucureşti, 1961.
18. J. R. Carson, *Wave propagation in overhead wires with ground return.* Bell Syst. Tehn. Journal, *5*, 532—554 (1926).
19. Ф. Г. Каиданов, М. В. Костенко, Л. С. Перельман, *Уточненное определение волновых параметров и анализ погрешности решения телеграфных уравнений на примере двухпроводной линии.* Электричество 3, 15—21 (1965).
20. М. В. Костенко, Л. С. Перельман, *К расчету волновых процессов в многопроводных линиях.* Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, 6 (1963).
21. D. E. Hedman, *Propagation on overhead Transmission lines I. Theory of modal Analysis.* IEE Pow. App. Syst., *3* 200—205 (1965).
22. D. E. Hedman, *Idem* 21. *II Earth Conduction effects and practical results.* p. 205—211.
23. A. Avramescu, G. Drăgan, I. Adamut, M. Petcu, *Switching overvoltages modelled by a quadripole.* Rev. Roum. des sciences techniques, Série électrotechn. et énerg., *9*, 331—339 (1964).
24. V. M. Popov, N. N. Tataru, T. N. Băjenescu, *Calculatorul analogic neliniar MECAN II.* St. cerc. energ. 2, 291 (1963).
25. I. S. Antoniu, *Chestiuni speciale de electrotehnică.* Ed. Acad. R. S. România, Bucureşti (1956).
26. P. V. Handel, *Electronic Computers.* Springer Verlag Wien, 52, — 1962.
27. J. G. Gille, P. Decauline, *Teoria şi calculul sistemelor de reglare automată.* Ed. tehnică, Bucureşti, 1962, 52.
28. Cei, *Éssais à haute tension.* Publication 60, Deuxième édition, 1962.
29. Gh. Hortopan, *Tehnica impulsului în laboratorul de înaltă tensiune.* Bucureşti, Ed. tehnică, 1965.
30. * * *, *Încercarea echipamentului electric la înaltă tensiune.* STAS 6669-62.
31. K. W. Wagner, *Operatorenrechnung und Laplacesche Transformation.* J. A. Barth Leipzig, 1950, 435.
32. К. П. Яковлев, *Математическая обработка результатов измерений ГТТИЛ.* Москва-Ленинград, 1950, 250—356.
33. M. Frêchet, R. Romanu, *Répresentation des lois empiriques par des formules approchées.* Paris, 1930.

OSCILAȚIILE SINUSOIDALE ÎNTREȚINUTE ALE MAȘINII SINCRONE CUPLATE LA BARE DE PUTERE INFINITĂ[1]

DE

C. V. BĂLĂ și P. OPRIȘAN

621.3.018.6 :621.313.32

În această lucrare se rezolvă ecuațiile mașinii sincrone în regim staționar de pendulații sinusoidale, pe baza dezvoltării în serii Jacobi a funcțiilor de funcții trigonometrice ; valorile medie și fundamentală a cuplului electromagnetic determinate prin calcul sînt comparate cu valorile obținute experimental în cazul unei mașini sincrone. În anexe se prezintă metoda de măsură a impedanțelor operaționale ale mașinii sincrone și parametrii mașinii experimentate.

1. REGIMUL STAȚIONAR DE FUNCȚIONARE AL MAȘINII SINCRONE CU PENDULAȚII ÎNTREȚINUTE

Pendulațiile întreținute forțate apar curent la funcționarea mașinilor sincrone care au cuplu rezistent sau de acționare pulsatoriu în timp.

În acționările electrice ale compresoarelor cu piston de puteri mijlocii și mari (100—1 000 kW) se utilizează motoarele sincrone, datorită îndeosebi factorului de putere capacitiv la care pot să funcționeze [1]; cuplul rezistent al compresoarelor cu piston variază periodic în timp în funcție de poziția pistoanelor, respectiv de unghiul intern al mașinii sincrone.

Generatoarele sincrone acționate de motoare termice cu piston au cuplul de acționare variabil periodic în timp ; unghiul intern al acestor mașini variază de asemenea periodic în timp.

Pendulații întreținute autoamorsate pot apărea, în anumite condiții și la mașinile sincrone care au în mod normal cuplul rezistent sau de acționare constant în timp.

[1] Articolul publicat și în „Rev. roum. sci. techn. — Energ. Electrotechn.", **11**, *2* (1966).

Prezenţa pendulaţiilor întreţinute perturbează funcţionarea sistemului, datorită pierderilor suplimentare pe care le produc în reţelele electrice şi căderilor de tensiune care provoacă variaţia tensiunii la bornele celorlalte receptoare racordate la reţea ; pendulaţiile rotoarelor conduc la apariţia vibraţiilor agregatului, care se transmit celorlalte agregate prin clădirea în care sînt montate, şi la posibilitatea amplificării amplitudinii lor prin fenomenul de rezonanţă.

Compensarea parţială a oscilaţiilor curentului din reţeaua de alimentare şi a vibraţiilor agregatelor poate fi realizată în cazul funcţionării în apropiere a mai multor agregate, cuplînd rotorul compresorului faţă de rotorul motorului cu un anumit decalaj diferit de la agregat la agregat sau reglînd poziţia rotorului în timpul funcţionării agregatelor prin reglajul curentului de excitaţie [2], [3], [4]. Reducerea amplitudinii oscilaţiilor poate fi realizată în parte prin dimensionarea momentului de inerţie al maselor învîrtitoare.

O caracteristică a pendulaţiilor întreţinute o constituie frecvenţa redusă a fundamentalei lor (1—4 Hz), dependentă, la rîndul său, de frecvenţa fundamentalei cuplului rezistent sau de acţionare la arbore, de schema de cuplaj a pistoanelor compresorului care funcţionează în sarcină şi de frecvenţa proprie a sistemului (în cazul pendulaţiilor autoamorsate). Amplitudinea fundamentalei unghiului intern al maşinii sincrone poate depăşi limita de 20°, admisă curent, ca ipoteză de studiu pentru oscilaţiile liniare. Îndeosebi în regimul tranzitoriu de pornire al unui compresor cu intrarea succesivă în funcţiune a diferitelor etaje acţionate de acelaşi motor, amplitudinea fundamentalei unghiului intern este mai mare de 30°, iar soluţiile ecuaţiilor liniarizate nu corespund proceselor reale.

În tratatele de maşini electrice publicate pînă acum în care se examinează problema pendulaţiilor întreţinute [5], cuplul electromagnetic al maşinii sincrone este exprimat în funcţie de cuplul sincron, de cuplul sincronizat şi de cuplul asincron. Calculul acestor componente şi determinarea lor experimentală sînt dificile.

În lucrările mai recente [6], cuplul electromagnetic se exprimă în funcţie de parametrii maşinii sincrone, considerîndu-se îndeosebi pendulaţiile liniare ; în acest fel, funcţiile $\sin\delta$ şi $\cos\delta$ (în care $\delta = \delta_0 + \delta_1 \cos \Omega t$, δ fiind unghiul intern al maşinii şi Ω pulsaţia de pendulare) se aproximează în modul următor :

$$\sin \delta \simeq \sin \delta_0 + \delta_1 \cos \Omega t \cos \delta_0,$$

considerîndu-se că $\sin(\delta_1 \cos \Omega t) \simeq \delta_1 \cos \Omega t$ şi $\cos(\delta_1 \cos \Omega t) \simeq 1$. Eroarea estimată în perioada oscilaţiei nu depăşeşte 5 % pentru $\delta_0 = 30°$ şi $\delta_1 = 40°$ sau $\delta_0 = 60°$ şi $\delta_1 = 20°$.

Calculul curentului din indus pentru regimul de pendulaţii întreţinute cu considerarea ecuaţiilor tensiunilor circuitelor este tratată în [7], după metoda prezentată în [8] ; noi contribuţii asupra reactanţei de pendulare a maşinii sincrone sînt cuprinse în [9]. O expresie a cuplului electromagnetic al maşinii sincrone în regimul de pendulaţii întreţinute este dedusă într-o primă formă în [8], fără însă a se explicita componentele cuplului, atît în vederea comparării cu rezultatele experimentale,

cît și în vederea calculului puterii medii schimbate de mașină pe la borne cu rețeaua.

În cercetarea experimentală a acestei probleme sînt necesare instalații de măsură speciale pentru înregistrările puterii instantanee totale schimbate de mașină pe la borne cu rețeaua, respectiv pe la arbore, și a unghiului intern al mașinii în regimul de pendulații întreținute.

În fine, rezolvarea problemei cu ajutorul calculatoarelor analogice este posibilă în cazul utilizării unui calculator analogic neliniar de capacitate medie (aproximativ 64 de amplificatoare operaționale), însă cu o precizie de calcul ridicată, apropiată de precizia limită întîlnită pînă în prezent la aceste calculatoare.

În lucrarea de față se rezolvă ecuațiile mașinii sincrone anizotrope și se determină expresia analitică a cuplului electromagnetic pe baza dezvoltării în serie Jacobi a funcțiilor trigonometrice dependente de unghiul intern; se determină explicit valoarea medie și armonicile cuplului mediu în funcție de frecvența de pendulare și de impedanțele mașinii după cele două axe.

Se compară apoi rezultatele calculate analitic cu rezultatele experimentale, măsurate în cazul unei mașini sincrone.

2. PUTEREA ELECTROMAGNETICĂ FUNCȚIE DE UNGHIUL INTERN ÎN REGIMUL DE PENDULAȚII ÎNTREȚINUTE

Din ecuațiile R. P. Park ale mașinii sincrone ideale trifazate [10], scrise în ipoteza că se neglijează rezistența înfășurării indusului, iar tensiunea electromotoare a sursei de alimentare a înfășurării de excitație are o valoare constantă în regimul de pendulații, și prin aplicarea transformatei Carson, fără a ține seama de condițiile inițiale care nu interesează soluția din regim staționar, se obțin ecuațiile

$$\tilde{u}_d = \sqrt{\frac{3}{2}}\,\mathcal{C}(U_m \sin\delta), \tag{1}$$

$$\tilde{u}_q = \sqrt{\frac{3}{2}}\,\mathcal{C}(U_m \cos\delta), \tag{2}$$

$$\tilde{i}_d = \sqrt{\frac{3}{2}}\,\frac{E_{dm}}{X_d} - \frac{\tilde{u}_q}{X_d(p)}, \tag{3}$$

$$\tilde{i}_q = \frac{\tilde{u}_d}{X_q(p)}, \tag{4}$$

în care $\mathcal{C}$ și semnul ($\sim$) indică transformata Carson a funcției la care se referă.

În cazul pendulațiilor sinusoidale de amplitudine oarecare, unghiul intern se poate scrie

$$\delta = \delta_0 + \delta_1 \sin \Omega t. \tag{5}$$

În acest caz rezultă

$$\sin\delta = \sin\delta_0 \cos(\delta_1 \sin\Omega t) + \cos\delta_0 \sin(\delta_1 \sin\Omega t), \tag{6}$$

$$\cos\delta = \cos\delta_0 \cos(\delta_1 \sin\Omega t) - \sin\delta_0 \sin(\delta_1 \sin\Omega t), \tag{7}$$

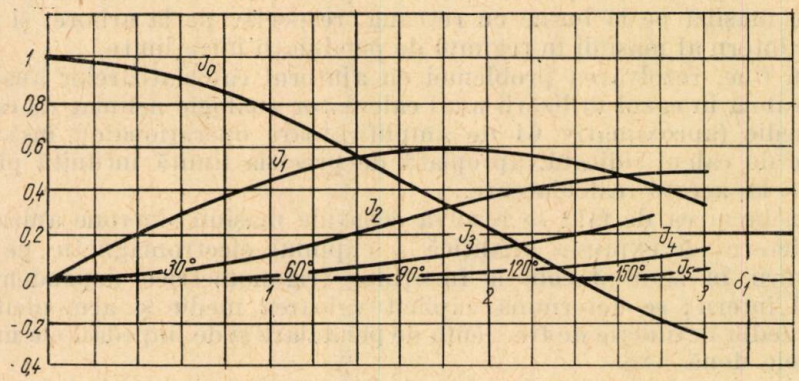


Fig. 1. — Funcțiile Bessel de prima speță (J_0, J_1, J_2, ...).

care, prin introducerea seriilor Jacobi [11], devin

$$\sin\delta = \left[J_0(\delta_1) + 2\sum_{\nu=1}^{\infty} J_{2\nu}(\delta_1)\cos 2\nu\,\Omega t\right]\sin\delta_0 + \\ + 2\sum_{\nu=0}^{\infty} J_{2\nu+1}(\delta_1)\sin(2\nu+1)\,\Omega t\cos\delta_0, \tag{8}$$

$$\cos\delta = \left[J_0(\delta_1) + 2\sum_{\nu=1}^{\infty} J_{2\nu}(\delta_1)\cos 2\nu\,\Omega t\right]\cos\delta_0 - \\ - 2\sum_{\nu=0}^{\infty} J_{2\nu+1}(\delta_1)\sin(2\nu+1)\,\Omega t\sin\delta_0. \tag{9}$$

Funcțiunile Bessel J_0, J_1, ..., J_ν sînt reprezentate în figura 1, pentru valori ale argumentului δ_1 cuprinse între 0 și 3 radiani [12], [13].

Cu ipoteza suplimentară că tensiunea pe fază are amplitudinea U_m constantă, neglijîndu-se astfel reacția curenților din mașină asupra rețelei, ecuațiile (1)—(4) corespunzătoare unghiului staționar de pendulații devin

$$u_d = \sqrt{\frac{3}{2}}\,U_m\left\{\left[J_0 + 2\sum_{\nu=1}^{\infty} J_{2\nu}\cos 2\nu\,\Omega t\right]\sin\delta_0 + \right. \\ \left. + \sum_{\nu=0}^{\infty} J_{2\nu+1}\sin(2\nu+1)\,\Omega t\cos\delta_0\right\}, \tag{10}$$

$$u_q = \sqrt{\frac{3}{2}}\,U_m\left\{\left[J_0 + 2\sum_{\nu=1}^{\infty} J_{2\nu}\cos 2\nu\,\Omega t\right]\cos\delta_0 - \right. \\ \left. - 2\sum_{\nu=0}^{\infty} J_{2\nu+1}\sin(2\nu+1)\,\Omega t\sin\delta_0\right\}, \tag{11}$$

$$i_d = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{E_{am}}{X_d} - \sqrt{\frac{3}{2}}\,U_m\left\{\left[\frac{J_0(\delta_1)}{X_d} + 2\sum_{\nu=1}^{\infty} J_{2\nu}(\delta_1)\cos(2\nu\Omega t - \right.\right.$$

$$\left.\left. -\varphi_{2\nu})\frac{1}{X_{d,2\nu}}\right]\cos\delta_0 - 2\sum_{\nu=0}^{\infty} J_{2\nu+1}(\delta_1)\sin[(2\nu+1)\,\Omega t - \varphi_{2\nu+1}]\frac{\sin\delta_0}{X_{d,2\nu+1}}\right\}, \quad (12)$$

$$i_q = \sqrt{\frac{3}{2}}\,U_m\left\{\left[\frac{J_0(\delta_1)}{X_q} + 2\sum_{\nu=1}^{\infty} J_{2\nu}(\delta_1)\frac{\cos(2\nu\Omega t - \psi_{2\nu})}{X_{q,2\nu}}\right]\sin\delta_0 + \right.$$

$$\left. + 2\sum_{\nu=0}^{\infty} J_{2\nu+1}(\delta_1)\sin[(2\nu+1)\,\Omega t - \psi_{2\nu+1}]\frac{\cos\delta_0}{X_{q,2\nu+1}}\right\}. \quad (13)$$

Puterea activă schimbată de mașină cu rețeaua pe la borne este dată de expresia

$$P = u_d i_d + u_q i_q\,; \quad (14)$$

cu expresiile (10)—(14), pentru u_d, u_q, i_d și i_q ecuația puterii devine

$$P = P_0 + P_1\sin(\Omega t - \gamma_1) + P_2\sin(2\Omega t - \gamma_2) + \ldots \quad (15)$$

Valoarea medie a puterii, respectiv amplitudinile armonicilor se determină din relația (14), în care se introduc pentru u_d, u_q, i_d, i_q expresiile (10)—(13). Rezultă

$$P_0 = 3\left\{\left[\frac{E_d U}{X_d}J_0 - \frac{U^2}{X_d}J_0^2\cos\delta_0\right]\sin\delta_0 + \frac{U^2}{X_q}J_0\sin\delta_0\cos\delta_0 - \right.$$

$$- U^2\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{J_{2\nu}^2}{X_{d,2\nu}}\sin 2\delta_0\cos\varphi_{2\nu} + U^2\sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{J_{2\nu+1}^2}{X_{d,2\nu+1}}\sin 2\delta_0\cos\varphi_{2\nu+1} +$$

$$\left. + U^2\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{J_{2\nu}^2}{X_{q,2\nu}}\sin 2\delta_0\cos\psi_{2\nu} - U^2\sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{J_{2\nu+1}^2}{X_{q,2\nu+1}}\sin 2\delta_0\cos\psi_{2\nu+1} + \ldots\right\},$$

$$P_1\cos\gamma_1 = 6\left[\left(\frac{E_d U}{X_d} - \frac{U^2}{X_d}J_0\cos\delta_0\right)J_1\cos\delta_0 - \frac{U^2}{X_q}J_0 J_1\sin^2\delta_0 + \right.$$

$$\left. + \frac{U^2}{X_{d_1}}J_0 J_1\sin^2\delta_0\cos\varphi_1 + \frac{U^2}{X_{q_1}}J_0 J_1\cos^2\delta_0\cos\psi_1\right] + \ldots$$

$$P_1\sin\gamma_1 = 6\,U^2\left[\frac{J_0 J_1}{X_{d_1}}\sin^2\delta_0\sin\varphi_1 + \frac{J_0 J_1}{X_{q_1}}\cos^2\delta_0\sin\psi_1\right] + \ldots \quad (16)$$

$$P_2\cos\gamma_2 = -3U^2\left[\frac{J_0 J_2}{X_{d_2}}\sin 2\delta_0\sin\varphi_2 - \frac{J_0 J_2}{X_{q_2}}\sin 2\delta_0\sin\psi_2\right] -$$

$$- 3U^2\left[\frac{J_1^2}{X_{d_1}}\sin 2\delta_0\sin\varphi_1 - \frac{J_1^2}{X_{q_1}}\sin 2\delta_0\sin\psi_1\right] + \ldots$$

$$P_2 \sin \gamma_2 = -3\left\{\left[\frac{2E_d U}{X_d} - \frac{U^2}{X_d} J_0 \cos \delta_0\right] J_2 \sin \delta_0 + \frac{U^2}{X_q} J_0 J_2 \sin 2\delta_0 - \right.$$

$$- \frac{U^2}{X_{d_2}} J_0 J_2 \cos \varphi_2 \sin 2\delta_0 + \frac{U^2}{X_{q_2}} J_0 J_2 \sin 2\delta_0 \cos \psi_2 -$$

$$\left. - \frac{U^2}{X_{d_1}} J_1^2 \sin 2\delta_0 \cos \varphi_1 + \frac{U^2}{X_{q_1}} J_1^2 \sin 2\delta_0 \cos \psi_1 \right\}.$$

Dacă se reţin numai termenii în J_0, J_1, J_0^2, J_1^2, J_2^2, $J_0 J_1$ şi $J_0 J_2$, primele componente ale puterii electrice devin

$$P_0 = 3\left\{\frac{E_d U}{X_d} J_0 \sin \delta_0 + U^2\left[\frac{1}{2} J_0^2\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) - J_1^2\left(\frac{\cos \psi_1}{X_{q_1}} - \frac{\cos \varphi_1}{X_{d_1}}\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + J_2^2\left(\frac{\cos \psi_2}{X_{q_2}} - \frac{\cos \varphi_2}{X_{d_2}}\right)\right] \sin 2\delta_0\right\}, \qquad (17)$$

$$P_1 \cos \gamma_1 = 6\left[\frac{E_d U}{X_d} J_1 \cos \delta_0 - U^2 J_0 J_1 \left(\frac{\cos^2 \delta_0}{X_d} + \frac{\sin^2 \delta_0}{X_q} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{\cos \varphi_1}{X_{d_1}} \sin^2 \delta_0 - \frac{\cos \psi_1}{X_{q_1}} \cos^2 \delta_0\right)\right],$$

$$P_1 \sin \gamma_1 = 6 U^2 J_0 J_1 \left(\frac{\sin \varphi_1}{X_{d_1}} \sin^2 \delta_0 + \frac{\sin \psi_1}{X_{q_1}} \cos^2 \delta_0\right),$$

$$P_2 \cos \gamma_2 = -3 U^2\left[J_0 J_2 \left(\frac{\sin \varphi_2}{X_{d_2}} - \frac{\sin \psi_2}{X_{q_2}}\right) + J_1^2\left(\frac{\sin \varphi_1}{X_{d_1}} - \frac{\sin \psi_1}{X_{q_1}}\right)\right] \sin 2\delta_0,$$

$$P_2 \sin \gamma_2 = -6 \frac{E_d U}{X_d} J_2 \sin \delta_0 - 3 U^2\left[J_0 J_2 \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) + J_0 J_2\left(\frac{\cos \psi_2}{X_{q_2}} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{\cos \varphi_2}{X_{d_2}}\right) + J_1^2\left(\frac{\cos \psi_1}{X_{q_1}} - \frac{\cos \varphi_1}{X_{d_1}}\right)\right] \sin 2\delta_0.$$

Parametrii X_{d_1}, X_{d_2}, X_{q_1}, X_{q_2} şi defazajele φ_1, φ_2, ψ_1, ψ_2 se calculează din expresiile reactanţelor operaţionale ale maşinii sincrone; acestea din urmă se calculează în funcţie de dimensiunile maşinii şi caracteristicile înfăşurărilor sau se determină experimental după metoda prezentată în anexa I.

Deoarece la maşinile sincrone de construcţie normală $X_{d_1} < X_{q_1}$, iar valorile funcţiei $J_0^2 \geqslant J_1^2$, din relaţiile (17) rezultă următoarele concluzii:

— curba puterii medii $P_0(\delta_0)$ în regimul de pendulare al maşinii sincrone trece prin originea sistemului de coordonate δ_0, P_0; puterea medie luată de maşină de la reţea în regim de pendulare este mai mare

la același unghi intern mediu decît puterea în regimul staționar fără pendulații ;

— la valori mici ale amplitudinii δ_1 a oscilației unghiului, componenta P_2 este neglijabilă, iar componenta $P_1 \sin(\Omega t - \gamma_1)$ este defazată față de unghiul intern $\delta = \delta_0 + \delta_1 \sin \Omega t$; puterea P schimbată de mașină cu rețeaua pe la borne variază după o elipsă în decursul unei perioade de oscilație a unghiului intern ;

— la valori mari ale amplitudinii δ_1 a oscilației unghiului, locul geometric $P(\delta)$ se deformează.

3. CUPLUL LA AXUL MAȘINII SINCRONE

Metoda de calcul a caracteristicilor de funcționare ale mașinii sincrone în regim de pendulare adoptată în această lucrare este întîlnită curent în teoria fenomenelor staționare din mașinile și din transformatoarele electrice în general. Astfel, în teoria mașinilor electrice se consideră o sarcină oarecare și se determină caracteristicile de funcționare în funcție de turație (la mașina asincronă sau la mașinile cu colector) sau unghiul intern (la mașina sincronă). Prin urmare, în cazul problemei pendulațiilor întreținute se consideră dat unghiul intern δ prin relația (5) și se determină cuplul mecanic M_m corespunzător, în funcție de cuplul electromagnetic M_e și de cuplul de inerție al maselor învîrtitoare.

Ecuația cuplurilor mașinii sincrone este

$$J \frac{1}{p} \frac{\mathrm{d}^2 \delta}{\mathrm{d}t^2} + M_e = M_m. \tag{18}$$

Cuplul electromagnetic se determină din expresia puterii la bornele mașinii. Dacă se neglijează pierderile din indusul mașinii sincrone, puterea electromagnetică este aproximativ egală cu puterea la borne, iar cuplul electromagnetic este

$$M_e = \frac{1}{2\pi n} [P_0 + P_1 \sin(\Omega t - \gamma_1) + P_2 \sin(2\Omega t - \gamma_2) + \ldots]. \tag{19}$$

Ținînd seama de relațiile (5) și (19), relația (18) devine

$$M_m = \frac{1}{2\pi n} \left\{ P_0 + \left[P_1 \sin(\Omega t - \gamma_1) - J \frac{2\pi n}{P} \Omega^2 \delta_1 \sin \Omega t \right] + \right.$$

$$\left. + P_2 \sin(2\Omega t - \gamma_2) + \ldots . \right\}. \tag{20}$$

Cu P_0, P_1, P_2, γ_1, și γ_2 din relațiile (17), cuplul mecanic la arborele mașinii se calculează din relația (20) pentru δ_0, δ_1, Ω și n, considerate constante.

4. DETERMINĂRI EXPERIMENTALE

Pentru verificarea concluziilor care rezultă din analiza prezentată în paragraful precedent s-au efectuat experimentări pe o mașină sincronă trifazată, avînd următoarele date nominale : $P_n = 24$ kW, 380/220 V, 1 500 rot/min, cos $\varphi = 0{,}8$; mașina prezintă o construcție specială, avînd

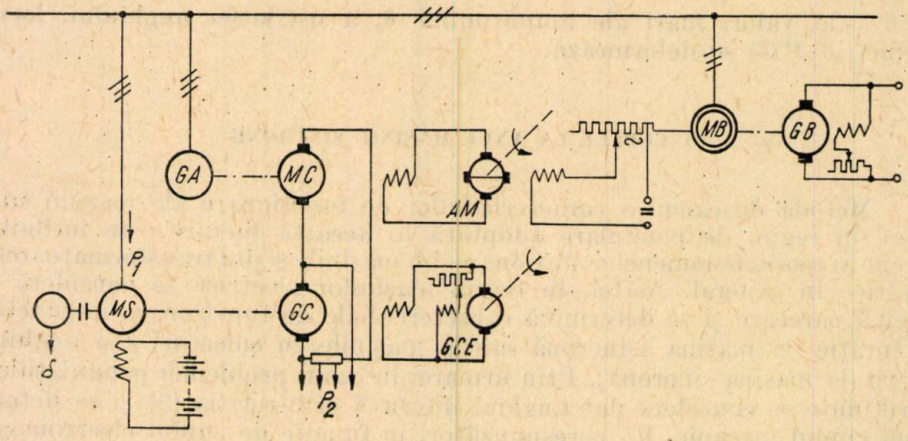


Fig. . — Schema electrică a instalației experimentate.

înfășurările indusului și inductorului repartizate sinusoidal, conform invenției [14].

Reactanțele operaționale ale mașinii sincrone au fost determinate după metoda prezentată în anexa I. Valorile parametrilor pentru mașina experimentată sînt prezentate în anexa II.

Schema electrică cu principalele mașini utilizate este prezentată în figura 2.

Motorul sincron (MS) acționează un generator de curent continuu (GC), care, la rîndul său, transmite puterea electrică rețelei printr-un grup convertizor, motor de curent continuu (MC) — generator asincron (GA), funcționînd astfel recuperativ. Pendulațiile cuplului de sarcină au fost realizate alimentînd înfășurarea de excitație a amplidinei (AM) din circuitul de excitație al motorului de curent continuu (MC) de la o sursă de curent alternativ de frecvență joasă. În acest scop s-a utilizat o mașină asincronă, funcționînd în regim de motor ; reglajul amplitudinii oscilațiilor s-a efectuat potențiometric, iar reglajul frecvenței s-a realizat prin încărcarea în sarcină a acestui motor asincron (MB).

Pentru măsurarea unghiului intern în regimurile tranzitorii se utilizează curent scheme cu înregistrare discontinuă a valorilor unghiului intern funcție de timp [15]. S-a preferat aplicarea unei metode noi de înregistrare continuă a unghiului intern în intervalul ± 180 de grade electrice, care s-a dovedit precisă și cu siguranță deplină în funcționare.

Înfășurarea de excitație a motorului sincron a fost alimentată fie de la o amplidină excitatoare, fie de la o sursă statică de curent continuu ; în acest ultim caz s-a urmărit să se evite efectele eventualei reacții a indusului în mașina excitatoare.

S-au înregistrat : puterea alternativă luată de motorul sincron *MS* de la rețea, unghiul intern δ și puterea continuă transmisă de generatorul de curent continuu (*GC*) grupului convertizor (*MC—GA*) ; oscilogramele acestor mărimi ridicate în cazul a două regimuri diferite de sarcină sînt redate în figura 3. În figura 4 s-au reprezentat curbele calculate pe baza relațiilor analitice (17), care stau la baza comparației cu rezultatele experimentale înregistrate în figura 3.

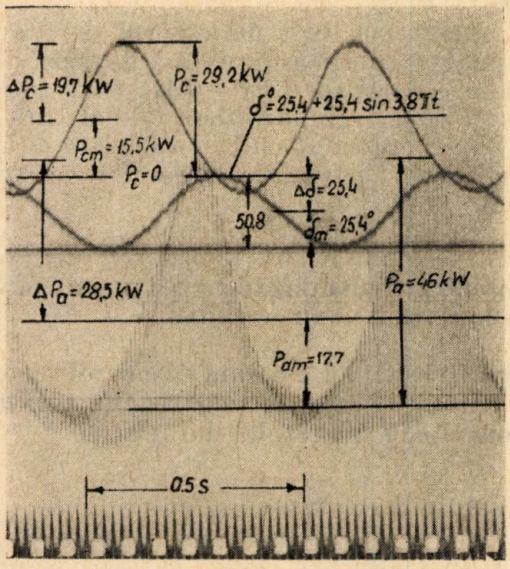
5. CU PRIVIRE LA LIMITELE APLICABILITĂȚII LINIARIZĂRII ECUAȚIILOR ÎN CAZUL PENDULAȚIILOR MICI ALE MAȘINII SINCRONE

Dacă se liniarizează ecuațiile tensiunilor așa cum este cazul pendulațiilor mici ale mașinii sincrone trifazate încărcate simetric [8], tensiunile și curenții în sistemul de coordonate *d*, *q* și *o* rezultă din relațiile

$$
\begin{aligned}
u_d &= \sqrt{\frac{3}{2}}\, U_m (\sin \delta_0 + \delta_1 \cos \delta_0 \sin \Omega t),\\
u_q &= \sqrt{\frac{3}{2}}\, U_m (\cos \delta_0 - \delta_1 \sin \delta_0 \sin \Omega t),\\
i_d &= \sqrt{\frac{3}{2}}\, \frac{E_{dm}}{X_d} - \sqrt{\frac{3}{2}}\, U_m \left[\frac{\cos \delta_0}{X_d} - \frac{\delta_1 \sin \delta_0}{X_{d_1}} \sin (\Omega t - \varphi_1)\right],\\
i_q &= \sqrt{\frac{3}{2}}\, U_m \left[\frac{\sin \delta_0}{X_q} + \frac{\delta_1 \cos \delta_0}{X_{q_1}} \sin (\Omega t - \psi_1)\right].
\end{aligned}
\tag{21}
$$

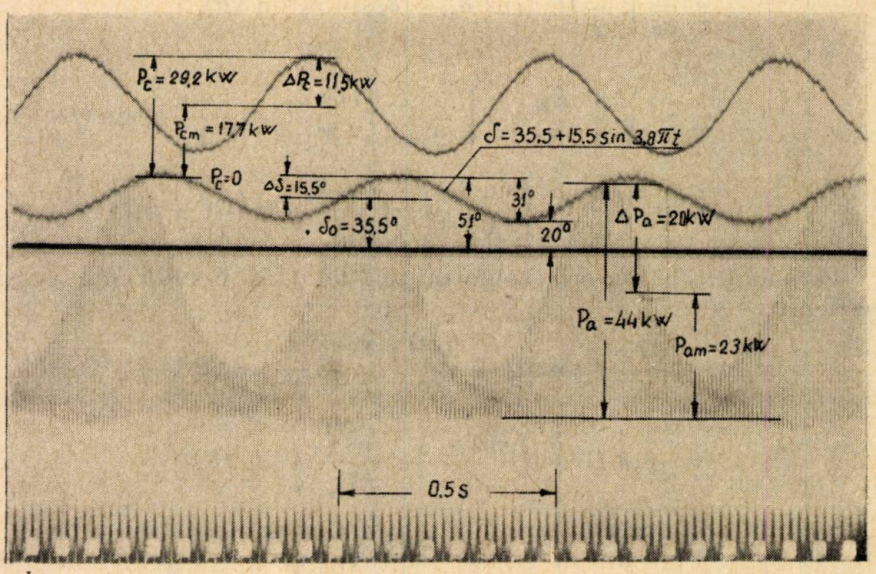
Componentele puterii conform relației (15) rezultă din ecuațiile precedente :

$$
\begin{aligned}
P_0 &= \frac{3E_d}{X_d} U \sin \delta_0 + \frac{3U^2}{2}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) \sin 2\delta_0 +\\
&\quad + 3\, U^2 \frac{\delta_1^2}{4}\left(\frac{\cos \varphi_1}{X_{d_1}} - \frac{\cos \psi_1}{X_{q_1}}\right) \sin 2\delta_0,\\
P_1 \cos \gamma_1 &= 3 \frac{E_d U}{X_d} \delta_1 \cos \delta_0 - 3U^2 \delta_1 \left[\frac{\cos^2 \delta_0}{X_d} + \frac{\sin^2 \delta_0}{X_q} -\right.\\
&\quad \left. - \frac{\cos \varphi_1}{X_{d_1}} \sin^2 \delta_0 - \frac{\cos \psi_1}{X_{q_1}} \cos^2 \delta_0\right],
\end{aligned}
$$



a

Fig. 3. — Oscilogramele puterii absorbite a unghiului intern şi a puterii transmise de agregat.



b

$$P_1 \sin\gamma_1 = 3U^2\delta_1\left[\frac{\sin\varphi_1}{X_{d_1}}\sin^2\delta_0 + \frac{\sin\psi_1}{X_{q_1}}\cos^2\delta_0\right],$$

$$P_2\cos\gamma_2 = -3U^2\frac{\delta_1^2}{4}\sin 2\delta_0\left(\frac{\sin\varphi_1}{X_{d_1}} - \frac{\sin\psi_1}{X_{q_1}}\right),$$

$$P_2\sin\gamma_2 = -3U^2\frac{\delta_1^2}{4}\cos 2\delta_0\left(\frac{\cos\varphi_1}{X_{d_1}} - \frac{\cos\psi_1}{X_{q_1}}\right). \qquad (22)$$

Ecuațiile de mai sus se pot obține și direct din ecuațiile (17) dacă se dezvoltă funcțiunile Bessel J_0, J_1 și J_2 în serie de puteri ale argumentului δ_1 și se reține numai termenii constanți și termenii care conțin pe δ_1 și δ_1^2.

În cazul particular pentru $\delta_0 = 30°$ și $\delta_1 = 40°$, admis ca limită superioară pentru aplicabilitatea liniarizării ecuațiilor mașinii sincrone,

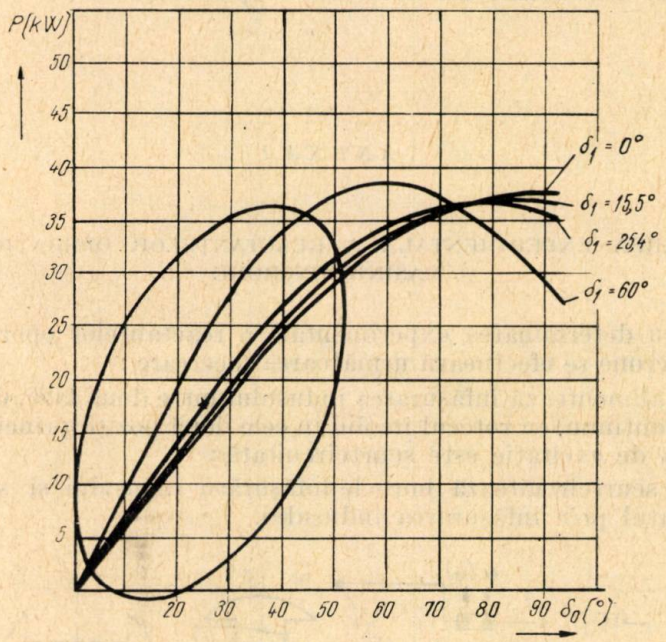


Fig. 4. — Caracteristicile calculate $P_0(\delta_0)$ cu δ_1 parametru.

rezultă pentru valoarea puterii medii P_0 în cazul ecuațiilor liniarizate (calculată din prima relație a sistemului (22)) o eroare de 12,8% față de valoarea puterii medii reale, calculată din prima relație a sistemului (17), depășind astfel cu mult erorile aparatelor și metodelor de măsurare a puterii medii.

CONCLUZII

Comportarea maşinii sincrone ideale în regim de pendulaţii întreţinute poate fi determinată în baza relaţiilor stabilite în prezenta lucrare. Astfel, dacă unghiul intern al maşinii este pulsatoriu în timp, se calculează mai întîi puterea electromagnetică ale cărei componente sînt dependente de valorile componentelor unghiului intern (relaţiile (17)), iar apoi se determină curba cuplului mecanic la axul maşinii (20).

Pe baza relaţiilor stabilite în lucrare se poate examina influenţa înfăşurării de amortizare şi a momentului de inerţie asupra pendulaţiilor maşinii sincrone.

Problema se complică în cazul în care unghiul intern al maşinii nu variază sinusoidal în timp, deoarece ar trebui cunoscută mai întîi dependenţa dintre unghiul intern şi timp pentru a aplica metoda expusă.

Lucrările experimentale efectuate pe o maşină sincronă avînd curba tensiunii magnetice din întrefier practic sinusoidală au permis să se verifice justeţea ipotezelor admise în studiul acestei probleme în cazul pendulaţiilor sinusoidale ale rotorului maşinii sincrone.

ANEXA I

DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A REACTANŢELOR OPERAŢIONALE ALE MAŞINII SINCRONE

Pentru determinarea experimentală a reactanţelor operaţionale ale maşinii sincrone se efectuează următoarea încercare :

— se alimentează înfăşurarea indusului între două faze, de la o sursă de curent continuu, cu rotorul imobil în cele două poziţii principale (fig. 5). Înfăşurarea de excitaţie este scurtcircuitată ;

— se scurtcircuitează bornele înfăşurării indusului şi se oscilografiază curentul prin înfăşurarea indusului.

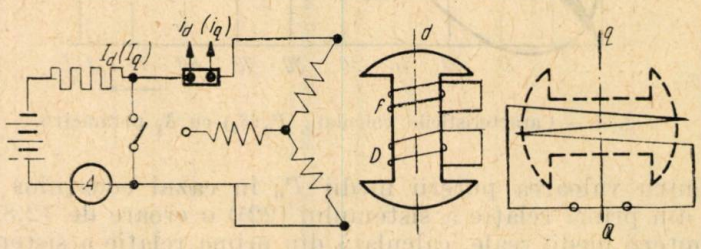
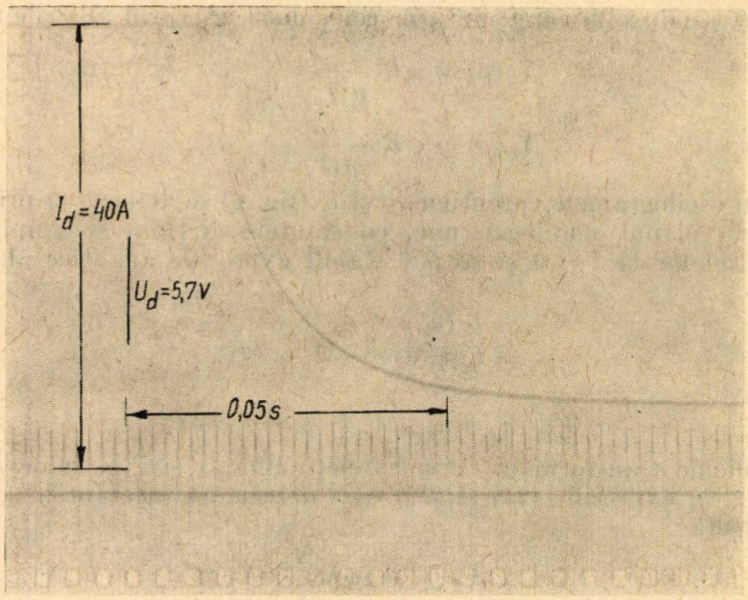
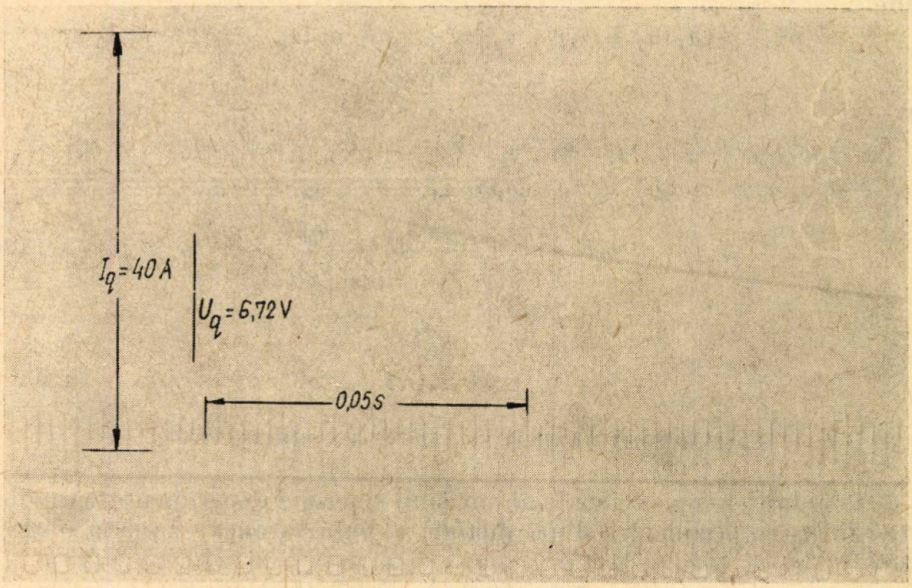


Fig. 5. — Schema de principiu pentru determinarea oscilogramelor curenţilor i_d, respectiv i_q.



a



b

Fig. 6. — Oscilogramele curenților din indus la scurtcircuitarea bornelor înfășurării pentru cele două poziții principale ale rotorului.

Reactanţele operaţionale se exprimă în funcţie de curentul prin înfăşurarea indusului corespunzător celor două axe prin relaţiile :

$$X_d(p) = \omega R \frac{\tilde{i}_d}{p(I_d - \tilde{i}_d)}, \tag{21}$$

$$X_q(p) = \omega R \frac{\tilde{i}_q}{p(I_q - \tilde{i}_q)}. \tag{22}$$

Din oscilogramele curenţilor i_d şi i_q (fig. 6) se determină prin reprezentare în planul semilogaritmic, constantele de timp şi amplitudinile exponenţialelor la $t = 0$ şi se pot stabili expresiile analitice ale acestor funcţii :

$$i_d = I_d(a_1 e^{-\alpha_1 t} + a_2 e^{-\alpha_2 t} + a_3 e^{-\alpha_3 t}) \tag{23}$$

$$i_q = I_q(b_1 e^{-\beta_1 t} + b_2 e^{-\beta_2 t}) \tag{24}$$

cu condiţiile

$$a_1 + a_2 + a_3 = 1, \text{ şi } b_1 + b_2 = 1.$$

Aplicînd transformata Carson funcţiunilor i_d şi i_q şi înlocuind apoi pe $\tilde{i}_d$ şi $\tilde{i}_q$ în expresiile (21) şi (22) care determină reactanţele operaţionale, rezultă

$$X_d(p) = \omega R \frac{N_1}{N_2} \tag{25}$$

unde

$$N_1 = p^2 + p[a_1(\alpha_2 + \alpha_3) + a_2(\alpha_1 + \alpha_3) + a_3(\alpha_1 + \alpha_2)] + a_1\alpha_2\alpha_3 + a_2\alpha_1\alpha_3 + a_3\alpha_1\alpha_2$$

iar

$$N_2 = p^2[\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 - a_1(\alpha_2 + \alpha_3) - a_2(\alpha_1 + \alpha_3) - a_3(\alpha_1 + \alpha_2)] + p(\alpha_1\alpha_2 + \alpha_2\alpha_3 + \alpha_3\alpha_1 - a_1\alpha_2\alpha_3 - a_2\alpha_1\alpha_3 - a_3\alpha_1\alpha_2) - \alpha_1\alpha_2\alpha_3$$

$$X_q(p) = \omega R \frac{p + b_1\beta_2 + b_2\beta_1}{p(\beta_1 + \beta_2 - b_1\beta_2)\, b_2\beta_1 + \beta_1\beta_2}. \tag{26}$$

ANEXA II

PARAMETRII MAŞINII SINCRONE EXPERIMENTATE

Reactanţele operaţionale ale maşinii sincrone experimentate au fost determinate experimental după metoda expusă în anexa I ; s-au obţinut astfel

$$X_d(p) = 7{,}85 \frac{5{,}32 \cdot 10^{-4} p^2 + 7{,}57 \cdot 10^{-2} p + 1}{8{,}83 \cdot 10^{-3} p^2 + 0{,}94 p + 1},$$

$$X_q(p) = 7{,}4 \frac{6{,}65 \cdot 10^{-3} p + 1}{9{,}35 \cdot 10^{-2} p + 1}.$$

Reactanțele X_d, X_{d_1}, X_{d_2}, X_q, X_{q_1}, X_{q_2} și defazajele φ_1, φ_2, ψ_1, ψ_2 se calculează din relațiile precedente corespunzător pulsației de pendulare $\Omega = 0$, 4π și 8π (frecvența de pendulare a unghiului fiind egală cu 2 Hz); rezultă astfel

$X_d = 7{,}85\ \Omega(1{,}62$ u.r). $X_{d_1} = 0{,}88\ \Omega(0{,}182$ u.r). $X_{d_2} = 0{,}625(0{,}129$ u.r).

$\varphi_1 = -0{,}82$ rad $\varphi_2 = -0{,}55$ rad

$X_q = 7{,}4\ \Omega(1{,}53$ u.r). $X_{q_1} = 4{,}8\Omega(0{,}993$ u.r). $X_{q_2} = 2{,}95\ \Omega(0{,}6$ u.r).

$\psi_1 = -0{,}775$ rad $\psi_2 = -1$ rad

Cu acești parametri ai mașinii s-au determinat caracteristicile reprezentate în figura 4, spre a se compara cu acelea determinate experimental.

NOTAȚII

E_{dm} — valoarea maximă a tensiunii induse de fluxul inductor;
E_d — valoarea efectivă;
i_d, i_q — curenții în înfășurarea indusului în sistemul de coordonate d, q, o;
$\tilde{i}_d$, $\tilde{i}_q$ — transformatele Carson ale funcțiilor i_d, și i_q;
I_d, I_q — valorile curenților i_d și i_q la $t = 0$;
J — momentul de inerție,
J_0, J_1, J_2 — funcțiunile Bessel de speța I de argument δ_1;
P — puterea la borne a mașinii sincrone;
P_0 — valoarea medie a puterii la borne;
$P_{1,2\ldots}$ — amplitudinea oscilației puterii la borne;
p — numărul de perechi de poli;
$\boldsymbol{p}$ — variabila în transformarea Carson;
R — rezistența pe fază a înfășurării indusului;
T''_d, T''_q — constantele de timp supratranzitorii;
T'_d — constanta de timp tranzitorie;
T'_{d_0} — constanta de timp a circuitului de excitație;
T''_{d_0}, T''_{q_0} — constantele de timp ale înfășurării de amortizare, înfășurarea de excitație fiind scurtcircuitată;
$\tilde{u}_d$, $\tilde{u}_q$ — transformatele Carson ale componentelor u_d și u_q;
U_m — valoarea maximă a tensiunii de alimentare pe fază;
X_d — reactanța sincronă longitudinală;
$X_{d\nu}$ — reactanța operațională în regim staționar, corespunzătoare armonicii ν a curentului i_d:

$$X_{d\nu} = X_d \frac{(j\nu\Omega T''_d + 1)(j\nu\Omega T'_d + 1)}{(j\nu\Omega T''_{d_0} + 1)(j\nu\Omega T'_{d_0} + 1)},$$

X_q — reactanţa sincronă transversală;

$X_{q\nu}$ — reactanţa operaţională în regim staţionar corespunzătoare armonicii ν a curentului i_q:

$$X_{q\nu} = X_q \frac{j\nu\Omega T''_q + 1}{j\nu\Omega T''_{q_0} + 1};$$

δ — unghiul intern al maşinii sincrone;

δ_0 — valoarea medie a unghiului intern;

δ_1 — amplitudinea oscilaţiei unghiului intern;

γ_ν — defazajul armonicii ν din curba puterii faţă de curba unghiului;

φ_ν — defazajul admitanţei operaţionale $\frac{1}{X_{d\nu}}$ în regim staţionar faţă de axa reală;

$$\varphi_0 = \text{arctg}\ \nu\Omega T''_{d_0} + \text{arc tg}\nu\Omega T'_{d_0} - \text{arctg}\nu\Omega T''_d - \text{arc tg}\nu\Omega T'_d;$$

ψ_ν — defazajul admitanţei operaţionale $\frac{1}{X_{q\nu}}$ în regim staţionar faţă de axa reală

$$\psi_\nu = \text{arctg}\ \nu\Omega T''_{q_0} - \text{arctg}\ \nu\Omega T''_q;$$

Ω — pulsaţia de pendulare a rotorului;

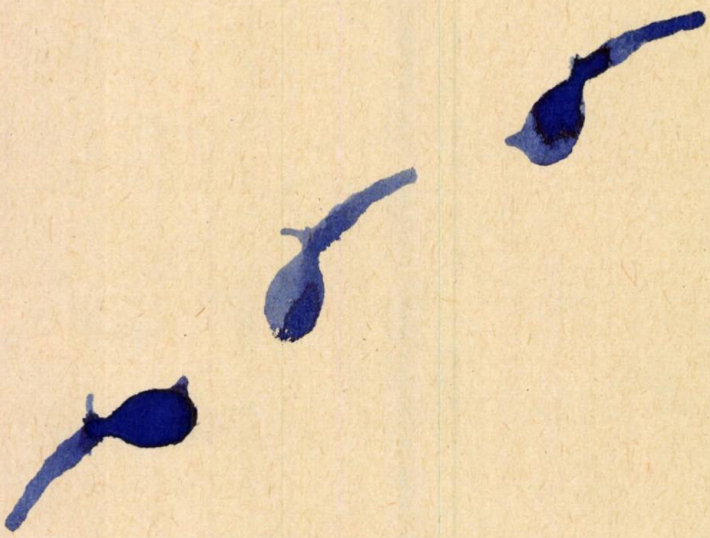
ν — ordinul armonicii din curba curentului din indus în sistemul de coordonate d, q, o.

Primit la redacţie la 19 ianuarie 1966

BIBLIOGRAFIE

1. G. Carlstaedt, H. H. Fischer, E. Lesensky, S. Müller, *Synchronmotoren 7 500 kW 214 U/min zum Antrieb von Kolbenverdichtern*, *Siemens-Z.*, **38**, 405–414 (1964).
2. Walter de Vries, *Die Polradeinsteuerung für langsamlaufende Synchronmotoren zum Antrieb von grossen Kolben Kompressoren erläutert durch Oszilogramme*, AEG Mitteilungen, **54**, *3/4*, 243–247 (1964).
3. H. Fischer, R. Penseler, V. Rumpel, *Einsteuerung der Polradstellung bei Synchron-Kompressormotoren unter Last*, ETZ-A, **85**, 4, 65–71 (1964).
4. H. Fischer, A. Kappner, *Synchron-Kompressor-Antriebe mit extrem niedrigen Rückwirkungen auf das Netz*, Siemens-Z., **35**, 456–458 (1961).
5. R. Richter, *Maşini electrice*, vol. II, *Maşina sincronă*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1960.
6. Е. Д. Казовский, *Переходные процессы в электрических машинах переменного тока*, Издательство АН СССР, Л. (1962).
7. V. N. Nedelcu, *Influenţa pendulării rotorului maşinii sincrone cu polii aparenţi asupra curentului statorului*, Com. Acad. R.P.R., **VI**, 7, 863–870 (1956).
8. А. И. Урусов, *Линейная теория колебаний синхронной машины*, Москва- Ленинград, Издательство АН СССР, 1960.
9. C. V. Bălă, *Cu privire la impedanţa de pendulare a maşinii sincrone*, St. cerct. energ., **XI**, *3*, 567–579 (1961).

10. R. P. Park, *Two reaction theory of synchronous machines*, part I, TAIEE, **48**, 716 (1929).
11. G. N. Watson, *A treatise on the theory of Bessel functions*, Londra, 1945.
12. A. Gray, A. B. Mathews, *A treatise on Bessel functions and their applications to physics*, Mac. Millan and. Co. Lt., Londra, 1952.
13. Jahnke-Emde, *Tafeln höherer Funktionen*, B. G. Teubner Verlagsgesselschaft, Leipzig, 1960.
14. M. Bîrgăuanu, *Bobinaj trifazat simetric pentru producerea de tensiuni sinusoidale*, Invenție nr. 40 956/10.I.1959.
15. M. Sabatier, *Etude expérimentale des différents circuits amortisseur d'un alternateur. Mesure de la réactance transversale*, RGE, *8*, 395–412 (1961).



MODUL DE CONSIDERARE A SISTEMELOR VECINE PENTRU STUDIUL UNUI SISTEM ELECTROENERGETIC INTERCONECTAT [1)]

DE

PAUL DIMO

MEMBRU CORESPONDENT AL ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

621.316.11.001.24

Se indică un procedeu pentru determinarea modului în care trebuie considerate sistemele vecine în studiul unui sistem electroenergetic interconectat. Prin procedeu se obține o graniță de delimitare a zonei pînă la care trebuie considerate sistemele vecine interconectate. Procedeul este aplicabil cu calculatoarele numerice.

I. PROBLEMA

În studiul unui sistem electroenergetic interconectat se pune problema felului în care trebuie considerate sistemele vecine în diversele analize a stărilor sistemului.

O primă soluție, larg utilizată, este considerarea unor mașini echivalente la capul liniilor de interconexiune în locul sistemelor vecine. Acest mod de soluționare a problemei are două inconveniente principale:

— studiul este destul de dificil în cazul cînd dorim să figurăm schimbări în sistemele vecine, caz în care de multe ori sîntem forțați să recalculăm mașina echivalentă, obținînd întotdeauna soluții aproximative;

— studiul este cu totul aproximativ în cazul unei structuri foarte buclate a interconexiunii, mașinile echivalente ce s-ar putea stabili fiind cu totul insuficiente pentru a da același răspuns ca sistemele respective.

Dacă în problemele de circulație a puterilor în liniile sistemului studiat mașinile echivalente dau în general rezultate suficiente, nu se

[1)] Articolul publicat și în „Rev. roum. sci. techn. — Energ. Electrotechn." **11**, 3 (1966).

St. cerc. energ. electr. tom. 16 nr. 3 p. 577 — 581, București, 1966

poate spune același lucru pentru problemele de stabilitate, reglaj etc., probleme deosebit de importante pentru menținerea în bune condiții a interconexiunii.

Este evident că utilizarea calculului matricial cu ajutorul calculatoarelor numerice permite considerarea unor sisteme foarte vaste, în care sistemul în studiu ar putea fi integrat. Această soluție nu este însă nici ea satisfăcătoare, din următorele motive :

— este evident că nu toate împrejurările din sistemele vecine conduc la schimbări a stării sistemului în studiu. Există o graniță de influență în general condiționată de distanța electrică măsurată pornind de la frontierele sistemului în studiu. În sistemele foarte vaste interconectate, (de exemplu sistemul european) este evident că unul dintre sisteme nu poate fi influențat de schimbări în noduri din rețele plasate la sute de kilometri de frontierele sistemului în studiu ;

— considerarea sistemului întreg format prin interconectarea mai multor sisteme în cazul sistemelor foarte vaste conduce la o laboriozitate cu totul exagerată a calculului, dacă nu chiar la imposibilități practice impuse de caracteristicile calculatorului cifric (memorie, viteză etc.).

De aceea apare rațional ca în studiul unui sistem electroenergetic să se stabilească o tăietură prin sistemele vecine care să stabilească limitele rețelei conexe exterioare ce trebuie considerată în studiul riguros al sistemului considerat.

Nodurile (deoarece tăietura trebuie făcută prin noduri) care se găsesc pe linia de delimitare vor fi apoi considerate cu tensiunea lor nominală. Tăietura trebuie însă făcută în așa fel, încît orice schimbare din nodurile ce se găsesc pe linia de demarcație să nu aibă vreo influență practică asupra sistemului în studiu. În consecință, variații de tensiune în aceste noduri nu trebuie să influențeze sistemul în studiu. Odată această delimitare făcută, se va putea apoi utiliza calculul digital, *de rîndul acesta redus însă la esențial.*

Problema care se pune deci este determinarea criteriului pentru delimitarea limitelor rețelei exterioare ce trebuie conectată dincolo de granițele sistemului în studiu.

II. CRITERIUL DELIMITĂRII PRIN REDUCEREA REȚELEI EXTERIOARE

Un procedeu care ar putea fi utilizat pentru programarea operației și executarea ei de către un calculator numeric este următorul :

1) se scriu ecuațiile matriceale nodale ale sistemului în studiu (îl notăm cu A) :

$$[I_A] = [Y_A]\,[E_A] \tag{1}$$

unde I_A sînt curenții injectați în nodurile sistemului A, E_A tensiunile nodurilor sistemului A față de neutru, Y_A matricea admitanțelor. Această ultimă matrice se scrie direct, termenii ei nediagonali fiind chiar admitanțele de legătură între noduri, iar termenul diagonal suma admitanțelor care converg la un nod (admitanța proprie) cu semn schimbat față de termenii nediagonali ;

2) se scriu ecuațiile nodale ale sistemelor exterioare sistemului A, dar interconectate cu el, în ordinea următoare : se începe cu nodurile legate direct la liniile care traversează frontiera sistemului A, apoi cu nodurile următoare legate direct cu aceste din urmă noduri și așa mai departe. Astfel se stabilește o ordine în care nodurile sînt ierarhizate după numărul de noduri care le separă de sistemul A către exterior, primele noduri fiind cele legate direct cu nodurile de „frontieră" ale sistemului A.

Se obține matricea compusă dacă se introduc și liniile de interconexiune :

$$\begin{bmatrix} I_b \\ I_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{EE} & Y_{EA} \\ Y_{AE} & Y_{AA} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_b \\ E_A \end{bmatrix} \tag{2}$$

În această ecuație, matricele $[Y_{EE}]$, $[Y_{EA}]$, $[Y_{AE}]$ și $[Y_{AA}]$ au următoarea semnificație :

$[Y_{AA}]$ este matricea admitanțelor sistemului A în ipoteza că este interconectat. Se observă ușor că această matrice se obține prin adăugarea la termenii diagonali ai matricei inițiale $[Y_A]$ din ecuația (1) valoarea admitanțelor de legătură ale nodurilor de frontieră cu sistemele exterioare ;

$[Y_{EE}]$ este matricea cu structură identică cu matricea $[Y_{AA}]$ scrisă pentru sistemele exterioare ;

$[Y_{AE}]$ și $[Y_{EA}]$ sînt matricele care conțin admitanțele liniilor de interconexiune, adică ale liniilor ce leagă direct nodurile de „frontieră" ale sistemului A cu nodurile sistemelor exterioare ;

$[I_E]$ și $[E_E]$ sînt curenții injectați și tensiunile pentru nodurile sistemelor exterioare ;

3) se liniarizează mărimile care apar în nodurile sistemului exterior E prin relația liniară dintre tensiuni E_E și curenții injectați I_b :

$$[I_E] = [Y_{SE}]\ [E_E] \tag{3}$$

în care $[Y_{SE}]$ este o matrice diagonală care, de fapt, poate fi considerată ca o matrice a admitanțelor introduse între noduri și pămînt, înlocuind sarcinile din sistemele exterioare ;

4) se elimină apoi din ecuația (2) matricea $[I_E]$ înlocuind-o cu valoarea ei din ecuația (3).

Aceasta conduce la ecuația :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ I_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_{EE} & Y_{EA} \\ Y_{AE} & Y_{AA} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_E \\ E_A \end{bmatrix} \tag{4}$$

Noua matrice $[Y'_{EE}]$ este, de fapt, vechea matrice $[Y_{EE}]$ cu termenii diagonali schimbați prin adăugarea termenilor corespunzători ai matricei diagonale $[Y_{SE}]$.

5) se procedează apoi la eliminarea de sus în jos (procedeul Gauss) a nodurilor „liniarizate" din ecuația (4), cu recalcularea succesivă a termenilor noi ai matricei $[Y_{AA}]$;

6) după fiecare operație de eliminare se compară noii termeni ai matricei $[Y_{AA}]$ obținuți după eliminare cu cei dinainte. Această comparație

se face numai pentru nodurile de la frontierele sistemului A care au legături directe cu exteriorul, noduri care pot fi așezate chiar de la început în partea de sus a matricei $[Y_A]$;

7) se oprește operația în momentul în care diferențele care apar la comparația termenilor devin neglijabile.

Nodurile eliminate pînă aici sînt chiar nodurile ce trebuie păstrate din rețeaua exterioară și care pot influența regimurile din sistemul A. Într-adevăr, faptul că eliminarea unui nod din sistemul exterior nu schimbă coeficienții ecuațiilor sistemului în studiu (ecuații de tipul 1 indică influența neglijabilă a nodului eliminat asupra sistemului în studiu).

Astfel se găsește o frontieră a sistemului exterior pînă la care trebuie considerate aceste sisteme în analiza și studiul sistemului A, bazată pe un criteriu ce apare riguros pe lîngă procedeele curente încetățenite azi.

III. CONSIDERAȚII ASUPRA UTILIZĂRII PROCEDEULUI

1. Pentru sistemul în studiu se pot scrie numai nodurile de frontieră și cele vecine cu acestea, adică legate direct prin linii. Se consideră astfel un sistem redus la esențial. Este evident că, dacă nodurile considerate în acest sistem nu sînt influențate de schimbările din sistemele exterioare, nici restul nodurilor interioare nu vor fi influențate.

De asemenea nici ecuațiile nodale ale sistemelor exterioare nu trebuie scrise pentru tot sistemul exterior, mai ales dacă e foarte vast, ci numai pentru o parte din el, învecinată sistemului A în studiu, după o apreciere prealabilă făcută de cercetător.

La determinarea coeficienților cuprinși în matricea din ecuația (3) nu este nevoie să se cunoască un regim determinat exact pentru rețeaua exterioară, ci numai să se pornească de la tensiunile nominale ale sistemului și sarcinile din noduri (pozitive sau negative pentru generatoare) pentru determinarea curenților. Apoi din ecuația (3) rezultă termenii matricei $[Y_{SE}]$.

La compararea termenilor (vezi II, punctul 7), diferențele la care se poate opri calculul se stabilesc după natura problemei și exactitatea dorită. Se înțelege că în practică nu este nevoie să se ajungă la diferențe neglijabile, ci numai la diferențe mici.

a) Se consideră în acest procedeu o relație liniară între curenți și tensiuni pentru nodurile exterioare, în scopul determinării influenței acestor noduri exterioare asupra celor interioare în cazul unor variații; o asemenea relație este considerată curent în regimurile dinamice (stabilitate) și dă o indicație suficientă asupra influenței chiar dacă sarcina nu ar urma riguros o asemenea lege, cum este întotdeauna cazul.

b) Automatizarea calculului cu ajutorul unui calculator numeric este posibilă. Trebuie, bineînțeles, luate o serie de precauții, după cum s-a dat cîteva indicații mai sus, în legătură cu ordinea eliminării și a scrierii matricelor.

IV. CONCLUZII

Se obține astfel cu procedeul indicat mai sus, printr-o operație simplă de reducere a nodurilor sistemelor exterioare, o indicație precisă în legătură cu limita pînă la care trebuie considerate sistemele vecine în studiul unui sistem electroenergetic interconectat. Toată operația poate fi, bineînțeles, complet automatizată în cazul utilizării calculatoarelor numerice, obținîndu-se în final lista nodurilor prin care trebuie trasată granița de influență a sistemelor vecine asupra sistemului în studiu. În practică, procedeul poate fi mult simplificat, pornindu-se calculul de delimitare de la rețele deja reduse în jurul frontierei sistemului în studiu (vezi punctele 1 și 2 mai sus).

Primit la redacție la 12 ianuarie 1966

ACȚIONAREA COMPRESOARELOR CU „OSCILOMOTOR DE TIP PARAMETRIC". METODICĂ DE CALCUL

DE

MATEI MARINESCU

MEMBRU CORESPONDENT AL ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

621.313.39

Se indică o metodică de calcul a acționării compresoarelor cu oscilomotor parametric. Metodica elaborată pornește de la curbele de magnetizare statică ale circuitului magnetic și de la ecuația rezonanței electromecanice, stabilită în lucrări anterioare.

Pe baza acestor două elemente și a datelor inițiale (putere, cursă, frecvență) se determină profilul circuitului magnetic și dimensiunile bobinelor de excitație. Se determină aceleași elemente și în cazul funcționării cu demultiplicare de frecvență. Se demonstrează că și în cazul unei sarcini sonice rămîn valabile aceleași relații. Se aplică rezultatele la un exemplu de calcul.

În continuarea unor lucrări anterioare în care se stabilesc cîteva relații fundamentale ale funcționării oscilomotoarelor de tip parametric, în prezenta lucrare se elaborează, plecînd de la acele relații, o metodică de calcul și de proiectare a acestor motoare, care permite ca, plecînd de la putere, frecvență și cursă, să se determine toate mărimile necesare construcției motorului, respectiv în cazul acționării unui compresor și în condițiile optimului funcțional, corespunzînd unui randament și factori de putere maxime.

Se folosește în acest scop relația rezonanței electromecanice în cazul unei sarcini de compresie adiabatică, precum și curbele de magnetizare statică a circuitului magnetic, cu întrefierul minim și maxim corespunzînd limitelor extreme ale sursei.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 nr. 4 p. 583—601 București 1966

În continuare se stabilesc relații de calcul pentru regimul de funcționare cu demultiplicare de frecvență și pentru cazul unei sarcini sonice. Pentru exemplificarea metodicii se calculează un agregat oscilocompresor de 60 W pentru frigider.

1. INTRODUCERE

În vederea acționării compresoarelor cu piston prin cuplaj direct cu oscilomotor de tip parametric, acționare care prezintă numeroase avantaje tehnice-economice față de acționarea obișnuită cu motor rotativ și cu mecanism intermediar gen bielă-manivelă necesar pentru transformarea mișcării rotative în mișcare rectilinie alternativă, este de primă importanță stabilirea prin calcul a dimensionării optime a diverșilor parametri geometrici, mecanici și electrici ai oscilomotorului pentru atingerea performanțelor optime.

În cele ce urmează se dezvoltă în acest scop o metodică de calcul a acestor tipuri de motoare electrice în cazul cînd sarcina este constituită dintr-un compresor.

2. STABILIREA FORMULELOR FUNDAMENTALE DE CALCUL

2.1. Calculul masei m a armăturii mobile

a) Cazul sarcinii rezistive. În lucrări anterioare [1], [2] s-a elaborat o metodică de calcul a oscilomotoarelor parametrice în cazul acționării unei sarcini rezistive (vîscoase), pompe de injecție etc.

La baza acestui calcul stă ecuația rezonanței electromecanice

$$\Omega s = \frac{2}{\sqrt{\mu}} \sqrt{\frac{\tau_{em}}{m}}, \tag{1}$$

în care μ era dat sub formă analitică ca funcție de $y = \frac{rT}{2m}$ și de $K_r = V_r/V_i$ și sub formă de diagrame, din care, pe baza unor anumite valori pentru y și K_r, se poate determina imediat valoarea lui μ. Valoarea lui y se alege după raportul dintre energia utilă τ_r consumată în sarcina rezistivă și energia $\tau_{șoc}$ consumată în șocuri la capetele cursei, valorile τ_r și $\tau_{șoc}$ fiind date de relațiile

$$\tau_r = \frac{1}{2} \frac{y}{\mu} \tau_{em}, \tag{2}$$

$$\tau_{șoc} = \left(1 - \frac{1}{2} \frac{y}{\mu}\right) \tau_{em}. \tag{3}$$

Atît din [2] și [3], cît și din curbele $\mu(K_r, y)$, rezultă că

$$\frac{y}{\mu} \leqslant 2,$$

iar cînd $y = 2\mu$, $\tau_{soc} = 0$, atunci $\tau_r = \tau_{em}$ și deci toată energia se consumă în lucru mecanic util. Această situație-limită are însă loc pentru $y \to \infty$, ceea ce presupune sau $m \to 0$, sau $r \to \infty$.

Deoarece m nu poate scădea sub o anumită limită din punct de vedere constructiv și nici r nu poate fi făcut oricît de mare pentru un m dat, deoarece atunci τ_{em} trebuie să tindă către ∞ o dată cu creșterea lui μ astfel cum rezultă din [1], în practică ne vom limita la o valoare pentru μ care la un Ω, s și m dați să ne dea pentru τ_{em} o valoarea care să nu depășească limita de încălzire a bobinajului statoric al motorului.

În concluzie, în cazul unei sarcini rezistive va trebui ca constanta de timp m/r a armăturii mobile să fie cît mai mică, și aceasta prin micșorarea masei m atît cît ne permit condițiile constructive.

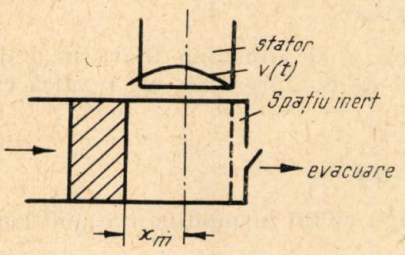


Fig. 1. — Reprezentarea schematică a cursei pistonului (armătura mobilă) și poziția sa relativă față de polul statoric.

b) *Cazul sarcinii de compresiune.* În cazul acționării unui compresor, vom vedea însă că m are o valoare optimă. Este ceea ce ne propunem să stabilim acum.

În acest scop să considerăm în mod schematic (fig. 1) pozițiile relative dintre stator, piston și armătura mobilă în momentul cînd după aspirație începe în cilindru compresiunea.

Este ușor de văzut că, în lipsa unei anumite valori a energiei cinetice acumulate în masa m, lucrul mecanic al forțelor electromagnetice nu poate fi transformat în lucru mecanic de compresiune, dat fiind că forța electromagnetică de atracție este maximă cînd forța de compresiune este minimă și viceversa, de unde rezultă că diferența celor două forțe trebuie să facă echilibru (dinamic) unei forțe de inerție finită, care, dacă masa este infinit de mică, trebuie să corespundă unei viteze infinit de mari. Dar viteza este bine determinată de cursa și de frecvența mișcării. Rezultă de aici pentru masa m o valoare bine determinată pentru un lucru mecanic de compresiune dat. Să supunem unui calcul cantitativ aceste considerații calitative. Datorită lucrului mecanic al forțelor electromagnetice de atracție aplicat armăturii, aceasta capătă o energie cinetică :

$$\varepsilon_c = \frac{1}{2} m v_m^2, \tag{4}$$

unde v_m este viteza căpătată de armătură plecînd din poziția de repaus de la capătul cursei pînă la momentul în care forța aplicată se anulează și cînd viteza atinge valoarea maximă.

Luînd în considerare în primă aproximație numai „fundamentala" mișcării, maximul vitezei acesteia se găsește la mijlocul cursei (fig. 1). Înseamnă că anularea forței are loc practic în acel punct. În tot acest interval spațial, lucrul mecanic de compresiune este neglijabil față de energia cinetică.

Rezultă din cele de mai sus că, avînd de-a face în primă aproximație cu o mișcare sinusoidală, vom avea

$$v_m = \Omega x_m = \Omega \frac{s}{2}. \tag{5}$$

Înlocuind în [4], vom avea

$$m_t = \frac{8\,\varepsilon_c}{(2\,\pi f)^2\, s^2}. \tag{6}$$

Cum, pe de altă parte, energia cinetică ε_c se consumă toată în a doua jumătate a cursei în lucru mecanic util de compresiune τ_c, rezultă că

$$\varepsilon_c = \tau_c = \frac{P_c}{2\,f},$$

unde P_c este puterea utilă calculată după ciclul termodinamic politropic : debit și presiune.

Înlocuind în [6], vom avea

$$m_t = \frac{4\,P_c}{(2\,\pi f)^2\, s^2 f}, \tag{7}$$

o relație analogă ecuației rezonanței electromecanice din cazul sarcinii rezistive. Această masă m_t cuprinde atît masa activă m_a (tole), cît și masa pasivă (ax + piston + bucșă) m_p, deci

$$m_t = m_a + m_p = m_a\,(1 + \varepsilon)$$

unde $\varepsilon = m_p/m_a$ și deci

$$m_a = \frac{4\,P_c}{(1+\varepsilon)\,(2\,\pi f)^2\, s^2 f}. \tag{7'}$$

2.2. Calculul dimensiunilor pachetelor de tole de pe armătura mobilă

Însemnînd cu D diametrul pachetului de tole, cu n numărul pachetelor de pe ax și cu δ densitatea pachetelor de tole, vom avea

$$\frac{n\,\pi D^2}{4}\, s\,\delta = m_a = \frac{m_t}{1+\varepsilon}$$

și deci

$$D = 2\,\frac{\sqrt{m_t}}{\sqrt{\pi n s\,\delta(1+\varepsilon)}}. \tag{8}$$

2.3. Calculul lucrului mecanic al forțelor electromagnetice raportat la energia disponibilă maximă

Am văzut în lucrările anterioare [3] că energia disponibilă maximă care poate fi transformată în lucru mecanic este dată de aria din planul (φ, i) cuprinsă între cele două curbe de magnetizare statică, cu întrefierul maxim și minim (fig. 2).

Datorită disimetriei forței față de cursă și faptului că nu tot lucrul mecanic al forțelor f.e.m. se transformă în energie cinetică în prima parte

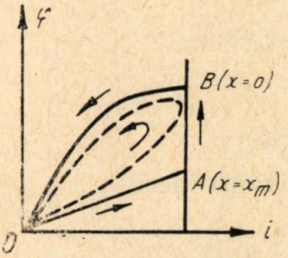


Fig. 2. — Ciclul dinamic (punctat) și static (plin) în planul (φ, i).

a cursei, o parte revenind și lucrului mecanic de compresiune, ciclul dinamic se înscrie în interiorul ciclului-limită (static) de-a lungul conturului C (vezi curba punctată). Va trebui deci ca

$$\int_c i \, \mathrm{d}\, \varphi = \frac{1}{K} \varepsilon_c ,$$

unde $K < 1$.

O apreciere cantitativă a influenței asupra lui K a repartiției lui τ_{em} între energia cinetică și energia de compresiune în prima jumătate a cursei rezultă imediat precum urmează. Ținînd seama de această repartiție, putem scrie în prima jumătate a cursei

$$\tau_{em} = \frac{1}{2} m v_m^2 + \frac{1}{n} \tau_c \, (n \gg 1),$$

$\frac{1}{n} \tau_c$ reprezentînd lucrul mecanic de compresiune din prima jumătate a cursei. În a doua jumătate a cursei avem relația

$$\frac{1}{2} m v_m^2 = \tau_c ,$$

deci $\tau_c = \dfrac{n}{n+1} \tau_{em} = K' \tau_{em}$.

Bineînțeles că $K' > K$, dat fiind că mai intervine în valoarea lui K și efectul disimetriei forței față de cursă, efect care de asemenea se poate calcula cu aproximație. Nu vom insista aici asupra acestui calcul.

Dacă avem pe K și pe ε_c, precum și cele două curbe de magnetizare statice, vom putea determina valoarea curentului necesar pentru a obține lucrul mecanic util $\tau_r = \varepsilon_c$.

Valoarea lui K urmează a se stabili mai exact pe cale experimentală, semnificația fizică fiind aceea a unui factor de putere. Cu cît K se apropie de unitate, cu atît curentul pentru aceeași putere dezvoltată va fi mai mic și deci încărcarea conductorului mai mică.

2.4. Dimensionarea circuitului magnetic

Plecînd de la ecuația (7), avem

$$P_c = \frac{(2\pi f)^2 f s^2}{4} m_a (1 + \varepsilon).$$

Dar

$$P_c = K P_{c\,lim},$$

unde P_c lim este puterea după ciclul-limită, deci

$$P_{c\,lim} = \frac{(2\pi f)^2 f s^2}{4K} m_a (1 + \varepsilon).$$

Dacă V este volumul total al circuitului magnetic, vom avea

$$\frac{P_{c\,lim}}{V} = P_{sp} = \frac{(2\pi f)^2 f s^2 \delta (1+\varepsilon) m_a}{4K (m_a + m_{st})},$$

unde δ este densitatea pachetelor de tole și m_{st} masa tolelor statorice, sau încă

$$P_{sp} = \frac{(2\pi f)^2 f s^2 \delta (1 + \varepsilon)}{4K} \frac{1}{1 + \frac{V_{st}}{V_a}},$$

unde

V_{st} este volumul tolelor statorice,

V_a — volumul pachetului de tole de pe armătura mobilă.

Deoarece secțiunile de flux sînt aceleași atît pe stator, cît și pe armătura mobilă, rezultă

$$\frac{V_{st}}{V_a} = \frac{L_{st}}{D} = \frac{\pi}{2} + (2 + \pi)\frac{h}{D},$$

unde h este înălțimea polului.

Deci
$$1 + \frac{V_{st}}{V_a} = \frac{(2\pi f)^2 f s^2 \delta (1 + \varepsilon)}{4K P_{sp}}$$

sau
$$(2 + \pi)\frac{h}{D} = \frac{(2\pi f)^2 f s^2 \delta (1+\varepsilon)}{4K P_{sp}} - 2{,}57$$

sau încă

$$h = \left[\frac{(2\pi f)^2 f s^2 \delta (1+\varepsilon)}{4 K P_{sp}} - 2{,}57\right]\frac{D}{5{,}14}$$

$$= \left[\frac{(2\pi f)^2 f s^2 (1+\varepsilon)}{4 K P'_{sp}} - 2{,}57\right]\frac{D}{5{,}14},$$

unde P'_{sp} este puterea specifică optimă pe unitatea de greutate.

Lungimea totală L_m a circuitului magnetic va fi deci

$$L_m = 2{,}57\,(2\,h + D). \tag{10}$$

2.5. Puterea specifică optimă

În expresia care ne dă pe h, pentru a avea un randament și un factor de putere ridicate va trebui ca P_{sp} să aibă o valoare cît mai vecină de valoarea optimă, care se determină precum urmează : se ridică experimental, în curent alternativ pentru un circuit magnetic de formă cu poli

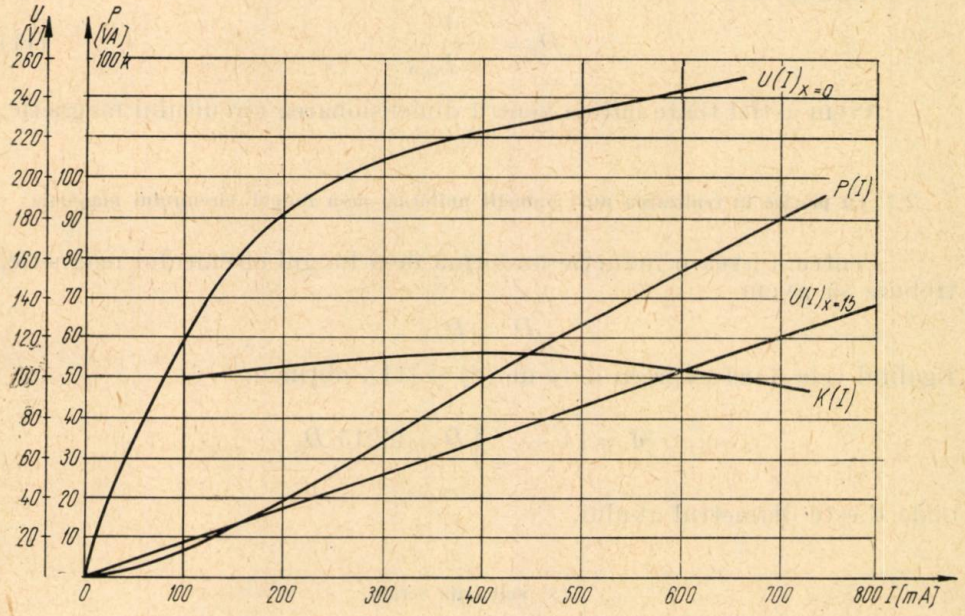


Fig. 3. — Curbe de magnetizare statice cu întrefierul maxim și minim : curba factorului de putere și curba puterii $P(I)$.

aparenți, curbele $U = f(I)$ pentru întrefierul minim și maxim. Se trasează în funcție de I o curbă a raportului dintre aria $OABO$ (fig. 2) și aria dreptunghiului avînd ca laturi coordonatele punctului B.

Această curbă trece printr-un maxim pentru o anumită valoare a curentului I_0 căreia îi corespunde o anumită valoare a ariei $OABO$, expri-

mată în waţi dacă U şi I sînt exprimaţi în volţi şi amperi. Împărţind această arie la volumul circuitului magnetic, obţinem pe P_{sp} optim, care, în baza principiului similitudinii, este o constantă specifică tipului de circuit, magnetic considerat, independentă de putere.

2.6. Determinarea secţiunii S_f a circuitului magnetic şi a numărului n de perechi de poli

Avînd pe P_{sp} şi puterea totală $P_{c\,\mathrm{lim}} = \frac{1}{K} P_c$, obţinem volumul total V al circuitului magnetic :

$$V = \frac{P_{c\,\mathrm{lim}}}{P_{sp}} = L_m\, n\, S_f = L_m\, n\, s\, D_p,$$

unde n este numărul de perechi de poli, S_f secţiunea polului, iar D_p lăţimea polului, care trebuie să fie egală cu D.

Rezultă deci

$$D_p = \frac{V}{n\, L_m\, s}. \tag{11}$$

Avem astfel toate datele pentru dimensionarea circuitului magnetic.

2.7. Cu privire la realizarea unei inducţii uniforme de-a lungul circuitului magnetic

Pentru a avea o inducţie uniformă de-a lungul circuitului magnetic, trebuie să avem

$$D = D_p.$$

Egalînd cele două expresii date de (8) şi (11), obţinem

$$d = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) D = 0{,}215\, D,$$

unde d este diametrul axului.

2.8. Solenaţia totală

Curba $U(I)$ de mai sus ne-a dat o dată cu P_{sp} optim şi curentul corespunzător I_0 şi deci solenaţia specifică $\left(\frac{n\, I_0}{L_m}\right)$ optimă. Pentru oricare alt circuit magnetic de aceeaşi formă şi de lungime L_m vom avea o solenaţie totală

$$A_s = A_{s0} \cdot L_m.$$

2.9. Secțiunea ferestrei de cupru S_c

Luînd o densitate de curent admisibilă J_d, vom avea

$$S_c = \frac{A_s}{J_d},$$

deoarece $n\,I = 1\,I' = S_c\,J_d$.

Această secțiune a ferestrei de cupru va trebui să îmbrace fiecare pereche de poli pe toată lungimea polului : vom avea deci $S_c = 2\,h\,g$, unde g este grosimea stratului de conductor. Deci

$$g = \frac{S_c}{2\,h}. \tag{12}$$

2.10. Numărul de spire și secțiunea conductorului

Avem relația $P = K'UI\,(K' \sim 0{,}7)$; $P = \dfrac{P_c}{\eta_e\,\eta_m}$

$$\text{deci } I = \frac{P}{K'\,U},$$

de asemenea : $n_{sp} = \dfrac{A_s}{I} = \dfrac{K'\,U\,A_s}{P}$.

Secțiunea s_c a conductorului va fi egală cu

$$s_c = \frac{S_c}{K_u\,n_{sp}},$$

unde K_u este un factor de umplere. Avem astfel toate elementele bobinajului statoric.

2.11. Randamentul electric η_e

Avem

$$\eta_e = \frac{P_c}{P_c + P_j} = \frac{1}{1 + P_j/P_c}.$$

Să calculăm deci pierderile Joule P_j pentru o putere utilă P_c.
Vom avea

$$P_j = RI_{ef}^2 = \rho\,\frac{l}{S_c}\,J_d^2\,s_c^2 = \rho\,l\,s_c\,J_d^2 = \rho\,S_c\,\lambda_m\,J_d^2.$$

Rezultă că, cu cît polul e mai lung, cu atît P_j e mai mic la același număr de amperspire.

3. CALCULUL UNUI OSCILOMOTOR CU DEMULTIPLICARE DE FRECVENȚE

În conformitate cu teoria oscilomotoarelor în regim de funcționare cu frecvența f_m egală cu un submultiplu par sau impar al frecvenței f_i de alimentare [4], avem următoarele relații între p (numărul de poli NS), p' (numărul de poli $N'S'$ la 90°), q (numărul de pachete de tole pe armătura mobilă) și n_p numărul de submultiplu par, respectiv n_i (numărul de submultiplu impar) :

$$p' = p - 1,\ p = q + \frac{n_p}{2},\ \text{deci}\ f_m = \frac{1}{n_p} f_i, \tag{13}$$

$$p = p';\ p = q + \frac{n_i - 1}{2},\ \text{deci}\ f_m = \frac{1}{n_i} f_i. \tag{14}$$

Pe baza acestor relații vom determina formulele de calcul care ne vor da atît masa armăturii mobile, cît și dimensiunile circuitului magnetic (h, D_i, D) și ale bobinelor statorice.

3.1. Considerații generale

În cazul funcționării cu demultiplicare de frecvență, în loc ca toate cele p sau p' pachete statorice să funcționeze simultan, cu alte cuvinte să atragă simultan pachetele de pe armătura mobilă, ca și în cazul cînd $p = p' = q$, numai q pachete statorice din cele p sau p' pachete atrag simultan armătura mobilă, iar restul ($p - q$) sau ($p' - q$) atrag succesiv. *In extremis*, cînd $q = 1$ fiecare din cele p sau p' pachete statorice atrag armătura mobilă succesiv, singurul pachet de pe armătura mobilă trecînd n mod su ccesiv prin dreptul fiecărei perechi de poli statorici.

În felul acesta, cursa armăturii mobile este egală de n_p sau n_i ori grosimea pachetelor statorice, în timp ce frecvența mișcării este de n_p sau n_i ori mai mică.

Rezultă din analiza acestui proces că se pot prezenta două cazuri de calcul, și anume : atunci cînd $n_p = 2$ baza de calcul este aceeași ca pentru $n_i = 1$, adică în prima jumătate a cursei (simple) a armăturii mobile tot lucrul mecanic al forțelor electromagnetice se transformă în energie cinetică, iar în a doua jumătate a cursei energia se transformă în lucrul forțelor datorite compresiunii. Al doilea caz se prezintă pentru $n_p > 2$ și $n_i \geqslant 3$, cînd lucrul mecanic al forțelor electromagnetice se repartizează de-a lungul cursei între energia cinetică și lucrul mecanic al forțelor datorite compresiunii.

Nu vom trata aici decît primul caz, cînd $n_p = 2$, căruia îi vom aplica cu discernămînt formulele de calcul stabilite cînd $n_i = 1$.

3.2. Determinarea masei m_t a armăturii mobile

Vom porni deci de la relațiile generale (13), care pentru $n_p = 2$ devin

$$q = p' = p - 1\,;\; f_m = \frac{1}{2} f_i \;(T_m = 2\,T_i).$$

Vom avea de asemenea pentru cursa S_d relația

$$S_d = 2\,s,$$

s fiind grosimea pachetelor de tole. Iar pentru structura cea mai simplă (fig. 4), $p = 2\,;\; q = p' = 1$.

În presupunerea că de fiecare dată cînd armătura trece prin dreptul unei perechi de poli se descrie în planul (φ, i) același ciclu, lucrul mecanic

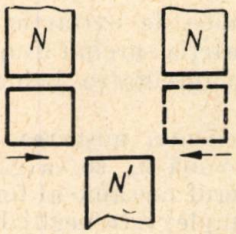


Fig. 4. — Reprezentarea schematică a funcționării cu demultiplicare de frecvență.

efectuat de forțele electromagnetice într-o cursă simplă va fi $\tau_d = 2\,\tau_{em}$, unde $\tau_{em} = \int_{(c)} i\,d\varphi$ este lucrul mecanic al f.e.m. la trecerea armăturii în dreptul uneia dintre cele trei perechi de poli statorici.

Admițînd că viteza maximă are loc la mijlocul cursei, formula (6) devine

$$m_t' = \frac{8\,\varepsilon_c}{(2\,\pi f_m)^2\, s_d^2} = \frac{16\,\tau_{em}}{4\,(\pi f_i)^2\, s^2} = \frac{4\,\tau_{em}}{(\pi f_i)^2\, s^2},$$

dar avem în funcție de puterea utilă P_c

$$\varepsilon_c = 2\,\tau_{em} = \frac{P_c}{2 f_m} = \frac{P_c}{f_i}$$

și deci

$$m_t' = \frac{8\,P_c}{(2\,\pi f_i)^2\, s^2 f_i} = 2\,m_t,$$

masa totală a armăturii mobile fiind astfel de două ori mai mare decît în cazul cînd $n_i = 1$, tratat anterior, ceea ce antrenează pentru dimensiunile liniare D' și h' ale pachetelor statorice o sporire cu de $\sqrt{2}$ ori, iar pentru P_p' o reducere cu de $1/\sqrt{2}$ ori față de aceleași dimensiuni pentru cazul $n_i = 1$.

În ceea ce privește solenația totală și secțiunea ferestrei de cupru, acestea se măresc cu de $\sqrt{2}$ ori, iar grosimea stratului rămîne aceeași ca în cazul $n_i = 1$. Aceeași observație ca și pentru $n_i = 1$ atunci cînd, luînd pentru P_{sp} valoarea optimă, obținem $D_p \neq D$.

Avem astfel toate elementele pentru dimensionarea completă optimă a oscilomotorului pentru acționarea unui compresor de putere dată în regim cu demultiplicarea frecvenței cu de două ori.

În cazul cînd pentru puterea care trebuie s-o dezvolte rezultă un diametru prea mare al tolei statorice, se va proceda ca în cazul $n_i = 1$, prin multiplicarea pachetelor de tole. Ca și în cazul precedent, diametrul celor n pachete în paralel se reduce cu de $1/\sqrt{n}$ ori față de diametrul soluției cu un singur pachet.

4. ACȚIONAREA POMPELOR SONICE DE EXTRACȚIE

În cazul acționării unei pompe sonice de extracție (pentru țiței sau apă de adîncime) de debit constant, reacția sarcinii asupra pistonului motor este aceea a unei forțe constante (greutatea lichidului pompat la înălțimea H și cu un debit Q).

Presupunînd, ca și în cazurile precedente, mișcarea sinusoidală și vitezele la capetele cursei nule, viteza maximă v_m se va găsi la mijlocul cursei. Vom presupune de asemenea că lucrul mecanic al forțelor electromagnetice în a doua jumătate a cursei (simple) este neglijabil.

Vom putea deci scrie luînd ca origine a spațiilor unul dintre capetele cursei :

pentru prima jumătate a cursei

$$\tau_{em} = \int_0^{x_m} F \, \mathrm{d}x + \frac{1}{2} m v_m^2 = F x_m + \frac{1}{2} m v_m^2,$$

iar pentru restul cursei

$$\frac{1}{2} m v_m^2 = \int_{x_m}^{2x_m} F \, \mathrm{d}x = F x_m .$$

Din cele două relații de mai sus deducem

$$m_t = \frac{4 P}{(2 \pi f)^2 s^2 f} \tag{15}$$

și

$$\tau_{em} = F s,$$

unde $P = \tau_{em} f$ este puterea pompei.

Relația (15) este identică cu aceea obținută în cazul acționării unei sarcini de compresiune și deci întregul calcul al dimensionării optime a oscilomotorului în cazul acționării pompelor de extracție reproduce pe cel al acționării compresoarelor.

Cele de mai sus se referă la acționarea unei pompe cu dublu efect.

4.1. Acționarea pompelor sonice cu simplu efect

În cazul acționării unei pompe sonice cu simplu efect, cursa pasivă poate servi la acumularea energiei produse de lucrul forțelor electromagnetice într-o capacitate sonică care la cursa respectivă să acumuleze o energie egală cu aceea din cursa activă ; energia astfel acumulată va fi restituită în timpul cursei active, dublînd astfel lucrul mecanic al f.e.m. în această cursă. În felul acesta, totul se petrece ca și cum oscilomotorul ar acționa o pompă cu dublu efect de aceeași putere și, în consecință, dimensionarea oscilomotorului se face folosind aceleași relații de calcul stabilite la acționarea unei asemenea pompe.

5. EXEMPLE DE CALCUL PENTRU UN OSCILOMOTOR DE 60 W PENTRU ACȚIONAREA COMPRESOARELOR DE FRIGIDERE. SOLUȚIA CU NUMAI DOUĂ PACHETE LA 90° UNUL FAȚĂ DE CELĂLALT ȘI FĂRĂ DEMULTIPLICARE DE FRECVENȚĂ

Se dau următoarele date :

$$P_c = 60 \text{ W},$$

$$f = 50 \text{ Hz},$$

$$s = 1{,}4 \text{ cm},$$

$$\varepsilon = \frac{m_p}{m_a} = 1 : \begin{cases} m_p = \text{masa axului + anexe}, \\ m_a = \text{masa tolelor de pe ax}, \end{cases}$$

$$\delta = 7 \text{ g/cm}^3.$$

5.1. Calculul masei armăturii mobile m_t și a diametrului D al pachetului cilindric de tole de pe ax

Avem relația

$$m_t = (m_a + m_p) = m_a (1 + \varepsilon) = \frac{4 P_c}{(2 \pi f)^2 s^2 f}.$$

Făcînd înlocuirile, obținem

$$m_t = 240 \text{ g}.$$

Avem de asemenea

$$D = 2 \frac{\sqrt{m_t}}{\sqrt{\pi n s \delta (1 + \varepsilon)}}.$$

Făcînd înlocuirile, obținem

$$D = 4 \text{ cm}.$$

5.2. Dimensionarea circuitului magnetic statoric

Din curbele de magnetizare statice pentru un circuit magnetic de tipul cu poli aparenți, obținem pentru numărul de amperspire optim o putere specifică (putere/greutate)

$$P_{sp} = 1{,}17 \cdot 10^6 \text{ CGS}.$$

În virtutea principiului similitudinii aplicat la cazul circuitelor magnetice de aceeași formă, această cifră este universal aplicabilă circuitelor de aceeași natură și formă.

În expresia care ne dă înălțimea h a polului, și anume

$$h = \left[\frac{(2\pi f)^2 f s^2 (1+\varepsilon)}{4 K P_{sp}} - 2{,}57\right]\frac{D}{5{,}17},$$

toate mărimile care intervin, în afară de K, sînt astfel cunoscute. Pe baza experienței acumulate, am putut încadra pe K între valorile 0,6 și 0,5; pentru calcul vom lua valorile extreme, rămînînd ca pe baza realizării celor două prototipuri și a măsurătorilor efectuate pe acestea să putem determina ulterior care dintre cele două valori este mai aproape de valoarea adevărată.

Vom avea astfel pentru h valorile

$$h = 5{,}5 \text{ cm } (K = 0{,}6),$$

$$h = 4{,}6 \text{ cm } (K = 0{,}5).$$

Vedem astfel influența mare a lui K și necesitatea de a avea o valoare cît mai aproape de cea adevărată pentru această constantă.

Lungimea totală a circuitului magnetic L_m va fi deci (în primă aproximație)

$$L_m = 2{,}57\,(2h + D) = 28 \text{ cm } (h = 3{,}5 \text{ cm}),$$

$$L_m = 34 \text{ cm} \qquad (h = 4{,}6 \text{ cm}).$$

5.3. Determinarea secțiunii S_f a polului și a lățimii D_p a acestuia

Calculul acesta îl vom face tot pentru cele două cazuri ($K = 0{,}6$; $K = 0{,}5$). Pentru $P_c = 60$ W și $K = 0{,}6$ vom avea pentru puterea necesară de-a lungul ciclului-limită

$$P_{c\,\text{lim}} = \frac{60}{0{,}6} = 100 \text{ W } (K = 0{,}6);$$

tot astfel pentru $K = 0{,}5$ vom avea

$$P_{c\,\text{lim}} = \frac{60}{0{,}5} = 120 \text{ W } (K = 0{,}5).$$

Pe de altă parte, am văzut că puterea specifică P_{sp} dedusă din curbele de magnetizare este :

$$P_{sp} = 0{,}117 \text{ W/g}.$$

Rezultă de aici următoarele valori pentru greutatea circuitului magnetic :

$$G = \frac{100}{0{,}117} = 854 \text{ g } (K = 0{,}6),$$

$$G = \frac{120}{0{,}117} = 1025 \text{ g } (K = 0{,}5)$$

și următoarele valori pentru volumele respective dacă densitatea tolelor $\delta = 7 \text{ g/cm}^3$:

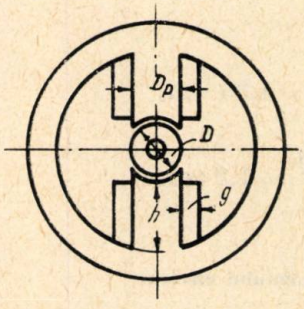
$$V = \frac{854}{7} = 122 \text{ cm}^3,$$

$$V = \frac{1025}{7} = 146 \text{ cm}^3.$$

Lățimea D_p a polului va fi deci

$$D_p = \frac{V}{L_m s} = \frac{122}{28.1{,}4} \cong 3 \text{ cm } (K = 0{,}6),$$

$$D_p = \frac{V}{L_m s} = \frac{146}{34} \cong 3 \text{ cm } (K = 0{,}5),$$



k = 0,6	k = 0,5
D = 4 cm	4 cm
h = 3,5 cm	4,6 cm
Dp = 3 cm	3 cm
g = 1,35 cm	1,2 cm

$P_j = 60$ Watt; $F = 50$ Hz; $S = 1{,}4$ cm

Fig. 5. — Profilul tolei statorice și rotorice pentru un motor de 60 W în două variante: pt. $K = 0{,}6$; $K = 0{,}5$.

aceeași în ambele cazuri. Din valorile astfel obținute și revenind asupra lungimii L_m a circuitului magnetic, obținem pentru această lungime valorile $L_m = 32$ cm și, respectiv, $L_m = 38$ cm.

Cu aceasta profilul tolelor este determinat (fig. 5).

5.4. Calculul solenației totale

Din curbele de magnetizare obținem pentru solenația specifică A_{s0} valoarea

$$A_{s0} = 44{,}4 \; A_s/\text{cm}.$$

Vom avea deci pentru cele două cazuri

$$A_s = A_{s0} \cdot L_m = 44{,}4 \cdot 32 = 1\,421 \; A_{sp},$$

$$A_s = A_{s0} \cdot L_m = 44{,}4 \cdot 38 = 1\,687 \; A_{sp}.$$

5.5. Calculul secțiunii nete S_n a ferestrei de cupru

Luînd ca densitate de curent admisibilă $J_d = 3$ A/mm², vom avea

$$S_n = \frac{A_s}{J_d} = \frac{1\,421}{3} = 474 \text{ mm}^2 = 4{,}74 \text{ cm}^2,$$

$$S_n = \frac{A_s}{J_d} = \frac{1\,687}{3} = 562 \text{ mm}^2 = 5{,}62 \text{ cm}^2.$$

Luînd un factor de umplere de 0,5, vom avea pentru secțiunea brută S_c valorile

$$S_c = 9{,}48 \text{ cm}^2,$$

$$S_c = 11{,}24 \text{ cm}^2.$$

5.6. Calculul grosimii g a bobinei de pe pol

Avem evident

$$g = \frac{S_c}{2\,h} = \frac{9{,}48}{7} = 1{,}35 \text{ cm},$$

$$g = \frac{S_c}{2\,h} = \frac{11{,}24}{9{,}2} = 1{,}2 \text{ cm}.$$

5.7. Calculul randamentului electric

Avem relația

$$\eta_e = \frac{P_c}{P_c + P_j} = \frac{1}{1 + P_j/P_c}.$$

Pe de altă parte, avem

$$P_j = \rho \, S_n \, \lambda_m \, J_d^2.$$

În expresia lui P_j, toate mărimile sînt cunoscute :
ϱ (rezistivitatea cuprului) = 1 720,

$$S_n = \begin{cases} 4{,}74 \text{ cm}^2, \\ 5{,}62 \text{ cm}^2, \end{cases}$$

iar din geometria polului rezultă pentru λ_m (lungimea spirei medii) valorile

$$\lambda_m = \begin{cases} 13{,}8 \text{ cm}, \\ 13{,}2 \text{ cm}. \end{cases}$$

Vom avea deci

$$P_j = 1\,720 \cdot 4{,}74 \cdot 13{,}8 \cdot 30^2 \text{ CGS} = 10 \text{ W},$$

$$P_j = 1\,720 \cdot 5{,}62 \cdot 13{,}2 \cdot 30^2 \text{ CGS} = 11{,}5 \text{ W}.$$

Randamentul electric va fi

$$\eta_e = \frac{6}{7} = 0{,}85,$$

$$\eta_e = \frac{6}{7{,}15} = 0{,}83.$$

5.8. Calculul numărului de spire n_{sp} și diametrul d_c al conductorului

Avem relația

$$P = K' U I,$$

unde $K' = 0{,}7$; $P = P_c + P_j + P_m = 60 + 10 + 20 = 90$ W și unde P_m (pierderi mecanice) = 20 W, rezultînd un randament electromecanic de 0,66.

Rezultă

$$I = \frac{P}{K' U} = \frac{90}{0{,}7\, U}$$

Luînd $U = 220$ U, vom avea

$$I = \frac{90}{154} = 0{,}58 \text{ A}$$

și deci

$$n_{sp} = \frac{A_s}{I} = \begin{cases} \dfrac{1\,421}{0{,}58} = 2\,450 \text{ sp}, \\ \dfrac{1\,687}{0{,}58} = 2\,908 \text{ sp}, \end{cases}$$

de unde

$$s_c = \frac{S_n}{n_{sp}} = \begin{cases} \dfrac{474}{2\,450} = 0{,}193 \text{ mm}^2, \\ \dfrac{562}{2\,908} = 0{,}194 \text{ mm}^2 \end{cases}$$

și deci

$$d_c = 2\sqrt{\frac{s_c}{\pi}} = 0{,}5 \text{ mm}.$$

5.9. Puterea specifică

Am văzut că, pentru cei 60 W putere utilă, greutatea totală a tolelor este de

$$G_F = \begin{cases} 2 \times 854 = 1\,700 \text{ g}, \\ 2 \times 1\,025 = 2\,050 \text{ g}. \end{cases}$$

Pentru bobinele statorice vom avea greutățile

$$G_c = \lambda_m S_n \delta_m = \begin{cases} 2.13{,}8 \cdot 4{,}74 \cdot 8{,}7 = 1\,131 \text{ g}, \\ 2.13{,}2 \cdot 5{,}62 \cdot 8{,}7 = 1\,288 \text{ g}. \end{cases}$$

Greutățile totale vor fi

$$G_t = G_F + G_c = \begin{cases} 2\,839 \text{ g} \\ 3\,338 \text{ g} \end{cases}$$

și deci puterea specifică pe unitate de greutate de material activ

$$P_{sp} = \frac{P_c}{G_t} = \begin{cases} 21 \text{ W/kg}, \\ 18 \text{ W/kg}. \end{cases}$$

6. VARIANTA CU 4 PACHETE (DOUĂ CÎTE DOUĂ LA 90°)

Din examinarea celor două profile de tole corespunzătore celor două soluții pentru $K = 0{,}6$ și, respectiv, $K = 0{,}5$, putem observa că profilul $K = 0{,}5$ prezintă o dimensionare care poate fi apreciată ca prea mare.

De aceea poate fi mai avantajos a adopta varianta cu $n = 2$ (numărul de pachete coplanare). După cum este ușor de văzut din formulele (8), (11), toate dimensiunile tolelor se reduc în raportul $1/\sqrt{n}$ față de cazul $n = 1$.

Aceeași reducere se obține și pentru grosimea g_n a bobinelor de pe fiecare pol, și anume $g_n = g/\sqrt{n}$ și deci $g_2 = g/\sqrt{2} = \frac{1}{1{,}41}$ g, astfel cum se poate vedea ușor din relația (12).

BIBLIOGRAFIE

1. M. Marinescu și colab., *Funcționarea optimă a oscilomotoarelor electromagnetice.*
2. M. Marinescu, *Despre transformarea directă a forțelor electromagnetice pulsatorii în forțe alternative. Perspectivele dezvoltării motoarelor de tip electromagnetic.* St. cerc. energ. electr., **XV**, *1* (1965).
3. — *Sur un nouveau moteur à mouvement alternatif.* R.G.F., Sept. 1961.
4. — *Motor cu mișcare rectilinie alternativă; brevet de perfecționare.* OSI.

SCHIMBUL DE MASĂ ÎN CAZUL A DOUĂ JETURI TURBULENTE AXIAL-SIMETRICE ÎN ECHICURENT

DE

I. IORDACHE și D. GRECOV

662.611 :662.95

Modelul fizic adoptat permite stabilirea unor relații de calcul pentru schimbul de masă în jeturi turbulente axial-simetrice în echicurent deschise, pentru cazul general în care atît densitățile, cît și temperaturile celor două jeturi sînt diferite. Încercările experimentale efectuate atît pentru jeturi deschise, cît și pentru jeturi mărginite au scos în evidență influența factorului adimensional $m^2(\overline{R}_2^2-1)$ asupra schimbului de masă în jeturi.

1. INTRODUCERE

Problema schimbului de masă în jeturile de gaze prezintă o importanță deosebită pentru studiul caracteristicilor flăcărilor difuzive (lungime, stabilitate etc.), ea fiind bogat ilustrată în literatura de specialitate [1], [2], [4], [5], în special pentru jeturile înecate (jeturi cu viteză ambiantă nulă) și pentru jeturile care expandează într-un curent infinit (jeturi de viteză ambiantă constantă).

Pentru jeturile însoțite (jeturi de viteză ambiantă variabilă), care au o largă aplicație în construcția arzătoarelor, problema schimbului de masă este slab reflectată în literatura de specialitate, rezolvarea ei reprezentînd anumite dificultăți teoretice, deoarece nu se cunoaște legea de variație a stratului-limită al jetului și nici legea de variație a vitezei la granița dintre cele două jeturi.

În cele ce urmează se va studia problema schimbului de masă în jeturi axial-simetrice cu viteză ambiantă variabilă, pornind de la modelul fizic prezentat în [1] pentru jeturi deschise cu viteză ambiantă constantă. Modelul fizic adoptat, deși descrie cu aproximație fenomenul, totuși per-

mite obţinerea unor rezultate care concordă în suficientă măsură cu datele experimentale [1].

În cazul jeturilor mărginite de pereţi, din cauza apariţiei fenomenului de recirculare a amestecului gazos, problema schimbului de masă devine şi mai complexă, pentru elucidarea ei fiind nevoie de încercări experimentale multiple care să permită stabilirea influenţei a cît mai mulţi factori, dintre care citäm : debitul de gaze recirculate, lungimea zonei de recirculare, caracteristica geometrică a camerei de amestecare a jeturilor etc.

Pentru studiul schimbului de masă în jeturi mărginite, care de fapt reprezintă cazul real al flăcărilor difuzive din instalaţiile de ardere, este necesar a se studia mai întîi schimbul de masă în jeturile deschise, pentru care este posibil a se obţine relaţii teoretice, pe baza acestora, utilizînd anumite modele fizice, putîndu-se trece la studiul schimbului de masă în jeturile mărginite.

2. SCHIMBUL DE MASĂ ÎN JETURI TURBULENTE COAXIALE DESCHISE ÎN ECHICURENT

Pentru studiul schimbului de masă în jeturile coaxiale deschise în echicurent este necesar a se cunoaşte cîmpurile de concentraţii şi de viteze în jet, precum şi modul de variaţie a vitezei şi concentraţiei în lungul axului jetului, mărimi care au o importanţă deosebită pentru stabilirea lungimii şi a stabilităţii flăcărilor difuzive.

Pentru determinarea variaţiei concentraţiei în lungul axului jetului de gaze combustibile se porneşte de la ecuaţia conservării masei de gaze în jet, care are forma

$$2\pi \int_0^\infty \rho u C y \mathrm{d}y = \pi R_1^2 u_{01} C_0 \rho_{01}, \qquad (1)$$

în care :

ρ este densitatea amestecului gaze-aer într-un punct oarecare din zona de bază a jetului ;
ρ_{01} — densitatea iniţială a jetului de gaze combustibile ;
u — viteza într-un punct oarecare din zona de bază a jetului de gaze ;
u_{01} — viteza iniţială a jetului de gaze ;
C — concentraţia de gaze combustibile într-un punct oarecare din zona de bază a jetului ;
C_0 — concentraţia iniţială de gaze combustibile în jet ;
R_1 — raza ajutajului de ieşire a jetului de gaze combustibile.

Dacă se consideră cazul cel mai general, în care atît densităţile, cît şi temperaturile celor două jeturi sînt diferite, şi se admit funcţiile de repartiţie ale vitezelor, concentraţiilor, temperaturilor şi densităţilor în jet ca fiind [2]

$$\frac{u}{u_m} = F_1(\varphi); \quad \frac{C}{C_m} = \frac{T - T_{02}}{T_m - T_{02}} = \frac{\rho - \rho_{02}}{\rho'_m - \rho_{02}} = F_2(\varphi)$$

și apoi se introduc în relația (1), se obține după unele transformări expresia variației concentrației de gaze combustibile în lungul axului jetului, care are forma

$$C_m = \frac{C_0 \frac{T_{02}}{T_{01}}}{\left[\frac{\rho_{02}}{\rho_{01}}(K_{12} - K_{122}) + \frac{\rho'_m}{\rho_{01}} K_{122}\right] \frac{u_m}{u_{01}} \frac{a^2 x^2}{R_1^2}}, \tag{2}$$

în care

T_{01} este temperatura inițială a jetului de gaze combustibile (°K);
T_{02} — temperatura inițială a jetului de aer (°K);
a — coeficientul de structură a jetului;
x — distanța dintre polul jetului și secțiunea studiată;
u_m — viteza în axul jetului în secțiunea studiată;
ρ_{02} — densitatea inițială a jetului de aer;
ρ'_m — densitatea amestecului gaze-aer în axul jetului în secțiunea studiată;

$$K_{12} = \int_0^\infty \frac{2F_1(\varphi)\, F_2(\varphi)\, \varphi d\varphi}{1 + \frac{T_m - T_{02}}{T_{02}} F_2(\varphi)},$$

$$K_{122} = \int_0^\infty \frac{2F_1(\varphi)\, [F_2(\varphi)]^2 \varphi d\varphi}{1 + \frac{T_m - T_{02}}{T_{02}} F_2(\varphi)},$$

T_m — temperatura amestecului aer-gaz în axul jetului în secțiunea studiată;

$\varphi = \frac{y}{ax}$ — ordonata adimensională.

Pentru determinarea variației vitezei în lungul axului jetului u_m se utilizează ecuația conservării impulsului total, care are expresia

$$2\pi \int_0^\infty \rho u^2 y dy = \pi [R_1^2 u_{01}^2 \rho_{01} + (R_2^2 - R_1^2) u_{02}^2 \rho_{02}], \tag{3}$$

în care

R_2 este raza gurii de ieșire a jetului de aer,
u_{02} — viteza inițială a jetului de aer.

Dacă în expresia (3) se ține seama de funcțiile de repartiție ale vitezelor, temperaturilor și densităților în jet, se obține după unele transformări expresia variației vitezei în lungul axului jetului, care are forma

$$u_m = \frac{u_{01} \sqrt{\frac{T_{02}}{T_{01}}} \sqrt{1 + \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2 (\bar{R}_2^2 - 1)}}{\frac{ax}{R_1} \sqrt{\frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} (K_{11} - K_{112}) + \frac{\rho'_m}{\rho_{01}} K_{112}}}, \tag{4}$$

în care

$$m = \frac{u_{02}}{u_{01}}; \quad \bar{R}_2 = \frac{R_2}{R_1},$$

$$K_{11} = \int_0^\infty \frac{2[F_1(\varphi)]^2 \varphi d\varphi}{1 + \frac{T_m - T_{02}}{T_{02}} F_2(\varphi)},$$

$$K_{112} = \int_0^\infty \frac{2[F_1(\varphi)]^2 F_2(\varphi) \varphi d\varphi}{1 + \frac{T_m - T_{02}}{T_{02}} F_2(\varphi)}.$$

Introducînd relaţia (4) în (2), se obţine expresia variaţiei concentraţiei de gaze în lungul axului jetului :

$$C_m = \frac{C_0 \sqrt{\frac{T_{02}}{T_{01}}} \sqrt{\frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} (K_{11} - K_{112}) + \frac{\rho'_m}{\rho_{01}} K_{112}}}{a \left[\frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} (K_{12} - K_{122}) + \frac{\rho'_m}{\rho_{01}} K_{122} \right] \sqrt{1 + \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2 (\bar{R}_2^2 - 1)}} \cdot \frac{1}{\bar{x}}, \quad (5)$$

în care

$\bar{x} = \frac{x}{R_1}$ este distanţa dintre polul jetului şi secţiunea studiată, raportată la raza ajutajului de gaze.

În ceea ce priveşte rezolvarea integralelor K_{11}, K_{12}, K_{112} şi K_{122}, se porneşte de la legătura dintre funcţiile de repartiţie $F_1(\varphi)$ şi $F_2(\varphi)$, care conform [2], este dată de relaţia

$$F_2(\varphi) = [F_1(\varphi)]^\sigma.$$

Admiţînd, conform [1] [2], că $F_1(\varphi) = e^{-0,5\varphi^2}$ şi că σ poate lua valori între 0,5 şi 1, rezolvarea integralelor K_{11}, K_{12}, K_{112} şi K_{122} devine posibilă, obţinîndu-se pentru $\sigma = 0,5$ expresiile

$$K_{11} = K_{122} = \frac{2}{3} \left(\frac{T_{02}}{T_m - T_{02}} \right)^4 \left[2 \left(\frac{T_m - T_{02}}{T_{02}} \right)^3 - 3 \left(\frac{T_m - T_{02}}{T_{02}} \right)^2 + 6 \frac{T_m - T_{02}}{T_{02}} - 6 \ln \frac{T_m}{T_{02}} \right],$$

$$K_{12} = 2 \left(\frac{T_{02}}{T_m - T_{02}} \right)^3 \left[\left(\frac{T_m - T_{02}}{T_{02}} \right)^2 - 2 \frac{T_m - T_{02}}{T_{02}} + 2 \ln \frac{T_m}{T_{02}} \right], \quad (6)$$

$$K_{112} = \frac{1}{3} \left(\frac{T_{02}}{T_m - T_{02}} \right)^5 \left[3 \left(\frac{T_m - T_{02}}{T_{02}} \right)^4 + 4 \left(\frac{T_m - T_{02}}{T_{02}} \right)^3 + 6 \left(\frac{T_m - T_{02}}{T_{02}} \right)^2 - 12 \frac{T_m - T_{02}}{T_{02}} + 12 \ln \frac{T_m}{T_{02}} \right],$$

iar pentru $\sigma = 1$ expresiile

$$K_{11} = K_{12} = 2\left(\frac{T_{02}}{T_m - T_{02}}\right)^2 \left[\frac{T_m - T_{02}}{T_{02}} - \ln\frac{T_m}{T_{02}}\right],$$

$$K_{112} = K_{122} = 2\left(\frac{T_{02}}{T_m - T_{02}}\right)^3 \left[\left(\frac{T_m - T_{02}}{T_{02}}\right)^2 - 2\frac{T_m - T_{02}}{T_{02}} + 2\ln\frac{T_m}{T_{02}}\right]. \tag{6'}$$

Avînd în vedere complexitatea formulelor (5) şi (6) pentru calculul variaţiei concentraţiei în lungul axului jetului de gaze combustibile, este necesar a se introduce unele simplificări care să permită obţinerea unor formule mai simple. În acest scop, dacă se consideră densitatea medie în secţiunea jetului central ρ_m, ecuaţia conservării masei de gaze combustibile (1) conduce, pentru calculul variaţiei concentraţiei în lungul axului jetului de gaze, la o expresie de forma

$$C_m = \frac{C_0 \dfrac{T_{02}}{T_{01}}}{K_{12} \dfrac{\rho_m}{\rho_{01}} \dfrac{u_m}{u_{01}} \dfrac{a^2 x^2}{R_1^2}}, \tag{7}$$

iar ecuaţia conservării impulsului (3) va da pentru calculul variaţiei vitezei în lungul axului jetului expresia

$$u_m = \frac{u_{01}\sqrt{\dfrac{T_{02}}{T_{01}}}\sqrt{\dfrac{\rho_{01}}{\rho_m}}\sqrt{1 + \dfrac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2(\bar{R}_2^2 - 1)}}{\dfrac{ax}{R_1}\sqrt{K_{11}}}. \tag{8}$$

Dacă se înlocuieşte relaţia (8) în (7), se obţine expresia variaţiei concentraţiei în lungul axului jetului de gaze combustibile:

$$C_m = K \frac{C_0\sqrt{\dfrac{T_{02}}{T_{01}}}\sqrt{\dfrac{\rho_{01}}{\rho_m}}}{a\sqrt{1 + \dfrac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2(\bar{R}_2^2 - 1)}} \cdot \frac{1}{\bar{x}}, \tag{9}$$

în care

$$\rho_m = \frac{\rho'_m}{(\varphi_1 - \varphi_2)^2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} 2F_2(\varphi)\, \varphi \mathrm{d}\varphi,$$

$$K = \frac{\sqrt{K_{11}}}{K_{12}},$$

φ_1, φ_2 — coordonatele adimensionale ale stratului-limită al jetului central.

Din analiza relației (9) se constată că variația concentrației în lungul axului jetului de combustibil depinde de parametrul adimensional $m^2(\overline{R}_2^2 - 1)$ și de coeficientul K.

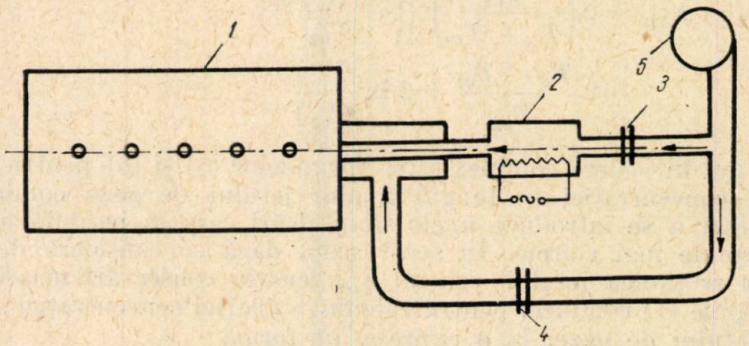


Fig. 1. — Schema instalației experimentale pentru studiul amestecării jeturilor însoțite.

1. Camera de amestecare; *2*. Preîncălzitor electric; *3—4*. Diafragme de măsură; *5*. Ventilator de aer.

Coeficientul K variază în lungul jetului, el depinzînd de distanța $\overline{x}$ prin intermediul integralelor K_{11} și K_{12}, a căror valoare variază de la o secțiune la alta a jetului, fiind funcții de valoarea temperaturii în axul jetului T_m.

Dacă cele două jeturi au aceeași temperatură ($T_{01} = T_{02}$), valoarea coeficientului K nu mai depinde de distanța $\overline{x}$, el rămînînd constant în lungul jetului, putînd fi ușor calculat cu ajutorul funcțiilor de repartiție ale vitezelor și concentrațiilor în jet.

Pentru cazul general în care temperaturile celor două jeturi sînt diferite ($T_{01} \neq T_{02}$), valoarea coeficientului K a fost determinată experimental, folosindu-se în acest scop instalația experimentală din figura 1, căreia i-a fost înlăturată camera de amestecare.

Încercările experimentale pentru determinarea coeficientului K au fost făcute pentru două secțiuni de ieșire a jetului însoțitor (cu diametrele $d_2 = 98$ mm și 147,5 mm) și pentru trei secțiuni ale ajutajului de ieșire a jetului principal ($d_1 = 6$ mm, 8,7 mm și 12,7 mm), jetul însoțitor fiind aer rece, iar jetul principal fiind aer preîncălzit la temperaturi variind între 100 și 145°C.

Instalația experimentală a fost executată în așa fel, încît să permită experimentarea tuturor diametrelor d_1 cu fiecare din diametrele d_2.

În ceea ce privește varierea parametrului $m = \frac{u_{02}}{u_{01}}$, aceasta s-a realizat prin varierea debitelor de aer rece (jetul însoțitor) și aer cald (jetul principal).

Valorile coeficientului K au fost determinate pe baza măsurătorilor de temperatură în axul jetului și a relației (9).

Rezultatele încercărilor experimentale sînt prezentate în diagrama din figura 2.

Din analiza diagramei din figura 2 se constată că mărimea K depinde numai de distanța $\bar{x}$, prezentînd o creștere în domeniul $\bar{x} = 20 - 100$, după care rămîne aproape constantă, avînd aproximativ valoarea $K = 1{,}24$.

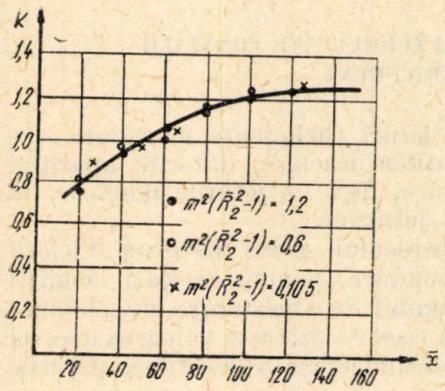


Fig. 2. — Variația coeficientului K în lungul axului jeturilor însoțite deschise.

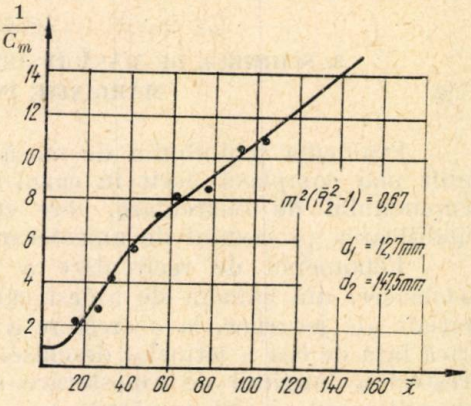


Fig. 3. — Variația concentrației în lungul axului jeturilor însoțite pentru $m^2(\bar{R}_2^2 - 1) = 0{,}67$.

Avînd în vedere că pentru studiile referitoare la lungimea și la stabilirea flăcărilor difuzive în jeturi însoțite interesează numai domeniul de variație al coeficientului K pentru valori $\bar{x} > 100$ [4], se poate lua în acest caz valoarea lui K constantă și egală cu $K = 1{,}24$.

În acest caz, expresia lungimii de amestecare stoechiometrică, dedusă din relația (9), capătă forma

$$\bar{x}_{st} = 1{,}24 \frac{\dfrac{C_0}{C_{st}} \sqrt{\dfrac{T_{02}}{T_{01}}} \sqrt{\dfrac{\rho_{01}}{\rho_{st}}}}{a \sqrt{1 + \dfrac{\rho_{02}}{\rho_{01}} m^2(\bar{R}_2^2 - 1)}}, \tag{10}$$

în care

C_{st} este concentrația amestecului stoechiometric în axul jetului,

ρ_{st} — densitatea amestecului stoechiometric.

Relația (9) pentru calculul variației concentrației în lungul axului jetului a fost aplicată pentru cazul a două jeturi însoțite, avînd parametrul adimensional $m^2(\bar{R}_2^2 - 1) = 0{,}67$ și $T_{01} = 395°\text{K}$. Rezultatele teoretice obținute prin calcul au fost comparate cu datele experimentale obținute prin măsurători pentru cele două jeturi însoțite.

Atît datele experimentale, cît și cele de calcul sînt prezentate în diagrama din figura 3 sub forma $\dfrac{1}{C_m} = f(\bar{x})$.

Din analiza diagramei din figura 3 se constată o bună concordanţă între valorile experimentale, marcate prin puncte, şi cele de calcul, determinate cu ajutorul formulei (9). De asemenea concordanţa datelor experimentale cu cele obţinute prin calcul cu relaţia (9) poate fi observată şi din diagramele din figurile 4 şi 5, în care este prezentată şi variaţia concentraţiei în lungul axului jeturilor însoţite deschise pentru parametrul $m^2(\overline{R}_2^2-1) = 1{,}2$ şi 0,7.

3. SCHIMBUL DE MASĂ ÎN JETURI TURBULENTE COAXIALE MĂRGINITE ÎN ECHICURENT

Problema schimbului de masă în jeturi turbulente mărginite este mult mai complexă decît în cazul jeturilor deschise, datorită apariţiei fenomenului de recirculare, care conduce, faţă de jeturile deschise, la modificarea procesului de amestecare a jeturilor.

Fenomenul de recirculare a amestecului gazos datorită vicierii atmosferei din camera de amestecare conduce, pentru aceleaşi condiţii iniţiale ale jeturilor, la o creştere a lungimii de amestecare stoechiometrică faţă de cea a jeturilor deschise. În ceea ce priveşte valoarea acestei creşteri a lungimii de amestecare stoechiometrică a jeturilor, părerile diverşilor autori sînt împărţite.

Astfel, în [9] se afirmă că influenţa fenomenului de recirculare a amestecului gazos asupra lungimii de amestecare stoechiometrică este neînsemnată, pe cînd în [8] se arată că încercările efectuate cu gaz de cocs la Ijmuiden, pentru aceleaşi condiţii iniţiale ale jetului de gaz, au arătat că lungimea flăcării în cazul jetului deschis a fost de 2,60 m, iar în cazul arderii într-unul din cuptoarele experimentale flacăra a avut o lungime de 5 m.

În literatura de specialitate sînt prezentate unele studii legate de procesul de amestecare în jeturi mărginite [5]—[8], însă toate aceste studii se referă la cazul jeturilor cu viteză ambiantă nulă sau constantă.

Pentru determinarea schimbului de masă în jeturi turbulente coaxiale mărginite s-au efectuat experimentări, instalaţia experimentală fiind prezentată în figura 1 şi constînd dintr-o cameră de plexiglas cu dimensiunile 500 × 500 × 2 500. Pentru efectuarea măsurătorilor au fost practicate în lungul camerei de amestecare, pe cele două axe, orificii de măsură, distanţa dintre orificii fiind de 50 mm.

În timpul experimentărilor, jetul de gaze combustibile a fost modelat printr-un jet de aer preîncălzit într-un preîncălzitor de aer pînă la temperatura de 145°C.

Încercările experimentale au fost efectuate pentru două secţiuni de intrare a aerului rece (jetul periferic) cu diametrul $d_2 = 98$ mm şi 147,5 mm şi pentru două diametre ale jetului de ieşire a aerului preîncălzit (jetul central), aceste diametre fiind $d_1 = 8{,}7$ mm şi 12,7 mm.

Determinarea variaţiei concentraţiei în lungul axului jetului s-a făcut pe baza măsurării temperaturilor aerului preîncălzit T_{01} şi aerului

rece T_{02}, precum şi a temperaturii în lungul axului jetului T_m, utilizînd similitudinea dintre cîmpurile de temperaturi şi de concentraţii, conform căreia concentraţia în axul jetului este dată de relaţia

$$C_m = C_0 \frac{T_m - T_{02}}{T_{01} - T_{02}}. \tag{11}$$

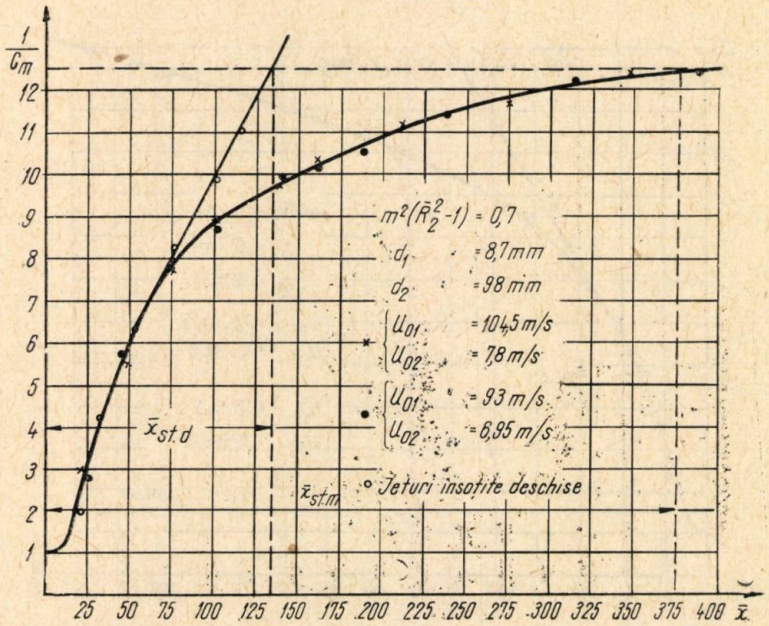


Fig. 4. — Variaţia concentraţiei în lungul axului jeturilor însoţite mărginite pentru $m^2(\overline{R}_2^2 - 1) = 0{,}7$.

Pentru a se putea compara variaţia concentraţiei în lungul axului jetului mărginit şi lungimea de amestecare stoechiometrică cu cea a jeturilor însoţite deschise, s-a determinat variaţia concentraţiei în lungul axului acestora pentru aceleaşi condiţii iniţiale ca şi pentru jeturile mărginite, adică pentru aceleaşi valori ale parametrului adimensional $m^2(\overline{R}_2^2 - 1)$.

Datele încercărilor experimentale asupra procesului de amestecare sînt prezentate în diagramele din figurile 4 şi 5 sub forma $\frac{1}{C_m} = f(\overline{x})$, pentru valorile parametrului adimensional $m^2(\overline{R}_2^2 - 1) = 1{,}2$ şi 0,7, atît pentru jeturile mărginite, cît şi pentru cele deschise.

Din analiza diagramelor din figurile 4 şi 5 se constată că pînă la o anumită distanţă $\overline{x}$ variaţia mărimii $\frac{1}{C_m}$ în lungul axului jeturilor mărginite este aceeaşi ca şi pentru jeturile deschise, comportarea lor fiind identică, fapt explicat de recircularea aerului rece în zona de bază a

jeturilor. După depăşirea acestei distanţe $\bar{x}$, mărimea $\frac{1}{C_m}$ pentru jeturile mărginite prezintă o scădere bruscă faţă de mărimea jeturilor deschise, ceea ce conduce în final la o creştere a lungimii de amestecare stoechiometrică.

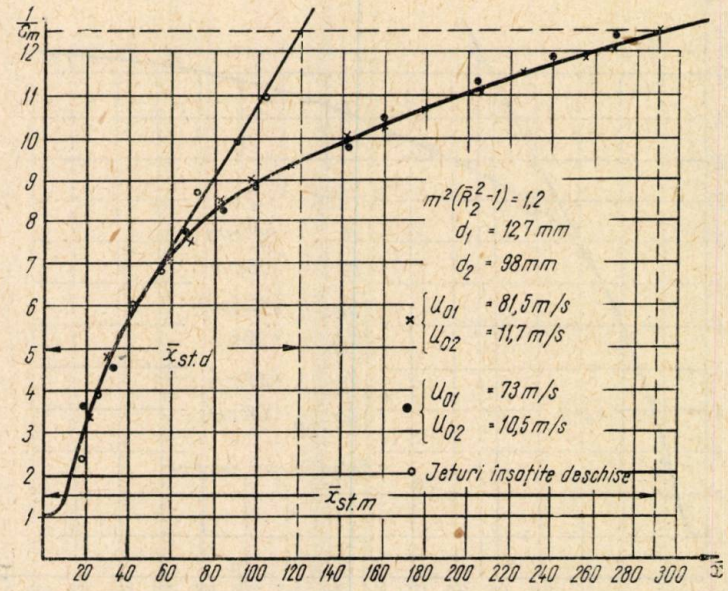


Fig. 5. — Variaţia concentraţiei în lungul axului jeturilor însoţite mărginite pentru $m^2(\bar{R}_2^2 - 1) = 1,2$.

Dacă se compară lungimile de amestecare stoechiometrică ale jeturilor mărginite şi a celor deschise pentru acelaşi parametru adimensional $m^2(\bar{R}_2^2 - 1)$, se constată o creştere substanţială a acestora la jeturile mărginite, datele experimentale prezentate în diagramele din figurile 4 şi 5 arătînd că pentru condiţiile studiate lungimea de amestecare stoechiometrică pentru jeturile însoţite mărginite este de peste două ori mai mare decît cea a jeturilor însoţite deschise, fapt care arată că lungimea flăcărilor difuzive mărginite creşte faţă de cea a flăcărilor difuzive deschise.

Din analiza diagramelor din figurile 4 şi 5 se observă influenţa parametrului adimensional $m^2(\bar{R}_2^2 - 1)$ asupra lungimii de amestecare stoechiometrică $\bar{x}_{st}$ a jeturilor mărginite, constatîndu-se că, la o creştere a parametrului $m^2(\bar{R}_2^2 - 1)$ de la valoarea 0,7 la 1,2 (o creştere de 1,7 ori), lungimea de amestecare stoechiometrică scade de la valoarea $\bar{x}_{stm} = 375$ la $\bar{x}_{stm} = 290$, adică scade de 1,3 ori.

4. CONCLUZII

Datele experimentale asupra procesului de schimb de masă în jeturi însoţite coaxiale deschise, comparate cu cele obţinute prin calcul cu ajutorul relaţiei (9) au arătat o bună concordanţă cu acestea din urmă, ceea ce face recomandabilă utilizarea relaţiei (9) pentru determinarea variaţiei concentraţiei în lungul axului jetului de gaze.

Pentru determinarea lungimii stoechiometrice şi a stabilităţii flăcărilor, valoarea coeficientului K poate fi luată constantă şi egală cu $K = 1{,}24$, fapt confirmat de diagrama din figura 2.

În ceea ce priveşte studiul schimbului de masă în jeturi mărginite de pereţi, încercările experimentale au arătat o creştere substanţială a lungimii de amestecare omogenă faţă de jeturile deschise.

Primit la redacţie la 24 ianuarie 1966

BIBLIOGRAFIE

1. Л. А. Вулис, Т. П. Леонтьева, *О спутных и встречных турбулентных струях*, Изв. АН Казахской ССР. Серия Энергетика, *9*, Алма-Ата (1955).
2. Г. П. Абрамович, *Теория турбулентных струй*, Москва, ГИФМЛ, 1960.
3. D. Grecov, I. Iordache, *Determinarea lungimii flăcărilor difuziv turbulente în cazul jeturilor însoţite*, St. cerc. energ. electr., *1* (1965).
4. — *Caracteristicile de stabilitate a flăcărilor deschise în jeturi însoţite*, St. cerc. energ. electr., *4* (1965).
5. P. D. Sunovala, C. Hulse, M. W. Thring, *Mixing and combustion in free and enclosed turbulent jet diffusion flames*, Combustion and flame, **I**, *2* (1957).
6. M. W. Thring, M. P. Newby, *Combustion length enclosed turbulent jet flames*, Fourth Symposium (international) on Combustion, Baltimore, 1953.
7. R. Curtet, *Confined jets and recirculation phenomena with cold air*, Combustion and flame, **2**, *4* (1958).
8. M. Rivière, *Données actualles relatives à la combustion dans les flammes de diffusion et leurs applications en chauffage des fours industriels*, Flamme et thermique, mars 1958.
9. M. Rossi, *Étude aérodinamique sur modèle réduit des écoulements gazeux dans un four Martin chauffé au mazout*, Revue de Métallurgie, *4* (1962).

CONTRIBUȚII LA DETERMINAREA TEMPERATURII FLĂCĂRILOR DIN RAPORTUL INTENSITĂȚILOR A DOUĂ LINII SPECTRALE-ATOMICE[1])

DE

ATH. TRUȚIA, EL. COMĂNESCU și EL. GUȚU

535.33.536.5.55

Se prezintă rezultatele experimentale ale determinărilor temperaturii flăcărilor neopace, folosind metoda rapoartelor intensităților liniilor spectrale ale cesiului și rubidiului. S-a urmărit stabilirea preciziei acestei metode, insistîndu-se asupra reducerii erorilor prin eliminarea fenomenului de reabsorbție, caracteristic unor concentrații mari ale soluțiilor alcaline folosite.

Intensitatea radiației rezultate în urma unei tranziții spontane între două nivele energetice, atomice sau moleculare, poate fi exprimată, conform mecanicii cuantice și presupunînd existența echilibrului termodinamic, sub forma

$$I = A_{ij} N h \nu_{ij} a_i Q e^{-\frac{E_i}{KT}} \qquad (1)$$

unde

A_{ij} — este probabilitatea de tranziție între nivelele energetice considerate,

N — numărul de atomi sau de molecule din unitatea de volum,

h — constanta lui Planck,

$\nu = \frac{c}{\lambda}$ — frecvența radiației emise,

[1]) Articolul publicat și în „Rev. roum. sci. techn.-Electrotechn. Energ." **11**, 2 (1966).

a — un termen reprezentînd greutatea statistică a nivelului superior g la atomi, care la nivelele de rotație moleculare este egală cu $2k + 1$, iar la cele de vibrație este egală cu 1.

$Q = \frac{1}{\sum_j a_j e^{-\varepsilon_j/KT}}$ — suma de stare,

K — constanta lui Boltzmann,

T — temperatura flăcării.

Cum se vede, intensitatea I a unei radiații spectrale depinde de temperatura izvorului spectral considerat prin gradul de populare a diverselor nivele energetice. În cazul flăcărilor și al liniilor spectrale atomice, se introduc în izvor mostre lichide (soluții) conținînd săruri ale metalelor alcaline. Aducerea soluției în stare de vapori, disocierea, ionizarea, recombinarea și gradul de reabsorbție pentru liniile care prezintă reabsorbție sînt factori care afectează în mod substanțial intensitatea radiației spectrale a atomilor. Cunoașterea acestor mărimi permite determinarea temperaturii atît în cazul spectrelor de linii, cît și în cazul spectrelor de bandă, cu condiția să existe o distribuție boltzmanniană pe diferitele nivele de energie.

Scriind această relație pentru două linii 1 și 2 ale aceleiași serii spectrale a unei specii date de atomi și făcînd raportul acestora se obține temperatura izvorului :

$$T = \frac{E_2 - E_1}{K\left[\ln \frac{I_1}{I_2} - \ln \frac{A_1 \nu_1 g_1}{A_2 \nu_2 g_2}\right]} \tag{2}$$

Aici E_i, respectiv ν_i și K, au valori cunoscute cu foarte bună precizie, g_i de asemenea în cele mai multe cazuri, A_i sînt obținuți pentru o serie de linii spectrale ale atomilor diferitelor elemente chimice, fie teoretic, fie experimental. Oprindu-ne asupra determinărilor experimentale ale valorilor A_i, amintim că ele se fac prin mai multe metode, cum ar fi măsurarea intensităților absolute ale liniilor spectrale în emisie sau absorbție ori interferometric, pe baza fenomenului de dispersie anormală. De fapt, în aceste cazuri se determină tăria oscilatorului f_{ij} respectiv f_{ji} pentru tranziția corespunzătoare, legat de probabilitatea de tranziție prin relația

$$A_{ij} = \frac{8\pi^2 e^2}{mc\,\lambda^2} \tag{3}$$

unde

e este sarcina electronului,

m — masa electronului,

c — viteza luminii,

λ — lungimea de undă corespunzătoare tranziției $i \to j$, luată în cm dacă se lucrează în sistemul CGS.

Din ecuația (3), expresia $\frac{8\pi^2 e^2}{mc}$ este o constantă care în sistemul CGS are valoarea 0,6669 cm²/s, astfel că ecuația (3) devine

$$A_{ij} = \frac{0{,}6669}{\lambda^2} f_{ij}. \tag{4}$$

Amintim că între tăria oscilatorului în emisie f_{ij} și în absorbție f_{ji} există relația

$$g_i f_{ij} = g_j f_{ji}, \tag{5}$$

adică produsul gf este același în ambele cazuri, în timp ce în general $f_{ij} \neq f_{ji}$.

Valorile existente în literatură sînt puține și relativ puțin concordante, și de aceea este greu să se aprecieze valoarea lor exactă. Față de valorile teoretice există abateri care merg pînă la 40%. Noi am folosit valorile date de către Landolt-Bornstein [2] pentru cesiu și de Goldberg [3] pentru rubidiu.

În sfîrșit, intensitățile I ale liniilor spectrale au fost determinate experimental.

Această metodă de determinare a temperaturii flăcării este cunoscută în literatură sub numele de metoda rapoartelor intensităților liniilor spectrale (metoda Ornstein). Ea este valabilă pentru oricare două radiații de echilibru, cum ar fi cele rezultate din tranziții între nivelele de vibrație sau chiar rotație la molecule; dar, pentru a putea determina cu destulă precizie temperatura unei flăcări pe această cale, este necesar ca între liniile folosite să existe o distanță de cel puțin 1 000 Å (0,3 ev.). Deci, din acest punct de vedere, metoda e limitată la utilizarea liniilor spectrale atomice.

Utilizînd această metodă pentru determinarea temperaturii, trebuie să se țină seama de fenomenul de reabsorbție, care influențează în mod diferit intensitatea liniilor de rezonanță ale atomilor excitați în flacără.

Într-adevăr, reabsorbția corespunzătoare diverselor linii de rezonanță este proporțională cu probabilitatea de tranziție corespunzătoare, reprezentată de produsul $P = B_{ji}\,\rho_{ij}$ dintre coeficientul lui Einstein pentru emisia forțată și densitatea spectrală și de volum a radiației primare. Evident, ea mai depinde și de numărul de atomi absorbanți din unitatea de volum (dar acest parametru dispare în cazul liniilor aparținînd unei specii date de atomi), ca și de alți parametri, neesențiali aici, cum ar fi greutatea statistică a nivelelor g. Diverselor linii spectrale le sînt asociate probabilități de tranziție diferite, de obicei mai mari pentru tranziția de energie cea mai mică. Coeficienții B_{ji} corespunzători la două linii spectrale consecutive, de exemplu prima și a doua la metalele alcaline, pot diferi cu un ordin de mărime. Pe de altă parte, densitatea ρ_{ij} este și ea mult mai mare la prima linie. Astfel, reabsorbția trebuie să fie cu 1—2 ordine de mărime mai mică la linia de energie superioară.

Prin urmare, totul se petrece astfel încît la o concentrare dată N a atomilor emițători în izvor în timp ce prima linie prezintă un grad mare de reabsorbție, linia a doua poate să nu fie afectată de acest fenomen. Lucrul acesta este verificat experimental în cazul nostru, cum se va vedea mai tîrziu. Rezultă de aici că, pentru a determina temperatura flăcărilor (care excită numai liniile seriei principale), prin această metodă trebuie să lucrăm la concentrații la care nici prima linie nu prezintă reabsorbție, adică la concentrații mici.

Astfel, prima linie are o intensitate mai mică decît cea corespunzătoare emisiei reale, indicînd în mod fals o populare relativă mai accentuată a nivelului de energie mai mare (al doilea nivel excitat) și, prin aceasta, o temperatură a izvorului mai mare decît cea reală.

Într-o lucrare anterioară [1] s-a arătat că valoarea concentrațiilor unor soluții apoase de halogenuri alcaline, la care reabsorbția este neglijabilă la prima linie, se situează în domeniul măsurabil al intensităților corespunzătoare ale liniilor spectrale. La concentrații situate în acest domeniu, metoda se poate aplica fără restricții și trebuie să ducă la temperaturi reale, exacte, ale izvoarelor spectrale, în cazul nostru al flăcărilor.

Folosind un montaj adecvat, descris mai jos, se pot măsura în flăcările uzuale intensitățile primilor doi dubleți ai cesiului și rubidiului în vederea determinării temperaturii lor.

Cercetările noastre au avut drept scop determinarea temperaturii flăcării aer-acetilenă prin măsurarea rapoartelor intensităților liniilor de rezonanță $\lambda_1 = 8521{,}1$ Å și $\lambda_2 = 4555{,}4$ Å ale cesiului sau $\lambda_1 = 7800$ Å și $\lambda_2 = 4202$ Å ale rubidiului, corespunzînd tranzițiilor $6p^2P^0_{1\,1/2} - 6s^2S_{0\,1/2}$ pentru λ_1 și $7p^2P^0_{1\,1/2} - 6s^2S_{0\,1/2}$ pentru λ_2 la cesiu, respectiv $5p^2\,P^0_{1\,1/2} - 5s^2\,S_{0\,1/2}$ pentru λ_1 și $6p^2P^0_{1\,1/2} - 5s^2S_{0\,1/2}$ pentru λ_2 la rubidiu.

MONTAJUL EXPERIMENTAL

Flacăra a fost obținută cu o instalație Flammphotometer — „Zeiss". Pulverizarea soluțiilor s-a făcut cu un dispozitiv uzual cu recirculație de construcție proprie. Descompunerea radiației flăcării s-a făcut cu un monocromator cu prismă de sticlă din componența spectrofotometrului VSU—1 „Zeiss", iar recepția cu doi fotomultiplicatori: M—13 gek „Zeiss" pentru domeniul roșu și infraroșu apropiat și FEU—17 A, de proveniență sovietică, pentru domeniul vizibil al spectrului (alimentați de la o sursă de tensiune stabilizată), cuplat cu un fotometru înregistrator GRVAC-„Sefram", avînd sensibilitatea de 10^{-9} A/div.

Pentru determinarea sensibilității spectrale a fotomultiplicatorilor s-a folosit un bec cu filament de tungsten nespiralat, avînd temperatura

de culoare egală cu 2 854°K, pus la dispoziție de Institutul de metrologie. Tensiunea și curentul de alimentare au fost măsurate cu instrumente de clasa 0,2.

Întregul montaj e arătat în figura 1.

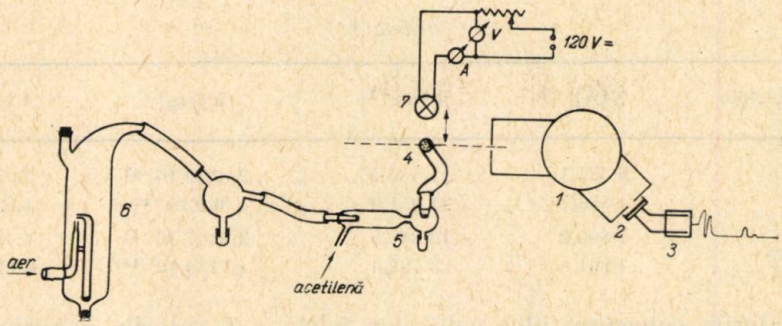


Fig. 1. — Montajul experimental.

DETERMINĂRILE EXPERIMENTALE

Măsurarea intensității liniilor spectrale a necesitat o serie de operații relativ dificile, dat fiind faptul că liniile de măsurat sînt foarte departe în spectru una de alta, ceea ce impune cunoașterea cît mai exactă a sensibilități spectrale a receptorului. Am întîlnit o dificultate suplimentară datorită faptului că nu am avut un receptor care să fie suficient de sensibil pentru ambele linii și de aceea am lucrat cu două receptoare. Schimbarea lor face ca sensibilitatea spectrală corespunzătoare să se schimbe din cauza dependenței ei de regiunea fotosensibilă iluminată.

Pentru a elimina acest neajuns, intensitatea spectrală a fiecărui receptor a fost făcută înaintea determinărilor, fără a mișca receptorul între operațiile de determinare a sensibilității și măsurarea intensităților liniilor spectrale.

Determinarea sensibilității spectrale s-a făcut, cum s-a arătat înainte, cu un bec cu filament de tungsten, avînd temperatura de culoare cunoscută. Distribuția energiei în spectrul becului la temperatura de culoare corespunzătoare a fost dată de Forsythe și Adams [4], ținîndu-se seama de lățimea bandei pasante a monocromatorului la lungimile de undă corespunzătoare liniilor de măsurat. Transmisia sticlei becului-etalon a fost considerată aceeași în tot domeniul de lucru.

Precauții speciale au fost luate în vederea iluminării corecte a monocromatorului atît în cazul becului-etalon, cît și al flăcării.

Soluțiile apoase de CsCl și RbCl au avut concentrații variabile pentru a putea pune în evidență mai ușor concentrațiile la care reabsorbția este neglijabilă și deci la care valoarea temperaturii găsite este cea corectă. Totodată s-a urmărit influența concentrației metalelor alcaline asupra temperaturii flăcării.

Pentru aceasta s-au făcut înregistrări ale intensităților liniilor emise de Cs și Rb, folosindu-se pentru calcularea temperaturii formula (2).

Valorile constantelor care intervin în formulă corespunzătoare lungimilor de undă ale liniilor considerate sînt date în tabela 1.

Tabela 1

Metal alcalin	λ [Å]	ν [cm^{-1}]	E [erg]	A [s^{-1}]
Cs	8 521,1	11 735,57	$2{,}3229.10^{-12}$	$3{,}07\cdot10^{7}$
	4 555,4	21 951,9	$4{,}362.10^{-12}$	$1{,}92\cdot10^{6}$
Rb	7 800,2	12 816,6	$2{,}5447.10^{-12}$	$4{,}42\cdot10^{7}$
	4 201,9	23 792,4	$4{,}7239.10^{-12}$	$2{,}115\cdot10^{6}$

Valorile concentrațiilor soluțiilor folosite și valorile experimentale ale intensităților și temperaturilor obținute sînt prezentate în tabela 2 pentru cesiu și în tabela 3 pentru rubidiu.

Tabela 2

Conc. % g	I_1	I_2	T^0K
2	279,49	0,582	3 674
0,924	206,37	0,272	3 313
0,446	152,27	0,128	3 002
0,1923	104,75	0,057	2 731
0,0693	65,49	0,023	2 531
0,0237	29,17	0,007	2 375
0,01154	16,36	0,0034	2 330
0,0055	7,67	0,001746	2 360

Tabela 3

Conc. % g	I_1	I_2	T^0K
0,5	141,93	0,298	4 212
0,2403	103,2	0,142	3 793
0,1058	73,97	0,0624	3 391
0,0519	48,92	0,0302	3 175
0,02306	29,24	0,0119	2 927
0,01058	13,44	0,0059	2 971

Pentru a putea vedea influența exercitată de concentrație asupra mărimii intensității liniilor spectrale, am reprezentat grafic cele două intensități funcție de concentrația soluțiilor de CsCl (fig. 2) și RbCl (fig. 3).

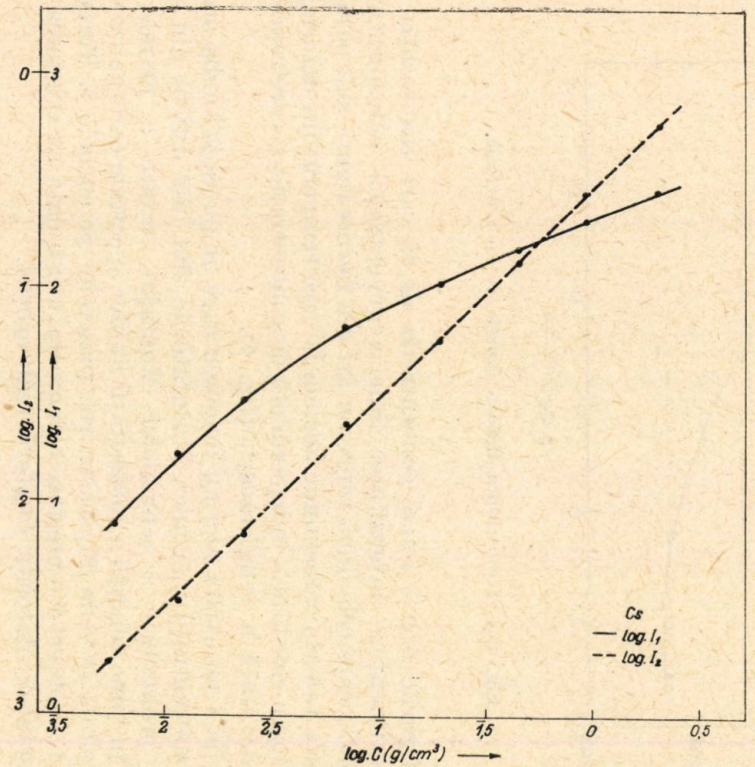


Fig. 2. — Intensitățile I_1 și I_2 pentru cesiu funcție de concentrație.

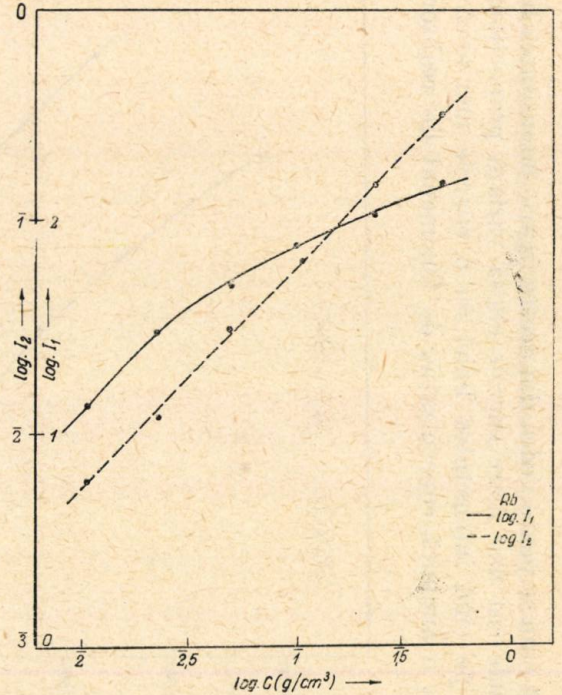


Fig. 3. — Intensitățile I_1 și I_2 pentru rubidiu funcție de concentrație.

După cum se poate vedea din aceste figuri, intensitatea liniei căreia îi corespunde cea mai mare energie emisă variază proporțional cu concentrația, pe cînd intensitatea liniei cu o energie mai mică este afectată, de la o anumită concentrație, de fenomenul de reabsorbție.

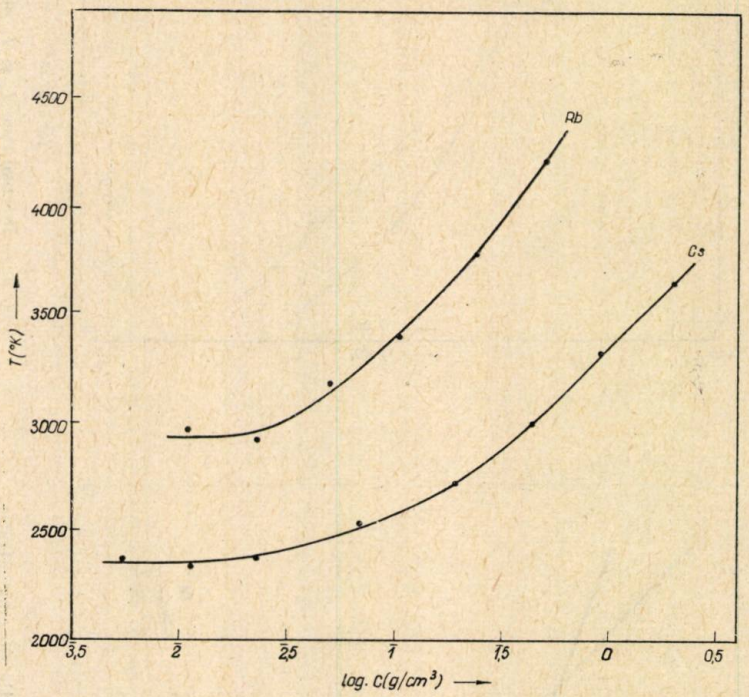


Fig. 4. — Temperatura flăcării funcție de concentrație.

Din figurile 2 și 3 reiese concentrația de la care reabsorbția încetează să influențeze intensitatea liniei (concentrația corespunzătoare punctului de la care cele două reprezentări din fiecare figură sînt paralele).

Această valoare corespunde aceleia la care temperatura determinată atinge o valoare constantă, independentă de concentrație, și care reprezintă valoarea adevărată a temperaturii (fig. 4).

Principial nu există nici un fenomen care ar putea schimba această valoare la concentrații mai mici. Măsurătorile sînt însă dificile din cauza diminuării pronunțate a semnalelor. Montajul amintit a permis însă măsurarea în bune condiții a intensității liniilor spectrale corespunzătoare. Eroarea posibilă se vede după așezarea punctelor pe curbele 4. Totodată, din figura 4 se observă o creștere a temperaturii o dată cu creșterea concentrației soluției, datorită creșterii reabsorbției.

DISCUTAREA REZULTATELOR

Determinarea temperaturii flăcărilor prin măsurarea rapoartelor intensităţilor liniilor de rezonanţă este posibilă şi dă rezultate foarte precise cu condiţia să se cunoască bine raportul probabilităţilor de tranziţie la

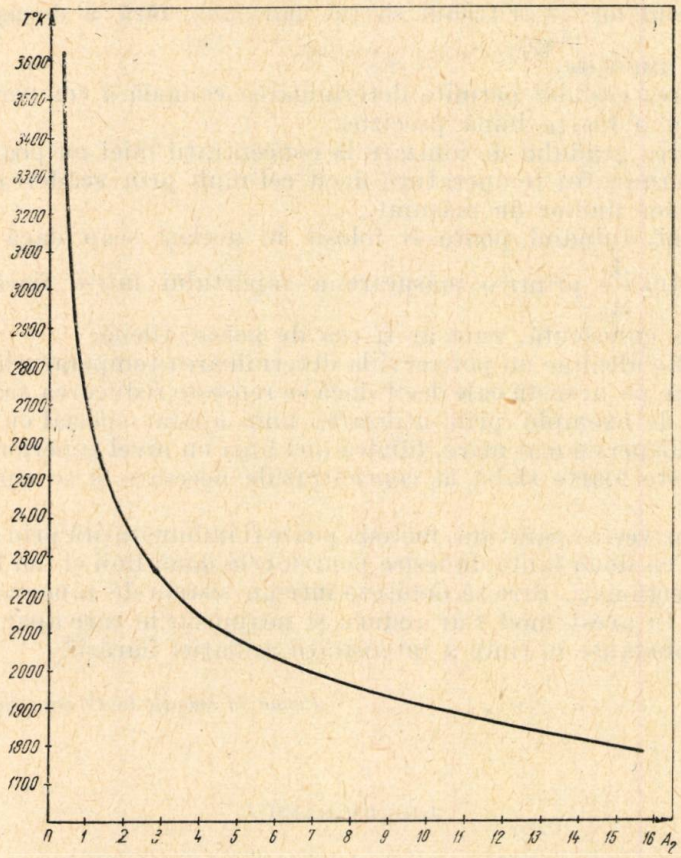


Fig. 5. — Temperatura flăcării funcţie de probabilitatea de tranziţie A_2 pentru Cs ($\lambda = 4\,555{,}4$ Å).

liniile cu care se lucrează şi să se elimine sau să se cunoască bine gradul corespunzător de reabsorbţie. De remarcat faptul că erori în determinarea raportului $\frac{I_1 A_2}{I_2 A_1}$ într-o bandă de $\pm 25\%$ faţă de valoarea medie cea mai probabilă duce la o neprecizie în determinarea temperaturii de circa $\pm 4\%$ (fig. 5).

Prin urmare, cunoaşterea exactă a valorilor A_i în lipsa reabsorbţiei asigură o înaltă precizie determinării temperaturii flăcărilor.

Cum se vede din figura 4, valorile temperaturilor aceloraşi flăcări determinate cu Cs şi Rb nu concordă.

Întrucît toate măsurătorile au fost făcute în aceleaşi condiţii şi temperatura determinată cu ajutorul cesiului corespunde excelent temperaturii general acceptate a flăcării aer-acetilenă, credem că valorile probabilităţilor de tranziţie la rubidiu cu care am lucrat nu sînt corecte.

Raportul lor $\frac{A_1}{A_2}$ ar trebui să fie mai mic, fără a depăşi limitele de precizie amintite.

Folosirea cesiului permite determinarea comodă a temperaturii flăcărilor şi cu o foarte bună precizie.

Creşterea gradului de ionizare la concentraţii mici nu poate duce la erori în determinarea temperaturii decît cel mult prin scăderea excesivă a intensităţilor liniilor de măsurat.

Evident, rubidiul poate fi folosit în acelaşi scop dacă se corectează raportul $\frac{A_1}{A_2}$ printr-o măsurare a raportului într-o flacără avînd temperatura cunoscută, cum ar fi cea de aer-acetilenă.

Celelalte alcaline nu pot servi la determinarea temperaturii flăcărilor aer-acetilenă pe această cale decît dacă se reuşeşte reducerea substanţială a fondului, de exemplu prin utilizarea unui aparat special cu putere de rezoluţie şi dispersie mai mare, fiindcă aici linia cu nivel superior energetic mai mare este foarte slabă la concentraţiile necesare şi se confundă cu fondul.

În ce priveşte aparatura, metoda poate fi îmbunătăţită prin adoptarea unui sistem cu două fante de ieşire pentru cele două linii şi doi fotomultiplicatori selecţionaţi, care să debiteze într-un sistem de raportare directă a acestora. În acest mod s-ar reduce şi neajunsurile care apar din cauza uşoarei neconstanţe în timp a intensităţii radiaţiei flăcării.

Primit la redacţie la 19 ianuarie 1966

BIBLIOGRAFIE

1. Ath. Truţia, St. cerc. fiz., *4*, 559 (1962).
2. Landolt—Bornstein, *Atom und molecular physik*, 1950, p. 265.
3. Т. К. Гольдберг, Известия ГАО, **20**, *3*, 156 (1956).
4. W. E. Forsythe, E. G. Adams, *Journal of optical Soc.*, **35**, *2*, 108 (1945).

INTERDEPENDENȚA DINTRE PARAMETRII FUNCȚIONALI ȘI PERFORMANȚELE COMPRESORULUI CENTRIFUG

DE

VICTOR PIMSNER

621.515

Variația performanțelor compresorului centrifug, impusă de modificarea regimului de lucru, este în strînsă interdependență de parametrii funcționali și constructivi ai soluției alese.

Lucrarea își propune să analizeze această corelație și modul în care poate influența alegerea regimului de calcul al unei soluții constructive alese. Pe baza metodei de calcul stabilite se analizează influența variației debitului, turației și a exponentului izentropic al evoluției asupra mărimii lucrului mecanic transmis fluidului, a pierderilor prin frecări în rotor și difuzor etc. Se scoate în relief valabilitatea restrînsă a criteriilor de similitudine existente în literatură, la o variație sensibilă a regimului de lucru. Metoda elaborată permite calculul performanțelor compresorului de regim nominal și soluție constructivă dată.

Soluția constructivă și regimul nominal al compresorului centrifug determină univoc la acest regim mărimea parametrilor funcționali. Funcționarea la regimuri diferite de regimul nominal conduce la modificarea performanțelor compresorului, produsă de variația valorii parametrilor funcționali, care, la rîndul lor, sînt funcție de performanțele compresorului la noul regim de funcționare. Există astfel între mărimile menționate o interdependență intimă, a cărei determinare este indispensabilă pentru a aprecia sensul și intensitatea de variație a performanțelor compresorului centrifug la regimuri diferite de cel nominal, ceea ce poate determina și alegerea mărimilor principale de calcul. De aceea în continuare se va căuta să se analizeze corelația dintre debitul, turația, gradul de comprimare și parametrii funcționali ai compresorului centrifug monoetajat, ca

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 nr. 3 p. 625—635, București 1966

și modul în care această interdependență se reflectă asupra alegerii regimului de calcul. Pentru a asigura rezultatelor obținute un grad de generalitate, performanțele compresorului vor fi exprimate prin parametrii de similitudine respectivi [1], [2], relațiile de calcul urmînd să determine legătura lor cu intensitatea transferului de energie dintre rotor și fluid, ca și a pierderilor din compresor, care sînt funcție și de soluția constructivă a compresorului [3]. Din această cauză, pentru exemplificare s-au utilizat datele constructive ale unuia dintre compresoarele centrifuge fabricate de uzina „Hidromecanica" din Brașov și experimentat în Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România.

1. *Secțiunea de intrare a rotorului*

Diametrul butucului	$D_b = 65$ mm
Diametrul exterior al secțiunii de intrare	$D_i = 133{,}5$ mm
Suprafața secțiunii de intrare	$S_1 = 9\,713$ mm^2
Unghiul de intrare	$\alpha_1 = 90°$

2. *Secțiunea de ieșire a rotorului*

Diametrul rotorului	$D_2 = 224$ mm
Lățimea canalului	$b_2 = 9$ mm
Numărul paletelor	$z = 20$
Unghiul de ieșire	$\beta_2 = 90°$
Suprafața secțiunii de ieșire	$S_2 = 6\,646,75$ mm^2

3. *Difuzorul de ieșire*

Lățimea canalului	$b_3 = 9$ mm
Diametrul de intrare	$D_3 = 266{,}5$ mm
Diametrul de ieșire	$D_4 = 323$ mm
Unghiul de intrare	$\alpha_3 = 14°30'$

Regimul nominal al compresorului corespunde valorilor: debitul de aer $G_a = 0{,}7$ kg/s, gradul de comprimare $\pi_c^* = 1{,}70$, viteza de rotație $n = 24\,000$ rot/min.

Lucrul mecanic specific transmis de rotor fluidului este dat de relația

$$L = \frac{1}{g}(c_{2u}\,u_2 - c_{1u}\,u_1) = \frac{u_2^2}{g}\left(\varphi_{2u} - \overline{D}_1 \frac{c_{1u}}{u_1}\right), \tag{1}$$

în care $\varphi_{2u} = \dfrac{c_{2u}}{u_2}$ (raportul componentei tangențiale a vitezei absolute a fluidului la ieșirea din rotor și viteza periferică a rotorului la diametrul D_2) este o mărime constantă, independentă de regimul de funcționare, deoarece $\beta_2 = 90°$ [3], [4], [5]. Coeficientul φ_{2u} poate fi scris

$$\varphi_{2u} = \frac{c_{2u}}{u_2} = \frac{60}{\pi D_2}\sqrt{gR\,\frac{2\varkappa}{\varkappa+1}}\cdot\frac{\sqrt{\lambda_2 \cos\alpha_2}\,\sqrt{\theta^*}}{\overline{n}}, \tag{2}$$

în care $\theta^* = \frac{T_c^*}{T_0}$ este raportul temperaturilor fluidului de lucru la ieșirea și la intrarea în compresor.

Întrucît prin calcul s-a dedus $\varphi_{2u} = 0{,}87$, cu datele prezentate din relația (2) se obține

$$\overline{n} = 1{,}6619 \times 10^3 \sqrt{\theta^*}\, \lambda_2 \cos \alpha_2 \left(\frac{2\varkappa}{\varkappa+1}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{3}$$

Coeficientul lucrului mecanic specific de frecare

$$f = c_f \frac{\pi}{600} \cdot \frac{D_2^2}{b_2} \sqrt{\frac{g}{R} \cdot \frac{\varkappa+1}{2\varkappa}} \cdot \frac{\overline{n}}{\lambda_2 \sin \alpha_2 \sqrt{\theta^*}}$$

devine

$$f = 1{,}24556 \times 10^{-5} \left(\frac{\varkappa+1}{2\varkappa}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\overline{n}}{\lambda_2 \sin \alpha_2 \sqrt{\theta^*}}. \tag{4}$$

Din expresia lucrului mecanic specific al compresorului

$$L_c = \frac{\varkappa}{\varkappa-1} RT_0 (\theta^* - 1) = \frac{\overline{n}}{g} \left(\frac{\pi D_2}{60}\right)^2 (\varphi_{2a} + f) \tag{5}$$

rezultă pentru soluția analizată

$$\theta^* = 1 + \frac{\varkappa-1}{\varkappa} \cdot \frac{1{,}3742\, \overline{n}^2}{287{,}139 \times 10^4} (\varphi_{2u} + f). \tag{6}$$

S-a arătat [3] că pe baza datelor experimentale [6] randamentul rotorului

$$\eta_r = \frac{\pi_r^{*\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} - 1}{\theta^* - 1}$$

este constant și independent de regimul de lucru dacă $u_2 \leqslant 400$ m/s. Cum pentru regimul nominal s-a determinat $\eta_r = 0{,}824$, se obține relația

$$\pi_r^* = \frac{p_2^*}{p_1^*} = [1 + 0{,}824(\theta^* - 1)]^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}}. \tag{7}$$

Criteriul de similitudine al debitului

$$\overline{G}_c = \frac{G_c \sqrt{T_0}}{p_0} = S_2\, q(\lambda_2) \sin \alpha_2 \frac{\pi_r^*\, \sigma_{ca}}{\sqrt{\theta^*}} \sqrt{\frac{g\varkappa}{R} \left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}}$$

devine

$$10^4 \overline{G}_c = 66{,}4675\, q(\lambda_2) \sin \alpha_2 \frac{\pi_r^*}{\sqrt{\theta^*}} \left[\frac{g\varkappa}{R} \left(\frac{2}{\varkappa+1} \right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}} \right]^{\frac{1}{2}}, \tag{8}$$

în care

$$q(\lambda_2) = \lambda_2 \left[\frac{\varkappa+1}{2} \left(1 - \frac{\varkappa-1}{\varkappa+1} \lambda_2^2 \right) \right]^{\frac{1}{\varkappa-1}}. \tag{9}$$

Sistemul format de relațiile (3), (4), (6), (7), (8) și (9) cuprinde necunoscutele θ^*, α_2, f, λ_2, π_r^* și $q(\lambda_2)$, iar mărimile $10^4 G$, $\overline{n}$ și $\varkappa$ apar ca parametri ale căror valori au fost alese astfel: $\varkappa = 1$, 1; 1,3; 1,4 și 1,66, iar

$G \left[\frac{k_g}{s}\right]$	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$10^4\, G$	6,5712	8,2140	9,8567	11,4997	13,1423
$n \left[\frac{\text{rot}}{\text{min}}\right]$	20 000	22 000	24 000	26 000	
$\overline{n}$	1178,6	1296,4	1414,3	1532,2	

în condițiile atmosferei standard.

Pentru rezolvarea sistemului este necesară transformarea relațiilor astfel încît mărimile să se poată determina succesiv una din cealaltă, luîndu-se ca mărime variabilă, spre exemplu, θ^*. Astfel, din relația (6) rezultă

$$f = \frac{\varkappa}{\varkappa-1} \cdot \frac{287{,}139 \times 10^4}{1{,}3742\, \overline{n}^2} - 0{,}87. \tag{10}$$

Combinarea relațiilor (3) și (4) permite obținerea unei expresii mai simple:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{1{,}24556 \times 1{,}6619 \times 10^{-2}}{f}, \tag{11}$$

care permite, cunoscînd $\operatorname{tg} \alpha_2$, să se determine $\sin \alpha_2$ și $\cos \alpha_2$. Cu ajutorul lor se calculează

$$\lambda_2 = \frac{\varkappa+1}{2\varkappa} \cdot \frac{\overline{n}}{1{,}6619 \times 10^3 \cos \alpha_2 \sqrt{\theta^*}} \tag{12}$$

și

$$q(\lambda_2) = \frac{10^4 \bar{G} \sqrt{\theta^*}}{66{,}4675 \sin \alpha_2 \, \pi_r^* \sqrt{\frac{g\varkappa}{R}} \left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}}} \tag{13}$$

Rezultatul obținut este comparat cu cel calculat din relația (9), calculele refăcîndu-se pînă cînd eroarea dintre cele două rezultate este inferioară erorii admise. Soluția lui θ^* din sistemul de ecuații, introdusă în relația (7), determină valoarea lui π_r^*. Pentru rezolvarea sistemului de ecuații s-a utilizat mașina cifrică de calcul [1]). Întrucît domeniul de lucru al mașinilor electronice de calcul cu virgulă fixă este $|\times| < 1$, a fost necesară transformarea relațiilor (10)—(13) pentru ca atît mărimile introduse, cît și cele ce se calculează să fie în domeniul de lucru al mașinii. De aceea în mașină au fost introduse mărimile $(f)^+ = 10^{-1} f$; $(\text{tg}\ \alpha_2)^+ = 10^{-1}\ \text{tg}\ \alpha_2$; $(\log \pi_r^*)^+ = 10^{-2} \log \pi_r^*$, iar în relațiile de calcul valorile $(\theta^*)^+ = 10^{-1}\ \theta^*$; $(10^4 \bar{G})^+ = 10^{-2}\ (10^4 \bar{G}) = 10^2 \bar{G}$; $(\bar{n})^+ = 10^{-4} \bar{n}$; $(\varkappa)^+ = 10^{-1} \varkappa$. Schema logică a programului este prezentată în figura 1.

Din analiza datelor obținute se constată că raportul temperaturilor extreme din compresor $\theta^* = f(\bar{n}, \varkappa, \bar{G})$, variația fiind cu atît mai sensibilă, cu cît turația este mai mare.

Variația debitului de fluid $\bar{G}$ are influența cea mai redusă asupra raportului temperaturilor θ^* (fig. 2), ea fiind produsă doar de variația intensității pierderilor, ceea ce ar părea că vine în contradicție cu relația (10) în care $f \neq \varphi(\bar{G})$. În același timp, pentru o turație dată, variația exponentului izentropic $\varkappa$ în limitele uzuale poate provoca variații sensibile ale raportului θ^* (fig. 3), în special la turații apropiate de regimul nominal. Variația lui θ^* în funcție de $\varkappa$ se datorește faptului că la turație constantă lucrul mecanic specific transmis de rotor fluidului poate fi considerat practic constant. Cum lucrul mecanic produce mărirea entalpiei unității de masă, creșterea de temperatură este invers proporțională cu căldura specifică a fluidului de lucru.

Din figura 4, în care s-a reprezentat variația coeficientului λ_2 în funcție de parametrul debitului (parametrii $\bar{n}$ și $\varkappa$) rezultă că variația lui λ_2 cu turația este mai sensibilă la debite mici, atingînd pentru cazul studiat valoarea maximă $\Delta\lambda_2 \cong 19\%$. Independent de valoarea lui $\varkappa$, variația coeficientului λ_2 cu $\bar{G}$ este mai redusă (pentru $\bar{n} = \text{const.}$). Coeficientul λ_2 pentru $\bar{n} = \text{const.}$ și $\bar{G} = \text{const.}$ are valoarea minimă pentru gazele monoatomice (fig. 5) și crește pe măsură ce exponentul $\varkappa$ scade. Aceasta se datorește variației proporționale a vitezei critce cu $\varkappa$, ceea ce face ca la viteze constante ale fluidului λ_2 să crească cînd $\varkappa$ scade, această variație reprezentînd aproximativ $\Delta\lambda_2 \cong 15\%$. În cazul

[1] Programarea și calculul pe mașină a fost efectuat de Damian Iordache din colectivul de calcul al institutului.

debitului constant, mărirea turației compresorului centrifug este urmată de creșterea gradului de comprimare, ceea ce conduce la micșorarea va-

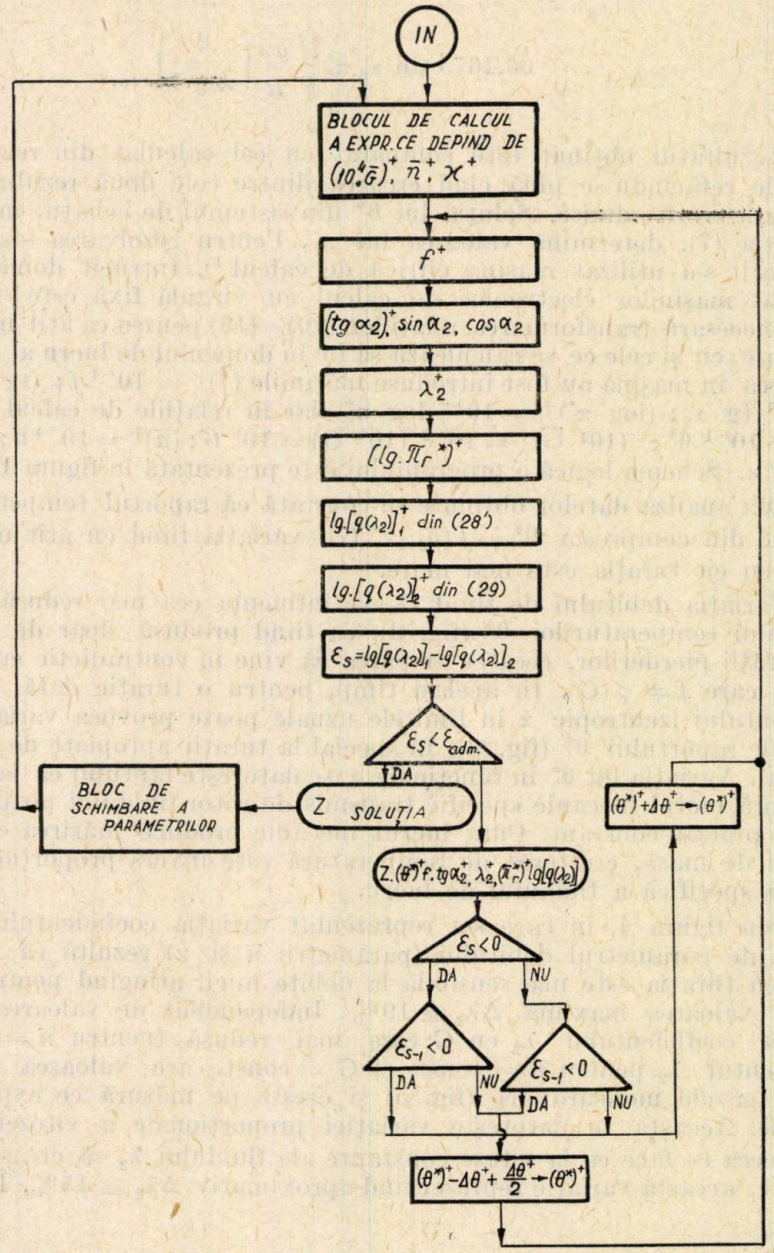


Fig. 1. — Schema logică a programului de calcul pe mașina cifrică.

lorii produsului $q(\lambda_2)$ sin α_2 (fig. 6), care este cu atît mai pronunțată, cu cît $\varkappa$ este mai mic. Variația exponentului $\varkappa$ pentru $\overline{G}$ = const. și

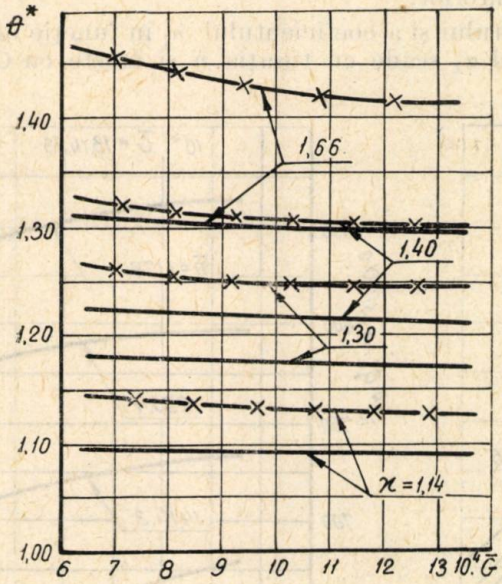


Fig. 2. — Variația raportului temperaturilor θ^* în funcție de debit $\overline{G}$ și de exponentul izentropic $\varkappa$ pentru turațiile $\overline{n}$ = 1 296,4 (—) și $\overline{n}$ = 1 532,2 (— x — x —).

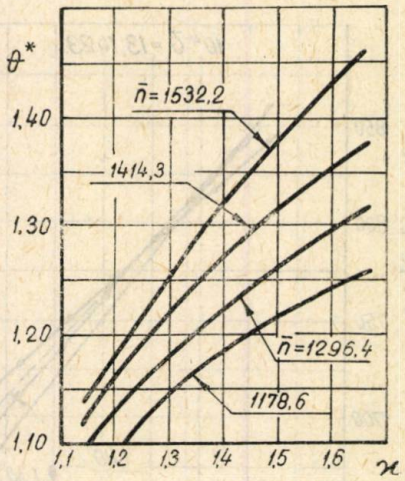


Fig. 3. — Variația raportului θ^* în funcție de exponentul $\varkappa$; Parametru: $\overline{n}$.

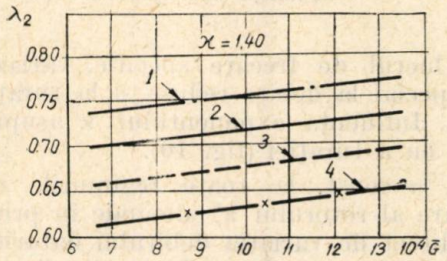


Fig. 4. — Variația coeficientului λ_2 în funcție de parametrii debitului $\overline{G}$ și turației $\overline{n}$: *1* — $\overline{n}$ = 1 532,2; *2* — $\overline{n}$ = 1 414,3; *3* — $\overline{n}$ = 1 296,4; *4* — $\overline{n}$ = 1 178,6.

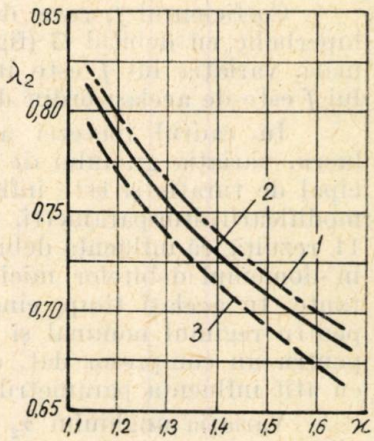


Fig. 5. — Corelația dintre coeficientul λ_2 și exponentul izentropic $\varkappa$ în funcție de turație ($\overline{n}$ = 1 414,3) și debit: *1* — $10^4\,\overline{G}$ = 13,1423; *2* — $10^4\,G$ = 10,547; *3* — $10^4\,\overline{G}$ = 8,2140.

$\overline{n}$ = const. produce o variație a funcției amintite de circa 3% la turații reduse și peste 7% la regimul maxim (fig. 7); sensul fizic al acestei variații rezultă din cele expuse anterior.

Ca urmare a modificării debitului și a coeficientului λ_2 în funcție de $\varkappa$ și de turație, rezultă că unghiul α_2 scade cu turația $\overline{n}$ și crește cu $\overline{G}$ și $\varkappa$ (fig. 8).

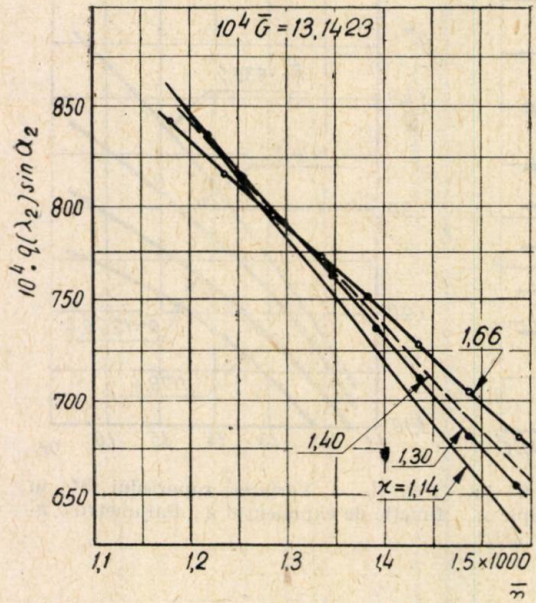


Fig. 6. — Variația termenului $q(\lambda_2)\sin\alpha_2$ în funcție de $\overline{n}$ și $\varkappa$.

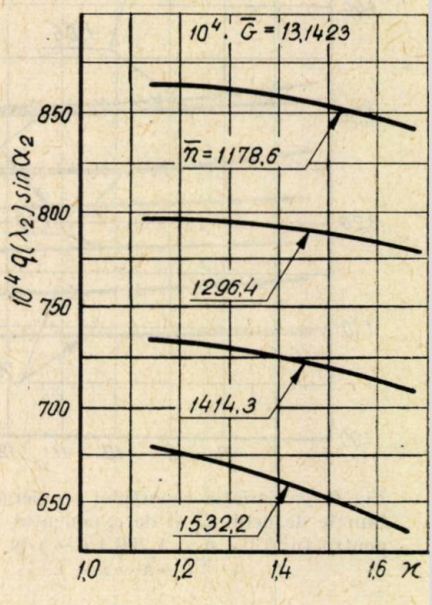


Fig. 7. — Variația produsului $q(\lambda_2)\sin\alpha_2$ în funcție de $\varkappa$; parametru $\overline{n}$.

Coeficientul f, care determină lucrul de frecare specific, variază hiperbolic cu debitul $\overline{G}$ (fig. 9); în special la debite reduse și la turații mari, variația lui f este importantă. Influența exponentului $\varkappa$ asupra lui f este de același ordin de mărime cu a turației (fig. 10).

În cadrul ipotezei admise, $\eta_r^* = \text{const.}$ la toate regimurile de lucru, variația gradului de comprimare al rotorului π_r^* depinde în principal de turație și este influențat indirect de variația debitului datorită modificării altor parametri, spre exemplu f, α_2 etc. Într-adevăr, din figura 11 rezultă că influența debitului asupra lui π_r^* poate fi luată în considerare în domeniul debitelor mici, unde variațiile lui f și α_2 sînt mai importante. În același timp, cînd $\varkappa$ variază între 1,14 și 1,66, $\Delta\pi_r^* > 8\%$ pentru regimul nominal și circa 3% pentru turații reduse. Evident că, pentru un compresor dat, cu cît gradul de comprimare este mai mare, cu atît influența parametrilor studiați este mai sensibilă.

Variația unghiului α_2 și a coeficientului λ_2 ca urmare a modificării exponentului $\varkappa$ demonstrează că respectarea criteriilor de similitudine

$\overline{n}$ = const. și $\overline{G}$ = const. nu sînt suficiente pentru asigurarea condițiilor de similitudine la ieșirea din compresor, ci trebuie luată în considerare expresia completă a criteriilor de similitudine, așa cum rezultă din relațiile (3) și (8).

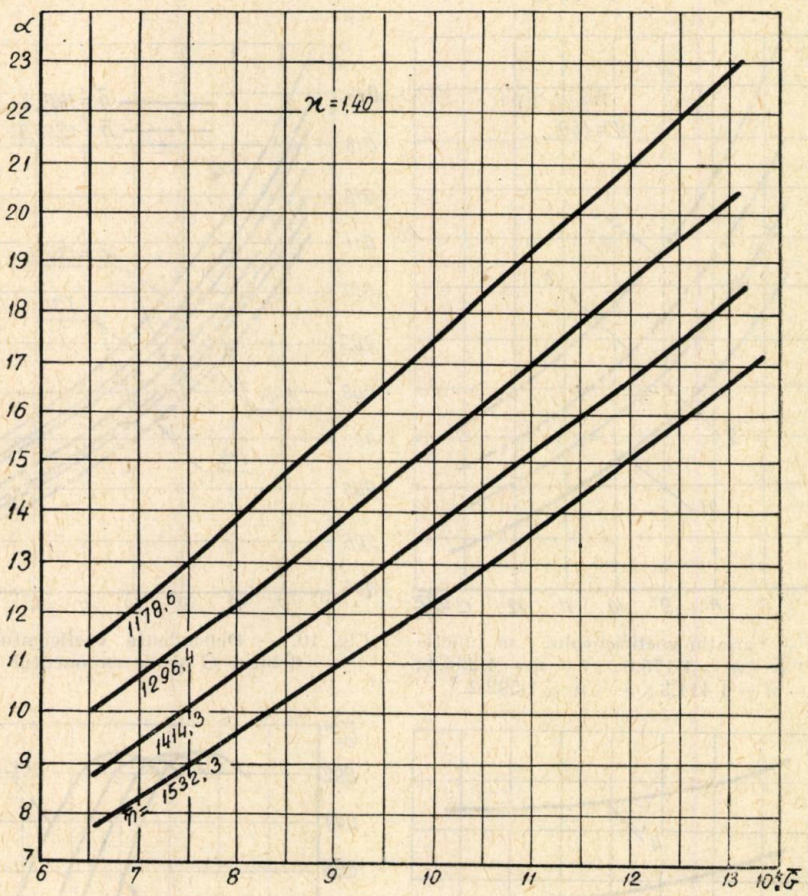


Fig. 8. — Corelația dintre unghiul de ieșire a fluidului din rotor α_2 și debit $\overline{G}$, parametru : turația.

Mărimea pierderilor din difuzorul de ieșire este determinată în principal de abaterea unghiului α_2 față de $\alpha_{2\text{nom}}$, de mărimea coeficientului λ_2 și de exponentul $\varkappa$ [3], fiind exprimată de relația

$$\sigma^*_{de} = \frac{p^*_e}{p^*_2} = 1 - \zeta_{de} \frac{\varkappa}{\varkappa + 1} \lambda_2^2 \left(1 - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa + 1} \lambda_2^2\right)^{\frac{1}{\varkappa - 1}},$$

în care

$$\zeta_{de} = 2\,\frac{p_2^* - p_0}{\rho_2\, c_2^2}.$$

S-a arătat că micșorarea exponentului $\varkappa$ este urmată de micșorarea unghiului α_2, deci $\alpha_2/\alpha_{2\text{nom}}$ scade, de unde rezultă că în zona unghiurilor

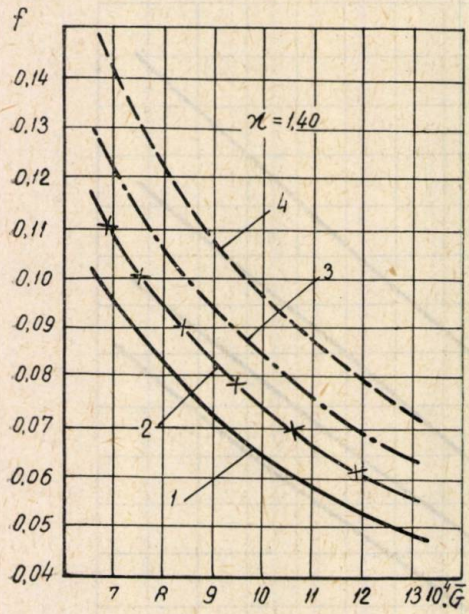


Fig. 9. — Variația coeficientului f în funcție de G: 1 — $\bar{n} = 1\,178{,}6$; 2 — $\bar{n} = 1\,296{,}4$; 3 — $\bar{n} = 1\,414{,}3$; 4 — $\bar{n} = 1\,532{,}2$.

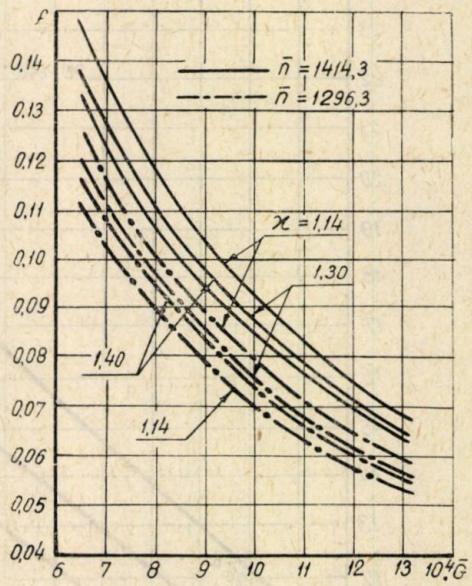


Fig. 10. — Dependența coeficientului f de debitul G și de exponentul $\varkappa$.

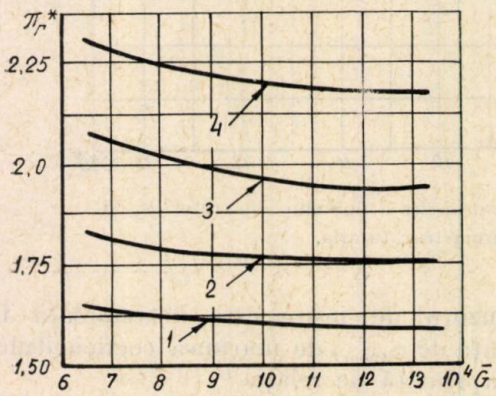


Fig. 11. — Variația lui π_r^* în funcție de G și $\bar{n}$ pentru $\varkappa = 1{,}40$: 1 — $\bar{n} = 1\,178{,}6$; 2 — $n = 1\,296{,}4$; 3 — $\bar{n} = 1\,414{,}3$; 4 — $\bar{n} = 1\,532{,}2$.

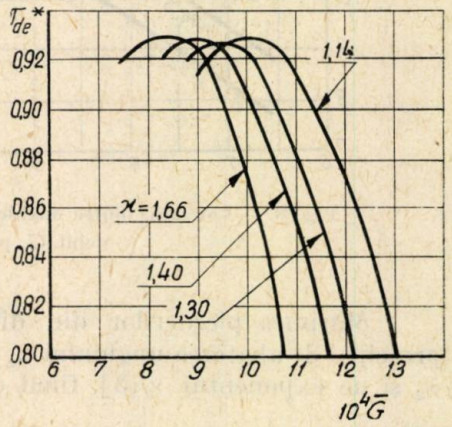


Fig. 12. — Variația coeficientului σ_{de}^* în funcție de G și $\varkappa$.

de incidență negative ζ_{de} se micșorează. Fenomenul se petrece invers pentru unghiuri de incidență pozitive, adică $\frac{\alpha_2}{\alpha_{2\text{nom}}} > 1$. Calculul arată că în expresia lui σ_{de} variațiile lui ζ_{de} sînt mai mari decît ale termenului $\frac{\varkappa}{\varkappa+1}\lambda_2^2\left(1-\frac{\varkappa-1}{\varkappa+1}\lambda_2^2\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}$ cînd variază λ_2 și $\varkappa$. Din această cauză, la debite mari, corespunzătoare unghiurilor de incidență negative, pierderi mai mici se obțin pentru valorile mici ale lui $\varkappa$ (fig. 12); în schimb, la debite mari, influența exponentului este inversă.

Lucrul mecanic specific este determinat în principal de valoarea turației, dar pentru $\overline{n} = \text{const.}$ el variază invers proporțional cu exponentul izentropic $\varkappa$, în special la turații mari. Totuși, datorită ponderii reduse a coeficientului f, variația totală nu depășește 1,5%, ceea ce permite, într-o primă aproximație, neglijarea influenței naturii fluidului asupra lucrului mecanic specific, dar dependența debitului de $\varkappa$ face ca lucrul mecanic al compresorului să fie sensibil influențat de fluidul utilizat.

Din relațiile prezentate rezultă că variația constantei fluidului de lucru R influențează direct lucrul mecanic de antrenare, iar același grad de comprimare se obține la o turație mai scăzută. Aceasta explică utilizarea gazelor cu greutate moleculară mare la determinarea caracteristicilor compresoarelor de mare putere.

În concluzie, analiza efectuată a scos în relief variația parametrilor funcționali în funcție de regimul compresorului centrifug, ca și a naturii fluidului de lucru asupra performanțelor sale chiar cînd parametrii de similitudine utilizați sînt constanți. Pentru $\overline{G} = \text{const.}$ și $\overline{n} = \text{const.}$ micșorarea lui $\varkappa$ conduce la mărirea lui λ_2 și la micșorarea unghiului α_2, ceea ce are drept consecință nerespectarea condițiilor de similitudine, abaterea fiind sensibilă pentru $\lambda_2 \geqslant 0{,}5-0{,}6$, cazuri suficient de des întîlnite în practică ($\pi_c^* \geqslant 1{,}6-1{,}7$). Performanțele reale ale compresorului pot fi însă determinate, pe baza relațiilor stabilite, dacă se cunosc datele sale constructive și regimul nominal al tipului studiat.

Primit la redacție la 3 ianuarie 1966

BIBLIOGRAFIE

1. V. Pimsner, C. A. Vasilescu, G. A. Rădulescu, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*, București, Edit. Acad. Republicii Socialiste România, 1964.
2. I. Kruschik, *Die Gasturbine*, Wiena, Springer-Verlag, 1960.
3. V. Pimsner, *Asupra unei metode de determinare a caracteristicii universale a compresorului centrifug*, *St. cerc. energ. electr. 5*, *1*, 137—154 (1965).
4. J. A. Rydlewicz, *Wpływ nachylenia łopatek i zbreznosci tarcz na wartość energii przekazywanej w sprezojacym wiencu promieniowym*, Cieplne Maszyny Przeplywowe, 51/52 Lodz—1964.
5. Стечкин Б. С. и др., *Теория реактивных двигателей*. том I, Москва, Оборонгиз, 1956.
6. H. E. Sheets, *Nondimensional Compressors Performance for a Range of Mach Numbers and Molecular Weights*, Transactions of the ASME, **74**, 1, 93—102 (1952).

FOLOSIREA AMESTECURILOR DE MOTORINĂ ȘI PETROL ÎN MOTORUL DIESEL. STABILIREA EVOLUȚIEI PROBABILE A PRINCIPALELOR PROPRIETĂȚI FIZICO-CHIMICE

DE

SIMION FAUR

621.436 : 662.68

Intensificarea utilizării motoarelor cu aprindere prin compresiune impune lărgirea bazei de combustibili diesel. Una dintre soluții, imediat aplicabilă, constă în folosirea unor amestecuri de motorine și petroluri. Autorul își propune ca să studieze influența pe care alimentarea cu astfel de combustibili o exercită asupra performanțelor tehnice-economice ale motorului. În acest prim articol se examinează, pe baza unor considerații teoretice și a datelor din literatura de specialitate, modul probabil de variație a principalelor proprietăți ale combustibililor respectivi corespunzătoare bunei funcționări a motorului.

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Directivele Congresului al IX-lea al P.C.R. cu privire la dezvoltarea economiei naționale în perioada 1966—1970 prevăd intensificarea utilizării motoarelor cu aprindere prin compresiune, ceea ce va duce la o evoluție continuu ascendentă a consumului de motorine.

Cererile crescînde de combustibil diesel, manifestate și pe plan mondial, au determinat elaborarea unor procedee noi de lărgire a fabricației de motorine, în special pe linia adîncirii prelucrării secundare a țițeiului. Produsele rezultate, cu excepția celor preparate prin hidrocracare, nu satisfac însă în mod corespunzător necesitățile impuse de buna funcționare a motoarelor cu aprindere prin compresiune. Din această cauză, ele trebuie supuse unor procedee de îmbunătățire a calității.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 637—656 București 1966

În țara noastră, asemenea metode de lărgire și de îmbunătățire a fabricației de motorine erau inexistente înainte de 1959, dată la care însă ponderea lor începe să crească treptat. Pînă în anii 1975—1980, ritmul de introducere a procedeelor moderne de prelucrare secundară a țițeiurilor și de ridicare a calității motorinelor astfel obținute va putea totuși cu greu face față ritmului de creștere a necesităților economiei naționale și solicitărilor la export.

Apare deci oportună examinarea altor posibilități de a lărgi baza de combustibili folosibili în motoarele cu aprindere prin compresiune. Această problemă a preocupat și preocupă pe specialiștii multor țări. Numeroase cercetări au fost și sînt închinate utilizării directe a produselor grele și reziduale în anumite tipuri de motoare cu aprindere prin compresiune, obținîndu-se rezultate pozitive. Subliniem în această privință contribuția unor studii efectuate în țara noastră [1], [2], legate de valorificarea unor asemenea produse provenite din țițeiuri românești.

În ultimul timp, în legătură cu transformarea motorului cu aprindere prin compresiune într-un motor policarburant, se manifestă o accentuată tendință de împingere a combustibililor diesel spre fracțiunile ușoare, inclusiv benzină. Au fost încercate în acest scop o serie de procedee, ca, de pildă, cel francez Vigom sau cel german Meurer, dar nici una dintre căile preconizate nu dă încă rezultate pe deplin satisfăcătoare. Din această cauză, paralel cu cercetările întreprinse pentru îmbunătățirea acestor procedee, se experimentează intens, pe diferite tipuri de motoare cu aprindere prin compresiune, o gamă largă de combustibili ușori, pentru a se stabili corelații între proprietățile acestora și comportarea lor în motor [3], [4], [5].

Lucrarea noastră se încadrează în această ultimă categorie de cercetări. Ne propunem în prezentul articol să determinăm modul probabil de variație a principalelor proprietăți a unor combustibili diesel, preparați din motorine cu adaosuri crescînd de fracțiuni de tip petrol[1]). Pe această bază vom studia apoi influența pe care alimentarea motorului cu astfel de combustibili o exercită asupra performanțelor tehnice ale acestuia. Într-o a treia etapă vom verifica, prin determinări de laborator și încercări experimentale pe motor, concluziile teoretice, deducînd în final economicitatea soluției adoptate.

2. POSIBILITĂȚI DE CARACTERIZARE A AMESTECURILOR DE MOTORINE ȘI PETROLURI

Pentru atingerea primului obiectiv este necesar să precizăm minimul de proprietăți ale amestecului de motorine și petroluri capabile să le caracterizeze evoluția și în funcție de care să se poată exprima celelalte calități esențiale ale unui combustibil diesel. Vom observa în prealabil că obținerea combustibililor P se poate face pe două căi. Una constă în

[1]) Vom denumi convențional asemenea amestecuri combustibili P.

coborîrea iniţialului de fierbere în cursul procesului de distilare a unui anumit tip de ţiţei şi în condiţiile menţinerii unui final dat (corespunzător, în general, motorinelor comerciale) pînă la valorile minime ale temperaturilor iniţiale ale fracţiunilor de tip petrol folosite curent (combustibili P_1). O a doua variantă de preparare o constituie amestecarea unor motorine cu cantităţi crescînde de fracţiuni de tip petrol (combustibili P_2). În acest caz, cele două componente ale amestecului pot proveni din distilarea aceluiaşi ţiţei sau din ţiţeiuri de naturi diferite, iar intervalele lor de distilare pot varia în limitele care definesc produsele respective.

Posibilităţile cele mai adecvate de caracterizare a evoluţiei combustibililor par a fi cele legate de procesul de distilare fracţionată. Pe baza examinării acestuia [2]) se deduce că, în ambele variante de preparare, temperatura medie de fierbere poate fi aleasă ca una dintre proprietăţile în măsură să satisfacă acest obiectiv. Variaţia ei dă informaţii atît asupra conţinutului procentual de petrol în amestec (ea scade cu mărirea acestuia indiferent de natura ţiţeiului din care provine), cît şi asupra compoziţiei fracţionate a celor doi componenţi (cu cît aceştia sînt mai uşori, cu atît temperatura medie de fierbere a combustibililor va fi mai mică). Temperatura medie de fierbere prezintă şi avantajul că în funcţie de ea pot fi exprimate marea majoritate a proprietăţilor fizice medii ale amestecului. Ea singură nu poate constitui, totuşi, un indice capabil să oglindească dependenţa celorlalte proprietăţi ale combustibililor P de variaţia cantitativă şi calitativă a celor două fracţiuni în amestec. Aceasta se referă îndeosebi la proprietăţile lor chimice, dar şi la cele fizice sau fizico-chimice, influenţate, într-o măsură mai mică sau mai mare, de compoziţia chimică a combustibililor. Astfel, de pildă, două amestecuri cu aceeaşi temperatură medie de fierbere, dar cu componente provenite din ţiţeiuri de naturi diferite (de exemplu cazurile extreme : motorină parafinoasă cu adaosuri de petrol parafinos şi motorină neparafinoasă cu procente de petrol neparafinos), vor avea cu siguranţă compoziţii, deci proprietăţi chimice foarte deosebite, care vor contribui şi la diferenţierea proprietăţilor fizice medii, şi cu atît mai mult a celor de natură complexă (ca, de pildă, viscozitatea, tensiunea superficială etc.).

Din această cauză este absolut necesar ca, în afara precizării modului de variaţie a temperaturii medii de fierbere a combustibililor P în funcţie de creşterea conţinutului lor procentual de petrol, să se obţină indicaţii şi asupra evoluţiei probabile a compoziţiei lor chimice în diferitele cazuri posibile.

Vom folosi în acest scop o serie de determinări, bazate pe analiza *n-d-M*, cuprinse în lucrarea *Proprietăţile ţiţeiurilor româneşti* de G. A. Rădulescu [7]. Este vorba îndeosebi de tabelele 13, 14 şi 15 (p. 74—103), care cuprind principalele proprietăţi ale fracţiunilor succesive (din 50 în 50°C), obţinute prin distilarea a peste 30 de ţiţeiuri reprezentative, grupate pe cele trei categorii de bază : parafinoase, semiparafinoase şi neparafinoase. Printre caracteristicile respective se dă şi compoziţia chimică,

[2]) Din lipsă de spaţiu, renunţăm la prezentarea unei asemenea analize, făcute de noi într-o lucrare mai amplă [6].

exprimată pentru fracțiunile pînă la 200°C în procente ale claselor de hidrocarburi, iar la cele peste 200°C în conținutul procentual al atomilor de carbon în grupele structurale.

Pentru a putea desprinde existența unei eventuale tendințe de variație a compoziției fracțiunilor cu coborîrea temperaturii medii de fierbere, am ales cîte două țițeiuri din cele două clase opuse: parafinoase (Aricești și Bucșani) și neparafinoase (Moreni A_1, special, și Moreni A_2), care au caracteristici extreme pentru categoria din care fac parte [3]).

În tabela 1 dăm compoziția fracțiunilor succesive obținute la distilarea acestor țițeiuri în intervalul 450—150°C [4]).

Așa cum ne-am așteptat, fracțiunile succesive fiind relativ înguste, nu se constată pentru nici unul dintre țițeiurile examinate o tendință netă de creștere sau descreștere a conținutului procentual al vreunuia dintre cei trei componenți o dată cu coborîrea temperaturii medii de fierbere. În schimb, rezultă că, în general, compoziția acestora depinde simțitor de natura țițeiurilor din care provin. Aceleași fracțiuni, una preparată dintr-un țiței parafinos și alta dintr-unul neparafinos, au compoziții mult mai diferite decît cele ale celorlalte fracțiuni provenite din aceeași clasă.

Cu ajutorul datelor din tabela 1 s-au calculat compozițiile cîtorva sorturi de combustibili ipotetici de tip P_1, a căror examinare permite tragerea unor concluzii interesante privind variația compoziției structurale pe măsura coborîrii temperaturii inițiale de fierbere în cursul procesului de distilare.

Din fiecare țiței s-au obținut două sorturi de motorină: 450—300 și 400—300°C, cărora li s-a micșorat inițialul pînă la 200 și 150°C. Compoziția structurală a combustibililor rezultați (tabela 2) arată că în toate cazurile analizate, cu excepția țițeiului de Moreni, coborîrea inițialului conduce la mărirea conținutului procentual de carboni parafinici. La țițeiurile parafinoase, procentul de carboni aromatici crește ușor, iar la cele neparafinoase scade pe măsura micșorării inițialului (îndeosebi sub 200°C); conținutul de carboni naftenici are o evoluție exact opusă. Cele de mai sus se pot urmări și în figura 1.

Pentru a putea deduce modul de variație al structurii chimice a combustibililor de tip P_2 s-au mai calculat pentru fiecare țiței compozițiile unor fracțiuni ușoare largi (300—150°C) și (300—200°C). Dispunem astfel de cîte două sorturi de motorină și de fracțiuni ușoare largi la fiecare țiței. Amestecîndu-le una cîte una în diferite proporții, obținem o gamă bogată de combustibili P_2 ipotetici. Cum compoziția chimică a acestora este ușor de calculat, iar limitele lor de distilare acoperă în dife-

[3]) Ne referim la conținutul maxim (țițeiuri parafinoase), respectiv minim (țițeiuri neparafinoase) de parafine în cazul celor două clase opuse, iar în cadrul aceleiași clase la procente cît mai diferite de aromate și de naftene ale celor două țițeiuri considerate.

[4]) Am ales un interval total de distilare mai larg decît cel în care sînt cuprinse în mod obișnuit fracțiunile care intră în grupa petrolurilor (200—300°C) și motorinelor (300—360°C), pentru a studia și situațiile extreme (eventuala folosire a solventului petrolier, și a unor fracțiuni mai grele). Compoziția structurală a fracțiunilor 150—200°C s-a recalculat folosind coeficienții de repartiție a atomilor de carbon în cicluri și în catenele parafinice dați de autor.

Tabela 1

Compoziția structurală a unor fracțiuni obținute prin distilarea a patru țițeiuri românești [7]

Compoziție	Temperatura de separare a particulelor C din țițeiurile																							
	Ariceşti						Bucşani						Moreni A_1 (special)						Mosoaia A_1					
	150 200	200 250	250 300	300 350	350 400	400 450	150 200	200 250	250 300	300 350	350 400	400 450	150 200	200 250	250 300	300 350	350 400	400 450	150 200	200 250	250 300	300 350	350 400	400 450
C_A %	11	3	4	4	4	5	13	8	9	9	8	7	14	17	20	20	24	24	14	14	23	28	29	22
C_N %	13	31	29	23	31	31	12	7	12	11	28	29	40	37	37	42	33	32	48	49	40	18	21	37
C_P %	76	66	67	68	65	65	75	85	79	80	64	64	46	46	43	38	43	44	41	37	37	54	50	41

Tabela 2

Compoziția chimică structurală a unor combustibili ipotetici de tip P_1

Compoziția	Temperatura de separare a combustibililor																							
	parafinoase												neperafinoase											
	Ariceşti						Bucşani						Moreni A_1 (special)						Mosoaia A_1					
	450 300	450 200	450 150	400 300	400 200	400 150	450 300	450 200	450 150	400 300	400 200	400 150	450 300	450 200	450 150	400 300	400 200	400 150	450 300	450 200	450 150	400 300	400 200	400 150
C_A %	4	4	5	4	4	5,5	8	8	9	8,50	9	9	22,50	21	19,50	22	20,50	19	26	24	22	29	24	22
C_N %	30	30	27	30	30	26	22	17	16	19	14	14	36	36,50	37	38	37,50	38	25,50	32	34	19	31	34
C_P %	66	66	68	66	68,5	70	70	75	75	72,50	77	77	41,50	42,50	43,50	40	42	43	48,50	44	44	52	45	44

rite variante (450—150°C); (450—200°C); (400—150°C); (400—200°C) întregul interval considerat, se poate urmări variația structurii chimice a combustibililor de tip P_2 în funcție de natura țițeiurilor din care provin componenții, de temperatura lor medie de fierbere și de conținutul lor

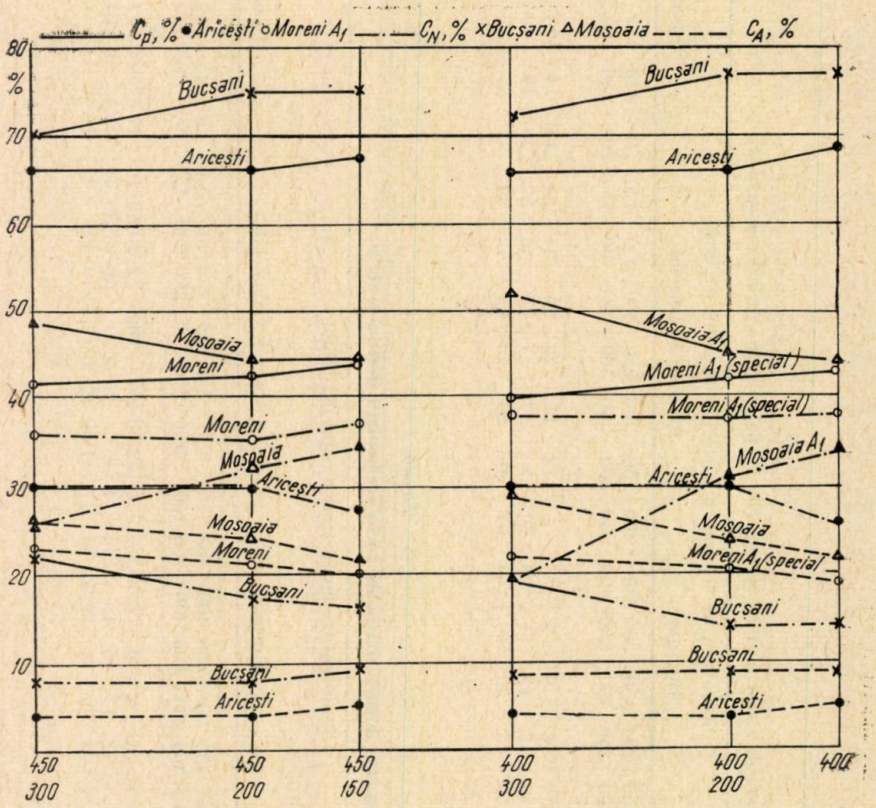


Fig. 1. — Variația compoziției structurale a unor combustibili ipotetici de tip P_1.

procentual în amestec. Pentru exemplificare, dăm în tabela 3 compoziția chimică a doi astfel de combustibili preparați: unul dintr-o motorină parafinoasă (Aricești 450—300°C) în amestec de procente crescînde de fracțiuni ușoare neparafinoase (Moreni A_1 300—150°C), iar celălalt dintr-o motorină neparafinoasă (Moreni A_1 450—300°C) cu procente crescînde de petrol parafinos (Aricești 300—150°C).

Din examinarea acestui tabel și a figurii 2 rezultă că amestecarea motorinelor cu fracțiuni ușoare de tip petrol oferă largi posibilități de a obține combustibili de tip P_2 cu compoziție chimică dorită. Astfel, în primul caz, amestec de motorină parafinoasă cu cantități sporite dintr-o fracțiune ușoară neparafinoasă, conținutul procentual de carboni aromatici și naftenici crește paralel cu scăderea celui de carboni parafinici,

Tabela 3

Variaţia compoziţiei chimice a unor combustibili P_2 ipotetici

Compoziţie	Motorină 450—300°C Ariceşti + % petrol 300—150°C Moreni A_1					Motorină 450—300°C Moreni A_1 % petrol 300—150°C Ariceşti				
	0	25	50	75	100	0	25	50	75	100
C_A	4	7	11	14	17	22,50	18	14	9	6
C_N	30	32	34	36	38	36	33	30	28	24
C_P	66	61	55	50	45	41,50	49	56	63	70

în timp ce în al doilea caz—motorina neparafinoasă cu cantităţi crescînde dintr-o fracţiune parafinoasă — se obţine un efect exact opus.

Din cele de mai sus se pot trage următoarele concluzii :

— coborîrea iniţialului motorinelor spre fracţiunile de tip petrol în cursul procesului de distilare (combustibilii de tip P_1) conduce în general, la mărirea conţinutului de carboni parafinici ; la ţiţeiurile parafinoase, conţinutul de carboni aromatici creşte uşor, iar la cele neparafinoase scade, conţinutul de carboni naftenici avînd o evoluţie opusă ;

— prin amestecarea de motorine cu fracţiuni uşoare în procente variate şi preparate din ţiţeiuri diferite se pot obţine combustibili de tip P_2 cu compoziţii chimice de o extremă diversitate.

3. VARIAŢIA PROBABILĂ A PROPRIETĂŢILOR COMBUSTIBILILOR *P*

Pe baza informaţiilor obţinute mai sus se poate trece la încercarea de a stabili modul probabil de variaţie a celorlalte proprietăţi ale combustibililor P în funcţie de temperatura lor medie de fierbere şi ţinînd seama de evoluţia corespunzătoare a compoziţiei lor chimice. Este deci necesară precizarea proprietăţilor pe care le vom examina.

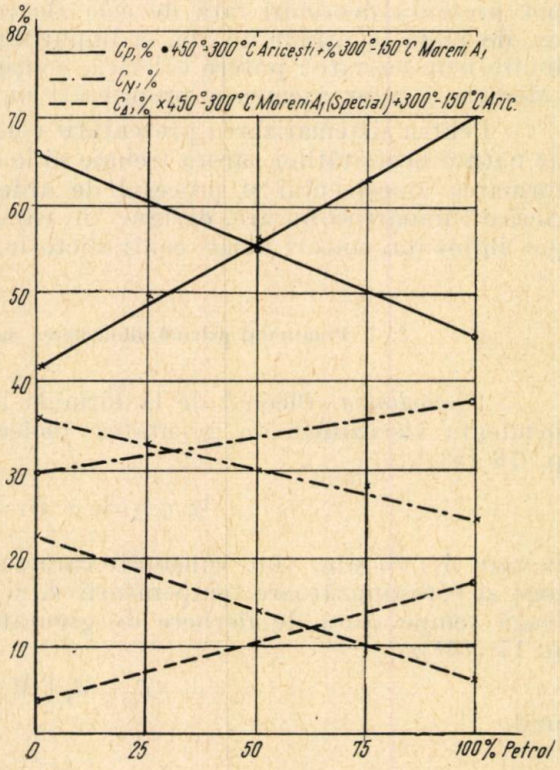


Fig. 2. — Variaţia compoziţiei structurale a unor combustibili ipotetici de tip P_2.

Cerințele cărora trebuie să le corespundă un combustibil diesel pentru a fi utilizat în motor sînt stabilite prin specificațiile de calitate prevăzute în standarde și norme, cum sînt: viscozitatea, punctul de congelare, compoziția fracționată, indicele diesel etc.

O analiză mai atentă a influenței combustibilului asupra diferitelor procese legate de funcționarea optimă a motorului conduce la evidențierea unor proprietăți care, deși au un rol deosebit de important în modul de desfășurare a unor asemenea procese, lipsesc din recomandările amintite [5]). Ne referim, de pildă, la: tensiunea superficială căldura specifică, căldura latentă de vaporizare, coeficientul de interdifuziune etc. Acest fapt se datorește fie relativei greutăți de determinare a caracteristicilor respective, fie mai ales împrejurării că pentru nevoile curente prescrierea lor nu este absolut necesară.

Obiectivul pe care ni l-am propus impune însă ca, pe lîngă variația proprietăților cuprinse în specificațiile de calitate, să examinăm și pe cea a caracteristicilor de natura celor amintite mai sus.

În legătură cu aceasta este necesar să mai facem o observație: în mod evident, o parte dintre proprietățile combustibililor P fie că nu pot prezenta deosebiri față de cele ale combustibililor diesel obișnuiți, ca, de pildă, conținut de apă și impurități mecanice, fie că variază în limite neînsemnate: putere calorică, conținut de cenușă. Luarea în considerație a unor asemenea proprietăți nu este deci necesară.

Pentru sistematizarea prezentării vom grupa proprietățile în funcție de natura necesităților cărora trebuie să le facă față, respectiv alimentare, formarea amestecului și procesul de ardere, durabilitate și depozitare. Această împărțire nu are, desigur un caracter riguros: unele proprietăți pot influența, uneori chiar contradictoriu, procese din grupe diferite.

3. 1. Proprietăți privind alimentarea motorului cu combustibil

Viscozitatea. Plecînd de la formula lui Göttner referitoare la dependența viscozității de greutatea moleculară în serii omologe ([9], p. 76 (93))

$$\lg \eta_t = A_t + B_t \cdot M^{n_t}, \tag{1}$$

în care A_t, B_t și n_t sînt constante caracteristice unei anumite serii omologe și corespunzătoare temperaturii t, și ținînd seama de relațiile care leagă temperatura de fierbere de greutatea moleculară de tipul ([10], p. 17 (131))

$$T_f = a_1 \sqrt{M}, \tag{2}$$

unde

---

[5]) În legătură cu aceasta se poate de asemenea consulta lucrarea [6]. De altfel, o parte din aceste proprietăți sînt tratate în manualele de specialitate, ca [8].

T_f este temperatura de fierbere a indivizilor chimici dintr-o serie omologă de hidrocarburi,

M — greutatea lor moleculară,

a_1 — constantă caracteristică seriei, se poate deduce o formulă similară :

$$\lg \eta = A'_t + B'_t \, T_f^{n'_t}, \qquad (1')$$

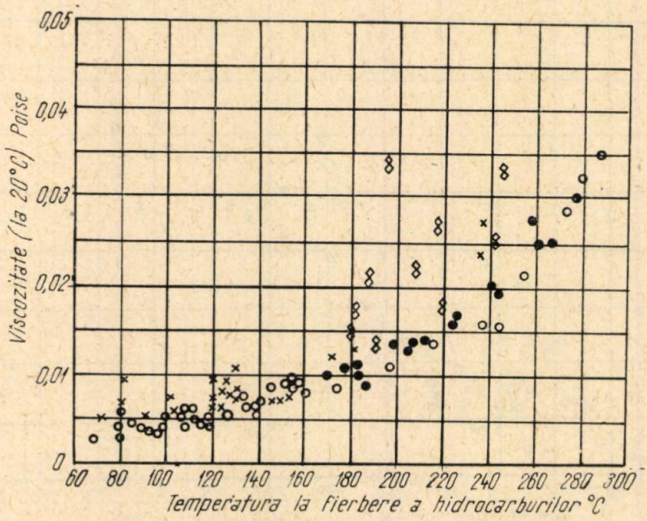


Fig. 3. — Dependenţa viscozităţii indivizilor chimici aparţinînd principalelor clase de hidrocarburi de temperatura de fierbere ; ○ alcani ; × — cicloalcani ; • — hidrocarburi aromatice ; ◇ — hidrocarburi biciclice.

în care A'_t, B'_t şi n'_t sînt constante, corespunzătoare temperaturii t.

Rezultă că, în general, viscozitatea hidrocarburilor creşte cu ridicarea temperaturii lor de fierbere, fapt ilustrat în figura 3 ([11], p. 82, fig. 37).

Din examinarea acesteia se mai constată că pentru aceeaşi temperatură de fierbere parafinele au viscozitatea cea mai mică, naftenele cea mai mare, iar aromatele au valori medii.

Viscozitatea medie a combustibililor P_1 va scădea cu micşorarea iniţialului de distilare indiferent de natura ţiţeiului. În cazul variantei 2, adăugarea de petroluri parafinoase unor motorine neparafinoase, îndeosebi naftenice, le va coborî, comparativ, mai sensibil viscozitatea, în timp ce prepararea de combustibili P_2 din motorine parafinoase cu petroluri naftenice poate ajunge, în cazuri extreme, la mărirea viscozităţii.

Punctul de congelare (*temperatura de tulburare*). Variaţia punctului de congelare a hidrocarburilor în funcţie de temperatura de fierbere (fig. 4) ([11], p. 81, fig. 36) arată că coborîrea iniţialului în cursul procesului de distilare pentru obţinerea combustibililor P_1 va conduce, în general,

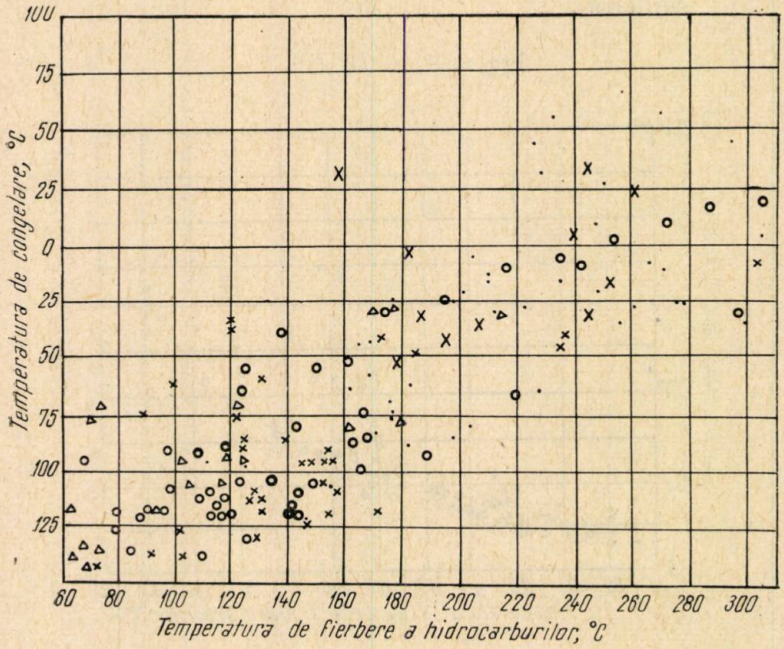


Fig. 4. — Variaţia punctelor de congelare a hidrocarburilor din diferite clase în funcţie de temperatura de fierbere : ○ — alcani ; △ — alchene ; × — cicloalcani ; • — hidrocarburi aromatice ; ◇ — hidrocarburi biciclice.

la scăderea acestuia. Diferenţa sensibilă pentru aceeaşi temperatură de fierbere între punctul de congelare al diferitelor clase de hidrocarburi şi îndeosebi valorile foarte ridicate pe care le ia în cazul parafinelor arată că, în varianta a doua de preparare a combustibililor P, evoluţia sa va fi puternic influenţată de natura ţiţeiurilor din care provin cei doi componenţi.

Reducerea cea mai sensibilă a punctului de congelare se va obţine în acest caz folosind petroluri neparafinoase. Dimpotrivă, adăugarea de fracţiuni de tip petrol parafinoase la motorine neparafinoase va avea un efect mai slab, putînd conduce chiar, în cazuri extreme, la înrăutăţirea punctului de congelare.

Densitatea (*greutatea sau masa specifică*) *şi tensiunea superficială.* Indicaţii asupra dependenţei densităţii fracţiunilor provenite din distilarea ţiţeiurilor de temperatura lor medie de fierbere pot fi obţinute

din examinarea unor relaţii semiempirice stabilite de diverşi cercetători ca, de pildă ([10], p. 23, formula I.95),

$$T_f = a_2\, d, \tag{3}$$

în care

d este densitatea,

a_2 — constantă caracteristică seriei (cuprinsă, în general, între valorile 2 şi 6).

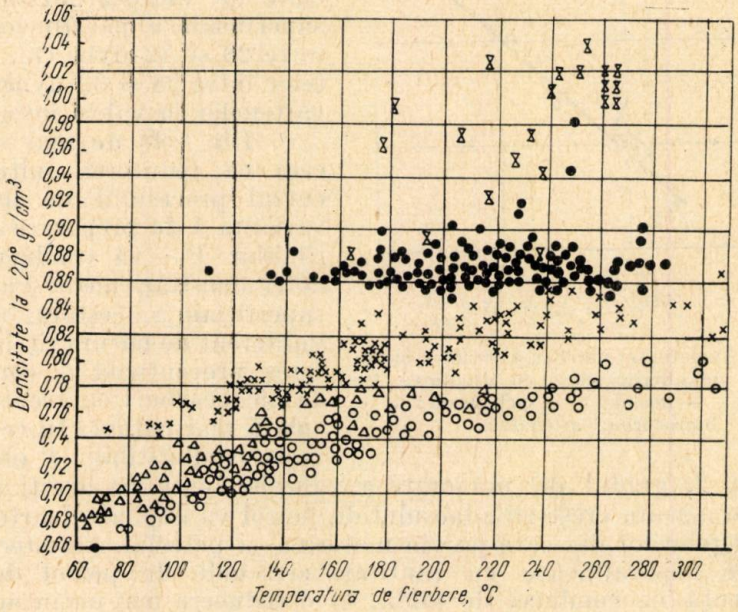


Fig. 5. — Dependenţa densităţii hidrocarburilor aparţinînd principalelor clase de hidrocarburi de temperatura de fierbere: ○ — alcani; △ — alchene; × — cicloalcani; • — hidrocarburi aromatice; ◇ — hidrocarburi biciclice.

Rezultă că, pentru marea majoritate a hidrocarburilor, densitatea scade pe măsura coborîrii temperaturii lor de fierbere, fapt ilustrat şi în figura 5 ([11], p. 79, fig. 35).

Din examinarea acesteia reiese însă că, pentru aceeaşi temperatură de fierbere, parafinele au densitatea cea mai mică; ea creşte în ordinea: parafine, olefine, naftene, aromate, acestea din urmă avînd valorile cele mai mari.

O evoluţie similară are tensiunea superficială, aşa cum se poate deduce din formula de mai jos ([12], p. 61)

$$\sigma = 51{,}5\ \gamma - 16{,}6, \tag{4}$$

unde

σ este tensiunea superficială,
γ — greutatea specifică medie,

și care se referă la amestecurile de hidrocarburi componente ale combustibililor diesel. Figura 6 ([11], p. 83, fig. 40) confirmă această similitudine atît din punctul de vedere al dependenței de temperatura de fierbere, cît și din acela al valorilor corespunzătoare, pentru aceeași temperatură de fierbere, diferitelor clase de hidrocarburi (tensiunea superficială a parafinelor variază între 28 și 32 dyne/cm, a aromatelor între 28 și 32 dyne/cm, iar a naftenelor ia valori intermediare).

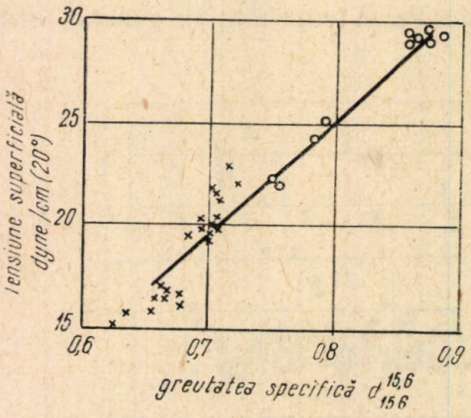


Fig. 6. — Variația tensiunii superficiale a hidrocarburilor de diferite clase cu greutatea lor specifică; × — alcani; ○ — cicloalcani; • — hidrocarburi aromatice.

Din cele de mai sus deducem că reducerea inițialului în cursul procesului de distilare — varianta 1 de preparare a combustibililor P — va conduce la scăderea densității medii și a tensiunii superficiale a acestora, reflectînd, indiferent de natura țițeiului, creșterea procentuală a conținutului de hidrocarburi cu greutate moleculară mai redusă. În ceea ce privește combustibilii P obținuți în varianta 2, gradul de micșorare a valorilor luate de acești doi parametri pe măsura creșterii adaosului de petrol va depinde foarte mult de natura țițeiurilor din care provin motorina și petrolul. Amestecarea unei motorine neparafinoase cu cantități crescînde de petrol de aceeași proveniență va conduce, de pildă, la o reducere mai puțin accentuată a densității și a tensiunii superficiale ca cea realizată în cazul utilizării unui petrol parafinos.

Căldura specifică în fază lichidă și în fază de vapori; *căldura latentă de vaporizare*. Pentru faza lichidă vom folosi relația empirică ([13], p. 165):

$$c_x = \frac{1}{\sqrt{d_m}}(0{,}403 + 0{,}00081\,t), \tag{5}$$

unde

c_x este căldura specifică a fracțiunii în fază lichidă,
d_m — densitatea medie a fracțiunii,
t — temperatura la care se găsește lichidul.

Considerînd că densitatea medie a fracțiunilor depinde de temperatura lor medie de fierbere după o lege similară cu cea exprimată de relația (3), se poate scrie

$$T_{mf} = a_2' \, d_m \tag{3'}$$

și

$$c_p = \sqrt{\frac{a'_2}{T_{m_f}}}\,(0{,}403 + 0{,}00081\,t). \qquad (5')$$

Combustibilii P_1 vor avea deci călduri specifice cu atît mai ridicate, cu cît inițialul lor va fi mai scăzut. Din figura 7 ([11], p. 82 (fig. 38)), se observă că pentru aceeași temperatură de fierbere cea mai mare căldură specifică o au parafinele, iar cea mai mică hidrocarburile aromatice.

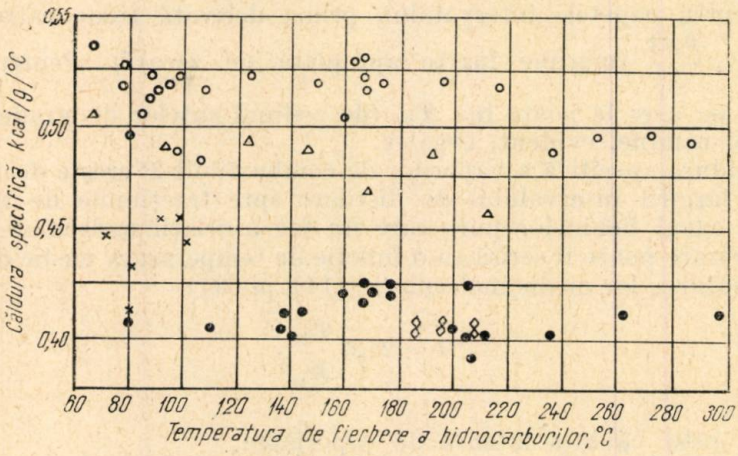


Fig. 7. — Dependența căldurii specifice a hidrocarburilor de temperatura lor de fierbere; ○ — alcani; △ — alchene; × — cicloalcani; • — hidrocarburi aromatice; ✧ — hidrocarburi biciclice.

Acest fapt va influența îndeosebi modul de variație a căldurii specifice a combustibililor P_2. Adaosul crescînd de petroluri parafinoase va ridica în mai mare măsură căldura specifică a amestecului decît cel de petroluri neparafinoase.

Căldura specifică a vaporilor de combustibili se poate pune sub forma ([14], p. 65)

$$c'_p = \frac{4 - d_m}{6450}\,(1{,}8\,t + 702)\left(0{,}146\,\frac{\sqrt[3]{T_{m_f}}}{d_m} - 0{,}41\right), \qquad (6)$$

în care — c'_p este căldura specifică a fracțiunii în fază de vapori.

Folosind (3') și derivînd (6), se obține

$$\frac{\mathrm{d}\,c'_p}{\mathrm{d}\,T_{m_f}} = K'\left[\frac{0{,}41}{a'_2} - \frac{2\,a'_2}{3\,T_{m_f}^{2/3}}\left(\frac{0{,}584}{T_{m_f}} + 0{,}073\right)\right], \qquad (7)$$

în care $K' = \dfrac{1{,}8\,t + 702}{6450}$ este o constantă pentru o anumită temperatură t de încălzire.

Derivata a doua

$$\frac{d^2 c'_p}{d T^2_{m_f}} = \frac{8}{9} a'_2 K' \frac{1}{T^{5/3}_{m_f}} \left(\frac{0{,}292}{T_{m_f}} + 0{,}073 \right) \tag{8}$$

arată că $\frac{d c'_p}{d T_{m_f}}$ este o funcţie monotonă, continuu crescătoare în intervalul posibil de variaţie al temperaturii medii de fierbere a fracţiunilor avute în vedere $(0, +\infty)$.

Pentru capetele intervalului, prima derivată tinde către $-\infty$ şi, respectiv, $\frac{0{,}41}{a'_2}$ (mărime foarte apropiată de zero) [6]). Pentru valorile efective pe care le poate lua T_{m_f} (de ordinul sutelor de grade), semnul derivatei rămîne, evident, negativ.

Căldura specifică a vaporilor de combustibili P creşte deci şi ea pe măsura lărgirii intervalului de distilare spre fracţiunile de tip petrol.

În cazul lichidelor pure care nu fac asociaţii moleculare, căldura de vaporizare poate fi scrisă ca o funcţie de temperatura medie de fierbere şi de greutatea lor medie moleculară ([14], p. 64) :

$$l = 21{,}5 \frac{T_{m_f}}{M_m}, \tag{9}$$

unde

l este căldura latentă de vaporizare,

M_m — greutatea moleculară medie.

În ipoteza, verificată experimental, că relaţia (2) poate fi aplicată în cazul fracţiunilor, ea poate fi pusă sub forma

$$T_{m_f} = a'_1 \sqrt{M_m}, \tag{2'}$$

în care a'_1 este o constantă caracteristică fracţiunii.

Înlocuind (2') în (9), se obţine

$$l = \frac{21{,}5}{(a'_1)^2} \cdot \frac{1}{T_{m_f}}, \tag{9}$$

din care se deduce că micşorarea iniţialului combustibililor P_1 conduce la mărirea căldurii latente de vaporizare.

Confirmînd această concluzie şi în cazul dependenţei căldurii latente de vaporizare de temperatura de fierbere în cadrul fiecăreia dintre principalele clase de hidrocarburi, figura 8 ([11], p. 83, fig. 34) aduce informaţii suplimentare. Acestea sînt preţioase îndeosebi pentru predeterminarea variaţiei căldurii latente de vaporizare a combustibililor P_2. Într-adevăr, aşa cum se poate constata din această figură, într-o serie omologă de hidrocarburi, căldura latentă de vaporizare creşte, în general, cu micşorarea temperaturii de fierbere. La aceeaşi temperatură de fier-

[6]) a'_2 variază ca şi a_2 între 2 şi 6.

bere însă, alcanii au valorile cele mai mici, iar hidrocarburile aromatice cele mai mari. Rezultă că adăugarea de petroluri neparafinoase la motorine parafinoase va accentua acest proces de creștere a căldurii latente de vaporizare, în timp ce amestecarea unor motorine neparafinoase cu

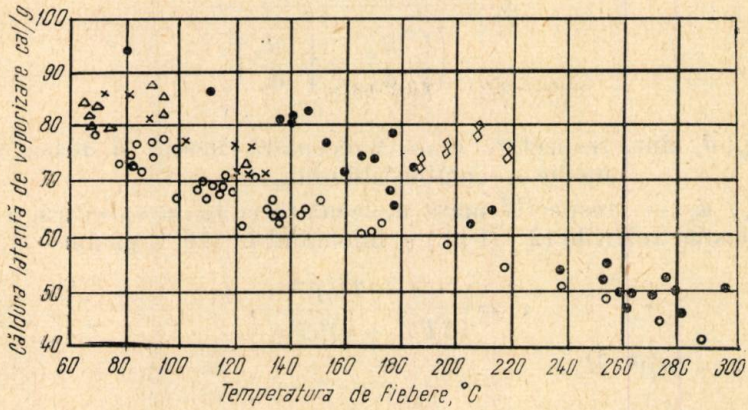


Fig. 8. — Variația căldurii latente de vaporizare a hidrocarburilor cu temperatura de fierbere; ○ — alcani; △ — alchene; × — cicloalcani; • — hidrocarburi aromatice; ◇ — hidrocarburi biciclice.

petroluri parafinoase va avea un efect opus, putînd chiar conduce, în cazuri extreme, la micșorarea căldurii latente de vaporizare.

Coeficientul de interdifuziune aer-combustibil. Pentru calculul coeficientului de interdifuziune în gaze se utilizează curent formula semiempirică a lui Gilliland ([15], p. 934)

$$D = 1{,}55.10^{-3}\,\frac{T^{3/2}\left(\frac{1}{M_1}+\frac{1}{M_2}\right)^{1/2}}{P\,(\sqrt[3]{V_1}+\sqrt[3]{V_2})^2}, \tag{10}$$

în care

D este coeficientul de difuziune, în m^2/h,
T — temperatura absolută la care are loc procesul, în °K,
P — presiunea totală la care are loc procesul, în ata,
M_1 și M_2 — masele moleculare ale celor două gaze care interdifuzează,
V_1 și V_2 — volumele molare ale lichidelor respective la punctele normale de fierbere, în $l/kmol$.

Notînd

$$E = \frac{\left(\frac{1}{M_1}+\frac{1}{M_2}\right)^{1/2}}{(\sqrt[3]{V_1}+\sqrt[3]{V_2})^2} \tag{10'}$$

şi considerînd cazul difuzării unor vapori de combustibil diesel în aer, se poate scrie

$$\mathcal{E} = \frac{\left(\frac{1}{M_m} + \frac{1}{M_a}\right)^{1/2}}{\left(\sqrt[3]{\frac{M_m}{d_m}} + \sqrt[3]{\frac{M_a}{d_a}}\right)^2} \tag{10''}$$

unde

M_m, d_m sînt, respectiv, masa moleculară medie şi masa specifică medie a combustibilului,

M_a, d_a — respectiv masa moleculară şi masa specifică a aerului.

Folosind relaţiile (2′) şi (3′) şi înlocuind în (10″), găsim

$$\mathcal{E} = \frac{(\alpha + T_{m_f}^2)^{1/2}}{(\beta T_{m_f}^{1/3} + \gamma)^2 T_{m_f}}, \tag{10'''}$$

în care $\alpha = (a_2')^2 M_a$,

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{a_2'}{(a_1')^2}},$$

$$\gamma = \sqrt[3]{\frac{M_a}{d_a}},$$

α, β şi γ fiind constante şi pozitive.

Derivînd (10‴) în funcţie de T_{m_f}, obţinem

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}T_{m_f}} = -\frac{2\beta T_{m_f}^{7/3} + 5\alpha\beta T_{m_f}^{1/3} + 3\alpha\gamma}{3(\beta T_{m_f}^{1/3} + \gamma)^3 T_{m_f}^2}. \tag{11}$$

Coeficientul de interdifuziune al vaporilor de combustibil P în aer va creşte pe măsura micşorării temperaturii lor medii de fierbere.

Indicele diesel. După cum se ştie, ecuaţia de definiţie a indicelui diesel este

$$I.D = 2{,}367\,(t_A + 17{,}8)\left(\frac{1{,}076}{d + 0{,}004} - 1\right), \tag{12}$$

unde

t_A, este punctul de anilină,

d — densitatea la 20°C (d_4^{20}).

Din examinarea acesteia se observă că valoarea indicelui diesel va fi foarte mult influenţată de compoziţia chimică a combustibilului, respectiv de natura ţiţeiurilor din care provin fracţiunile componente. Cu cît conţinutul procentual de hidrocarburi aromatice va fi mai mare, cu atît densitatea combustibilului va fi mai ridicată, iar punctul de anilină mai scăzut. O situaţie exact opusă o va prezenta cazul preponderenţei hidrocarburilor parafinice.

Puternica dependență a indicelui diesel de natura chimică a hidrocarburilor este ilustrată și în figura 9 ([11], p. 52, fig. 24), din care rezultă că la aceeași temperatură de fierbere hidrocarburile parafinice au indici diesel mult mai ridicați ca cele aromatice, naftenele ocupînd o poziție medie.

Avînd în vedere cele de mai sus, precum și constatările la care am ajuns în legătură cu variația compoziției chimice a combustibililor P,

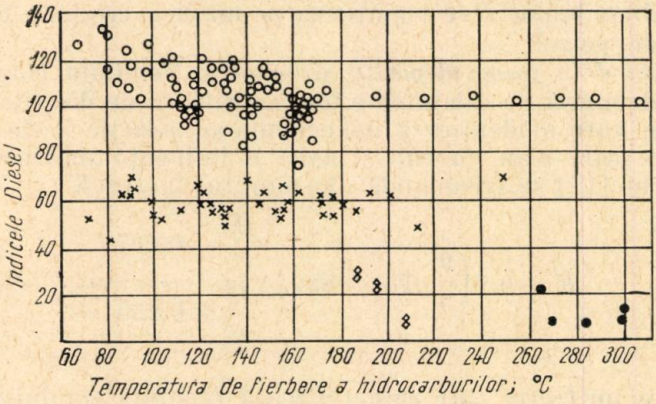


Fig. 9. — Dependența indicelui diesel de temperatura de fierbere a hidrocarburilor : ○ — parafine ; × — naftene ; • — hidrocarburi aromatice ; ✧ — hidrocarburi biciclice.

se pot trage o serie de concluzii cu caracter orientativ asupra modului de evoluție a indicilor diesel ai acestora.

Astfel, coborîrea inițialului de fierbere în cursul procesului de distilare (variația P_1) va avea efecte diferite după natura țițeiurilor prelucrate. În cazul țițeiurilor parafinoase, faptul că micșorarea temperaturii inițiale are ca urmare ridicarea atît a procentului de parafine, cît și a celui de aromate (ceva mai accentuată a acestuia din urmă) cu reducerea corespunzătoare a conținutului de naftene și cu scăderea densității medii indică probabilitatea unei variații nesemnificative a indicelui diesel. La țițeiurile neparafinoase însă, la care o dată cu reducerea inițialului conținutul de parafine și de naftene crește ușor, iar cele de aromate scade, este de prevăzut o oarecare tendință de ridicare a indicelui diesel.

Importanța hotărîtoare a naturii țițeiurilor din care sînt obținute cele două fracțiuni componente ale combustibililor P asupra evoluției indicelui diesel al acestora se manifestă îndeosebi în cazul celei de-a doua variante de preparare. Adăugarea unor procente crescînde de petrol neparafinos unei motorine parafinoase va conduce la micșorarea indicelui diesel în timp ce dintr-o motorină neparafinoasă amestecată cu procente mărite de petrol parafinos se vor prepara combustibili P cu indici diesel superiori.

3. 2. Proprietăți care influențează durabilitatea motorului

Aciditatea organică și alcalinitatea; *conținutul de sulf*. Examinarea unor determinări de laborator privitoare la aciditatea organică, la alcalinitate și la conținutul de sulf ale fracțiunilor obținute din țițeiuri românești [7], [16] arată că valorile corespunzătoare se reduc pe măsura coborîrii temperaturii medii de fierbere a fracțiunilor. Proprietățile agresive ale combustibililor P se vor atenua pe măsura creșterii conținutului procentual de petrol.

Tendința de a forma depozite cărbunoase. Tendința combustibililor de a forma depuneri de calamină a fost exprimată de diferiți cercetători prin formule care evidențiază dependența acesteia de acele proprietăți fizico-chimice care s-au dovedit a avea o influență mai accentuată [7]).

Astfel în [17] se recomandă așa-numitul factor K :

$$K = 0{,}7\left(\frac{9}{5}\, T_{m_f} + 632\right)\frac{\frac{H}{C} - 0{,}207}{\frac{H}{C} - 0{,}259}, \tag{13}$$

în care

K este un factor care caracterizează tendința combustibilului de a forma depuneri,

$\frac{H}{C}$ — raportul dintre hidrogen și carbon.

Cu cît factorul K este mai mare, cu atît este mai ridicată cantitatea de calamină depusă.

Acceptînd că raporul $\frac{C}{H}$ al fracțiunilor crește proporțional cu temperatura de fierbere medie a acestora, fapt confirmat în general de datele experimentale, se poate scrie

$$\frac{C}{H} = a_3'\, T_{m_f}, \tag{14}$$

unde

a_3' este o constantă pozitivă.

Înlocuind în (13), obținem

$$K = 0{,}7\left(\frac{9}{5}\, T_{m_f} + 632\right)\frac{1 - 0{,}207\, a_3' T_{m_f}}{1 - 0{,}259\, a_3'\, T_{m_f}} \tag{13'}$$

Notînd

$$E_K = (9 T_{m_f} + 3160)\frac{1 - 0{,}207\, a_3'\, T_{m_f}}{1 - 0{,}259\, a_3'\, T_{m_f}} \tag{13''}$$

---

[7]) În specificațiile de calitate, tendința combustibililor de a forma depozite cărbunoase este caracterizată prin rezidiul de carbon (indicele Conradson). Cercetări recente au arătat însă că, pentru combustibilii distilați, rezidiul de carbon nu constituie o indicație demnă de încredere.

şi derivînd,

$$\frac{dE_K}{dT_{m_f}} = \frac{0{,}486\,(a_3')^2\,T_{m_f}^2 - 4{,}176 a_3'\,T_{m_f} + 6{,}32\,a_3' + 9}{(1 - 0{,}259\,a_3'\,T_{m_f})^2}. \qquad (15)$$

Se constată uşor că $\frac{dE_K}{dT_{m_f}} > 0$ pentru orice valoare a lui T_{m_f}.

Factorul K creşte cu temperatura medie de fierbere a fracţiunilor.

Rezultă deci că, pe măsura coborîrii iniţialului, combustibilii P_1 îşi vor micşora tendinţa de a forma depozite de calamină.

Din figura 10 [18], în care se prezintă tendinţa relativă a hidrocarburilor de a forma depuneri, reiese că în varianta 2 de preparare amestecarea motorinelor cu petroluri parafinoase va contribui de asemenea la reducerea acestei tendinţe.

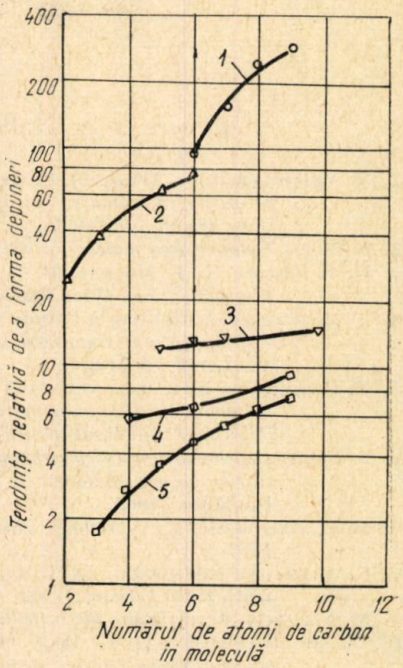


Fig. 10. — Tendinţa relativă a hidrocarburilor de a produce fum. *1* — hidrocarburi aromatice; *2* — acetilene; *3* — olefine; *4* — izoparafine; *5* — parafine normale.

3.3. Proprietăţi care influenţează transportul, depozitarea şi manipularea combustibilului. Tendinţa de a forma gume

Se ştie că una dintre principalele cauze ale formării de gume este prezenţa în combustibil a hidrocarburilor nesaturate. De asemenea combinaţiile de sulf, îndeosebi mercaptanii, accentuează simţitor formarea de gume în combustibili. Aceste fapte ne permit să deducem că tendinţa combustibililor P de a forma gume se va micşora pe măsura coborîrii temperaturii lor medii de fierbere.

Punctul de inflamabilitate. Caracteristicile de inflamabilitate, respectiv dozajul minim necesar, energia minimă a scînteii electrice şi, ca urmare, punctul de inflamabilitate al hidrocarburilor, sînt cu atît mai ridicate, cu cît greutatea lor moleculară, respectiv temperatura lor de fierbere, este mai mare. Inflamabilitatea combustibililor P va creşte deci cu micşorarea temperaturii medii de fierbere, îndeosebi datorită coborîrii celei iniţiale.

4. CONCLUZII

Din cele de mai sus a rezultat că temperatura medie de fierbere şi compoziţia chimică pot caracteriza diferitele sorturi de combustibili obţinuţi prin amestecarea motorinelor cu fracţiuni de tip petrol. Sta-

bilirea sensului de variație al acestor proprietăți de bază a făcut posibilă determinarea evoluției probabile a principalelor caracteristici ale combustibililor *P*.

Concluziile trase permit să se treacă la precizarea influenței pe care alimentarea cu asemenea combustibili o poate avea asupra principalelor procese legate de funcționarea motorului și deci asupra performanțelor tehnice-economice ale acestuia.

Primit la redacție la 1 februarie 1966

BIBLIOGRAFIE

1. N. Apostolescu, Al. Dănescu, B. Grünwald, *Unele probleme privind desfășurarea procesului de ardere în motoarele cu aprindere prin compresie alimentate cu combustibil greu*, Rev. transp., *9* (1960).
2. B. Popa, *Comportarea motoarelor diesel navale alimentate cu păcură*, Rev. transp., *6* (1967).
3. D. R. Olson, N. T. Meckel, R. D. Quillian jr., *The Operation of Compression-Ignition Engines with on Wide Boiling Range Fuels*, SAE Transactions, 1962.
4. J. M. Khan, Contribution à l'étude de la combustion des carburants *légèrs dans un moteur à allumage par compression*, Rev. de l'Institut Français du Petrole et Annales des Comb. *2* (1964).
5. V. Berindean, N. Caramavru, M. Trusculescu, A. Ferencz, *Studiul proceselor de ardere la motoare cu autoaprindere de tractoare cu alimentare mixtă (motorină și gaze lichefiate)*, *Buletinul științific Timișoara*, **8** (**22**), *fasc. 1* (1963).
6. S. Faur, *Dependența proceselor energetice din motorul diesel de caracteristicile fizice ale motorinelor ușoare*, Memoriu la Inst. de energetică al Academiei Republicii Socialiste România, 1965.
7. G. A. Rădulescu, *Proprietățile țițeiurilor românești*, București, Edit. Academiei R.P.R., 1961.
8. C. Aramă, B. Grünwald, Tr. Dudaș ș.a., *Combustibili și lubrefianți pentru motoare*, București, Edit. tehnică, 1962.
9. M. Solomon, *Viscozimetre și elemente de teorie a viscozității*, București, Edit. tehnică, 1958.
10. Х. М. Карапетианц, Иуе Чен Гуанг, *Температура кипения и давление, насыщенного пара углеводородов*, Москва, Гостоптехиздат, 1941.
11. М. Ф. Нагиев, *Химия технологии и расчет процессов синтеза моторных топлив*. Москва, Изд. АН СССР, 1955.
12. Н. Т. Пучиков, *Дизельные топлива*, Москва, Гостоптехиздат, 1953.
13. * * * *Technical — Data on Fuel*, Londra, editor H. M. Spiers, 1950.
14. N. C. Debie, *Tehnologia țițeiului și a gazelor*, vol. I, București, Edit. tehnică, 1951.
15. * * * *Manualul chimistului*, vol. IV, București, Edit. tehnică, 1954.
16. I. Creangă, *Curs de chimia țițeiului*, București, Edit. de stat didact. și pedag., 1962.
17. E. R. Jonasch, J. D. Waar, R. R. Hibbard, *Relations between fuel properties and combustion carbon deposition*, NACA Research, Mem. E 52 B. 14. 1952.
18. R. L. Schalla, G. E. Mc. Donald, *Variation in smoking tendency among hydrocarbons of low molecular weights*, Ind. Eng. Chem., *45* (1953).

DEPENDENȚA TEMPERATURII PEREȚILOR ANTECAMEREI MOTOARELOR DIESEL DE CALITATEA PROCESELOR DE ARDERE[1])

DE

M. NĂSTASE și N. BLEZU

621.436

Între temperatura pereților camerei de ardere și calitatea proceselor de ardere din motor există o strînsă interdependență.

Dintre diferitele aspecte pe care le comportă această interdependență, autorii și-au propus în lucrarea de față să analizeze dependența temperaturii pereților antecamerei de calitatea proceselor de ardere.

Cercetările efectuate pe un motor monocilindric experimental diesel cu antecameră în domeniul de turații 800—1 000 rot/min au arătat că temperatura pereților antecamerei constituie un criteriu de apreciere a randamentului proceselor energetice din motor.

În lucrare se face o analiză a dependenței parametrilor care caracterizează calitatea arderii (puterea motorului, consumul specific al motorului, temperatura gazelor de ardere, perioada de întîrziere la autoaprindere etc.) de temperatura pereților antecamerei și se trag concluzii asupra rezultatelor obținute.

1. Procesele de ardere care au loc în motoarele diesel sînt, după cum se știe, o suită de procese fizice și chimice, care, privite pe ansamblul camerei de ardere, au loc simultan.

În general, arderea este caracterizată prin mărimile: perioada de întîrziere la autoaprindere, durata arderii, presiunea maximă realizată în camera de ardere, viteza de creștere a presiunii, gradul de perfecțiune al arderii.

[1]) Articolul publicat și în „Rev. roum. sci. techn. — Energ. Electrotechn''. **11**, 3 (1966).

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 657—665, București 1966

17 c. 3307

Experienţele efectuate în bombe [1] au indicat existenţa a trei tipuri caracteristice de ardere (tabela 1).

Tabela 1

Indici	Tipuri de ardere		
	A	*B*	*C*
Temperatura iniţială (°C)	340	542	607
Întîrzierea la autoaprindere (milisec)	22,3	6,0	4,0
Durata arderii (milisec)	25,2	6,0	23,0
Creşterea maximă a presiunii kg/cm²/milisec	1,27	9,0	5,1

Astfel se constată că, în cazul unor temperaturi iniţiale în camera de ardere relativ mici (tipul *A*), perioada de întîrziere la autoaprindere este mare, viteza de ardere redusă, viteza de creştere a presiunii mică, presiunea maximă fiind la mijlocul perioadei de ardere. Arderea este completă.

În cazul cînd temperatura este mai ridicată (tipul *B*), perioada de întîrziere la autoaprindere este mică, iar viteza de ardere şi viteza de creştere a presiunii ating valori foarte mari. Procesul de ardere apare similar unei explozii, fiind însoţit uneori de vibraţii ale fluidului de lucru.

Ultimul tip de ardere (tipul *C*) este caracterizat prin temperaturi iniţiale în camera de ardere foarte ridicate. Perioada de întîrziere la autoaprindere este foarte redusă, iar viteza de ardere este mai mică decît în cazul arderii de tipul *B*. Arderea se propagă la început repede şi apoi se încetineşte, producîndu-se fum.

Cercetările efectuate au arătat o corespondenţă între tipurile determinate în condiţiile amintite şi procesele reale din motor. Astfel, tipul *A* corespunde pornirii motorului, tipul *B* funcţionării motorului în sarcină normală, tipul *C* funcţionării motorului în suprasarcină.

Existenţa celor trei tipuri de ardere arată că procesele de ardere depind de temperatura medie a fluidului de lucru din camera de ardere. Astfel creşterea temperaturii din camera de ardere este însoţită de micşorarea perioadei de întîrziere la autoaprindere şi de reducerea pînă la minim a duratei arderii.

De asemenea, în funcţie de regimul de temperatură se constată că presiunea din camera de ardere influenţează diferit perioada de întîrziere la autoaprindere şi durata arderii.

La temperaturi joase în camera de ardere, perioada de întîrziere la autoaprindere şi durata arderii cresc cu presiunea. La temperaturi înalte, perioada de întîrziere la autoaprindere scade cu presiunea, durata arderii nefiind influenţată. În fine, în regimurile pentru care temperaturile din camera de ardere au valori medii, atît perioada de întîrziere la autoaprindere, cît şi durata arderii sînt aproximativ constante cu presiunea.

Problema dependenţei proceselor de ardere de temperatura din camera de ardere trebuie înţeleasă ca avînd loc în ambele sensuri. Procesele de ardere depind, după cum s-a arătat, de temperatura din camera

de ardere, aceasta din urmă depinzînd de căldura dezvoltată prin ardere, deci de gradul de perfecțiune al arderii. Cum temperatura pereților antecamerei caracterizează, pentru parametrii constanți ai procesului de transmisie a căldurii, temperatura medie din camera de ardere, se poate spune că între temperatura pereților camerei de ardere și calitatea proceselor de ardere din motor există o strînsă interdependență. În consecință se pot stabili legi de variație între temperatura pereților antecamerei, pe de o parte, și mărimile caracteristice ale arderii, pe de altă parte.

În lucrarea de față, autorii și-au propus să analizeze acest aspect semnalat și anume dependența temperaturii pereților antecamerei de calitatea proceselor de ardere.

2. Cercetările experimentale au fost efectuate pe un motor monocilindric experimental prevăzut cu o frînă electrică și avînd caracteristicile

D — diametrul pistonului — 140 mm;
S — cursa — 210 mm;
n_{max} — turația maximă — 1 400 rot/min;
ε — raportul de compresiune — 17;
V_a — volumul antecamerei — 44,5 cm^3;
V_c — volumul camerei principale de ardere — 158,5 cm^3.

Modificarea calității proceselor de ardere s-a realizat prin forma difuzorului antecamerei, sarcină, avans la injecție, turație.

S-au experimentat 12 forme de difuzoare de antecameră, ale căror caracteristici sînt indicate în tabela 2, în intervalul de turație 800—1 400 rot/min, cu 19—20°RAM avans la injecție și cu sarcina 70% din puterea maximă a motorului prevăzut cu difuzorul 1 la 1 000 rot/min.

Alte experiențe au fost făcute cu două tipuri de difuzoare (nr. 1 și 2) pentru avansurile la injecție 24 și 29° RAM și pentru o sarcină de 90% în același interval de turație.

S-au măsurat pentru urmărirea calității proceselor de ardere următorii parametri:

— perioada de întîrziere la autoaprindere (τ), măsurată în grade de rotație ale arborelui motor (RAM). Prin perioadă de întîrziere la autoaprindere s-a înțeles timpul cuprins între momentul ridicării acului injectorului și momentului creșterii puternice a presiunii din antecameră (desprinderea curbei de presiune de pe curba de compresiune);

— perioada de întîrziere a arderii în camera principală (τ_1), determinată de timpul — măsurat în grade RAM — cuprins între momentul ridicării acului injectorului și momentul desprinderii curbei de presiune de pe curba de compresiune din camera principală;

— viteza de creștere a presiunii din antecameră $\left(\frac{\Delta p}{\Delta \theta}\right)_a$ și din camera principală $\left(\frac{\Delta p}{\Delta \theta}\right)$, exprimată în procente față de presiunea de la 12 grade RAM avans PMI din antecameră, respectiv camera principală;

— presiunea maximă din antecameră ($p_{a\ max}$) și din camera principală ($p_{c\ max}$), exprimată în procente față de presiunea de la 12° RAM avans PMI din antecameră, respectiv din camera principală;

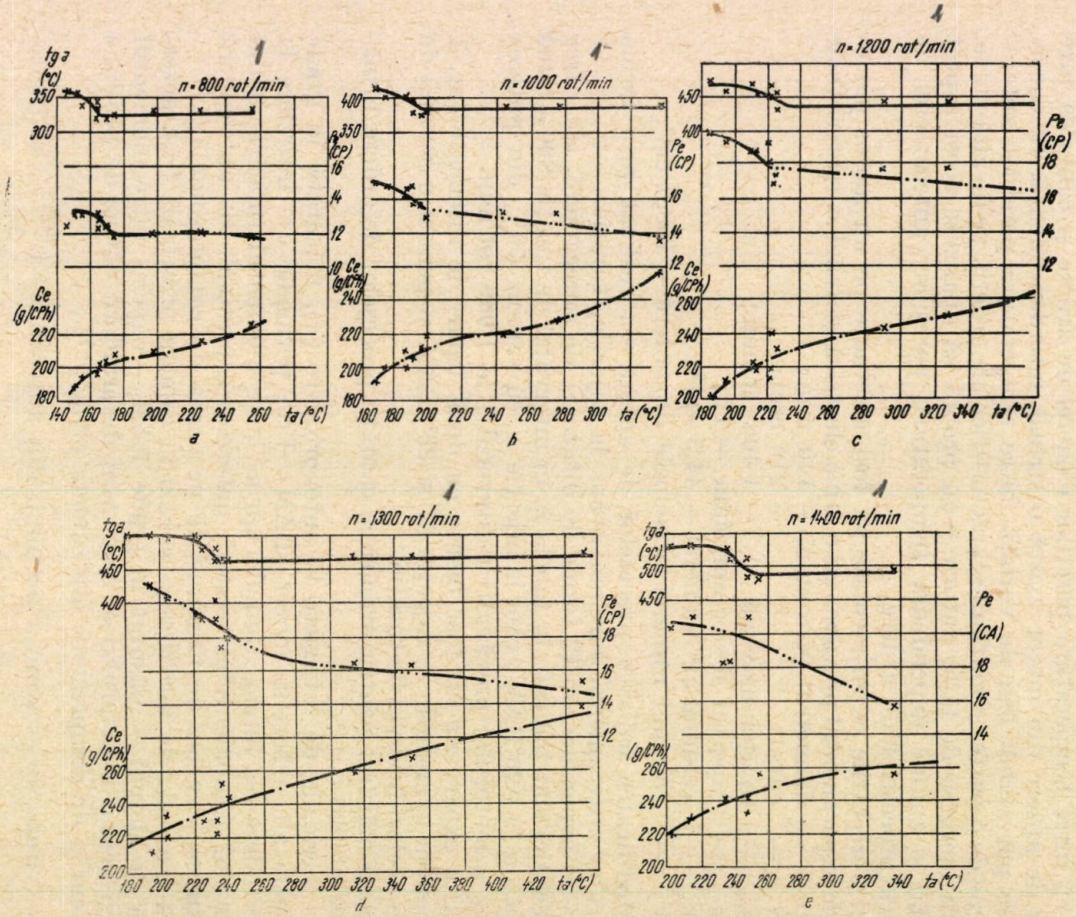


Fig. 1. — Dependența puterii motorului (P_e), consumului specific de combustibil (c_e), temperaturii gazelor arse (t_{ga}) de temperatura pereților antecamerei. Variația temperaturii pereților a fost obținută prin modificarea arhitecturii difuzorului antecamerei.

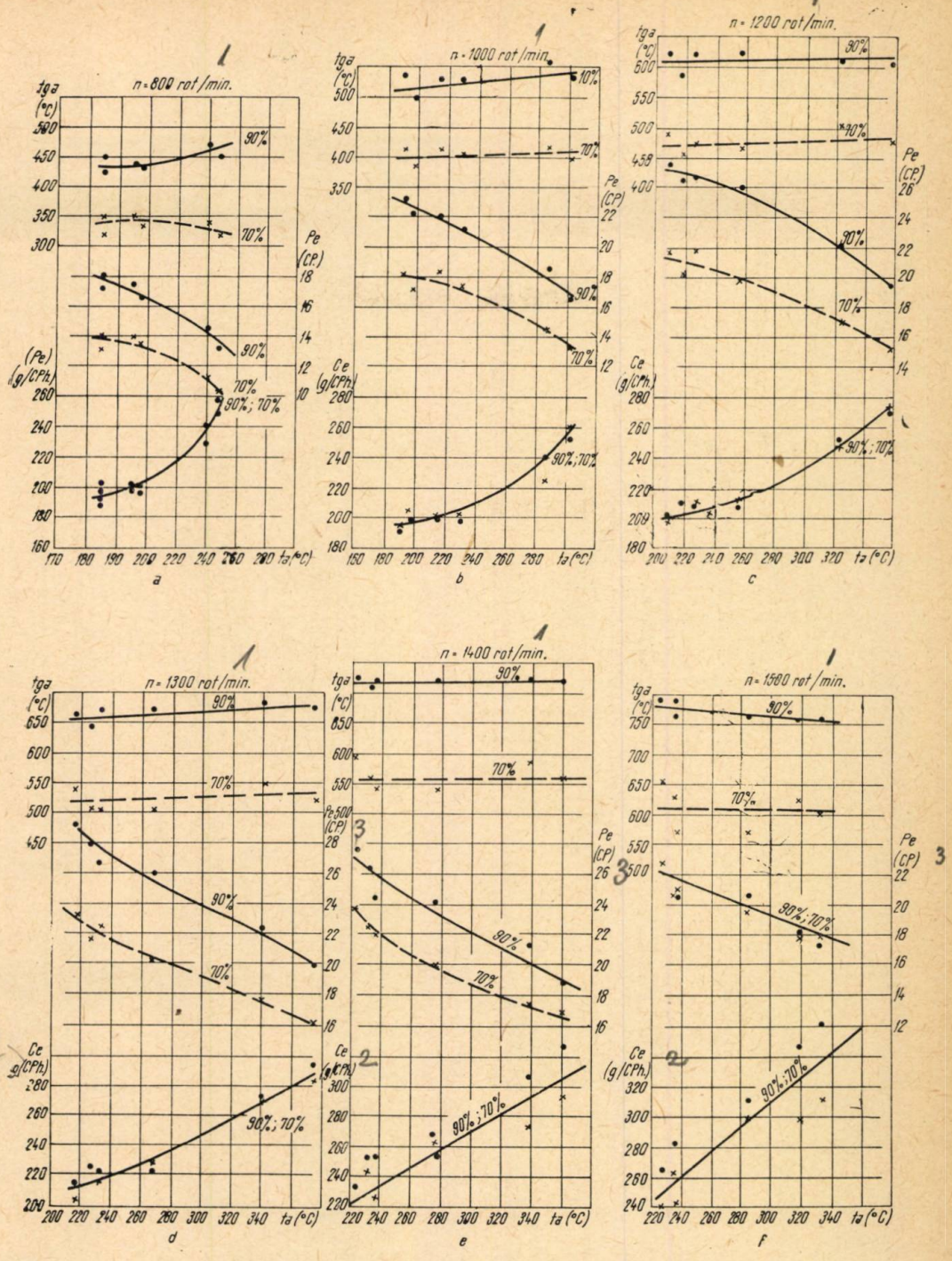


Fig. 2. — Dependența puterii motorului (P_e), consumului specific de combustibil (c_e), temperaturii gazelor arse (t_{ga}) de temperatura pereților antecamerei pentru două regimuri de sarcină. Variația temperaturii pereților a fost obținută prin modificarea avansului la injecție în cazul funcționării motorului cu difuzoarele 1 și 2.

Tabela 2

Nr. crt.	Nr. orificii	Diametrul orificiilor d_e mm								Secțiunea totală a orificiilor (mm^2)	Lungimea canalului orificiului 5. l_5 (mm)	Diametrul canalului central D_1 (mm)	Secțiunea canalului central D_1 (mm)	Diametrul gîtului canalului difuzorului (mm) D_2	Secțiunea gîtului canalului difuzorului (mm^2)	Obs.
		1	2	3	4	5	6	7	8							
1	8	1,7	1,8	2,4	3,0	3,4	3	2,4	1,8	39,6	6,5	12	106,5	12	106,5	
2	8	2,9	3,1	4,0	5,0	5,8	5,0	4,0	3,1	112,4	6,0	12	106,5	12	106,5	
3	8	2,9	3,1	4,0	5,0	5,8	5,0	4,0	3,1	112,4	6,0	12	106,5	16	200,2	
4	8	1,7	1,8	2,4	3,0	3,4	3	2,4	1,8	39,6	5,5	7,1	39,6	12	106,5	
5	8	1,7	1,8	2,4	3,0	3,4	3	2,4	1,8	39,6	7,0	7,1	39,6	12	106,5	
6	8	1,7	1,8	2,4	3,0	3,4	3	2,4	1,8	39,6	7,0	7,1	39,6	7,1	39,1	
7	8	1,7	1,8	2,4	3,0	3,4	3	2,4	1,8	39,6	6,0	16	200,2	16	200,2	
8	1	7,1								39,6	6,0	12	106,5	12	106,5	
9	8	1,7	1,8	2,4	3,0	3,4	3	2,4	1,8	39,6	8	12	106,5	16	202,2	canal dezaxat cu 2 mm față de axa antecamerei
10	4	2,35	—	3,35	—	4,70	—	3,35	—	39,3	6,5	12	106,5	12	106,5	
11	4	2,5	—	3,5	—	5,0	—	3,5	—	44,3	6,5	12	106,5	12	106,5	
12	4	2,2	—	3,1	—	4,4	—	3,1	—	34,1	6,5	12	106,5	12	106,5	

*) Lungimea canalelor celorlalte orificii sînt corespunzătoare orificiului 5, afară de varianta 9.

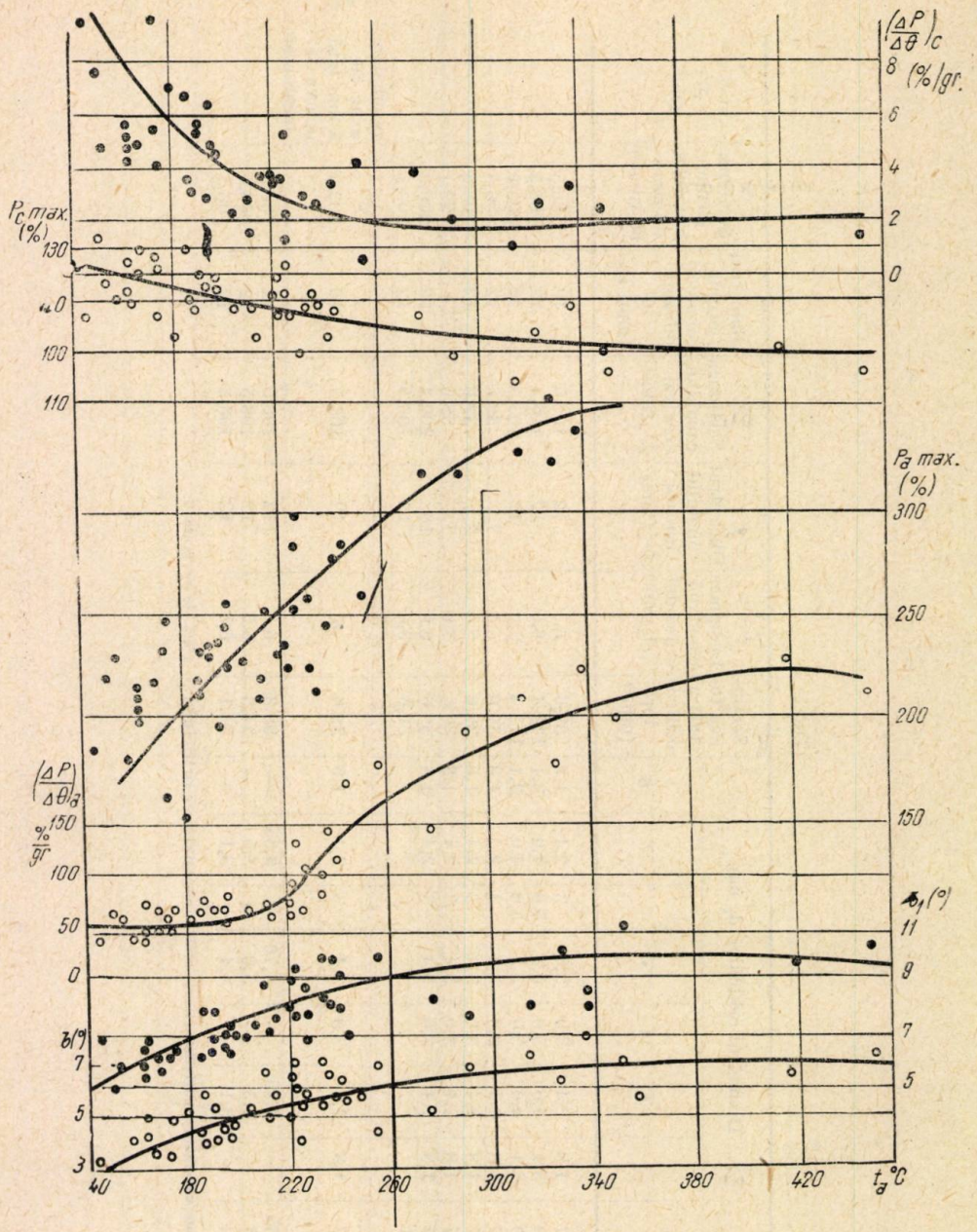


Fig. 3. — Dependența perioadei de întîrziere la autoaprindere τ, perioadei de întîrziere a arderii în camera principală τ_1, vitezei de creștere a arderii în cameră și în camera principală $\left(\frac{\Delta p}{\Delta\theta}\right)_a$, $\left(\frac{\Delta p}{\Delta\theta}\right)_c$, presiunii maxime în antecameră și în camera principală (pa_{max}, pc_{max}) în funcție de temperatura pereților antecamerei. Variația temperaturii pereților antecamerei a fost obținută prin modificarea difuzorului antecamerei și a turației.

— temperatura gazelor de ardere (t_{ga}) în °C, măsurată în galeria de evacuare a gazelor;

—.puterea motorului (P_e) în CP;

— consumul specific de combustibil (c_e) în g/CP·h.

Temperatura pereților antecamerei (t_a) a fost măsurată în regiunea centrală a antecamerei și este dată în °C.

Variația presiunii în antecameră și în camera principală a fost măsurată cu ajutorul unor captatoare piezoelectrice. Legea de ridicare a acului injectorului s-a determinat cu un micrometru electronic.

Vizualizarea legilor de variație a presiunii din antecameră și din camera principală de ardere și a legii de ridicare a acului injectorului s-a efectuat prin fotografierea imaginii, obținută cu ajutorul a două oscilografe catodice.

3. Din analiza rezultatelor experimentale obținute, prezentate în figurile 1, 2 și 3, rezultă că puterea, consumul specific de combustibil și temperatura gazelor de ardere depind direct de turația motorului, în timp ce perioada de întîrziere la autoaprindere, viteza de creștere a presiunii și presiunea maximă depind indirect de turație, ca urmare a influenței acesteia asupra calității arderii. Din această cauză, primele mărimi au fost reprezentate în funcție de temperatura pereților antecamerei t_a pentru anumite turații constante (fig. 1,2), în timp ce în cazul ultimelor mărimi nu s-a ținut cont de factorul turație (fig. 3).

Din materialul prezentat constatăm:

a) Indiferent de tipul antecamerei experimentate sau de avansul la injecție, o funcționare a motorului mai neeconomică (putere mai mică, consum specific de combustibil mai mare) este însoțită de o mai mare temperatură a pereților antecamerei. Această observație este valabilă oricare ar fi regimul de turație sau de sarcină experimentat.

b) Se constată că mărirea temperaturii pereților antecamerei este corelată cu mărirea perioadei de întîrziere la autoaprindere a combustibilului în antecameră, a perioadei de întîrziere a arderii în camera principală, a vitezei de creștere a presiunii și a presiunii maxime din antecameră și cu scăderea vitezei de creștere a presiunii și a presiunii maxime din camera principală de ardere.

c) Se observă că pentru regimuri de funcționare ale motorului caracterizate prin temperaturi ale pereților antecamerei de 160—200°C, puterea motorului scade puternic cu t_a. Pentru regimuri cu t_a peste 200°C sau sub 160°C, scăderea puterii are loc mai lent și proporțional cu creșterea temperaturii pereților antecamerei.

Se constată de asemenea un salt în variația vitezei de creștere a presiunii în antecameră sau în camera principală, aflat într-o regiune aproximativ identică cu cea indicată mai sus (pentru $t_a = 180—220$°C).

d) Temperatura gazelor de ardere depinde în principal de sarcina și de turația motorului, fiind aproximativ constantă cu temperatura pereților antecamerei. Se constată și aici în domeniul t_a indicat o scădere puternică a temperaturii gazelor de ardere.

Toate aceste influenţe indică faptul că temperatura pereţilor antecamerei este o mărime care caracterizează calitatea proceselor de ardere.

Pe baza datelor prezentate, considerăm că legătura stabilită între calitatea proceselor de ardere şi temperatura pereţilor antecamerei se explică prin efectul asupra randamentului arderii a unei părţi fictive din cantitatea de combustibil injectată într-un ciclu, care arde şi care corespunde energetic căldurii chimice degajate în antecameră.

În această interpretare, prin arderea acestui procent din combustibilul injectat în antecameră se ridică energia internă a gazelor din antecameră, fapt care conduce la expulzarea restului de combustibil injectat şi care se găseşte în zona orificiilor difuzorului antecamerei şi la amestecarea lui cu aerul din camera principală.

Mărirea procentului de combustibil care arde în antecameră, ca urmare a micşorării orificiilor de trecere ale difuzorului antecamerei, reducerii coeficientului de debit (număr mare de orificii, secţiune mică a canalului central al difuzorului) şi măririi perioadei de întîrziere la autoaprindere (urmare a creşterii avansului la injecţie, măririi turaţiei etc.), are ca efect o creştere excesivă a presiunii în antecameră.

Conform experienţelor efectuate rezultă că creşterea presiunii din antecameră ca urmare a măririi procentului de combustibil care arde în antecameră nu este justificată din punctul de vedere al randamentului arderii. Îmbunătăţirea suplimentară a amestecului în camera principală, realizată prin mărirea presiunii în antecameră, nu conduce la o creştere a energiei degajate ca urmare a îmbunătăţirii arderii care să depăşească reducerea de căldură cauzată de micşorarea procentului de combustibil ce arde în camera principală şi de pierderile prin orificiile de trecere.

Se observă de asemenea că prin mărirea cotei-părţi din cantitatea de combustibil injectată pe ciclu şi care arde în antecameră se degajează o cantitate suplimentară de căldură, care duce, pe de o parte, la ridicarea temperaturii pereţilor antecamerei, iar pe de altă parte la mărirea presiunii maxime şi a vitezei de creştere a presiunii.

Cantitatea de combustibil care arde în camera principală fiind mai mică, presiunea maximă şi viteza de creştere a presiunii în această cameră sînt mai scăzute şi, ca urmare, puterea efectivă dată de motor este mai mică, iar consumul de combustibil mai mare.

Din datele prezentate reiese că perioada de întîrziere la autoaprindere, respectiv perioada de întîrziere a arderii în camera principală, care depinde de prima, creşte cu temperatura pereţilor antecamerei, existînd o proporţionalitate directă între aceste mărimi. Se ştie însă că perioada de întîrziere la autoaprindere trebuie să scadă cu temperatura din camera de ardere.

Două sînt cauzele pe care le considerăm că au condus la variaţia observată.

În primul rînd amintim că diagrama din figura 3 a fost obţinută prin modificarea arhitecturii difuzorului antecamerei pe întreaga gamă de turaţii cercetată. Creşterea turaţiei atrage o mărire a cantităţii de căldură în unitatea de timp, deci a temperaturii pereţilor antecamerei, şi

o reducere a perioadei de întîrziere la autoaprindere, măsurată în fracţiuni de secundă.

Dar

$$\tau\,(°\text{RAM}) = 6\,n\,\tau\,(\text{s}).$$

Prin urmare, dacă scăderea obţinută pentru τ (s) — perioada de întîrziere la autoaprindere, măsurată în fracţiuni de secundă — este relativ mică şi efectul turaţiei n este mai puternic atunci τ (°RAM) — perioada de întîrziere la autoaprindere, măsurată în grade de rotaţie ale arborelui motor — creşte.

Prin creşterea lui τ se măreşte cantitatea de combustibil care arde în antecameră, deci temperatura pereţilor este mai mare.

Pe de altă parte, perioada de întîrziere la autoaprindere este influenţată, în afară de turaţie, şi de alţi parametri, ca, de exemplu, scăderea presiunii în antecameră, realizarea unei amestecări mai proaste a combustibilului cu aerul în antecameră, etc), care pot fi superioare efectului de încălzire al aerului din antecameră, la începutul compresiei, de la pereţii antecamerei.

4. Din datele prezentate reiese că temperatura pereţilor antecamerei poate constitui un indice de apreciere a proceselor de ardere.

Deasemenea experienţele efectuate indică — în limitele acestor experienţe — faptul că nu este posibil a se îmbunătăţi randamentul arderii prin îmbunătăţirea amestecului din camera principală ca urmare a creşterii presiunei din antecameră, creştere realizată prin mărirea procentului de combustibil care arde în antecameră.

Primit la redacţie la 26 ianuarie 1966

BIBLIOGRAFIE

1. И. И. Герман, *Влияние распыливания на воспламенение и горение дизельного топлива*. Исследование распыливания горения дизельного топлива, НАМИ **87** (1959).

PUTEREA TERMICĂ A REACTORULUI FIERBĂTOR CU SUPRAÎNCĂLZIRE NUCLEARĂ A ABURULUI

DE

C. HAIDUC

536 :620.4

Se dau expresiile analitice de calcul ale puterii termice a reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului, precum și pentru caracteristica de temperatură a supraîncălzitorului nuclear. În urma cercetărilor efectuate prin intermediul calculatorului cifric CIFA—4, se arată că la optimizarea parametrilor acestui tip de reactor trebuie determinați, în afară de alți parametri, mărimile ϑ, q_f^{max} q_s^{max} și y.

Analiza eficacității termice a centralelor electronucleare (CEN) cu reactoare fierbătoare și supraîncălzire nucleară a aburului prezintă o importanță deosebită pentru etapa actuală de dezvoltare a energeticii nucleare. Aceasta rezidă din perspectivele mari pe care le are acest tip de reactor nuclear. Aceste perspective au apărut mai evidente în special după a treia Conferință internațională pentru utilizarea energiei atomice în scopuri pașnice de la Geneva (1964) și în perioada care a urmat. Au fost publicate lucrări importante care au pus în evidență îmbunătățirea, economicității acestui tip de reactor alături de alte tipuri de reactoare, ca, de exemplu, reactoarele de tip AGR cu apă sub presiune și de tip CANDU [1] — [7].

În lucrarea de față se tratează problema puterii termice a reactorului prevăzut cu zonă de fierbere și de supraîncălzire a aburului, dispusă în centrul zonei active.

Se consideră un ciclu termic direct cu trimiterea aburului din supraîncălzitorul nuclear în turbină, iar a apei de alimentare după preîncălzitoarele regenerative în vasul de presiune al reactorului. Reactorul este cu circulație forțată.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 667—679 București 1966

Puterea termică a reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară se exprimă ca suma puterilor zonei de fierbere Q_{r1} și zonei de supraîncălzire Q_{r2}:

$$Q_r = Q_{r1} + Q_{r2}. \tag{1}$$

În cazul de față se consideră o schemă a reactorului în care ca agent de răcire și moderator se folosește apa, fără a exista separat un circuit de răcire al moderatorului. O astfel de schemă se utilizează în S.U.A., precum și în Suedia la reactorul Marviken, răcit și moderat cu D_2O.

În cazul cînd se folosește D_2O ca moderator, prezența circuitului special de răcire al acestuia conduce la complicarea schemei termice a reactorului și la micșorarea numărului de preîncălzitoare regenerative. Unul dintre preîncălzitoarele regenerative se înlocuiește cu un preîncălzitor care utilizează căldura obținută de la moderator.

Puterea termică a zonei de fierbere se exprimă

$$Q_{r1} = G_{ab}\ [(\bar{t}_s - \bar{t}_a) + r], \tag{2}$$

unde

$G_{ab}\left[\frac{\text{kg}}{\text{h}}\right]$ este debitul de abur al reactorului,

$\bar{t}_s\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ — entalpia de saturație a apei în reactor,

$\bar{t}_a\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ — entalpia apei de alimentare a reactorului,

$r\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right]$ — căldura de vaporizare a apei în reactor.

În expresia (2) se poate nota factorul de circulație al reactorului fierbător

$$M = \frac{G_a + G_{ab}}{G_{ab}} > 1 \tag{3}$$

și

$$\vartheta = \bar{t}_s - \bar{t}_a. \tag{4}$$

În acest caz, expresia puterii termice a zonei de fierbere se poate scrie

$$Q_{r1} = \frac{G_a + G_{ab}}{M}(\vartheta + r). \tag{5}$$

O caracteristică a reactorului fierbător constă în prezența agentului de răcire în două faze : lichidă și sub formă de vapori. Datorită greutăților specifice diferite, are loc fenomenul de alunecare a fazei gazoase față de lichid cu o viteză

$$W_{\text{rel}} = W'' - W', \tag{6}$$

unde W'', $W'\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$ reprezintă viteza reală a aburului şi a apei în canalele reactorului; dar de obicei nu se cunosc vitezele reale şi se folosesc vitezele calculate

$$W_0'' = \frac{V''}{\ell}; \quad W_0' = \frac{V'}{\ell}, \tag{7}$$

unde V'', $V'\left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right]$ reprezintă debitul de abur, respectiv de apă printr-o secţiune ℓ dată a casetei cu elemente de combustibil.

Conţinutul volumetric de vapori în canalele reactorului este

$$\varphi = \frac{W_0''}{W''}, \tag{8}$$

iar partea din secţiune ocupată de faza lichidă

$$1 - \varphi = \frac{W_0'}{W'}. \tag{9}$$

Greutatea specifică a unei astfel de emulsii se exprimă

$$\gamma = \gamma' - \varphi(\gamma' - \gamma''), \tag{10}$$

unde γ' şi $\gamma''\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$ reprezintă greutatea specifică a apei şi aburului.

Pentru determinarea conţinutului de vapori în canalele reactorului se poate recomanda expresia dată de Stiuşin:

$$\varphi = C\left[\frac{\left(\frac{W_0''}{W_0'} F_r'^m\right)}{\left(\sqrt{G_a'}\sqrt[3]{\frac{\gamma' - \gamma''}{\gamma''}}\right)^{0,3}}\right]^n, \tag{11}$$

unde

$$F_r' = \frac{W_0'^2}{gd},$$

$$G_a' = \frac{g\left(\sqrt{\frac{\sigma}{\gamma' - \gamma''}}\right)^3}{\nu^2} \tag{12}$$

reprezintă, respectiv, criteriile Froud şi Galiley,

C şi n — coeficienţi,

d [m] — diametrul echivalent al elementului de degajare termică,

$g\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$ — acceleraţia gravitaţională,

$\sigma\left[\frac{kg}{m}\right]$ — coeficientul de tensiune superficială a vaporilor de apă,

$\nu\left[\frac{m^2}{s}\right]$ — coeficientul de viscozitate cinematică.

Influența criteriului F'_r este mai mare pentru rapoarte $\frac{W''_0}{W'}$ mai ridicate. Influența lui F'_r este mai mare de asemenea pentru viteze mici ale lichidului W'. Cu creșterea presiunii, influența lui F'_r este mai mică. În felul acesta, influența lui F'_r asupra lui φ este foarte complicată. Datorită acestui fapt, exponentul lui F'_r este o funcție de F'_r și G'_a și se determină din expresia

$$m = 0{,}65.10^{-4}\frac{\sqrt{G'_a\sqrt[4]{\frac{\gamma'-\gamma''}{\gamma''}}}}{F'^{0,6}_r}. \qquad (13)$$

Cu creșterea presiunii, m scade. Cu creșterea criteriului F'_r, m scade de asemenea. Relația lui Stiușin pentru φ a fost obținută din prelucrarea unui foarte mare număr de date experimentale și se verifică bine experimental, începînd de la presiuni scăzute pînă la presiuni supraînalte. Coeficienții C și n variază și sînt dați în tabela alăturată :

$\frac{\left(\frac{W''_0}{W'_0}F'^m_r\right)}{\left(\sqrt{G'_a}\sqrt[3]{\frac{\gamma'-\gamma''}{\gamma''}}\right)^{0,3}}$	C	n
0,0025—0,017	7,15	1,0
0,017 —0,06	3,0	0,8
0,06 —0,27	1,15	0,44
1,3 —14	0,87	0,055

Relația (11) permite determinarea conținutului de vapori pe înălțimea zonei active.

Avînd în vedere faptul că conținutul de vapori la ieșirea din canalele zonei active φ_e determină în mare măsură stabilitatea parametrilor funcționali ai reactorului, este indicat a se exprima debitul de agent de răcire și deci coeficientul de recirculație în funcție de φ_e și $\frac{W''_0}{W'_0}$. O astfel de relație este dată în lucrarea [14] și are forma

$$\frac{1}{M} = \frac{G_{ab}}{G_a + G_{ab}} = \frac{\left(\frac{\varphi_e}{1-\varphi_e}\right)\left(\frac{W''_0}{W'_0}\right)_e\left(\frac{\gamma''}{\gamma'}\right)}{1+\left(\frac{\varphi_e}{1-\varphi_e}\right)\left(\frac{W''_0}{W'_0}\right)_e\left(\frac{\gamma''}{\gamma'}\right)}. \qquad (14)$$

Mărimile notate cu e se referă la secțiunea de ieșire a canalelor zonei active :

$$\varphi_e = \frac{\bar{\varphi}_r\left(\frac{Q_{r1}}{Q_f}\right)}{Y}, \tag{15}$$

unde

$Y = \frac{\bar{\varphi}}{\varphi_e}$ este o funcție de presiune, coeficientul de alunecare $\frac{W_0''}{W_0'}$, φ_e și repartiția fluxului pe înălțimea zonei active,

$\bar{\varphi}$, $\bar{\varphi}_r$ — conținutul mediu de abur în zona activă, ținînd seama de volumul de lichid în canalele barelor de control și fără a ține seama de acest volum,

Q_f — cantitatea de căldură ce se degajează pe porțiunea de fierbere a canalelor zonei active.

Dacă se ține seama de expresia (5) și (14), puterea termică a zonei de fierbere se calculează cu relația

$$Q_{r1} = (G_a + G_{ab})\,(r + \vartheta)\left[\frac{\left(\frac{\varphi_e}{1-\varphi_e}\right)\left(\frac{W_0''}{W_0'}\right)_e\left(\frac{\gamma''}{\gamma'}\right)}{1+\left(\frac{\varphi_e}{1-\varphi_e}\right)\left(\frac{W_0''}{W_0'}\right)_e\left(\frac{\gamma''}{\gamma'}\right)}\right], \tag{16}$$

în care coeficientul de alunecare a fazei gazoase față de faza lichidă se exprimă

$$\frac{W_0''}{W_0'} = \left(\frac{x}{1-x}\right)\left(\frac{1-\varphi}{\varphi}\right)\left(\frac{\gamma'}{\gamma''}\right), \tag{17}$$

unde

$x = \frac{G_{ab}}{G_a + G_{ab}}$ — conținutul de vapori după greutate în canalele zonei active.

Relația (16) poate fi folosită la calcularea puterii zonei de fierbere începînd cu parametrii supraînalți. Pentru parametrii medii și înalți coeficientul de recirculație M calculat cu relația (14) are valori prea ridicate și din această cauză expresia (17) care conține pe M nu se poate utiliza pentru acești parametri.

În calculele de optimizare a parametrilor unei CEN cu reactor fierbător este necesară pe lîngă determinarea lui Q_{r1} și determinarea unei mărimi ϑ optime, aceasta determinînd puterea reactorului (vezi fig. 1).

După cum rezultă din fig. 1, Q_{r1} scade substanțial cu creșterea presiunii în reactor. Puterea electrică va crește cu creșterea parametrilor.

Puterea zonei de fierbere se poate determina de asemenea și ținînd seama de fluxul termic ce poate fi obținut q.

Pentru reactorul considerat se poate admite în primă aproximație o repartiție cosinusoidală a fluxului termic pe lungimea zonei de fierbere.

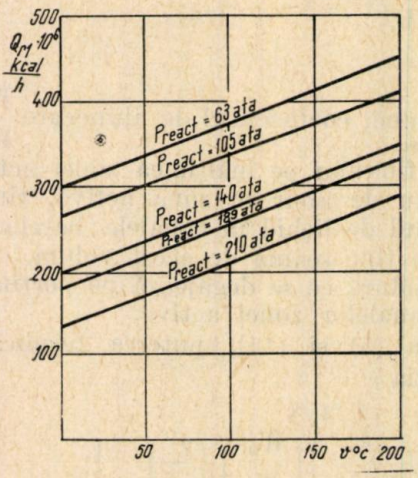


Fig. 1. — Variația puterii termice a zonei de fierbere a reactorului în funcție de ϑ și presiunea din reactor la un debit constant al agentului de răcire.

În acest caz coeficientul mediu de repartiție a degajării termice pe înălțimea zonei de fierbere

$$K_h^{\text{mediu}} = \frac{1}{B_1 H}[\cos B_1 \delta_{in} - \cos B_1 (H + \delta_{sup})] \tag{18}$$

unde

δ_{in}, δ_{sup} [m] — adaosul extrapolat inferior și superior;
H [m] — înălțimea zonei de fierbere;

$$B_1^2 = \frac{\overline{K}_1 - 1}{\overline{M}_1^2} \tag{19}$$

$\overline{K}_1$ — coeficientul mediu de multiplicare a neutronilor pe înălțimea zonei de fierbere;
$\overline{M}_1^2$ [cm^2] — suprafața de migrație a neutronilor, medie pe înălțimea zonei de fierbere.

Coeficientul K_h^{mediu} pentru diferite regimuri de funcționare poate fi calculat cu precizie ridicată prin metoda dată într-o lucrare anterioară [12] ținîndu-se seama de repartiția lui φ pe lungimea canalelor.

Pentru coeficientul de neuniformitate a degajării termice pe raza zonei de fierbere R, se obține relația

$$K_r = aI_0(\alpha R) + bJ_0(\alpha R), \tag{20}$$

iar

$$K_r^{\text{mediu}} = \frac{2}{R_2^2 - R_1^2}\left\{\frac{a}{\alpha}\left[R_2 I_1(\alpha R_2) - R_1 I_1(\alpha R_1)\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{b}{\alpha}\left[R_2 J_1(\alpha R_2) - R_1 J_1(\alpha R_1)\right]\right\}, \tag{21}$$

unde mărimile a și b reprezintă constante ce se determină cu relațiile

$$a = \frac{1}{I_0(\alpha R_1) - \dfrac{I_1(\alpha R_1)}{J_1(\alpha R_1)} J_0(\alpha R_1)}, \tag{22}$$

$$b = \frac{1}{J_0(\alpha R_1) - \dfrac{J_1(\alpha R_1)}{I_1(\alpha R_1)} J_0(\alpha R_1)}, \tag{23}$$

I_0, I_1 și J_0, J_1 — funcții Bessel și Veber de gradul zero și unu,
R_2, R_1 — raza exterioară și interioară a zonei de fierbere,
α — componenta radială a laplasianului material al zonei de fierbere.

Mărimea α se determină rezolvînd pe cale grafică ecuația

$$\frac{J_0(\alpha R_1) - \dfrac{J_1(\alpha R_1)}{I_1(\alpha R_1)} I_0(\alpha R_1)}{I_0(\alpha R_1) - \dfrac{I_1(\alpha R_1)}{J_1(\alpha R_1)} J_0(\alpha R_1)} = \frac{J_0[\alpha(R_2 + \delta)]}{I_0[\alpha(R_2 + \delta)]}. \tag{24}$$

Fluxul termic maxim în zona de fierbere se exprimă

$$q_f^{\max} = \frac{\bar{q}_f}{K_r^{\text{mediu}} K_h^{\text{mediu}}}, \tag{25}$$

iar degajarea termică volumetrică maximă în zona de fierbere

$$q_v^{\max} = \frac{\bar{q}_v}{K_r^{\text{mediu}} K_h^{\text{mediu}}}. \tag{26}$$

În relațiile (25) și (26), fluxul termic mediu este

$$\bar{q}_f = \frac{Q_{r1}}{F_{r1}},$$

iar degajarea termică volumetrică medie

$$\bar{q}_v = \frac{Q_{r1}}{V_{u1}}, \tag{27}$$

unde

F_{r1} [m²] este suprafața de transfer de căldură în zona de fierbere,
V_{u1} [m³] — volumul combustibilului în zona de fierbere.

Dacă se ține seama de caracteristicile zonei active, puterea termică a zonei de fierbere pentru o repartiție neuniformă a degajării termice în zona activă se exprimă

$$Q_{r1} = d_1 n_1 m_1 q_f^{\max} (H + \delta_{in} + \delta_{sup}) [\cos B_1 \delta_{in} - \cos B_1 (H + \delta_{sup})] \cdot \left[\frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \left\{ \frac{a}{\alpha} [R_2 I_1 (\alpha R_2) - R_1 I_1 (\alpha R_1)] + \frac{b}{\alpha} [R_2 J_1 (\alpha R_2) - R_1 J_1 (\alpha R_1)] \right\} \right], \quad (28)$$

unde

d_1 [m] este diametrul învelișului elementelor de degajare termică în zona de fierbere,

n_1, m_1 — numărul de casete cu elemente de combustibil în zona de fierbere și, respectiv, numărul de elemente de degajare termică într-o casetă.

Pentru puterea termică a zonei de supraîncălzire nucleară a reactorului se poate scrie o relație de forma

$$Q_{r2} = \pi d_2 n_2 m_2 H' \bar{q}_s, \quad (29)$$

unde

d_2 [m] este diametrul elementelor de degajare a căldurii din casetele zonei de supraîncălzire,

n_2 — numărul de elemente de degajare a căldurii în caseta zonei de supraîncălzire,

m_2 — numărul de casete în zona de supraîncălzire,

$\bar{q}_s \left[\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{h}} \right]$ — fluxul termic mediu în zona de supraîncălzire.

Fluxul termic mediu în zona de supraîncălzire se poate exprima

$$\bar{q}_s = q_s^{\max} K_{r \cdot s}^m K_{h \cdot s}^m, \quad (30)$$

unde

$q_s^{\max} \left[\frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{h}} \right]$ este fluxul termic maxim în zona de supraîncălzire,

$K_{r \cdot s}^m$, $K_{h \cdot s}^m$ — coeficienți medii de neuniformitate a degajării termice pe raza și înălțimea zonei de supraîncălzire.

În expresia (30), în cazul așezării centrale a zonei de supraîncălzire, ceea ce este mai indicat din punctul de vedere al economiei de neutroni, fluxul de neutroni poate fi considerat uniform repartizat, iar $K_{r \cdot s}^m = 1$. Mărimea $K_{h \cdot s}^m$ se determină cu o relație de forma

$$K_{h \cdot s}^m = \frac{\int_{-\left(\frac{H}{2} + \delta_{in}\right)}^{\frac{H}{2} + \delta_{sup}} K_{h \cdot s} \, dH}{\int_{-\left(\frac{H}{2} + \delta_{in}\right)}^{\frac{H}{2} + \delta_{sup}} dH}. \quad (31)$$

În cazul de față, valoarea locală a coeficientului $K_{h\cdot s}$ corespunzător lui h se poate exprima

$$K_{h\cdot s} = \sin B_2 h, \tag{32}$$

unde

B_2 se obține din ecuația de difuziune a neutronilor

$$B_2^2 = \frac{\overline{K}_2 - 1}{\overline{M}_2^2}, \tag{33}$$

$\overline{K}_2$ este coeficientul mediu de multiplicare a neutronilor pe înălțimea zonei de supraîncălzire,

$\overline{M}_2^2$ [cm^2] — suprafața medie de migrațiune a neutronilor pe înălțimea zonei de supraîncălzire.

Relația pentru fluxul termic mediu în zona de supraîncălzire, ținînd seama de ecuațiile (30), (31), (32) și (33), capătă forma

$$\overline{q}_s = q_s^{\max}\left[\cos B_2\left[\frac{H}{2} + \delta_{in}\right) - \cos B_2\left(\frac{H}{2} + \delta_{sup}\right)\right]\frac{1}{B_2 H'}. \tag{34}$$

Valorile $\overline{K}_2$ și $\overline{M}_2^2$ pentru zona de supraîncălzire se obțin din calculul fizic al reactorului [11].

Din ecuațiile (29) și (34), puterea termică a zonei de supraîncălzire se exprimă

$$Q_{r2} = \pi d_2 n_2 m_2 \frac{q_s^{\max}}{B_2}\left[\cos B_2\left(\frac{H}{2} + \delta_{in}\right) - \cos B_2\left(\frac{H}{2} + \delta_{sup}\right)\right]. \tag{35}$$

Puterea termică a zonei de supraîncălzire a reactorului depinde în mare măsură de rețeaua adoptată pentru zona activă și de repartiția fluxului termic pe înălțimea zonei de supraîncălzire.

În relația (35), fluxul termic maxim se obține din calculul termic al zonei de supraîncălzire [11].

Pe baza relațiilor (28) și (35), puterea termică a reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului este dată de expresia

$$Q_r = \pi d_1 n_1 m_1 q_f^{\max}(H + \delta_{in} + \delta_{sup})[\cos B_1 \delta_{in} - \cos B_1(H + \delta_{sup})]\cdot$$
$$\cdot\left[\frac{2}{R_2^2 - R_1^2}\left\{\frac{a}{\alpha}[R_2 I_1(\alpha R_2) - R_1 I_1(\alpha R_1)] + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{b}{\alpha}[R_2 J_1(\alpha R_2) - R_1 J_1(\alpha R_1)]\right\}\right] + \pi n_2 m_2 d_2 q_s^{\max}\cdot$$
$$\cdot\frac{1}{B_2}\left[\cos B_2\left(\frac{H}{2} + \delta_{in}\right) - \cos B_2\left(\frac{H}{2} + \delta_{sup}\right)\right]. \tag{36}$$

Relația (36) permite să se studieze influența diferitelor caracteristici fizice și termice ale reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului asupra puterii termice a reactorului. O deosebită importanță

capătă în acest caz influența coeficienților de neuniformitate a degajării termice pe raza și pe înălțimea zonei active asupra mărimii Q_r.

Pentru exemplificarea aplicării relației (36) la un reactor concret a fost efectuat calculul puterii termice pentru următoarele date asupra zonei active :

$$n_1 = 37\ ;\ m_1 = 126\ ;\ d_1 = 0{,}00092\ m\ ;\ H'_f = 3{,}675\ \text{m}\ ;$$

$$\delta_{in} = 0{,}038\ \text{m}\ ;\ H = 3{,}6\ \text{m}\ ;\ n_2 = 65\ ;\ m_2 = 163,$$

$$d_2 = 0{,}0088\ \text{m}\ ;\ H' = 3{,}675\ \text{m}\ ;\ \overline{K}_2 = 1{,}15\ ;\ \overline{M}_2^2 = 162{,}73\ \text{cm}^2,$$

$$\alpha = 4{,}75.10^{-2}\ ;\ R_1 = 1{,}025\ \text{m}\ ;\ R_2 = 1{,}8\ \text{m},$$

$$a = 0{,}9999\ ;\ b = 0{,}001787\ ;\ \overline{K}_1 = 1{,}35\ ;\ \overline{M}_1^2 = 89{,}7\ \text{cm}^2.$$

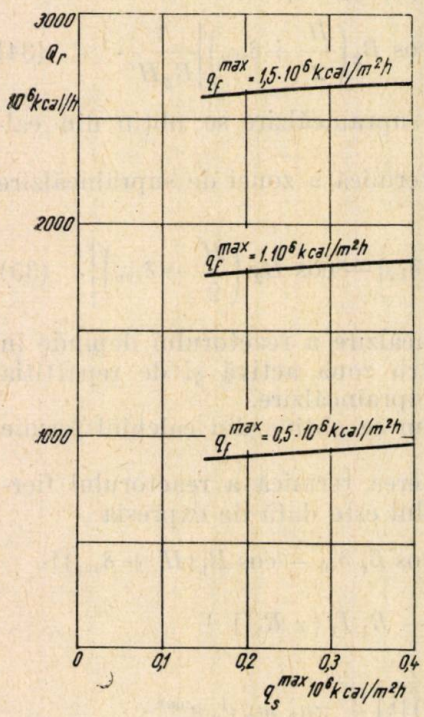


Fig. 2. — Puterea termică a reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului în funcție de fluxurile termice în cele două zone active.

Pe baza acestei relații, cu calculatorul CIFA-4 s-au efectuat calcule pentru

$$q_f^{\max} = (0{,}5 - 1{,}5)\ 10^6\ \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2\text{h}}\ ;$$

$$q_s^{\max} = (0{,}15 - 0{,}4)\ 10^6\ \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2\text{h}}\ .$$

Rezultatele calculelor sînt prezentate în figura 2.

După cum rezultă din figura 2, mărimea q_s influențează puțin puterea termică a reactorului considerat.

Eficacitatea termică a reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului depinde în mare măsură de supraîncălzirea aburului. Aceasta condiționează anumite caracteristici de temperatură și puteri termice a supraîncălzitorului nuclear. Acestea se condiționează reciproc.

O metodă de calcul detaliată a caracteristicilor de temperatură și a puterii termice a supraîncălzitorului nuclear a fost dată de autor în lucrările [11], [12].

Demostrația ecuațiilor de interdependență a parametrilor termici și puterea supraîncălzitorului nuclear sînt date într-o lucrare anterioară a autorului [10].

Mai jos se prezintă ecuația finală de calcul și rezultatele analizei interdependenței dintre caracteristicile termice și puterea termică a supraîncălzitorului nuclear. Ca relație de bază s-a folosit expresia [10]

$$y = \frac{t_p^{max} - t_{c2}}{t_{c1} - t_{c2}} = 0{,}5 + \sqrt{\frac{0{,}25}{\sin^2 \frac{2\pi H}{2H'}} + \left(\frac{K_z K_G C_p G_{ab}}{\alpha_c^0 F_s}\right)^2 \left(\frac{Q_{r2}}{Q_{r2}^0} \frac{\Delta t_s^0}{\Delta t_s}\right)^{2(1-\chi)}}, \tag{37}$$

unde

t_{c1}, t_{c2} [°C] reprezintă temperaturile aburului la ieșirea și intrarea în supraîncălzitorul nuclear,

H, H' [m] — înălțimea și înălțimea extrapolată a zonei de supraîncălzire,

K_z — coeficientul de neuniformitate a repartiției temperaturii pe înălțimea zonei de supraîncălzire,

K_Q — coeficientul de neuniformitate a degajării termice pe raza supraîncălzitorului,

K_G — coeficientul de neuniformitate a repartizării debitelor de abur pe casete,

$G_{ab}\left[\frac{kg}{h}\right]$ — debitul mediu de abur prin canalele supraîncălzitorului nuclear,

F_s [m²] — suprafața de transfer de căldură a tuturor casetelor supraîncălzitorului nuclear,

$\alpha_c^0\left[\frac{kcal}{m^2 h °C}\right]$ — coeficientul de cedare a căldurii de la suprafața învelișului la abur corespunzător supraîncălzirii de referință,

χ — coeficient care pentru elemente de degajare termică netede are o valoare corespunzătoare puterii criteriului Re în ecuația de transfer de căldură prin convecție forțată $m = 0{,}8$,

$\overline{C}_p\left[\frac{kcal}{kg °C}\right]$ — căldura specifică medie a aburului în supraîncălzitorul nuclear,

$\frac{Q_{r2}}{Q_{r2}^0}$ — raportul puterii termice a supraîncălzitorului nuclear date și luate de referință

$\frac{\Delta t_s^0}{\Delta t_s}$ — raportul supraîncălzirii aburului în supraîncălzitorul nuclear luată de referință și dată.

Analiza a fost efectuată pentru următoarele date :

$H = 3{,}6$ m ; $H' = 3{,}675$ m ; $\chi = 0{,}8$; $K_z = 0{,}7$; $0{,}8$; $0{,}9$; 1,

$K_G = 0{,}8$; $0{,}9$; 1 ; $F_s = 0{,}962$ m^2 ; $G_{ab} = 125$; 150 ; $175 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$,

$\alpha_c^0 = 2\,000$; $2\,200$; $2\,400 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2\,\text{h}\,^\circ\text{C}}$; $0{,}8 < \frac{Q_{r2}}{Q_{r2}^0} < 1{,}2$; $0{,}8 < \frac{\Delta t_s^0}{\Delta t_s} < 1{,}4$.

Presiunea medie a aburului în supraîncălzitor a fost $p = 110$ ata, de unde $t_{c2} = 316{,}50°$C.

Calculele au fost programate pe calculatorul cifric CIFA-4.

Pe baza acestor date, în figurile 3*a*, *b* și *c* se dau curbe de variație a mărimii y în funcție de $\frac{\Delta t_s^0}{\Delta t_s}$ și $\frac{Q_{r2}}{Q_{r2}^0}$ pentru $K_G = 0{,}8$; $0{,}9$; 1 ; $G_{ab} = 125$; 150 kg/h și $\alpha_c^0 = 2000$; 2200 ; $2400 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2\,\text{h}\,^\circ\text{C}}$.

După cum rezultă din figuri, în toate cazurile varierea raportului $\frac{\Delta t_s^0}{\Delta t_s}$ conduce la o variație parabolică a mărimii y. Creșterea lui y este mai ridicată pentru valori ridicate $\frac{\Delta t_s^0}{\Delta t_s}$. Mărimea y crește de asemenea cu creșterea puterii zonei de supraîncălzire. Coeficientul de cedare a căldurii în supraîncălzitor influențează invers proporțional pe y, influența acestuia fiind mai puțin însemnată decît influența raportului $\frac{Q_{r2}}{Q_{r2}^0}$.

Coeficientul de neuniformitate a repartiției debitului de abur pe secțiunea zonei de supraîncălzire influențează mărimea y. Pentru repartiții mai uniforme, mărimea y este mai ridicată.

Curbele din figura 3 permit să se determine caracteristicile termice ale supraîncălzitorului nuclear, respectiv mărimea y, pentru $\frac{\Delta t_s^0}{\Delta t_s}$; $\frac{Q_{r2}}{Q_{r2}^0}$; α_c ; G_{ab} ; K_G date inițial. Pe baza lui y astfel cunoscut, se determină din relația (37) valoarea $t_p^{\max}$ care se obține pentru regimul respectiv de funcționare a supraîncălzitorului nuclear considerat.

CONCLUZII

1. În lucrare se dau relațiile de calcul ale puterii termice a reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului în funcție de procesele termice și nucleare din cele două zone active. Se pun în evidență influența mărimii ϑ asupra puterii termice a zonei de fierbere și influența fluxurilor termice din cele două zone active asupra puterii termice pentru cazul fluxului termic neuniformizat pe înălțimea și raza zonelor active.

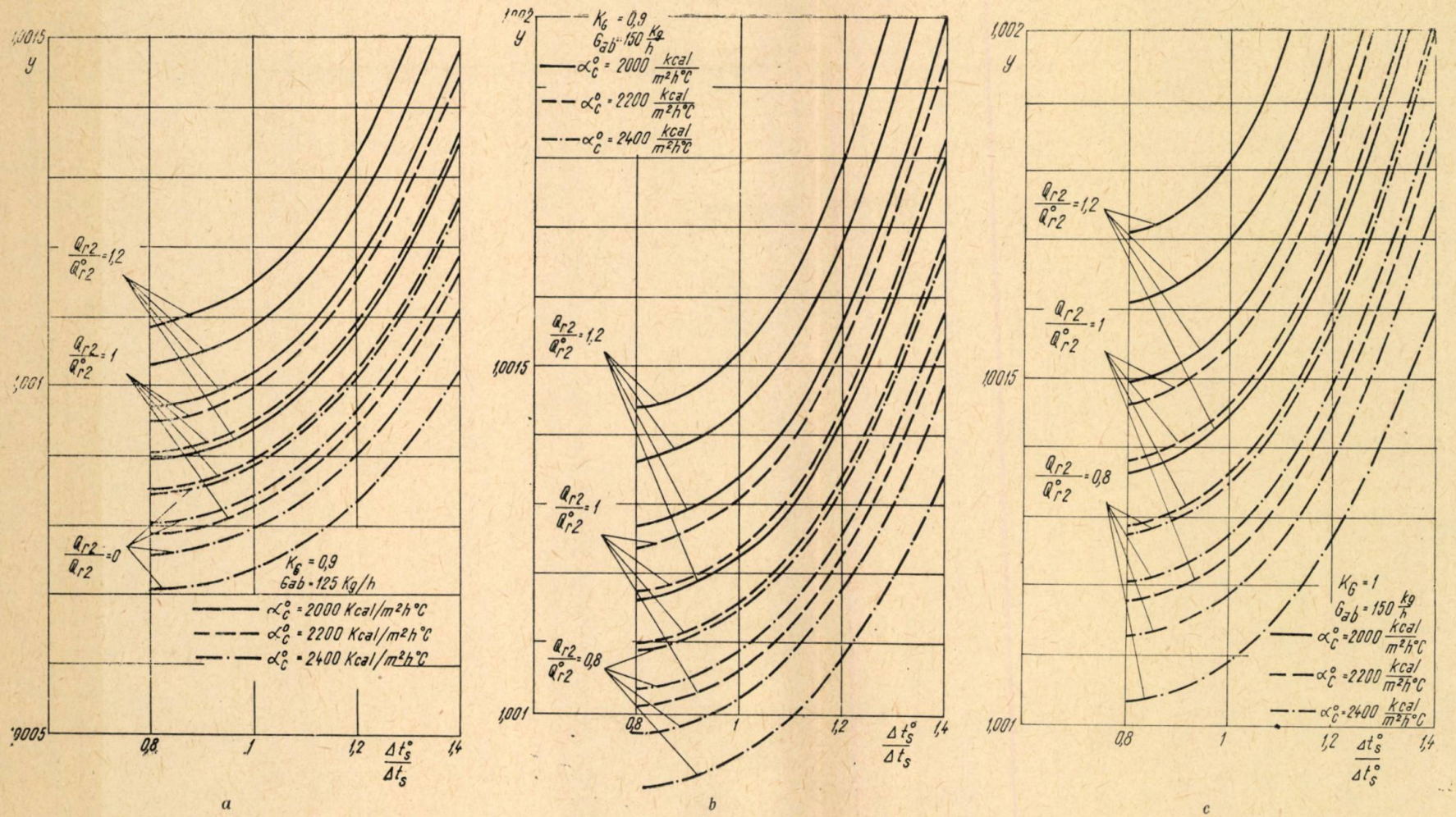


Fig. 3. — Variația caracteristicii de temperatură a supraîncălzitorului nuclear în funcție de $\frac{\Delta t^0_s}{\Delta t_s}$ și $\frac{Q_{r2}}{Q^0_{r2}}$:

$a - K_G = 0{,}9$; $G_{ab} = 125\ \frac{\text{kg}}{\text{h}}$; $b - K_G = 0{,}9$; $G_{ab} = 150\ \frac{\text{kg}}{\text{h}}$; $c - K_G = 1$; $G_{ab} = 150\ \frac{\text{kg}}{\text{h}}$.

Din lucrare apare evidentă necesitatea ca la optimizarea parametrilor acestui tip de reactor să fie determinate, alături de alți parametri, și valorile optime ale mărimilor ϑ, q_f^{max} și q_s^{max}.

2. În lucrare se face analiza influenței puterii termice a supraîncălzitorului nuclear și a coeficienților de neuniformitate a degajării termice în supraîncălzitor asupra caracteristicilor de temperatură a acestuia. Prin intermediul calculatorului cifric CIFA-4 se determină mărimea y, care permite obținerea temperaturii învelișului elementelor de degajare a căldurii în supraîncălzitorul nuclear în funcție de regimul termic al acestuia.

Primit la redacție la 5 ianuarie 1966

BIBLIOGRAFIE

1. I. Caussens, *L'economie à la Conference de Geneva 1964*, Energie Nucleaire, **6**, *8* (1964).
2. G. E. Issues, *Nuclear Power Plant Price List*, Nucleonics, *11*, 20—11 (1964).
3. — *Technical Papers and Publications*, Nuclear Engineering, August 1964.
4. — *Advanced Gas-Cooled Reactor for Dungeness-B*, The Engineer, *6* (1965).
5. М. М. Синев, Б. Б. Батуров, Б. М. Шмелев, *О путях развития ядерной энергетики в СССР*, Доклад СССР № 294, Женева, 1964.
6. K. Hannerz, *An evolution of some hearywater — moderated power — reactor concepts*, ASEA Research *7* Sweden.
7. — Dungeness B., Appl. Atomics, nr. 514, 2—5, 1965.
8. C. Haiduc, *Metoda de determinarea tipului optim de centrală electronucleară pentru condițiile Republicii Socialiste România*, Memoriu la Inst. de energetică al Academiei Republicii Socialiste România, 1965.
9. — *Considerații privind determinarea tipului optim de centrală electronucleară pentru condițiile Republicii Socialiste România*, St. cerc. energ. electr., *1* (1966).
10. — *Analiza eficacității termice a centralelor electronucleare cu reactori fierbători și supraîncălzire nucleară a aburului*, Memoriu la Inst. de energetică al Academiei Republicii Socialiste România, 1965.
11. — *Calculul fizic și termic al reactorului nuclear fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului*, Memoriu la Inst. de energetică al Academiei Republicii Socialiste România, 1964.
12. — *Particularități ale calculului termic al reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului*, St. cerc. energ. electr., **15**, 2 (1965).
13. К. Хайдук, *Расчёт неравномерности тепловыделения в кипящих реакторах с ядерным перегревом пара*, Rev. Roum. des sceinces techniques, serie Electrotechnique et Energetique, **10**, *2* (1965).
14. A. W. Kramer, *Boiling Water Reactors*, Addison — Wesley Publishing Company, Inc. Reading, Massachusetts, 1958.

ASUPRA MODELĂRII ECUAȚIEI MIȘCĂRII UNEI PARTICULE SOLIDE ÎNTR-UN FLUX CURBILINIU

DE

T. I. BĂJENESCU și N. PĂNOIU

662.6

După ce se trec în revistă dificultățile de ordin teoretic și practic care se întîmpină la abordarea problemei, se dau detalii privind modelarea analogică a ecuației de mișcare a unei particule solide aflate într-un flux curbiliniu, precum și o parte din soluțiile obținute cu ajutorul calculatorului analogic MECAN—2.

Mișcarea particulei într-un flux curbiliniu este de o deosebită importanță, ea întîlnindu-se în studiile separatoarelor centrifugale de praf, arzătoarelor turbionare de combustibili lichizi sau solizi, focare-ciclon etc.

Stadiul actual al cunoștințelor teoretice în acest domeniu este încă destul de redus, iar cercetările experimentale nu au atacat încă suficient de intens acest domeniu. Studiile teoretice s-au dezvoltat în ultimul timp în special în U.R.S.S., în Anglia și în R.F.G. în legătură cu precizarea teoriei focarelor-ciclon [1], [2], [3], [4].

Lipsa unei teorii complete privind mișcarea suspensiei solide în fluxuri curbilinii frînează dezvoltarea unor agregate importante de separare a prafului și de ardere intensificată a combustibililor solizi. Lipsa unor rezultate în acest domeniu se datorește în mare măsură atît dificultăților teoretice, cît și, mai ales, dificultăților experimentale.

În lucrarea de față se va prezenta o metodă de modelare a fenomenului mișcării unei particule într-un flux curbiliniu folosind un calculator analogic [5].

În exprimarea ecuației generale a mișcării particulei în fluxul curbiliniu vom face aproximația că mișcarea particulei e o mișcare plană și vom urmări numai mișcarea particulei pe rază. Astfel, dacă se neglijează

S'. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 681—690 București 1966

circulația transversală și se consideră o viteză inițială tangențială egală cu a fluidului, ecuația mișcării particulei pe rază în flux are expresia

$$m \frac{dW_r}{dt} = m \frac{W_t^2}{r} - Cf \frac{W_r^2}{2g} \gamma, \tag{1}$$

unde

m este masa particulei,
W_r — componenta radială a vitezei particulei,
t — timpul,
W_t — componenta tangențială a vitezei fluidului,
C — coeficientul de rezistență al particulei,
f — secțiunea particulei opusă fluxului,
γ — greutatea specifică a fluidului portant.

Simplificările [1]) care se introduc de obicei în scrierea ecuației de mișcare a particulelor conduc la o discrepanță pronunțată între rezultatele teoretice și experimentale în toate domeniile care se ocupă de studiul curenților cu suspensii solide (separatoare centrifugale de praf, focare-ciclon, instalații de fluidizare etc.).

Asupra coeficientului de rezistență s-au efectuat numeroase cercetări experimentale și s-au făcut propuneri să fie folosite o mulțime de relații de tipul

$$C = f(\mathrm{Re}). \tag{2}$$

Reproducerea relațiilor de tipul (2) în ecuația (1) conduce la ecuații diferențiale a căror rezolvare este extrem de laborioasă în unele cazuri, iar în alte cazuri rezultă ecuații diferențiale neliniare cu multe funcții neliniare, pentru soluționarea cărora, în general, nu s-au elaborat încă metode analitice. De aceea s-a trecut la rezolvarea ecuației mișcării unei particule solide într-un flux curbiliniu cu ajutorul calculatorului analogic neliniar MECAN-2 [5] de la Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România.

Esența modelării constă în înlocuirea întregului sistem fizic printr-un model care prin caracteristicile sale să reproducă caracteristicile sistemului inițial. În acest caz, în sistemul reprezentat de model apar procese analoge cu cele care au loc în sistemul real. Aceste procese pot fi observate și înregistrate, se poate verifica dacă corespund cu rezultatele analizei teoretice sau cu eventualele rezultate experimentale, se pot înlocui calculele analitice ale procesului tranzitoriu prin observarea sa directă, se poate încerca și pune la punct sistemul în condiții de laborator.

Modelarea pe mașini de calcul analogice se caracterizează prin faptul că fiecărei valori instantanee a mărimii inițiale îi corespunde o valoare instantanee a mărimii mașinii, care se deosebește adesea prin

[1]) Se neglijează greutatea și forma reală a particulelor, turbulența curentului portant, circulația transversală a curentului portant, ricoșarea particulelor de la pereți, ciocnirea una de alta a particulelor, forța Coriolis, variația reală a cîmpului de viteze, viteza radială a fluidului.

natura sa fizică și printr-un factor de scară. Dacă se introduce expresia cifrei Reynolds

$$\mathrm{Re} = \frac{W\varphi d_e}{\nu}, \tag{3}$$

unde

W este viteza particulei de diametru echivalent,

ν — viscozitatea cinematică a fluidului portant.

Introducînd „diametrul echivalent" [6] al particulei

$$d_e = 1{,}24 \sqrt[3]{V_p} \tag{4}$$

(unde V_p este volumul particulei) și corectînd cu un factor de formă φ, care învederează abaterea particulelor de la forma sferică, în conformitate cu propunerea lui Carman, pentru factorul de formă se consideră relația

$$\varphi = 4{,}84 \frac{V_p^{2/3}}{S}, \tag{5}$$

în care S este suprafața totală a particulei.

Dacă pentru ecuația (2) se ia în considerație relația Stokes

$$C = \frac{24}{\mathrm{Re}}, \tag{6}$$

ecuația (1) devine după o serie de calcule

$$\frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2} + \frac{18\,\nu}{\varphi d_e^2} \cdot \frac{\gamma}{\gamma_p} \cdot \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} - \frac{W_t^2}{r} = 0, \tag{7}$$

în care

$\nu = 1{,}5 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{kgs/m^2}$,

γ_p este greutatea specifică a particulei.

În cazul mișcării fluidului într-un spațiu închis (separatoare de praf, focare-ciclon), se știe că la funcționarea monofazică, din punctul de vedere al distribuției vitezelor tangențiale, mișcarea fluidului se supune la două legi :

— legea cvasisolidă — zona centrală — ($r < r_e$), în care este valabilă relația

$$W_t = r\,\omega \tag{8}$$

— (r fiind raza curentă, ω viteza tangențială și r_e raza de ieșire din aparat) ;

— legea cvasipotențială — zona periferică ($r > r_e$), în care este valabilă relația

$$W_t \cdot r = \mathrm{const.} \tag{9}$$

Rezultă, așadar, că, pornind de la relația (7), în cazul mișcării cvasisolide se obține ecuația

$$\frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2} + \frac{18\,\nu}{\varphi d_e^2} \cdot \frac{\gamma}{\gamma_p} \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} - \omega^2 r = 0, \tag{10}$$

a cărei soluţie este de forma

$$r = C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t}, \tag{11}$$

din care se poate determina timpul de separare $t = f(r)$.

În cazul mişcării cvasipotenţiale se obtine

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{18\nu}{\varrho d_e^2} \cdot \frac{\gamma}{\gamma_p} \cdot \frac{dr}{dt} - \frac{W_i^2 r_i^2}{r^3} = 0, \tag{12}$$

o ecuaţie diferenţială neliniară de ordinul doi.

Din examinarea relaţiilor (12) şi (10) şi ţinînd seama că r nu poate fi decît pozitiv, rezultă că studiul traiectoriei particulelor unei suspensii solide se va face mai comod şi mai elegant modelînd o ecuaţie de forma

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + K \frac{dr}{dt} - f(r) = 0. \tag{13}$$

În acest caz, ecuaţia (10) se va putea obţine din ecuaţia (13), particularizînd pe $f(r)$, şi anume

$$f(r) = \omega^2 r = y, \tag{14}$$

iar pentru a obţine ecuaţia (12) vom face

$$f(r) = \frac{1}{r^3} k = zk, \tag{15}$$

unde

$$k = W_i^2 r_i^2.$$

Ecuaţia (14) reprezintă o dreaptă y ce trece prin origine (fig. 1), iar z din ecuaţia (15) inversul cubului unei distanţe r (fig. 2).

Din rezultatul suprapunerii funcţiilor y şi z, în cazul problemei noastre ne interesează numai zona haşurată din figura 3, punctul de intersecţie al funcţiilor y şi z avînd variabile atît abscisa, cît şi ordonata.

Pentru modelarea curbei îngroşate din figura 3, rezultată din intersecţia funcţiilor (14) şi (15), este necesar un dispozitiv electronic cu două intrări şi o ieşire, care să poată sesiza oricînd cea mai mică dintre cele două tensiuni aplicate la intrare şi s-o poată reproduce întocmai la ieşire. Investigaţiile noastre ne-au condus la concluzia că cea mai simplă schemă care îndeplineşte aceste cerinţe este cea din figura 4, cu condiţia ca potenţialul punctului M să fie mai mare decît maximul oricărei funcţii y sau z [2]).

Pentru modelarea mişcării particulei în fluxul portant, se va lua în considerare expresia $C = f(\mathrm{Re})$ dată de Kudreaşcev :

$$C = \frac{24}{\mathrm{Re}} + \frac{4}{\sqrt{\mathrm{Re}}} + \frac{1}{\sqrt[5]{\mathrm{Re}}}. \tag{16}$$

[2]) În cazul nostru, condiţia este, evident, respectată : max $(z, y) = 100$ V, iar potenţialul punctului M (cu valorile de rezistenţe şi tensiuni din figură) este de 125 de volţi.

Pentru modelare se poate considera orice relație de tipul (2). Dacă se exemplifică prin următoarele valori numerice: $d_e = 1$ mm; $\nu = 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ kgs/m^2; $\varphi = 1$; $\gamma = 1{,}2$ kg/m^3; $\gamma_p = 1\,300$ kg/m^3; $W_i = 25$ m/s, ecuația diferențială de rezolvat ia forma

$$r'' + 0{,}25\, r' + 0{,}31\, (r')^{1,5} + 0{,}297\, (r')^{1,8} - f(r) = 0. \qquad (17)$$

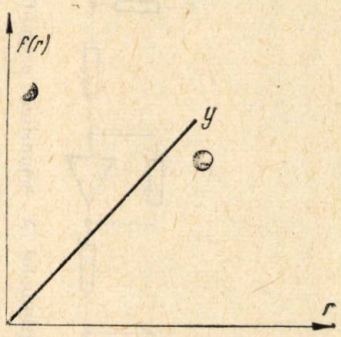


Fig. 1. — Reprezentarea grafică a relației (14).

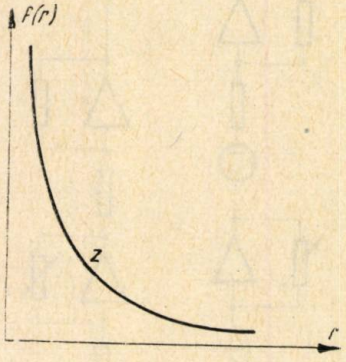


Fig. 2. — Reprezentarea grafică a inversului cubului unei distanțe r.

Cu precizările anterioare se poate modela acum ecuația (17), rezultînd pentru ea modelul analogic din figura 5.

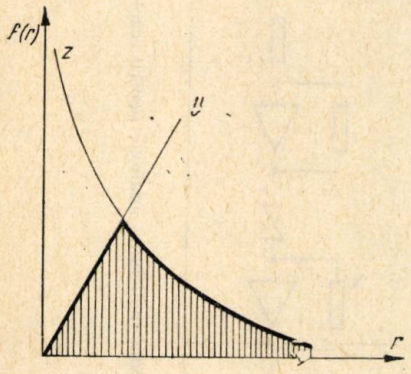


Fig. 3. — Rezultatul suprapunerii funcțiilor y și z din figurile 1 și 2.

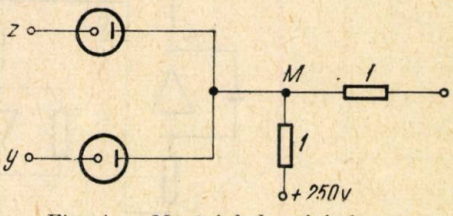


Fig. 4. — Montajul de minimizare.

Scriind a doua lege a lui Kirchhoff pentru nodul de la intrarea integratorului care elaborează pe r', vom avea

$$-C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}\left(\frac{\mathrm{d}\bar{r}}{\mathrm{d}\tau}\right) - \frac{1}{R_2}\cdot\frac{\mathrm{d}\bar{r}}{\mathrm{d}\tau} + \frac{1}{10\,R_1} f(\bar{r}) - \frac{1}{R_3}\left(\frac{\mathrm{d}\bar{r}}{\mathrm{d}\tau}\right)^{1,5} - \frac{1}{R_4}\left(\frac{\mathrm{d}\bar{r}}{\mathrm{d}\tau}\right)^{1,8} = 0, \qquad (18)$$

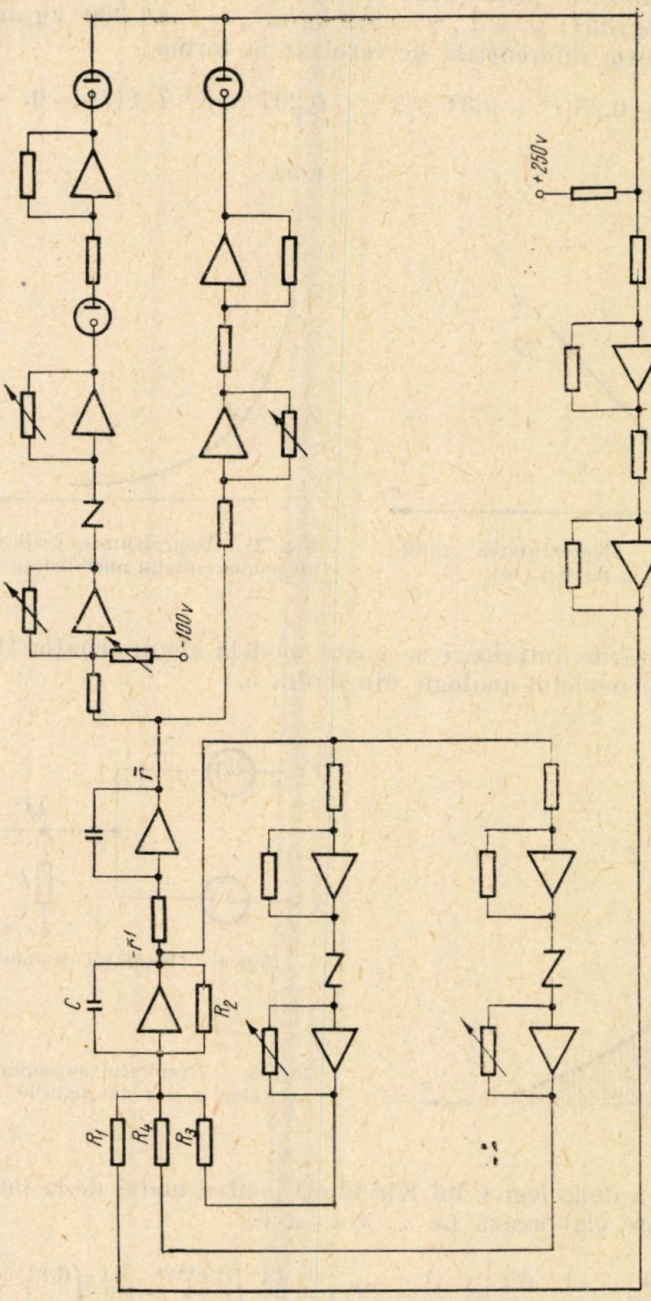


Fig. 5. — Schema modelului analogic pentru rezolvarea ecuației (17) (simbolul N semnifică prezența unui element neliniar).

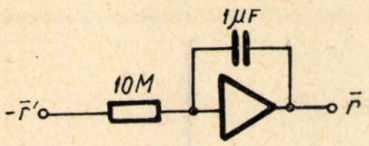


Fig. 6. — Schema folosită pentru deducerea factorului de scară al vitezei.

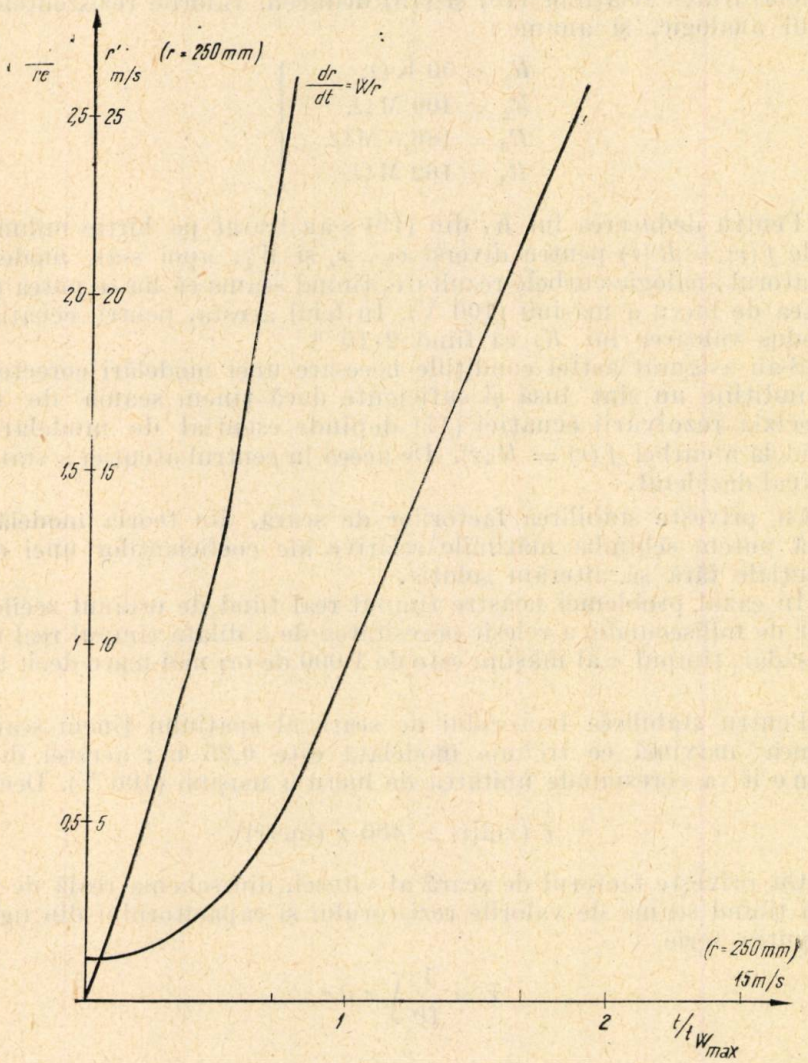


Fig. 7. — Soluția ecuației (17) înregistrată la mașina analogică MECAN—2 care funcționează după schema din figura 5.

ştiind că

$$\left.\begin{aligned} C &= 10\,\mu F,\\ K_t &= 10^3,\\ \tau &= K_t \cdot t = 10^3 t,\\ \bar{r} &= 400\, r,\\ f(\bar{r}) &= K_f \cdot f(r) = 2.10^{-3} f(r). \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Din identificarea relaţiilor (18) şi (19) deducem valorile rezistenţelor din modelul analogic, şi anume :

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= 50\ \mathrm{K}\Omega,\\ R_2 &= 400\ \mathrm{M}\Omega,\\ R_3 &= 186{,}5\ \mathrm{M}\Omega,\\ R_4 &= 162\ \mathrm{M}\Omega. \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Pentru deducerea lui K_f din (19) s-au trasat pe hîrtie milimetrică curbele $f(r) = R(r)$ pentru diverşi ω_e, r_e şi W_i, apoi s-au modelat pe calculatorul analogic curbele rezultate, ţinînd seama că nu se putea depăşi unitatea de lucru a maşinii (100 V). În felul acesta, pentru ecuaţia (17) s-a dedus valoarea lui K_f ca fiind $2 \cdot 10^{-3}$.

S-au asigurat astfel condiţiile necesare unei modelări corecte a lui r''; condiţiile nu sînt însă şi suficiente dacă ţinem seama de faptul că precizia rezolvării ecuaţiei (17) depinde esenţial de modelarea cît mai fidelă a curbei $f(r) = R(r)$. De aceea în centrul atenţiei a stat acest principal deziderat.

Cît priveşte stabilirea factorilor de scară, din teoria modelării se ştie că putem schimba mărimile relative ale coeficienţilor unei ecuaţii diferenţiale fără să alterăm soluţia.

În cazul problemei noastre timpul real fiind de ordinul zecilor sau sutelor de milisecunde, a reieşit necesitatea de a dilata timpul real de 10^3 ori ; aşadar, timpul τ al maşinii este de 1 000 de ori mai mare decît timpul real t.

Pentru stabilirea factorului de scară al spaţiului ţinem seama că lungimea maximă ce trebuie modelată este 0,25 m ; acestei distanţe maxime îi va corespunde unitatea de lucru a maşinii (100 V). Deci

$$\bar{r}\ (\text{volţi}) = 400\ r\ (\text{metri}). \tag{21}$$

Cît priveşte factorul de scară al vitezei, din schema reală de modelare şi ţinînd seama de valorile rezistorului şi capacitorului din figura 6, vom putea scrie

$$\bar{r} = \frac{1}{10} \int \bar{r}'\, d\tau\,; \tag{22}$$

însă

$$r = \int r'\, dt \tag{23}$$

şi, ţinînd seama de relaţia (21), rezultă

$$400\, r = \frac{1}{10} \int \bar{r}' \cdot 1\,000\, dt \tag{24}$$

sau

$$\bar{r}' \text{ (volţi)} = 4\, r' \text{ (m/s)}. \tag{25}$$

Cu aceste precizări, modelul analogic permite înregistrarea soluţiilor ecuaţiei (17) sau a unor ecuaţii similare corespunzătoare altor dependenţe de tipul (2) prin variaţia coeficienţilor numerici ai variabilei r, respectiv ai derivatelor sale. Soluţiile înregistrate pe maşină sînt de tipul celei reprezentate în figura 7.

În figura 7 rezultatele sînt date în mărimi raportate $\frac{r}{r_e}$, respectiv $\frac{t}{t_{w\,max}}$, $t_{w\,max}$ reprezentînd timpul la care particula trece din mişcarea cvasisolidă a fluidului în mişcarea cvasipotenţială şi care, conform rezultatelor experimentale, corespunde unei poziţii pe rază $r = r_e$ în cazul focarului ciclon orizontal. Similar poate fi modelată mişcarea tangenţială şi axială a particulei, şi, prin compararea mişcărilor, se poate determina mişcarea spaţială a particulei.

Pe lîngă ecuaţia mişcării particulei pot fi studiate şi variaţia vitezei, respectiv a acceleraţiei radiale din timpul mişcării particulei în fluxul portant.

Prin modificarea convenabilă a caracteristicilor fizice ale particulei şi mediului poate fi cercetat un vast cîmp de posibilităţi funcţionale ale instalaţiilor de tip centrifugal care funcţionează în regim bifazic. Pentru asemenea studii este însă necesar să fie introdusă corecţia care ţine seama de concentraţia suspensiei solide şi de pierderea de energie din flux necesară transferului fazei solide.

Primit la redacţie la 28 noiembrie 1965

BIBLIOGRAFIE

1. И. П. Басина, В. А. Тонконоги, *О горении и сепарации частиц топлива в циклонной топке.* Вопросы аэродинамики и теплопередачи в котельно-топочных процессах, Москва-Ленинград, Госэнергоиздат, 1958.

2. А. В. Емельянов, Д. А. Ключников, *К анализу тепловой обработки материала в плавильном циклоне.* Изв. высших учебных заведений, серия Энергетика, 7, 41—47 (1964).

3. M. LEDINEGG, *Bestimmungs grössen für Brennkammer-helastungen bei Kohlenstaub Öl und Gasfeuerungen Mitt.* UGB, *97*, 254—266 (1965).
4. N. A. HAVEMANN, *A theory for the design of Vortex combustion chamber.* Journal of the Institute of fuel, 156, 25—34 (1959).
5. V. M. POPOV, N. N. TĂTARU, T. I. BĂJENESCU, *Calculatorul analogic neliniar* „MECAN-2". St. cerc. energ., *A*, **XIII**, *2*, 291—297 (1963).
6. N. PĂNOIU, *Influenţa formei şi mărimii particulelor şi a caracteristicilor fluxului din focar asupra separării particulelor.* Memoriu la Inst. de energetică al Academiei Republicii Socialiste România, 1964.

CU PRIVIRE LA CALCULUL SUMEI UNOR SERII IMPORTANTE ÎN APLICAȚIILE ELECTROTEHNICE CU AJUTORUL CALCULATORULUI CIFRIC

DE

NICOLAE DAMIAN IORDACHE, IONIȚĂ TUDOR și ANDREI ȚUGULEA

621.316.11

În lucrare se dau formulele de aproximare, schema logică de calcul a programului pentru calculul unor serii, ce apar ca rezultat al integrării ecuațiilor cîmpului electromagnetic prin metoda separării variabilelor, precum și tabele de valori pentru sumele acestor serii.

1. INTRODUCERE

În numeroase aplicații electrotehnice, ca rezultat al integrării ecuațiilor cîmpului electromagnetic prin metoda separării variabilelor, apar în soluții serii al căror termen general reprezintă un produs de factori numerici și funcții elementare sau speciale care apar ca funcții proprii caracteristice domeniului de integrare și condițiilor la limită impuse.

Astfel, în expresia reactanței de dispersie a crestăturilor ovale și circulare [1], [2] apar serii de forma

$$S_1(\alpha_0, \beta_0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\,\beta_0}{n^3} \cdot \operatorname{cth} n\alpha_0, \tag{1}$$

$$S_2(\alpha_0, \beta_0) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin^2 (2k+1)\beta_0}{(2k+1)^3} \cdot \operatorname{cth} (2k+1)\alpha_0, \tag{2}$$

ale căror sume pentru valori numerice uzuale ale parametrilor α_0 și β_0 sînt necesare pentru calculul reactanței.

În cele ce urmează se dau formulele de aproximare pentru calculul lui $S_1(\alpha_0, \beta_0)$ și $S_2(\alpha_0, \beta_0)$, făcîndu-se aprecieri asupra preciziei de calcul.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16, Nr. 3, p. 691—700 București 1966

Ca anexe se dau două tabele de valori numerice ale acestor două serii cu cinci zecimale pentru $\alpha_0 = 0{,}1-2{,}5$ cu pași de 0,05 și $\beta_0 = 0{,}05-0{,}50$ cu pași de 0,05.

2. CONSTRUIREA FORMULELOR DE APROXIMARE

În seriile (1) și (2), pentru calculul valorilor funcțiilor cth x, se exprimă această funcție cu ajutorul funcției e^{-x}, pentru care există formula de aproximare [4], și seriile primesc forma

$$S_1(\alpha_0, \beta_0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\beta_0}{n^3} \cdot \frac{1 + e^{-2n\alpha_0}}{1 - e^{-2n\alpha_0}}, \tag{3}$$

$$S_2(\alpha_0, \beta_0) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin^2 (2k+1)\,\beta_0}{(2k+1)^3} \cdot \frac{1 + e^{-2(2k+1)\alpha_0}}{1 - e^{-2(2k+1)\alpha_0}}. \tag{4}$$

Admițînd că $e^{-20} < 1.10^{-9} \approx 0$, rezultă că pentru $2n\alpha_0 \geqslant 20$ cth $2n\alpha_0 \approx 1$.

Notînd cu

m — partea întreagă a cîtului $\dfrac{10}{\alpha}$,

$\overline{m}$ — partea întreagă a cîtului $\dfrac{10 - \alpha_0}{2\alpha_0}$,

obținem o primă aproximare:

$$S_1(\alpha_0, \beta_0) = \sum_{n=1}^{m} \frac{\sin^2 n\beta_0}{n^3} \cdot \frac{1 + e^{-2n\alpha_0}}{1 - e^{-2n\alpha_0}} + \sum_{n=m+1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\beta_0}{n^3}, \tag{5}$$

$$S_2(\alpha_0, \beta_0) = \sum_{k=0}^{\overline{m}} \frac{\sin^2 (2k+1)\beta_0}{(2k+1)^3} \cdot \frac{1 + e^{-2(2k+1)\alpha_0}}{1 - e^{-2(2k+1)\alpha_0}} + \sum_{k=\overline{m}+1}^{\infty} \frac{\sin^2 (2k+1)\beta_0}{(2k+1)^3}. \tag{6}$$

Notînd cu T_n termenul general al seriei (1)

$$T_n = \frac{\sin^2 n\beta_0}{n^3} \cdot \frac{1 + e^{-2n\alpha_0}}{1 - e^{-2n\alpha_0}}. \tag{7}$$

și ținînd cont că programul pentru calculul funcțiilor $\sin x$, e^{-x} asigură calcularea valorilor acestor funcții cu o eroare maximă de $5 \cdot 10^{-8}$, respectiv $4 \cdot 10^{-7}$ (conform formulelor de aproximare date în [4]), rezultă că la calcularea numărătorului lui T_n eroarea va fi de aproximativ $5 \cdot 10^{-7}$, iar la calcularea numitorului eroarea va fi de aproximativ $4 \cdot 10^{-7}$[3].

Numitorul lui T_n se observă că este o funcție crescătoare în raport cu α_0 și n și, cum $|T_n| \leqslant 1$, rezultă că, o dată cu creșterea lui n, eroarea de calcul a termenului T_n scade.

Șirul termenilor T_n este un șir descrescător convergent către zero, de unde rezultă că pentru fiecare pereche de valori α_0, β_0 va exista un număr natural $n_0 = n_0(\alpha_0, \beta_0)$, astfel încît, oricare ar fi $n > n_0$, să avem

$$|T_n| < \varepsilon.$$

Din considerentele de mai sus rezultă că este posibil și util a ne opri atunci cînd

$$|T_n| < 1 \cdot 10^{-6}, \tag{8}$$

deoarece, începînd de la acest termen, începe să intervină în mod esențial eroarea, datorită aproximării funcțiilor $\sin x$ și e^{-x}.

Cele spuse pentru termenul general al seriei (1) sînt valabile și pentru termenul general al seriei (2).

Notînd

n_0 — valoarea lui n pentru care termenul general al seriei (1) satisface relația (8),

k_0 — valoarea lui k pentru care termenul general T_{2k+1} al seriei (2) satisface condiția $|T_{2k+1}| < 1 \cdot 10^{-6}$,

se obțin formulele de aproximare pentru calculul seriilor (1) și (2) folosite în calculul pe calculatorul cifric :

$$\widetilde{S}_1 = \sum_{n=1}^{m} \frac{\sin^2 n\beta_0}{n^3} \cdot \frac{1 + e^{-2n\alpha_0}}{1 - e^{-2n\alpha_0}} + \\ + \sum_{n=m+1}^{n_0} \frac{\sin^2 n\beta_0}{n^3}, \tag{9}$$

$$\widetilde{S}_2 = \sum_{k=0}^{\overline{m}} \frac{\sin^2 (2k+1)\beta_0}{(2k+1)^3} \cdot \\ \cdot \frac{1 + e^{-2(2k+1)\alpha_0}}{1 - e^{-2(2k+1)\alpha_0}} + \\ + \sum_{k=\overline{m}+1}^{k_0} \frac{\sin^2 (2k+1)\beta_0}{(2k+1)^2}. \tag{10}$$

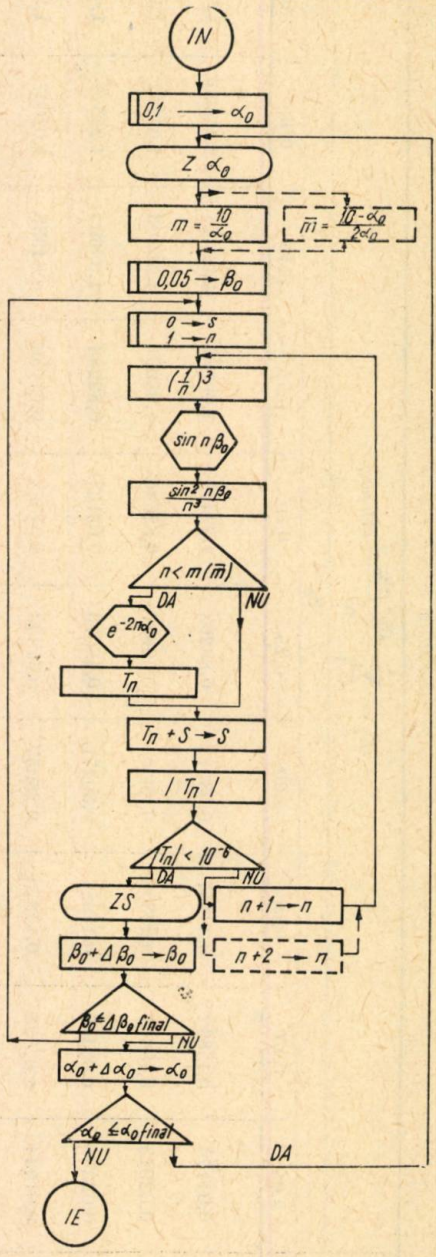


Fig. 1. — Schema logică de calcul pentru calcularea sumei seriei $S_1(\alpha_0, \beta_0)$.

Tabela 1

α_0	$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\beta_0}{n^3} \operatorname{cth} n\alpha_0$									
	β_0									
	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
0,10	0,04175	0,15842	0,34197	0,58514	0,88203	1,22425	1,60362	2,02178	2,45896	2,92822
0,15	0,02913	0,10881	0,23308	0,39701	0,59697	0,82686	1,08091	1,36203	1,65402	1,96930
0,20	0,02300	0,08466	0,17984	0,30471	0,45676	0,63103	0,82288	1,03605	1,25577	1,49465
0,25	0,01944	0,07058	0,14870	0,25057	0,37433	0,51565	0,67056	0,84338	1,02007	1,21354
0,30	0,01714	0,06147	0,12852	0,21539	0,32063	0,44033	0,57097	0,71722	0,86552	1,02904
0,35	0,01555	0,05516	0,11452	0,19095	0,28324	0,38780	0,50137	0,62894	0,75722	0,89961
0,40	0,01440	0,05059	0,10434	0,17314	0,25597	0,34941	0,45043	0,56422	0,67771	0,80450
0,45	0,01353	0,04714	0,09668	0,15972	0,23537	0,32036	0,41183	0,51512	0,61731	0,73216
0,50	0,01286	0,04448	0,09075	0,14931	0,21938	0,29780	0,38180	0,47686	0,57021	0,67568
0,55	0,01233	0,04237	0,08605	0,14107	0,20671	0,27989	0,35795	0,44644	0,53270	0,63065
0,60	0,01191	0,04068	0,08227	0,13443	0,19549	0,26543	0,33867	0,42182	0,50231	0,59415
0,65	0,01156	0,03930	0,07919	0,12901	0,18813	0,25360	0,32287	0,40163	0,47736	0,56414
0,70	0,01127	0,03815	0,07664	0,12452	0,18121	0,24379	0,30976	0,38487	0,45664	0,53920
0,75	0,01104	0,03720	0,07450	0,12077	0,17542	0,23558	0,29879	0,37082	0,43925	0,51825

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\beta_0}{n^3} \operatorname{cth} n\alpha_0$$

α_0	β_0									
	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
0,80	0,01083	0,03640	0,07271	0,11760	0,17054	0,22865	0,28951	0,35895	0,42454	0,50053
0,85	0,01066	0,03594	0,07118	0,11491	0,16638	0,22275	0,28162	0,34883	0,41200	0,48539
0,90	0,01052	0,03513	0,06988	0,11261	0,16283	0,21771	0,27486	0,34016	0,40125	0,47241
0,95	0,01039	0,03463	0,06875	0,11063	0,15977	0,21336	0,26903	0,33268	0,39197	0,46121
1,00	0,01028	0,03419	0,06778	0,10892	0,15712	0,20960	0,26399	0,32621	0,38394	0,45150
1,05	0,01019	0,03382	0,06694	0,10743	0,15482	0,20633	0,25960	0,32057	0,37694	0,44303
1,10	0,01010	0,03349	0,06620	0,10614	0,15282	0,20347	0,25577	0,31565	0,37082	0,43564
1,15	0,01003	0,03320	0,06556	0,10500	0,15106	0,20097	0,25241	0,31133	0,36546	0,42915
1,20	0,00997	0,03295	0,06499	0,10400	0,14952	0,19877	0,24946	0,30754	0,36074	0,42344
1,25	0,00991	0,03272	0,06450	0,10312	0,14815	0,19684	0,24686	0,30420	0,35658	0,41840
1,30	0,00986	0,03253	0,06406	0,10235	0,14695	0,19512	0,24456	0,30124	0,35290	0,41395
1,35	0,00982	0,03235	0,06367	0,10166	0,14589	0,19361	0,24253	0,29862	0,34964	0,41000
1,40	0,00978	0,03220	0,06332	0,10105	0,14495	0,19226	0,24072	0,29629	0,34675	0,40649
1,45	0,00974	0,03206	0,06302	0,10051	0,14411	0,19107	0,23911	0,29422	0,34417	0,40337
1,50	0,00972	0,03194	0,06274	0,10003	0,14336	0,19000	0,23768	0,29238	0,34188	0,40059
1,55	0,00969	0,03183	0,06250	0,09960	0,14269	0,18906	0,23641	0,29074	0,33983	0,39810
1,60	0,00966	0,03173	0,06228	0,09921	0,14210	0,18821	0,23527	0,28927	0,33800	0,39588

Tabelul 1 (continuare)

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\beta_0}{n^3} \operatorname{cth} n\alpha_0$$

α_0	β_0									
	0,50	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
1,65	0,00964	0,03165	0,06209	0,09887	0,14157	0,18745	0,23425	0,28796	0,33637	0,39390
1,70	0,00962	0,03157	0,06191	0,09856	0,14109	0,18677	0,23333	0,28678	0,33490	0,39212
1,75	0,00961	0,03150	0,06176	0,09829	0,14066	0,18616	0,23252	0,28573	0,33359	0,39053
1,80	0,00959	0,03144	0,06162	0,09804	0,14028	0,18563	0,23178	0,28478	0,33241	0,38910
1,85	0,00958	0,03138	0,06149	0,09782	0,13994	0,18513	0,23112	0,28393	0,33135	0,38781
1,90	0,00956	0,03133	0,06138	0,09762	0,13963	0,18469	0,23053	0,28317	0,33040	0,38666
1,95	0,00955	0,03129	0,06128	0,09744	0,13935	0,18429	0,23000	0,28248	0,32954	0,38562
2,00	0,00954	0,03125	0,06119	0,09728	0,13910	0,18393	0,22952	0,28187	0,32877	0,38469
2,05	0,00953	0,03121	0,06110	0,09713	0,13888	0,18361	0,22909	0,28131	0,32808	0,38385
2,10	0,00952	0,03118	0,06103	0,09700	0,13867	0,18333	0,22870	0,28081	0,32747	0,38309
2,15	0,00952	0,03115	0,06096	0,09689	0,13849	0,18307	0,22835	0,28036	0,32690	0,38241
2,20	0,00951	0,03112	0,06090	0,09678	0,13833	0,18283	0,22804	0,27995	0,32639	0,38179
2,25	0,00950	0,03109	0,06085	0,09669	0,13818	0,18262	0,22775	0,27959	0,32593	0,38124
2,30	0,00950	0,03107	0,06080	0,09660	0,13805	0,18243	0,22750	0,27926	0,32552	0,38074
2,35	0,00949	0,03105	0,06076	0,09652	0,13793	0,18226	0,22726	0,27896	0,32515	0,38028
2,40	0,00949	0,03104	0,06072	0,09645	0,13782	0,18210	0,22706	0,27869	0,32481	0,37988
2,45	0,00948	0,03102	0,06068	0,09639	0,13772	0,18196	0,22687	0,27845	0,32451	0,37951
2,50	0,00948	0,03101	0,06065	0,09633	0,13763	0,18184	0,22670	0,27823	0,32424	0,37918

Tabela 2

$$S_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin^2 (2n+1)\beta_0}{(2n+1)^3} \operatorname{cth} (2n+1)\alpha_0$$

α_0	β_0									
	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
0,10	0,03114	0,12032	0,26328	0,45606	0,69476	0,97623	1,29410	1,64876	2,02978	2,44220
0,15	0,02142	0,08188	0,17823	0,30777	0,46793	0,65680	0,86950	1,10735	1,36195	1,63845
0,20	0,01665	0,06300	0,13635	0,23459	0,35579	0,49869	0,65911	0,83891	1,03057	1,23950
0,25	0,01388	0,05191	0,11166	0,19171	0,28997	0,40504	0,53434	0,67968	0,83371	1,00238
0,30	0,01206	0,04466	0,09552	0,16341	0,24646	0,34354	0,45230	0,57482	0,70404	0,84610
0,35	0,01079	0,03960	0,08423	0,14359	0,21595	0,30034	0,39462	0,50103	0,61270	0,73596
0,40	0,00985	0,03589	0,07595	0,12902	0,19351	0,26855	0,35212	0,44660	0,54527	0,65458
0,45	0,00914	0,03307	0,06965	0,11794	0,17642	0,24430	0,31968	0,40503	0,49373	0,59235
0,50	0,00859	0,03086	0,06473	0,10928	0,16305	0,22532	0,29426	0,37243	0,45327	0,54346
0,55	0,00815	0,02911	0,06080	0,10236	0,15236	0,21014	0,27391	0,34630	0,42084	0,50424
0,60	0,00779	0,02768	0,05761	0,09674	0,14366	0,19778	0,25734	0,32502	0,39439	0,47224
0,65	0,00750	0,02650	0,05498	0,09210	0,13649	0,18757	0,24365	0,30743	0,37253	0,44577
0,70	0,00725	0,02552	0,05279	0,08823	0,13050	0,17905	0,23221	0,29272	0,35423	0,42361
0,75	0,00704	0,02470	0,05094	0,08497	0,12545	0,17186	0,22255	0,28030	0,33878	0,40488
0,80	0,00687	0,02399	0,04937	0,08219	0,12115	0,16574	0,21433	0,26972	0,32561	0,38892

Tabela 2 (continuare)

$$S_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin^2 (2n+1)\,\beta_0}{(2n+1)^3} \operatorname{cth} (2n+1)\,\alpha_0$$

α_0	β_0									
	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
0,85	0,00672	0,02339	0,04802	0,07981	0,11747	0,16050	0,20728	0,26064	0,31431	0,37522
0,90	0,00659	0,02287	0,04686	0,07776	0,11430	0,15597	0,20120	0,25281	0,30455	0,36339
0,95	0,00647	0,02242	0,04585	0,07598	0,11154	0,15205	0,19592	0,24601	0,29609	0,35312
1,00	0,00638	0,02203	0,04498	0,07444	0,10914	0,14863	0,19132	0,24009	0,28870	0,34415
1,05	0,00629	0,02169	0,04421	0,07308	0,10704	0,14563	0,18730	0,23490	0,28223	0,33630
1,10	0,00621	0,02139	0,04353	0,07189	0,10520	0,14300	0,18376	0,23034	0,27655	0,32940
1,15	0,00615	0,02112	0,04294	0,07084	0,10357	0,14069	0,18064	0,22632	0,27153	0,32332
1,20	0,00609	0,02089	0,04242	0,06991	0,10214	0,13864	0,17788	0,22276	0,26710	0,31794
1,25	0,00604	0,02068	0,04195	0,06909	0,10086	0,13682	0,17544	0,21961	0,26318	0,31317
1,30	0,00599	0,02050	0,04154	0,06836	0,09973	0,13521	0,17327	0,21681	0,25969	0,30893
1,35	0,00595	0,02034	0,04117	0,06772	0,09873	0,13377	0,17134	0,21433	0,25658	0,30516
1,40	0,00591	0,02019	0,04084	0,06714	0,09783	0,13250	0,16962	0,21211	0,25381	0,30180
1,45	0,00588	0,02006	0,04055	0,06662	0,09703	0,13135	0,16808	0,21012	0,25134	0,29880
1,50	0,00585	0,01994	0,04029	0,06616	0,09631	0,13033	0,16671	0,20835	0,24913	0,29612
1,55	0,00583	0,01984	0,04006	0,06575	0,09567	0,12942	0,16548	0,20677	0,24716	0,29371
1,60	0,00580	0,01974	0,03985	0,06538	0,09510	0,12860	0,16437	0,20535	0,24538	0,29156
1,65	0,00578	0,01966	0,03966	0,06505	0,09459	0,12787	0,16339	0,20407	0,24379	0,28963

Tabela 2 (continuare)

$$S_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin^2 (2n+1)\,\beta_0}{(2n+1)^3} \operatorname{cth} (2n+1)\,\alpha_0$$

α_0	β_0									
	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
1,70	0,00576	0,01959	0,03949	0,06475	0,09412	0,12721	0,16250	0,20293	0,24237	0,28789
1,75	0,00575	0,01952	0,03934	0,06448	0,09371	0,12662	0,16170	0,20190	0,24108	0,28634
1,80	0,00573	0,01946	0,03920	0,06424	0,09334	0,12608	0,16098	0,20098	0,23993	0,28494
1,85	0,00572	0,01940	0,03908	0,06402	0,09300	0,12561	0,16034	0,20014	0,23890	0,28368
1,90	0,00570	0,01935	0,03897	0,06383	0,09270	0,12517	0,15976	0,19940	0,23796	0,28254
1,95	0,00569	0,01931	0,03887	0,06365	0,09243	0,12479	0,15924	0,19872	0,23712	0,28152
2,00	0,00568	0,01927	0,03878	0,06349	0,09218	0,12444	0,15877	0,19811	0,23636	0,28060
2,05	0,00567	0,01923	0,03870	0,06335	0,09196	0,12412	0,15834	0,19757	0,23568	0,27977
2,10	0,00567	0,01920	0,03863	0,06322	0,09176	0,12384	0,15796	0,19707	0,23507	0,27902
2,15	0,00566	0,01917	0,03856	0,06311	0,09158	0,12358	0,15761	0,19663	0,23450	0,27834
2,20	0,00565	0,01914	0,03850	0,06300	0,09142	0,12335	0,15730	0,19622	0,23400	0,27773
2,25	0,00565	0,01912	0,03845	0,06291	0,09127	0,12314	0,15702	0,19587	0,23355	0,27719
2,30	0,00564	0,01910	0,03840	0,06282	0,09114	0,12295	0,15677	0,19553	0,23314	0,27669
2,35	0,00564	0,01908	0,03836	0,06275	0,09102	0,12278	0,15654	0,19524	0,23277	0,27624
2,40	0,00563	0,01906	0,03832	0,06268	0,09091	0,12263	0,15633	0,19497	0,23244	0,27584
2,45	0,00563	0,01905	0,03828	0,06261	0,09081	0,12249	0,15614	0,19473	0,23214	0,27547
2,50	0,00562	0,01903	0,03825	0,06256	0,09073	0,12236	0,15597	0,19451	0,23187	0,27514

În figura 1 este dată schema logică de calcul a programului pentru calculul sumei seriei (1) și (2) (pentru calculul sumei seriei (2) modificările sînt cele indicate prin linie punctată).

În tabela 1 este dată suma S_1 a seriei (1) pentru $\alpha_0 = 0{,}1-2{,}50$ cu pasul 0,05, iar $\beta_0 = 0{,}05-0{,}50$ cu pasul 0,05.

În tabela 2 este dată suma $\widetilde{S}_2$ a seriei (2) pentru același domeniu al parametrilor α_0 și β_0.

Calculul a fost efectuat pe calculatorul electronic CIFA-4 de la Institutul de fizică atomică al Academiei Republicii Socialiste România.

Primit la redacție la 12 ianuarie 1966

BIBLIOGRAFIE

1. A. Țugulea, *Reactanța de dispersie și rezistența în curent alternativ a laturilor de bobină situate în crestături eliptice*, St. cerc. energ., *1* (1966).
2. Robert Tuschak, *Aramkiszorilás villamos gézek körkeresztmetszetü horayaibo ágyazatt lömör hezetöklen*, Elektrotechnika, **50**, *1—2*, 25—34 (1957).
3. G. W. Evans, *Programming and cading for automotie digital camputers*, New York, Mc-Graw-Hill Book Company Inc., 1961.
4. C. Hantings, *Aproximations for digital computers*, Princenton-New Jersey: Princenton University Press, 1955.

MARTIN BERCOVICI, ALEANDRU PAP 620.98

CONSIDERAȚII ASUPRA INTRODUCERII ÎN PRACTICA DE PLANIFICARE A METODICII DE OPTIMIZARE A PLANULUI GENERAL DE APROVIZIONARE CU COMBUSTIBIL ȘI ENERGIE

Se prezintă o analiză sistematică a principalelor aspecte ridicate de aplicarea metodicii pentru determinarea planului general optimal de aprovizionare cu combustibil și energie în munca de planificare curentă a sectorului energetic.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 403, București 1966

R. RĂDULEȚ, AL. TIMOTIN, A. TUGULEA

621.315.09.017.21 : 538.551.26

O TEORIE GENERALĂ A PARAMETRILOR LINEICI TRANZITORII AI LINIILOR ELECTRICE LUNGI ȘI CU PIERDERI ÎN PREZENȚA SOLULUI

Se arată că ecuațiile telegrafiștilor în valori instantanee cu parametrii lineici constanți își pierd valabilitatea în cazul liniilor electrice lungi cu conductoare masive în prezența solului dacă se ține seama de pierderile prin efect Joule.

Se analizează condițiile generale în care se pot stabili ecuații de tipul ecuațiilor telegrafiștilor și, pornindu-se de la sistemul ecuațiilor lui Maxwell, se stabilesc noile ecuații de propagare a tensiunilor și curenților pe liniile lungi care înlocuiesc ecuațiile telegrafiștilor pentru liniile cu pierderi și conductoare masive. Noile ecuații sînt ecuații integro-diferențiale conținînd integrale de convoluție în care intervin parametri tranzitorii (inductivități tranzitorii funcționării de timp), iar în cazul cel mai general și termeni care iau în considerare condițiile inițiale de cîmp. Forma operațională a acestor ecuații coincide cu ecuațiile operaționale cunoscute ale liniilor lungi numai dacă se neglijează condițiile inițiale de cîmp.

Studiul general e particularizat la cazul liniei multifilare cu n conductoare circulare în prezența pămîntului. Pentru acest caz se determină inductivitățile tranzitorii proprii și mutuale ale liniei. În anexe se demonstrează teoremele unicitate referitoare la mărimile care intervin în determinarea parametrilor tranzitorii.

St. cerc. energ electr. Tom 16 Nr. 3 p. 417 București 1966

ANDREI ȚUGULEA, I. R. CIRIC 537.311.5

CÎMPUL MAGNETIC STAȚIONAR ȘI REZISTENȚA ÎN CURENT ALTERNATIV LA FRECVENȚE JOASE A CONDUCTOARELOR DREPTE CU SECȚIUNI ÎN FORMĂ DE ELIPSĂ SAU DE COAJĂ ELIPTICĂ

În lucrare se determină cîmpul magnetic staționar al unor coji eliptice parcurse de curent continuu. În acest scop se integrează ecuațiile lui Laplace și Poisson pentru potențialul-vector în sistemul de coordonate eliptice plane. Se consideră atît cazul cojilor eliptice așezate în medii omogene din punct de vedere magnetic, cît și cazul unor medii neomogene.

În a doua parte a lucrării se calculează factorii în alternativ ai rezistențelor electrice pentru cojile eliptice în ipoteza efectului pelicular slab.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 451, București 1966

ALEXANDRU TIMOTIN, ANDREI ȚUGULEA, CEZAR FLUERAȘU

537.311.5

CÎMPUL ELECTROMAGNETIC CVASISTAȚIONAR AL UNOR FIRE RECTILINII PARCURSE DE CURENT ALTERNATIV ÎN PREZENȚA UNUI ECRAN PLAN INFINIT DE GROSIME FINITĂ

Se determină potențialul magnetic vector și cîmpul magnetic al unor fire rectilinii parcurse de curent alternativ în prezența unui ecran plan infinit de grosimea finită, paralel cu firele. Se calculează repartiția densității de curent, pierderile în ecran și coeficientul de ecranare.

O soluție mai adecvată în aplicații este obținută presupunînd ecranul infinit subțire, dar de conductivitate superficială finită. Se prezintă tabele și curbe pentru calculul pierderilor.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 481, București 1966

ADRIAN CUPȘA 538.522.3

REGIMUL TRANZITORIU AL INDUCȚIEI ÎN CILINDRI FEROMAGNETICI CIRCULARI ECRANAȚI

Articolul aduce contribuții la teoria și calculul releelor electromagnetice temporizate la deschidere. Aceste relee au o cămașă de cupru coaxială cu bobina și cu miezul ei (executat din fier masiv), care, prin curenții Foucault ce se introduc la deconectarea bobinei, face ca fluxul magnetic din întrefier (și deci forța portantă) să nu se anuleze brusc. Chiar și cu ipotezele adoptate în lucrare, calculul exact este destul de dificil, așa că el trebuie făcut în etape succesive.

În această primă etapă se consideră circuitul magnetic nesaturat, fără întrefier, armătură și jug, și se găsește repartiția exactă a cîmpului magnetic în miezul cilindric (funcție de rază și de timp), considerînd că nu există, respectiv că există cămașa. Pentru un releu construit (material și dimensiuni date) se aplică apoi formulele obținute, dîndu-se exemple de calcul și trăgîndu-se concluzii cantitative asupra ponderii diferiților termeni, concluzii care vor fi utile în etapele următoare.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 503, București 1966

ION S. ANTONIU și I. ADĂMUȚ 621.3.092

CONTRIBUȚII LA DEFINIREA VITEZEI DE PROPAGARE A UNUI SEMNAL PE LANȚURILE DE CUADRIPOL

În lucrare se prezintă expresii originale pentru transformatele tensiunii și curentului și pentru originalul tensiunii după cuadripolul K al unui lanț de n cuadripoli care modelează o linie lungă cu o independență Z_n la capăt.

Se prezintă de asemenea și un grup de criterii pentru definirea vitezei de propagare pe un lanț de cuadripoli. Se dau apoi, pe baza acestora și a datelor experimentale obținute pe un calculator de tip analogic, un număr mare de relații analitice, cu care se poate calcula eroarea care rezultă pentru un număr n de cuadripoli, indicîndu-se erorile precise pentru $n \leqslant 25$ și eroarea aproximată pentru $n > 25$.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 531, București 1966

C. V. BĂLĂ și P. OPRIȘAN 621.3.018.6:621.313.32

OSCILAȚIILE SINUSOIDALE ÎNTREȚINUTE ALE MAȘINII SINCRONE CUPLATE LA BARE DE PUTERE INFINITĂ

În această lucrare se rezolvă ecuațiile mașinii sincrone în regim staționar de pendulații sinusoidale, pe baza dezvoltării în serii Jacobi a funcțiilor de funcții trigonometrice ; valorile medie și fundamentală a cuplului electromagnetic determinate prin calcul sînt comparate cu valorile obținute experimental în cazul unei mașini sincrone. În anexe se prezintă metoda de măsură a impedanțelor operaționale ale mașinii sincrone și parametrii mașinii experimentate.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 559, București 1966

PAUL DIMO 621.316.11.001.24

MODUL DE CONSIDERARE A SISTEMELOR VECINE PENTRU STUDIUL UNUI SISTEM ELECTROENERGETIC INTERCONECTAT

Se indică un procedeu pentru determinarea modului în care trebuie considerate sistemele vecine în studiu unui sistem electroenergetic interconectat. Prin procedeu se obține o graniță de delimitare a zonei pînă la care trebuie considerate sistemele vecine interconectate. Procedeul este aplicabil cu calculatoarele numerice.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 577, București 1966

MATEI MARINESCU 621.313.39

ACȚIONAREA COMPRESOARELOR CU „OSCILOMOTOR DE TIP PARAMETRIC". METODICĂ DE CALCUL

Se indică o metodică de calcul a acționării compresoarelor cu oscilomotor parametric. Metodica elaborată pornește de la curbele de magnetizare statică ale circuitului magnetic și de la ecuația rezonanței electromecanice, stabilită în lucrări anterioare.

Pe baza acestor două elemente și a datelor inițiale (putere, cursă, frecvență) se determină profilul circuitului magnetic și dimensiunile bobinelor de excitație. Se determină aceleași elemente și în cazul funcționării cu demultiplicare de frecvență. Se demonstrează că și în cazul unei sarcini sonice rămîn valabile aceleași relații. Se aplică rezultatele la un exemplu de calcul.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 583, București 1966

I. IORDACHE, D. GRECOV 662.611 : 662.95

SCHIMBUL DE MASĂ ÎN CAZUL A DOUĂ JETURI TURBULENTE AXIAL-SIMETRICE ÎN ECHICURENT

Modelul fizic adoptat permite stabilirea unor relații de calcul pentru schimbul de masă în jeturi turbulente axial-simetrice în echicurent deschise, pentru cazul general în care atît densitățile, cît și temperaturile celor două jeturi sînt diferite. Încercările experimentale efectuate atît pentru jeturi deschise, cît și pentru jeturi mărginite au scos în evidență influența factorului adimensional $m^2 (\overline{R}_2^2 - 1)$ asupra schimbului de masă în jeturi.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 603, București 1966

ATH. TRUȚIA, EL. COMĂNESCU, EL. GUȚU 535.33.536.5.55

CONTRIBUȚII LA DETERMINAREA TEMPERATURII FLĂCĂRILOR DIN RAPORTUL INTENSITĂȚILOR A DOUĂ LINII SPECTRALE-ATOMICE

Se prezintă rezultatele experimentale ale determinărilor temperaturii flăcărilor neopace, folosind metoda rapoartelor intensităților liniilor spectrale ale cesiului și rubidiului.

S-au urmărit stabilirea preciziei acestei metode, insistîndu-se asupra reducerii erorilor prin eliminarea fenomenului de reabsorbție, caracteristic unor concentrații mari ale soluțiilor alcaline folosite.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 615, București 1966

VICTOR PIMSNER 621.515

INTERDEPENDENȚA DINTRE PARAMETRII FUNCȚIONALI ȘI PERFORMANȚELE COMPRESORULUI CENTRIFUG

Variația performanțelor compresorului centrifug, impusă de modificarea regimului de lucru, este în strînsă interdependență de parametrii funcționali și constructivi ai soluției alese.

Lucrarea își propune să analizeze această corelație și modul în care poate influența alegerea regimului de calcul al unei soluții constructive alese. Pe baza metodei de calcul stabilite se analizează influența variației debitului, turației și a exponentului izentropic al evoluției asupra mărimii lucrului mecanic transmis fluidului, a pierderilor prin frecări în rotor și difuzor etc. Se scoate în relief valabilitatea restrînsă a criteriilor de similitudine existente în literatură, la o variație sensibilă a regimului de lucru. Metoda elaborată permite calculul performanțelor compresorului de regim nominal și soluție constructivă dată.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 625, București 1966

SIMION FAUR 621.436 : 662.68

FOLOSIREA AMESTECURILOR DE MOTORINĂ ŞI PETROL ÎN MOTORUL DIESEL. STABILIREA EVOLUŢIEI PROBABILE A PRINCIPALELOR PROPRIETĂŢI FIZICO-CHIMICE

Intensificarea utilizării motoarelor cu aprindere prin compresiune impune lărgirea bazei de combustibili diesel. Una dintre soluţii, imediat aplicabilă, constă în folosirea unor amestecuri de motorine şi petroluri. Autorul îşi propune să studieze influenţa pe care alimentarea cu astfel de combustibili o exercită asupra performanţelor tehnice-economice ale motorului. În acest prim articol se examinează, pe baza unor consideraţii teoretice şi a datelor din literatura de specialitate, modul probabil de variaţie a principalelor proprietăţi ale combustibililor respectivi corespunzătoare bunei funcţionări a motorului.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 637, Bucureşti 1966

M. NĂSTASE, N. BLEZU 621.436

DEPENDENŢA TEMPERATURII PEREŢILOR ANTECAMEREI MOTOARELOR DIESEL DE CALITATEA PROCESELOR DE ARDERE

Intre temperatura pereţilor camerei de ardere şi calitatea proceselor de ardere din motor există o strînsă interdependenţă.

Dintre diferitele aspecte pe care le comportă această interdependenţă, autorii şi-au propus în lucrarea de faţă să analizeze dependenţa temperaturii pereţilor antecamerei de calitatea proceselor de ardere.

Cercetările efectuate pe un motor monocilindric experimental diesel cu antecameră în domeniul de turaţii 800—1 000 rot/min au arătat că temperatura pereţilor antecamerei constituie un criteriu de apreciere a randamentului proceselor energetice din motor.

În lucrare se face o analiză a dependenţei parametrilor care caracterizează calitatea arderii (puterea motorului, consumul specific al motorului, temperatura gazelor de ardere, perioada de întîrziere la autoaprindere etc.) de temperatura pereţilor antecamerei şi se trag concluzii asupra rezultatelor obţinute.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 657, Bucureşti 1966

C. HAIDUC 536 : 620.4

PUTEREA TERMICĂ A REACTORULUI FIERBĂTOR CU SUPRAÎNCĂLZIRE NUCLEARĂ A ABURULUI

Se dau expresiile analitice de calcul ale puterii termice a reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului, precum şi pentru caracteristica de temperatură a supraîncălzitorului nuclear. În urma cercetărilor efectuate prin intermediul calculatorului cifric CIFA—4, se arată că la optimizarea parametrilor acestui tip de reactor trebuie determinaţi, în afară de alţi parametrii, mărimile ϑ, q_f^{max}, q^{max} şi y.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 667, Bucureşti 1966

T. I. BĂJENESCU, N. PĂNOIU 662.6

ASUPRA MODELĂRII ECUAŢIEI MIŞCĂRII UNEI PARTICULE SOLIDE ÎNTR-UN FLUX CURBILINIU

După ce se trec în revistă dificultăţile de ordin teoretic şi practic care se întîmplă la abordarea problemei, se dau detalii privind modelarea analogică a ecuaţiei de mişcare a unei particule solide aflate într-un flux curbiliniu, precum şi o parte din soluţiile obţinute cu ajutorul calculatorului analogic MECAN—2.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 681, Bucureşti 1966

NICOLAE DAMIAN IORDACHE, IONIȚĂ TUDOR,
ANDREI ȚUGULEA

621.316.11

CU PRIVIRE LA CALCULUL SUMEI UNOR SERII IMPORTANTE ÎN APLICAȚIILE ELECTROTEHNICE CU AJUTORUL CALCULATORULUI CIFRIC

În lucrare se dau formulele de aproximare, schema logică de calcul a programului pentru calculul unor serii, ce apar ca rezultat al integrării ecuațiilor cîmpului electromagnetic prin metoda separării variabilelor, precum și tabele de valori pentru sumele acestor serii.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 3 p. 691, București 1966

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică şi electrotehnică, termoenergetică şi termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile: discuţii, recenzii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări ştiinţifice şi tehnice.

1. Structura lucrării.

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărţită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obţinute, limita lor de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne de pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenţii.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare pe calc în tuş, însoţite de cîte două copii şi de o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, şase rînduri; un rezumat de circa 2 000 semne.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională.

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie: Bucureşti. Soş. Vitan, nr. 236, raionul Tudor Vladimirescu.

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

V. PIMSNER, C. A. VASILESCU şi GH. RĂDULESCU, *Energetica turbomotoarelor cu ardere internă*, 1965, 756 p., 45 lei.

D. DAMSKER, *Principii şi mijloace noi de automatizare a acţionărilor electrice*, 1964, 439 p., 24,50 lei.

N. TIPEI, V. N. CONSTANTINESCU, AL. NICA şi O. BIŢĂ, *Lagăre cu alunecare (calcul, proiectare, ungere)*, (în limba rusă), 1964, 459 p., 30 lei.

GH. CARTIANU, *Modulaţia de frecvenţă (în limba rusă)*, 1961, 579 p. + 7 pl., 39,10 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, *Lubrificaţia cu gaze*, 1963, 635 p., 31 lei.

SUZANA GÎDEA, M. PROTOPOPESCU, D. DRIMMER, *Metalurgia fizică a semiconductorilor*, 1963, 501 p. + 4 pl., 31 lei.

VASILE MARCU, *Metalizarea prin pulverizare*, 1963, 340 p., 21 lei.

A. MORARU, *Amplidina* (maşina electrică amplificatoare de curent continuu cu cîmp transversal), 1962, 328 p. + 2 pl., 14,90 lei.

T. OROVEANU, *Scurgerea fluidelor prin medii poroase neomogene*, 1963, 329 p., 16,30 lei.

TRAIAN SĂLĂGEAN, *Fenomene fizice şi metalurgice la sudarea cu arcul electric a oţelurilor*, 1963, 219 p., 12,10 lei.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, PERICLE SVORONOS şi VICTOR PIMSNER, *Exploatarea raţională a gazelor naturale*, 1963, 367 p. + 7 pl., 26,20 lei.

C. C. TEODORESCU, *Teoria şinei fără joante supuse la variaţii de temperatură*, 1965, 260 p., 3 pl., 19,50 lei.

T. OROVEANU, *Scurgerea fluidelor multifazice prin medii poroase*, 1966, 598 p., 41 lei.

V. MANEA, *Cîteva probleme ale teoriei plăcilor plane elastice*, 1966, 254 p., 8,75 lei.

I. P. „Informaţia" — c. 3807

43821

Lei 18.—

F 1736

REFERÁLVA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

4

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
Şt. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 4 p. 701—930 Bucureşti 1966

COMITETUL DE REDACȚIE

Acad. REMUS RĂDULEȚ — *redactor responsabil*;
Prof. G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România — *redactor responsabil adjunct*;
Acad. A. AVRAMESCU;
Prof. M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. T. IONESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România;
Prof. ȘT. GHEORGHIU;
Ing. C. APETREI;
Ing. CS. NAGY;
Ing. V. PIMSNER;
Ing. C. A. VASILESCU;
Ing. ECATERINA ARIE — *secretar de redacție.*

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 72 lei.

Pentru a vă asigura colecția completă și primirea la timp a revistei, reînnoiți abonamentul dv. pe anul 1967.

În țară, abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la CARTIMEX, București Căsuța poștală 134—135 sau la reprezentanții din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență se trimit la Comitetul de redacție pe adresa: BUCUREȘTI, Șos. Vitan nr. 236.

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 16, nr. 4 1966

SUMAR

Pag.

Cercetarea în Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România 705

M. BERCOVICI, Contribuţii româneşti la prognoza necesarului de energie şi la optimizarea soluţiilor în economia energetică 745

REMUS RĂDULEŢ, Contribuţii româneşti la studiul cîmpului electromagnetic cvasistaţionar în medii conductoare 761

PAUL DIMO, Rezultate de cercetare în analiza reţelelor electroenergetice . . 785

M. MARINESCU şi C. APETREI, Cercetări în domeniul maşinilor electrice . . 797

V. M. POPOV, Cu privire la orientarea cercetărilor Institutului de energetică asupra stabilităţii sistemelor automate neliniare 813

N. ANTONESCU şi D. GRECOV, Cercetări privind stabilitatea proceselor de ardere a combustibililor gazoşi 823

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, Cercetări asupra procesului de ardere în motorul diesel cu antecameră 839

R. RĂDULEŢ, A. TIMOTIN şi A. ŢUGULEA, Introducerea parametrilor tranzitorii în studiul circuitelor electrice lineare avînd elemente nefiliforme şi pierderi suplementare 857

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 4 p. 701—930 Bucureşti 1966

Sărbătorind o sută de ani de existență a celui mai înalt for de știință și de cultură al țării noastre, revista noastră a căutat să oglindească în acest fascicul principalele contribuții ale membrilor și cercetătorilor Academiei la dezvoltarea energeticii și electrotehnicii românești.

Axîndu-se pe spiritul tradiției și pe sarcinile de onoare ale Academiei — *de a contribui direct la propășirea științei, de a dezvolta și a folosi cuceririle științei pentru promovarea patrimoniului național, de a întreține și a dezvolta relațiile de colaborare între toți oamenii de știință* —, cercetarea energetică se înscrie pe calea asigurării progresului tehnic și științific, urmărind ca scop principal contribuția activă la rezolvarea problemelor majore ale economiei țării noastre.

Mărturia realizărilor obținute într-un trecut greu și spinos, eforturile colective entuziaste din prezent ne întăresc încrederea în viitorul luminos al poporului nostru, în realizările sale, în aportul românesc la patrimoniul științei universale.

CERCETAREA ÎN INSTITUTUL DE ENERGETICĂ AL ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

1. ÎNCEPUTURILE ENERGETICII ÎN ROMÂNIA

Energetica României de la sfîrşitul secolului al XIX-lea şi începutul secolului al XX-lea poartă amprenta dezvoltării generale pe plan mondial pe care a avut-o energetica în acel timp.

Problema energiei a constituit o preocupare importantă a tehnicii româneşti încă de la începutul dezvoltării ei organizate. La cel dintîi congres al inginerilor din România de după primul război mondial, care a avut loc în anul 1921, se sublinia că *de rezolvarea acestei probleme, în raport cu adevăratele interese româneşti, depinde în mare măsură buna desfăşurare a României de mîine* [1]. Această afirmare a poziţiei deosebite a energeticii în determinarea progresului economiei naţionale oglindea nu numai importanţa pe care specialiştii de frunte ai ţării i-o acordaseră cu mult înainte, o dată cu pregătirea condiţiilor de introducere şi apoi de utilizare a primelor instalaţii energetice, ci şi convingerea că adeseori modul de exploatare a resurselor energetice ale ţării nu era conform cu interesele generale ale ţării.

Încălzitul, de exemplu, era bazat în cea mai mare parte pe lemne, iar instalaţiile de ardere erau în majoritatea lor de nivel scăzut, cu randamente foarte mici. Numeroase întreprinderi industriale utilizau drept combustibil lemnul ca atare sau mangalul. Cum, de altă parte, exploatarea pădurilor era nerațională, lemnul nu putea constitui însă pentru multă vreme o sursă de energie regenerabilă pe măsura consumului ei.

Utilizarea energiei apelor se rezuma la instalaţii mici, folosite de unele întreprinderi manufacturiere; centralele hidraulice, care au apărut la începutul secolului al XX-lea, aveau puteri relativ mici, de ordinul a 1 MW, şi nu apelau decît parţial la potenţialul hidroenergetic al ţării.

Intensificarea treptată a traficului feroviar al ţării după construirea primelor căi ferate a condus la dezvoltarea extracţiei de cărbune, într-o industrie carboniferă bazată pe capital străin şi dotată cu mijloace tehnice modeste, ca şi cu investiţii minime pentru îmbunătăţirea calităţii cărbunilor extraşi, prin operaţii de triere, de dehidratare, descenuşare şi brichetare.

Ţiţeiul, care era cunoscut în ţara noastră încă din secolul al XVII-lea, cînd se extrăgea cu găleţi din puţuri de mică adîncime, s-a obţinut cu

---

[1]) Articol apărut în „Rev. roum. sci. techn.-Electrotechn. Energ." **16**, *4* (1966)

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 4 p. 705—744 Bucureşti 1966

aceste mijloace pînă în prima jumătate a secolului al XIX-lea. Forarea de sonde a cunoscut o dezvoltare numai după anul 1880, dată care marchează începuturile unei industrii petroliere în țara noastră. La începutul secolului nostru, această industrie a trecut practic în posesiunea capitalului străin, ceea ce a condus la o creștere importantă a producției de țiței, dar în același timp, datorită exploatării neraționale a celor mai productive sonde, la epuizarea zăcămintelor ușor accesibile.

Utilizarea gazelor naturale în principal, pentru încălzit și în unele cazuri pentru necesități industriale, îndeosebi în industria sticlei, a început o dată cu forarea primei sonde de gaz metan, la Sărmaș în 1908, și a condus la ridicarea unei industrii bazate pe concesionarea către capitaluri străine, care, prin prețuri foarte ridicate, a frînat dezvoltarea ramurilor industriale ce ar fi putut utiliza gazul metan drept combustibil sau materie primă.

Primele noastre centrale electrice aveau puteri relativ mici și erau, centrale publice, destinate îndeosebi iluminatului electric. De exemplu, Timișoara a fost primul oraș de pe continent cu străzi iluminate electric și anume începînd cu anul 1884. Centralele de putere mai mare, pentru alimentarea industriei și îndeosebi a celei petroliere, au apărut abia la începutul secolului al XX-lea, cînd s-a introdus sporadic și transportul la distanță al energiei electrice. Prima linie electrică de interconexiune s-a construit în anul 1898 între centrala hidraulică Sinaia și centrala termoelectrică Doftana pentru alimentarea regiunii petroliere, cele mai multe întreprinderi industriale continuînd să-și asigure energia electrică necesară prin centrale proprii, de puteri mici și deci nerentabile din punctul de vedere al economiei naționale. Astfel, repartiția geografică a centralelor electrice, care nu erau interconectate într-un sistem energetic unic, nu era conformă cu distribuția surselor de energie primară ale țării.

Cele mai vechi publicații tehnice din România cuprind lucrări privind sursele de energie ale țării și indicații asupra modului rațional de a le utiliza. Încă din deceniul al optulea al secolului trecut, paginile „Buletinului Societății politehnice", ale „Buletinului Societății române de geografie", ale unor reviste ca „Natura" sau ale „Anuarelor" tipărite prin grija Uniunii uzinelor electrice etc. cuprindeau studii și date statistice care reflectă interesul crescut pentru rezolvarea problemelor energiei.

După organizarea Secției științifice a Academiei Române în anul 1879, au apărut printre memoriile și lucrările pe care le-a examinat și lucrări cu caracter energetic, ca *Aplicațiunile mecanice ale energiei electrice* de C. C. Mînculescu (1898) [2], autor care a elaborat mai tîrziu o cunoscută metodă de determinare experimentală mai precisă a echivalentului mecanic al caloriei, *Cercetări asupra compoziției chimice a petrolurilor române* de P. Poni (1900) [3] sau *Sonicitatea* de G. Constantinescu. Printre membrii Academiei Române au fost alese și personalități care aveau preocupări apropiate de cele despre energie, iar pentru premiile Academiei s-au propus teme ca *Energia pe care ne-o pot da apele din țară* (1916) [4]. De asemenea Academia Română a început să acorde burse pentru studierea în străinătate a unor probleme energotehnologice, ca *Înlocuirea cocsului metalurgic prin gaz metan* sau *Păcură sau cărbune metalurgic* (1923) [5].

Înființarea Asociației generale a inginerilor români a dat un nou avînt acestor preocupări. Problema energiei a ocupat un loc central în

numeroase fascicule ale „Buletinului" acestei asociații, una dintre ele fiind închinată în întregime electrificării generale a țării. Diferitele aspecte ale problemei energiei au început să fie tratate tot mai des în publicațiile amintite și în altele noi, ca : „Buletinul Institutului meteorologic", revista „Studii tehnice și economice a Institutului geologic", publicațiile Societății Electrice, „Buletinul Asociației producătorilor și distribuitorilor de energie electrică" (A. P. D. E.) etc. Energetica începe să intre astfel în sfera de preocupări a unor cercuri tot mai largi, însă progresele care se fac în cunoașterea surselor de energie și a celor mai bune căi de a le utiliza rămîn mult sub nevoile țării.

În acel timp, România nu dispunea de o instituție care să unească aceste sîrguințe disparate ale unor entuziaști care munceau în catedrele politehnicilor sau în uzine, cu posibilități de documentare restrînse, fără o bază materială cît de cît organizată și fără ajutoare calificate. Așa cum constată un profesor inginer, „Mulți oameni de știință și tehnicieni doritori a face cercetări sînt opriți în elanul ce ar putea avea, din cauza lipsei unor asemenea institute", cu speranța că „în țara noastră, unde se cheltuiesc mulți bani și de multe ori pentru scopuri cu totul inutile interesului țării, se vor putea găsi sumele necesare pentru ca o asemenea instituție să poată lua ființă".

Un pas important în această direcție s-a făcut o dată cu înființarea Institutului național român pentru studiul amenajării și folosirii izvoarelor de energie în anul 1926 și a Comitetului electrotehnic român în anul 1927. Institutul român de energie (I. R. E.), cum s-a numit ulterior prima dintre aceste unități, era o asociație care reunea marea majoritate a oamenilor de știință și a tehnicienilor care lucrau în diferitele ramuri ale energeticii. I. R. E. nu dispunea de laboratoare sau stațiuni experimentale și nici de cadre de cercetare proprii. Prin ședințele regulate, pe care le organiza și în care se prezentau și se dezbăteau probleme importante ale energeticii noastre, ca și prin publicațiile sale relativ numeroase, acest institut a contribuit totuși la formarea unei tradiții de cercetare în domeniul energeticii. Colaboratorii Institutului român de energie și-au adus aportul aproape în toate ramurile energeticii. Subliniem studiile referitoare la sursele termo- și hidroenergetice și la utilizarea lor, ca: evoluția geologică a României [6], zăcămintele de cărbuni din România [7], înnobilarea ligniților [8], considerații asupra utilizării cărbunilor în România [9], petrolul și gazele naturale în România [10], proprietățile generale ale petrolurilor românești [11], amenajarea căderilor de apă în România [12], [13], multe dintre acestea avînd caracterul de monografii. Încă de pe atunci s-au oglindit în paginile publicațiilor I. R. E. și preocupări legate de utilizarea energetică a combustibililor nucleari [14]. În ședințele sale de referate și rapoarte, în publicațiile sale și în alte publicații de specialitate din țară, s-au ridicat și tratat și probleme energetice complexe, ca electrificarea și dieselizarea transporturilor pe calea ferată [15] — [19], interconectarea în sistem a producătorilor și consumatorilor de energie electrică [20], utilizarea rațională a diferitelor forme de energie [21], funcționarea rețelelor și a sistemelor electroenergetice [22] — [24], electrificarea rurală [25], ca și aspecte legate de fabricarea și de funcționarea agregatelor și instalațiilor energetice [26] — [33]. Multe lucrări aveau un caracter de economie energetică [34] — [36], unele dintre ele fiind publicate chiar

într-o colecție specială de monografii economice și statistice. Delegații Institutului român de energie și ai Comitetului electrotehnic român au luat parte la reuniunile Conferinței internaționale a marilor rețele electrice (CIGRE), ale Comisiei electrotehnice internaționale (CEI) și ale Comisiei internaționale a marilor baraje. Acceptarea de către CEI a propunerii Comitetului electrotehnic român de a adopta var-ul ca unitate de măsură a puterii reactive în reuniunea generală CEI de la Stokholm (1930) a confirmat meritele cercetării românești a fenomenelor reactive și deformante și a dus la alegerea autorului ei, a profesorului C. Budeanu, ca președinte al Comitetului de studii CEI pentru fenomenele reactive și deformante.

În condițiile social-economice în care apăruse, Institutul român de energie nu putea să ducă însă o activitate de cercetare științifică de nivel, unitară și sistematică, orientată spre obiective bine precizate, în vederea aplicării rezultatelor ei în economia țării.

Necesitățile impuse de refacerea și dezvoltarea economiei naționale după cel de-al doilea război mondial au pus pe primul plan al preocupărilor problemele legate de producția și de utilizarea rațională a energiei. Încă de la prima Conferință națională a Partidului Comunist Român, din anul 1945, partidul a subliniat importanța electrificării țării, iar în anul 1950 s-a trecut la elaborarea primului plan decenal de electrificare a țării.

Industrializarea socialistă a țării, începută după naționalizarea principalelor mijloace de producție din anul 1948, și dezvoltarea în cadență rapidă a sectorului energetic ca parte integrantă a industrializării caracterizează dezvoltarea economiei țării noastre după cel de-al doilea război mondial: producția noastră industrială a ajuns ca în anul 1965 să depășească de 9,5 ori producția industrială din anul 1938. Consumul de energie primară, care în anul 1938 a fost de 365 kg de combustibil convențional pe locuitor, s-a ridicat pînă în anul 1965 la 2100 kg, iar consumul de energie electrică pe locuitor și an a crescut în aceeași perioadă de 12 ori, depășind anul acesta media mondială. Puterea instalată în centralele electrice a crescut în aceeași perioadă de 6 ori, iar puterea interconectată în sistemul electroenergetic național s-a ridicat la aproape 4000 MW. În același timp, puterea unităților electrogene din centrale a crescut de la 3—15 MW la 200 MW, majoritatea agregatelor avînd puteri de ordinul a 50 MW. Energia electrică generată în centralele noastre hidroelectrice, care înainte de război era neglijabilă în bilanțul energetic al țării, se apropie astăzi de producția noastră totală de energie electrică din anul 1938. Producția noastră anuală de cărbuni a crescut de 4 ori, cea de petrol de 2 ori, iar cea de gaze naturale de 6 ori.

Această dezvoltare a energeticii noastre a condus și la schimbări în structura și baza energetică a țării, ridicînd probleme noi, variate și tot mai ample și mai complexe în fața industriei, a proiectării și cercetării energetice. Rezolvarea lor a dus la necesitatea de a se înființa instituții speciale, bine încadrate și cu o bază materială corespunzătoare, care să desfășoare o activitate organizată în domeniile studiului și proiectării energetice.

În acest scop au luat ființă Institutul de studii și proiectări energetice și ulterior Institutul de studii și proiectări hidroenergetice, în cadrul

cărora s-au elaborat studiile şi proiectele care au stat la baza noilor noastre centrale termoelectrice şi hidroelectrice sau de termoficare, ca şi a reţelelor de transport şi distribuţie a energiei electrice, prin care s-a realizat sistemul electroenergetic unic al ţării. Aceste lucrări au fost sprijinite şi completate de unităţile de cercetare ale Comitetului de Stat al Apelor, de cele ale Comitetului Geologic şi ale Ministerelor economice care aveau în grijă identificarea şi punerea în valoare a zăcămintelor de combustibili. Sarcinile de studiu şi de cercetare asupra echipamentului energetic au fost preluate pentru echipamentul electrotehnic de către Institutul ce cercetări şi proiectări electrotehnice, iar pentru cel termoenergetic şi hidroenergetic de către colectivele de studiu şi de proiectare din unităţile industriale corespunzătoare.

La rezolvarea a numeroase probleme concrete ridicate de exploatarea corespunzătoare a unităţilor şi a agregatelor energetice, a avut o contribuţie însemnată Întreprinderea de raţionalizare şi modernizare a echipamentului energetic.

O contribuţie importantă la rezolvarea problemelor ridicate de dezvoltarea energeticii în ţara noastră au adus-o cadrele de specialitate din institutele de învăţământ tehnic superior.

O unitate special înfiinţată pentru desfăşurarea cercetării în domeniul energeticii este Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România.

2. ÎNFIINŢAREA ŞI ORGANIZAREA INSTITUTULUI DE ENERGETICĂ AL ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

Pentru rezolvarea problemelor de cercetare ştiinţifică, în vederea sprijinirii dezvoltării rapide a energeticii româneşti, s-a înfiinţat în anul 1948 Institutul de energetică al Academiei la scurt timp după reorganizarea Academiei Române. În perioada 1948—1950 institutul a funcţionat sub conducerea regretatului academician Gheorghe Nicolau, în perioada 1950—1956 sub cea a academicianului Ion S. Gheorghiu, iar din anul 1956 pînă în prezent sub conducerea academicianului Remus Răduleţ.

Iniţial, institutul şi-a organizat o secţie de electroenergetică pentru îndeplinirea sarcinilor de cercetare legate de extinderea, interconectarea, funcţionarea şi automatizarea sistemului electroenergetic, şi o secţie de termoenergetică, îndeosebi pentru cercetările în vederea valorificării combustibililor indigeni în instalaţiile energetice şi industriale.

Diversificarea economiei energetice a ţării a determinat organizarea ulterioară a secţiei de ardere a combustibililor în motoarele termice şi a secţiei pentru cercetarea structurii şi utilizării energetice a combustibililor solizi.

Ca urmare a nevoii de a aborda şi adînci problemele tehnice-economice ale dezvoltării economiei energetice, s-a înfiinţat în anul 1954 secţia de energetică generală pentru cercetarea problemelor de energetică din punctul de vedere al ansamblului economiei naţionale, în vederea optimizării structurii economiei energetice şi a sistemului energetic al ţării, a introducerii unor noi surse de energie în sfera economiei, de exemplu prin încadrarea centralelor nucleare în sistemele energetice etc.

În anul 1963, domeniile de activitatea ale institutului au fost regrupate și integrate în trei secții de cercetare : termoenergetică, electroenergetică și electronică în energetică, cu sectoarele și tematicile de cercetare pe care le prezentăm mai jos.

a. **Secția de termoenergetică cercetează** procesele termice din instalațiile energetice în cadrul a patru sectoare de cercetare.

1) *Sectorul de intensificare a arderii*, pentru aprinderea și arderea combustibililor solizi, lichizi și gazoși în instalațiile energetice și căile tehnice de mărire a vitezei de ardere ;

2) *Sectorul de procese termoenergetice ciclice*, pentru ciclurile de lucru și procesele reale din mașinile și instalațiile energetice care funcționează cu flux discontinuu, în vederea îmbunătățirii performanțelor acestora ;

3) *Sectorul de procese termoenergetice aciclice*, pentru transformările energetice ale fluidelor de lucru, inclusiv transferul de căldură în procese cu flux continuu, cum și pentru procesele termice la parametri foarte înalți ai fluidelor de lucru și în zona stărilor critice ;

4) *Sectorul de modelare a proceselor termoenergetice*, pentru stabilirea principiilor, legilor și limitelor modelării electrice, electronice, hidraulice sau pneumatice a proceselor termice în diferite condiții, cum și a posibilităților principale de realizare a instalațiilor pentru aceste modelări.

b. **Secția de electroenergetică** cercetează funcționarea sistemelor electroenergetice și a părților lor componente, cum și optimizările în economia energetică, în cadrul a patru sectoare de cercetare :

1) *Sectorul de electrofizica mediilor și sistemelor*, pentru cîmpurile electromagnetice intense, descărcările electrice, caracteristicile comutației circuitelor electrice din sisteme și interdependența dintre procesele electrice și neelectrice din aceste sisteme ;

2) *Sectorul de procese în mașini și transformatoare electrice*, pentru caracteristicile și principiile optimizării mașinilor și transformatoarelor ca elemente ale sistemelor energetice, pentru metodele de analiză a proceselor staționare și tranzitorii din ele și pentru sistemele de transformare a energiei bazate pe electrosonicitate ;

3) *Sectorul de procese în sisteme electroenergetice*, pentru procesele din funcționarea sistemelor electroenergetice studiate prin prisma principiilor și a metodelor de optimizare a regimurilor de funcționare, cum și pentru metodele de automatizare complexă destinate comenzii și controlului regimurilor de funcționare în vederea optimizării lor etc. ;

4) *Sectorul de optimizare a producerii și folosirii energiei și structurii sistemelor*, pentru principiile teoretice ale programării neliniare, dinamice și stohastice a necesarului de energie, pentru principiile optimizării producerii și folosirii energiei și a structurii sistemelor energetice complexe, pentru principiile descrierii cantitative a calității energiei utilizate etc.

c. **Secția de electronică în energetică** cercetează sistemele automate și sistemele electronice de informație în energetică în cadrul a două sectoare :

1) *Sectorul de sisteme neliniare*, pentru sistemele cu autooptimizare și autoinvestigație aplicabile în energetică, pe baza metodelor matematice generale elaborate în institut pentru studiul stabilității, calității și tipizării structurii sistemelor automate ;

2) *Sectorul de sisteme electronice de transmitere și prelucrare a informațiilor*, pentru problemele de transmitere și prelucrare radioelectronică a informațiilor în vederea stabilirii principiilor și metodelor optime de transmitere și prelucrare a informațiilor necesare controlului și dirijării proceselor energetice.

3. CERCETAREA ÎN DOMENIUL ECONOMIEI ENERGETICE

Pentru fundamentarea științifică a metodelor destinate satisfacerii ritmurilor extrem de înalte în dezvoltarea energeticii românești după cel de-al doilea război mondial: electrificarea rapidă a țării, prioritățile în utilizarea celor mai adecvate surse energetice, optimizarea transformărilor și utilizărilor energiei etc., Institutul de energetică a dezvoltat cercetări în economia energetică, structura și analiza sistemelor energetice, valorificarea energetică a combustibililor și optimizarea anumitor transformări, în special termoenergetice.

În domeniul economiei energetice s-au inventariat sursele energetice ale țării și s-au caracterizat tehnico-economic, s-au elaborat metode de prognoză a necesarului de energie și de optimizare a bilanțurilor energetice generale.

Primele cercetări asupra surselor energetice s-au efectuat în institut în anul 1953 și priveau stabilirea raportului optim dintre sursele termoenergetice și hidroenergetice în acoperirea necesarului de energie. Ulterior, ele au fost orientate în special asupra studiului surselor hidroenergetice, în vederea stabilirii indicilor de calitate a acestor surse [37], [38], [39]. Începînd cu anul 1957, cercetările din acest domeniu au fost extinse la elaborarea atlaselor resurselor energetice ale țării, în colaborare cu specialiști de la alte unități de specialitate din țară. Cercetarea în acest domeniu a condus la elaborarea a două lucrări mari: „Atlasul resurselor hidroenergetice" (în 10 monografii pe bazine hidrografice împreună cu un studiu de sinteză), realizat în colaborare cu Comitetul de Stat al Apelor și cu Ministerul Energiei Electrice [40], [41], și „Atlasul resurselor termoenergetice", în 22 de volume, elaborate în colaborare cu Comitetul Geologic, Ministerul Minelor și Ministerul Petrolului și Chimiei [42], [43]. Metodele elaborate și datele complete asupra surselor energetice clasice din aceste două lucrări stau la baza cercetărilor și studiilor energetice din cadrul și din afara institutului.

După încheierea acestor lucrări de inventariere a surselor de energie au fost abordate în acest domeniu cercetări privind compararea diverselor sisteme de transport de combustibil de la surse la consumatori [44] — — [46], participarea surselor externe la acoperirea nevoilor interne de energie [47], [48] etc.

În prezent, cercetarea e orientată spre aprofundarea cunoașterii surselor interne de energie, spre optimizarea modului de participare a lor la acoperirea necesarului de energie primară, competitivitatea surselor noi de energie și a importului de energie în bilanțul energetic al țării.

Institutul a inițiat încă din primii ani de existență cercetări în domeniul consumatorilor de energie spre a sprijini planificarea dezvoltării

energeticii printr-o informare cît mai precisă asupra consumurilor de energie, prin dezvoltarea de metode de normare a reducerii consumurilor specifice de energie în diferitele domenii ale economiei naţionale şi prin cercetări asupra predeterminării necesarului de energie în funcţie de dezvoltarea economiei naţionale în ansamblul ei. Primele cercetări au privit normările şi reducerea consumurilor specifice de energie în diferite ramuri industriale [49] — [52] şi au fost concentrate în două lucrări metodice de sinteză, dintre care una referitoare la consumurile de energie electrică [53], iar cealaltă referitoare la consumurile de căldură. Ele au fost urmate mai întîi de cercetări asupra unor categorii de consumatori industriali [54], iar apoi de cercetări privind predeterminarea consumurilor de energie pe ansamblul economiei şi pe ramuri industriale [55] — — [60], pentru a se trece în ultima perioadă la cercetarea sistemului de indicatori folosiţi [61] — [65] şi la determinarea conceptelor care trebuie să fie utilizate în problemele de consum de energie [66].

În domeniul predeterminării necesarului de energie s-au urmărit precizarea aspectelor metodice [67] — [69] şi formularea rezultatelor în vederea aplicării lor în planificarea noastră energetică [70].

Primele preocupări ale institutului în domeniul bilanţurilor energetice generale, în care se realizează considerarea simultană a resurselor, a transformărilor energetice şi a consumurilor de energie, au urmărit stabilirea metodicii de întocmire a bilanţurilor energetice generale [71], [72], concretizată şi prin elaborarea de către el a bilanţurilor energetice generale pentru anii 1955, 1956, 1957, 1958 şi 1959. Dintre acestea, bilanţul energetic general corespunzător anului 1959, elaborat în 1961, este caracterizat printr-o largă cuprindere a surselor de energie şi un mare grad de detaliere a urmăririi transformărilor şi consumurilor de energie ce caracterizează economia energetică. În paralel cu întocmirea acestor bilanţuri energetice generale pe anii trecuţi s-au dezvoltat în institut cercetările privind stabilirea bilanţurilor energetice generale de perspectivă şi metodica optimizării lor [73], [74] pentru a asigura gospodărirea optimă a sectorului energetic al economiei naţionale şi a sprijini munca de planificare în sectorul energetic. Metodica elaborată a fost aplicată mai întîi unui exemplu de calcul cu o matrice a proceselor de dimensiuni reduse (26,100) în vederea stabilirii celui mai potrivit algoritm de calcul pentru rezolvarea problemei de programare matematică [75] — [77], iar ulterior a fost aplicată la determinarea modelului matematic al bilanţului energetic general pentru un an trecut, matricea proceselor avînd dimensiunile (250, 950) [78], pentru ca în ultima etapă să se treacă, în colaborare cu Comitetul de Stat al Planificării, la experimentarea metodicii, prin considerarea bilanţului energetic general optim pentru un an următor, în condiţiile concrete în care se desfăşoară munca de planificare.

În cursul etapelor de experimentare a metodicii elaborate au fost abordate şi rezolvate numeroase probleme teoretice de mare importanţă pentru optimizarea bilanţului energetic general, cum sînt constituirea sistemului de informaţii de bază, exprimarea regimurilor de consum şi de producere a energiei şi purtătorilor de energie [79], exprimarea micilor consumatori de energie în modelul matematic [80], intervenţia importului şi exportului de energie sau de purtătorii de energie [81], reducerea dimen-

siunilor modelului matematic sau mărirea simultană a gradului de detaliere a acestuia [82], [83] etc.

În prezent, cercetările în acest domeniu au în vedere modelarea matematică a bilanțului energetic general prin folosirea metodelor programării neliniare și elaborarea teoriei optimizării bilanțurilor, cu luarea în considerare a unor perioade de perspectivă mai lungi, ca și posibilitățile folosirii calculatoarelor analogice specializate pentru optimizarea bilanțurilor energetice generale.

4. CERCETAREA ÎN DOMENIUL SISTEMELOR ENERGETICE

În sprijinul electrificării țării în cadrul planurilor de perspectivă, institutul, ținînd seama de sursele energetice de care dispune țara, de necesarul de energie electrică, de caracteristicile consumatorilor acestei energii etc., a dezvoltat cercetări care privesc constituirea și optimizarea structurii sistemelor energetice, funcționarea și optimizarea regimurilor de funcționare, analiza comportării elementelor componente ale sistemelor, inclusiv a mașinilor și transformatoarelor electrice, analiza elementelor automate și de control ale regimurilor sistemelor energetice etc.

Cercetările din institut cu privire la principiile optimizării structurii sistemelor energetice au urmărit fundamentarea științifică a metodelor de planificare a dezvoltării acestor sisteme și au fost inițiate pornind de la aspecte particulare.

S-au studiat regimul sarcinilor și prognoza curbelor de sarcină pentru un sistem electroenergetic, coordonarea rezervei de putere cu regimul sarcinilor și posibilitatea avariilor în sistemele energetice. În studiul aspectelor economice ale funcționării sistemelor energetice la parametri diferiți de cei nominali s-au considerat : daunele provocate de întreruperile în alimentarea cu energie electrică a consumatorilor industriali, efectele economice la consumatori ale variațiilor de tensiune, precum și siguranța de funcționare a diferitelor părți ale sistemului energetic. În paralel cu acestea s-a abordat problema optimizării structurii puterilor instalate în centrale, una dintre etapele principale ale rezolvării problemei de ansamblu a dezvoltării structurale a sistemului. Cercetările au condus la stabilirea principiilor teoretice generale ale optimizării, la constituirea modelului matematic al problemei și a modului de stabilire a datelor inițiale pentru acest model, iar modelul elaborat a fost aprofundat prin aplicarea teoriei marginale la investigarea competitivității centralelor electrice de diferite tipuri în cadrul structurii globale a sistemelor energetice. Aceste cercetări au avut următoarele rezultate științifice mai importante : elaborarea unui sistem de indici pentru descrierea curbelor de sarcină [84], [85], a unei metode de prognoză pentru regimul sarcinii sistemelor electroenergetice [86], a unei metode pentru calculul daunelor provocate de întreruperea alimentării cu energie electrică a consumatorilor industriali [87] — [93] și a uneia pentru calculul daunelor provocate la consumatori de variațiile de tensiune [94], [95]. Stabilirea interdependenței dintre probabilitatea avariilor și regimul sarcinii în vederea determinării rezervei de putere în sistemele energetice [96] și a siguranței

în funcționare a sistemelor energetice [97] au făcut parte din aceeași clasă de rezultate. Principiile teoretice generale ale optimizării structurii sistemelor și elaborarea metodelor matematice pentru determinarea structurii globale optime a sistemului, ca și a programului optim de dezvoltare a centralelor pe o perioadă de perspectivă, se găsesc în lucrările [98] și [99].

Obiectivele actuale ale cercetării sînt schematizarea conexiunilor tehnologice ale centralelor hidroelectrice și nuclear-electrice în vederea încadrării lor în structura optimă a sistemelor energetice și dezvoltarea teoriei siguranței de funcționare a sistemelor energetice cu considerarea influenței instalațiilor de automatizare asupra funcționării lor, iar obiectivele ei de viitor sînt aprofundarea particularităților funcționale și tehnico-economice ale unor topuri de centrale pentru cuprinderea lor în modele matematice bazate pe metodele globale (lineare) și marginale.

Cercetările inițiate de institut în domeniul energeticii nucleare în strînsă legătură cu cercetările sale privind structura viitoare a sistemului energetic național au izvorît din corelarea dinamicilor de creștere a necesităților noastre de energie și a rezervelor convenționale ale țării cunoscute pînă în prezent. Ele au avut ca obiectiv clarificarea problemelor necesității și utilității încadrării în circuitul energetic a combustibililor nucleari, în afara combustibililor clasici, în vederea asigurării consumurilor viitoare de energie.

Lucrările elaborate în acest domeniu au fost concentrate în principal asupra următoarelor obiective : analiza oportunității participării surselor nucleare la acoperirea necesarului de energie și încadrarea centralelor electronucleare în sistemul energetic al țării [100] — [103]; elaborarea metodelor de analiză termodinamică și optimizarea complexă a parametrilor centralelor electronucleare combinate [104] — [108] și a centralelor electronucleare cu reactoare fierbătoare și supraîncălzire nucleară [110]. În cadrul cercetărilor întreprinse s-a determinat și un nou criteriu de stabilitate a sistemelor conținînd reactoare nucleare [110] — [113].

În dezvoltarea viitoare a cercetărilor în acest domeniu urmează să se abordeze în special problemele de analiză termodinamică și optimizarea complexă a parametrilor centralelor electronucleare de perspectivă, analiza proceselor termice specifice reactoarelor nucleare și generatoarelor de abur etc., urmărind soluționarea problemei generale de optimizare a structurii sistemelor energetice care conțin și centrale electronucleare.

5. CERCETAREA ÎN DOMENIUL ELECTROENERGETIC

Cercetările efectuate în institut în problemele sistemelor electroenergetice au urmărit elaborarea treptată a unei teorii generale a analizei funcționării acestor sisteme și stabilirea criteriilor de optimizare a comportării lor.

Primele rezultate importante în acest domeniu au privit analiza generală a stabilității statice a sistemelor pe o cale nouă, denumită a *consumatorului echivalent* într-un nod al sistemului [114].

S-a elaborat o *schemă radială*, a rețelelor electrice din punctul de vedere al comportării unui *nod* de rețea electroenergetică, și s-au stabilit

succesiv procedee noi de analiză bazate pe aceasta, din următoarele puncte de vedere : stabilitatea statică și dinamică, reglajul, problemele analizei stării nodurilor necesare în stabilirea protecției, automatizărilor etc.

S-a dedus totodată o diagramă tipizată în care intervin curenții de scurtcircuit, cu ajutorul căreia s-au stabilit și generalizat soluții noi pentru problemele de analiză interesînd stările staționare sau dinamice ale sistemului, și s-a construit un aparat, numit *analizor grafic*, care mecanizează operațiile respective și care a fost introdus și generalizat în prezent în studiile asupra sistemului electroenergetic al țării [115] — [123].

În legătură cu aceste cercetări asupra sistemelor electroenergetice s-a realizat în institut o dezvoltare a teoriei generale a rețelelor electrice-lineare, prin stabilirea a două teoreme noi, duale [124], care permit constituirea unor scheme echivalente simple de tipurile *derivație* și *serie*, în care figurează toate generatoarele de tensiune, respectiv injectoarele de curent corespunzătoare, fiecare dintre cele două scheme putînd fi utilizată cu avantaje deosebite în cîte un tip de rețea : prima pentru rețelele în care generatoarele au un nod comun, iar cea de-a doua pentru cele în care există un ochi simplu care conține în serie toate generatoarele. Pe această cale pot fi urmărite nu numai regimurile permanente, ci și cele tranzitorii, prin utilizarea impedanțelor operaționale. Paralel cu dezvoltarea rapidă a sistemului electroenergetic al țării s-au inițiat cercetări pentru adaptarea noilor căi de analiză la posibilitățile oferite de calculatoarele electronice numerice, stabilindu-se algoritme complete de calcul pentru obținerea cu aceste calculatoare a schemei radiale tip și imaginii nodale a rețelei din diagrama tip, pe nod, a curenților de scurtcircuit. Această nouă cale de analiză nodală a rețelelor, adoptată calculatoarelor numerice existente în țară, se aplică curent la toate problemele specifice sistemului nostru electroenergetic : reglaj, stabilitate statică și dinamică, pierderi etc. [125] — [132].

În paralel, în teoria generală a rețelelor electrice s-au întreprins cercetări [133], [134] pentru fundamentarea calculului matricial al rețelelor cu ajutorul teoriei grafurilor. S-au folosit în acest scop matricele de incidență noduri-laturi, ochiuri independente-laturi și secționări independente-laturi din teoria grafelor, care au permis scrierea ecuațiilor matriceale pentru metodele uzuale de calcul : metoda circuitelor închise (a curenților ciclici, a tensiunilor la noduri și a perechilor de noduri). S-a arătat că prin alegerea convenabilă a sistemelor de ochiuri și secționări independente în raport cu sistemele de necunoscute adoptate de fiecare metodă, se obțin formele *canonice* ale ecuațiilor care permit determinarea numerică a necunoscutelor cu ajutorul mașinilor electronice automate.

De asemenea s-au întreprins cercetări pentru stabilirea numărului arborilor unui graf necomplet, precum și pentru determinarea cu ajutorul mașinilor electronice de calcul a totalității sau numai a unei părți a arborelui unui graf complex.

Obiectivele cercetărilor actuale sînt îndreptate către automatizarea calculelor regimurilor sistemelor energetice cu ajutorul conceptelor elaborate în cadrul teoriei generale, dezvoltate în trecut.

În vederea stabilirii unei metode unitare de analiză și de optimizare a regimurilor de funcționare ale sistemelor electroenergetice s-au efectuat și cercetări referitoare la fluctuațiile sarcinilor și optimizarea reglajului

automat frecvență-putere în prezența acestora [135] — [137] și cercetări privitoare la principii de alegere a soluțiilor optime în vederea dezvoltării în perspectivă a sistemelor electroenergetice prin luarea în considerare a regimurilor de funcționare [138] — [140].

Pe măsura înfăptuirii primului plan de electrificare a țării în perioada 1951—1960, cerințele crescute privitoare la siguranța în exploatare a sistemului energetic cu centrale electrice puternice legate între ele și în același timp cu centrale consumatoare printr-o rețea de linii electrice de înaltă tensiune au determinat dezvoltarea în cadrul institutului a cercetărilor în domeniul tehnicii tensiunilor înalte.

După elaborarea unor studii necesare proiectării liniilor și stațiilor de înaltă tensiune privitoare la harta keraunică a țării și elaborarea unor scheme de protecție contra supratensiunilor atmosferice [141], [142], s-au studiat teoretic supratensiunile atmosferice [143], [144] și s-au precizat încercările elementelor sistemelor energetice la impulsie și caracteristicile undei de impulsie [145], [146]. S-a dat prima explicație corectă a fenomenului supratensiunilor *prelungite*, care poate apărea ca efect de rezonanță în rețelele trifazate cu neutrul izolat, la frecvența fundamentală sau la armonicile superioare, cînd sînt îndeplinite anumite condiții între parametrii acestor rețele. S-au stabilit pe această bază procedeul de tratare a neutrului și metodologia pentru calculul felului de tratare a neutrului izolat în vederea înlăturării fenomenului [147]. S-au studiat timpii de răspuns, respectiv viteza de propagare a undelor electromagnetice pe lanțurile de cvadripoli model ale liniilor electrice lungi [148].

S-au inițiat în colaborare cu alte institute cercetări privitoare la supratensiunile interne care apar în exploatarea sistemelor energetice [149]—[153] și s-au abordat pentru prima oară în țară probleme ale contaminării izolației [154], [155].

Pe măsura maturizării lor, cercetările s-au concentrat asupra problemelor fundamentale ale electrofizicii sistemelor și mediilor, în regimurile periodic permanent și în special tranzitoriu.

În ultimul timp s-a fundamentat (vezi articolul corespunzător din acest număr) o teorie generală a parametrilor tranzitorii a circuitelor electrice scurte care conțin conductoare masive, ca și a parametrilor lineici tranzitorii ai liniilor electrice lungi [156] în prezența solului. În cadrul primei teorii s-a obținut o generalizare a celei de-a doua teoreme a lui Kirchhoff, în care o integrală de convoluție ține seama de efectul pelicular tranzitoriu din circuitele cu parametrii concentrați și conductoare masive, noua teoremă îmbinată cu prima teoremă a lui Kirchhoff constituind baza care permite calculul parametrilor tranzitorii ai acestor circuite. În cadrul celei de-a doua teoreme s-au generalizat cunoscutele ecuații ale telegrafiștilor, de asemenea cu o integrală de convoluție aditivă, care ține seama, în cazul liniilor electrice lungi și cu pierderi, fie de prezența solului, fie de efectul de refulare a curentului în conductoarele lor, ceea ce constituie baza care permite calculul parametrilor lineici tranzitorii ai acestor linii. Vechile teorii sînt valabile numai în cazurile în care integralele de convoluție sînt nule și nu permit calculul parametrilor, respectiv al parametrilor lineici în regimurile de tranziție cînd există conductoare masive. Cercetările viitoare se vor concentra asupra studiului propagării undelor electromagnetice pe linii electrice lungi în regim tranzitoriu și nesimetric, al

ecranării electromagnetice, precum și asupra analizei fenomenelor determinate de nelinearitatea structurală sau funcțională a sistemelor electrofizice.

Institutul dezvoltă de mai mult timp cercetări în domeniul comportării în sistemele electroenergetice a elementelor componente, mașini și transformatoare electrice, în special mașini sincrone și transformatoare și cîteva mașini electrice speciale, în vederea sprijinirii muncii de optimizare a regimurilor de funcționare a acestor sisteme.

Cercetările asupra mașinilor sincrone au urmărit analiza comportării lor în cadrul sistemului energetic prin prisma caracteristicilor sistemelor de excitație și ale sistemului energetic [157], [158], analiza comportării turbogeneratoarelor sincrone de mare putere la funcționarea în asincron, ținînd seama de pierderile din rotorul lor masiv [159], [160], analiza parametrilor mașinii sincrone în regimuri permanente și tranzitorii, cum sînt reactanțele de scăpări diferențiale, reactanțele de pendulare etc. [161], [162], și analiza parametrilor caracteristici mașinilor sincrone de mare și foarte mare putere (163). În paralel s-au cercetat modelarea fizică și analogică a mașinii sincrone ideale și reale [164]—[166], încălzirea mașinii sincrone în regimul asincron de pornire [167], regimurile de încărcare bruscă a motoarelor sincrone și cele de pendulație sinusoidală cu considerarea influenței variației tensiunii asupra funcționării motoarelor sincrone [168], [169]. Considerarea parametrilor funcționali și constructivi ai mașinii sincrone în interdependență cu parametrii caracteristici ai sistemului energetic a condus la elaborarea studiilor de mare actualitate practică și teoretică privitoare la optimizarea mașinii sincrone [170], [171].

Pentru abordarea principalelor probleme ale mașinilor electrice s-au elaborat teorii generalizatoare ale mașinilor electrice rotative, cum este *teoria generală a mașinilor electrice* [172], [173], sau s-a apelat la metodele moderne de studiu, cum ar fi modelarea fizică sau analogică a mașinilor electrice, realizîndu-se în acest domeniu primul model electrodinamic din țară [174]—[176], sau generatorul sincron cu tensiune funcțiune sinusoidală de timp [177], [178].

Cercetările asupra transformatoarelor electrice au privit fie analiza comportării lor în cadrul sistemelor electroenergetice, cum sînt cercetările asupra condițiilor generale de funcționare în paralel a transformatoarelor electrice [179]—[182], sau studiul comportării transformatoarelor electrice în scurtcircuitul brusc la solicitarea lor prin acțiunile ponderomotoare electrodinamice axiale [183]—[186], fie optimizarea parametrilor funcționali și constructivi ai transformatoarelor electrice de mare putere și tensiune înaltă [187]—[189].

În legătură cu studiul elementelor de automatizare în vederea asimilării și realizării lor în țară, institutul a abordat și probleme de teorie și metode pentru calculul unor mașini speciale, cum sînt servomotorul asincron cu rotorul în formă de pahar, frînele electrice cu disc, mașina amplificatoare de tipul amplidinei, selsinurile [190], [191], sau anumite micromotoare fără înfășurare pe stator [192], [193] etc.

În acest domeniu s-au adus contribuții teoretice avînd ca rezultat stabilirea teoriei și în special a expresiilor generale ale cuplului electromagnetic al servomotoarelor cu rotorul în formă de pahar cu cîmp magnetic învîrtitor eliptic în întrefierul mașinii [194]—[197] și ale altor mașini

speciale, ca și al frînelor electrice de inducție cu disc neferomagnetic, în lucrările [198]—[200].

Institutul a desfășurat cercetări cu realizări importante și în domeniul mașinilor parametrice, convenabile pentru acționările electrice cu mișcare liniară, aducînd totodată și un aport însemnat în elaborarea unei lucrări de sinteză privitoare la mașinile amplificatoare de tipul amplidinei [201].

În cadrul primelor dintre aceste cercetări s-au obținut rezultate remarcabile, cum sînt stabilirea echivalenței dintre circuitul cu parametri variabili și o rețea cu parametri constanți (rețea rezolvantă), clarificarea efectului de rezonanță parametrică în circuite cu mai multe grade de libertate [202], [203], etc., scoțîndu-se totodată în evidență fenomene noi, ca de exemplu, instabilitatea din circuitele electromecanice cuplate electromagnetic [204], demultiplicarea de frecvență [205] etc. Cercetările teoretice au permis stabilirea unor rezultate practice importante pentru realizarea și exploatarea mașinilor parametrice, cum sînt schemele de alimentare ale acestor mașini, forma mișcării, forma constructivă a circuitului magnetic și dimensionarea optimă [206].

Obiectivele actuale ale cercetării în domeniul mașinilor și transformatoarelor electrice sînt aprofundarea analizei comportării lor în interdependență cu caracteristicile sistemului energetic în vederea lărgirii principiilor de optimizare a lor în cadrul sistemului, dezvoltarea bazelor teoriei lor în vederea elaborării sintezei metodelor de studiu a proceselor din ele, ca și cercetarea unor noi sisteme electromagnetice sau electromecanice de transformare a energiei.

În domeniul electroenergeticii s-au efectuat de asemenea cercetări legate de precizarea noțiunilor și mărimilor macroscopice de stare ale cîmpului electromagnetic și ale altor mărimi fizice utilizate în electroenergetică [207]—[216].

6. CERCETAREA ÎN AUTOMATICĂ ȘI ELECTRONICĂ

Optimizarea regimurilor de funcționare și a structurii sistemului energetic e strîns legată de introducerea largă a elementelor automate de comandă și control, de introducerea elementelor electronice [217], și de utilizarea tot mai intensă a auxiliarelor de calcul de tipurile analogic și numeric. Cercetările institutului în domeniile automaticii și calculatoarelor electronice s-au axat la început pe cercetarea calculatoarelor electronice de tipul analogic. În paralel, s-au inițiat cercetări asupra stabilității sistemelor automate. Aceste două direcții au constituit și în continuare domenii principale în care s-au desfășurat cercetările în institut.

După o perioadă de asimilare a experienței existente pe plan mondial și de elaborare a unor variante proprii cu elemente analogice tipizate, activitatea în domeniul calculatoarelor analogice a urmărit autoutilitatea, în scopul creării unei baze de calcul analogic pentru nevoile cercetărilor întreprinse în institut. Rezultatele acestei activități au fost concretizate prin construirea a două calculatoare analogice: MECAN-1, calculator analogic liniar cu 32 de amplificatoare operaționale, și MECAN-2, calcula-

tor neliniar, cu 96 de amplificatoare operaționale [218]. Aceste realizări au permis să se efectueze în ultimii ani, pe modele analogice, cercetări privind anumite tipuri moderne de sisteme automate de mare complexitate, cum sînt sistemele cu optimizare automată [219]. În prezent, această activitate se orientează spre calculatoarele electronice hibride, în vederea unei lărgiri substanțiale a sferei problemelor rezolvabile cu ajutorul lor.

În domeniul stabilității sistemelor automate nelineare, cercetările din prima perioadă au avut ca scop perfecționarea metodelor cunoscute de analiză a stabilității și aplicarea lor în studiul unor sisteme cu neliniarități pronunțate, acordînd atenție mai ales sistemelor de reglare automată a reactoarelor nucleare. Ca rezultat al cercetărilor efectuate s-a elaborat o metodă originală de analiză a stabilității sistemelor automate nelineare, pe baza căreia au fost introduse noi criterii de stabilitate, ce pot fi exprimate în limbajul caracteristicilor de frecvență [220]. Cercetările ulterioare au avut ca scop generalizarea și perfecționarea acestor rezultate de mare însemnătate pe plan național și internațional, a căror sferă de aplicație a fost extinsă continuu, pentru a intersecta în ultimul timp și problema optimizării sistemelor automate [221], domeniu în care s-a creat astfel perspectiva stabilirii în continuare a unor noi rezultate importante.

În ultimul timp s-a lărgit tematica de cercetare a institutului în domeniul automaticii, completîndu-se cu două noi direcții principale: studiul radioreleelor utilizabile în energetică și dezvoltarea metodelor de stabilire a descrierii matematice a proceselor ale căror ecuații nu sînt cunoscute dinainte: problema *identificării*. Se vor dezvolta în continuare aceste cercetări, care prezintă o deosebită importanță teoretică și aplicativă.

7. CERCETAREA ÎN DOMENIUL ARDERII COMBUSTIBILILOR SOLIZI ȘI FLUIZI

Unul dintre obiectivele importante ale cercetării institutului a fost fundamentarea științifică a politicii de utilizare energetică a combustibililor de care dispune țara. Astfel, au fost inițiate în cadrul secției de termoenergetică cercetări asupra utilizării energetice și energotehnologice a combustibililor solizi, asupra proceselor de ardere a combustibililor lichizi în instalații și motoare termice, asupra arderii combustibililor gazoși etc., în strînsă legătură cu cercetările întreprinse de institut asupra surselor energetice ale țării, orientarea lor avînd în permanență în vedere nevoile concrete ale economiei noastre energetice.

Datorită ponderii de peste 45% cu care lignitii intervin în rezervele noastre de cărbuni, institutul a acordat o atenție deosebită studiului proceselor și instalațiilor de ardere a lignitilor, problemă fundamentală a energiei românești.

În vederea cunoașterii comportării lignitilor românești în procesul de ardere, s-au inițiat cercetări în următoarele direcții principale: caracteristicile energetice ale combustibililor solizi, arderea lignitilor în strat sau în stare pulverizată, procesul intim de ardere și căile de intensificare a arderii. Inițial cercetările au avut în vedere arderea lignitilor pe grătare fără răscolirea stratului (grătarul fix și grătarul catenar), cu răscolire medie a stratului (grătarul cu împingere superioară și grătarul Jungk) și cu răs-

colire puternică a stratului (grătarul cu împingere răsturnată) [222]—[228]. Au fost întreprinse în paralel cercetări teoretice și de laborator pe modele asupra caracteristicilor lor energetice, ca puncte caracteristice de acumulare și fluiditatea zgurilor [229], [230], și asupra profilării optime a incintei focarului. Pe baza cercetărilor, institutul a furnizat în anul 1960 datele de proiectare cu ajutorul cărora Uzinele Vulcan au construit și au dat în exploatare un tip de cazan de 10 t/h echipat cu grătar cu împingere răsturnată, care permite arderea tuturor ligniților din țara noastră cu indici tehnici-economici la nivel mondial. Ulterior, instalația de ardere propusă a fost generalizată la cazanul de 6,5 t/h și respectiv de 2 t/h, acoperindu-se astfel gama de cazane de debite mici.

Cercetările asupra arderii ligniților în stare pulverizată au fost începute prin studiul rezistenței la măcinare a ligniților românești [231]—[233]. Ținînd seama de conținutul mare de umiditate și de cenușă, caracteristic ligniților românești, institutul a imaginat și a experimentat două scheme de pregătire a prafului : una echipată cu mori cu ciocane și alta cu mori ventilator, cercetările efectuate conducînd la adoptarea schemei echipate cu mori ventilator, care a fost aplicată inițial la cazanul de 20 t/h, generalizată în anul 1961 și la cazanul de 50 t/h, astăzi în curs de montaj.

Folosirea cărbunilor românești în instalații de debite mari a pus în fața cercetării problema intensificării procesului de ardere [234], [235]. Cercetările inițiate în laborator asupra schimbului de masă și căldură în stratul fluidizat, continuate pe o instalație experimentală specială, s-au concretizat în conceperea și realizarea unei instalații de modelare la rece a proceselor aerodinamice din focarele ciclon de diferite tipuri.

Studiul legăturii dintre regimul de curgere a fluxului din focarul-ciclon și simpexurile geometrice ce-l caracterizează, analiza capacității de separare a suspensiei solide, au fost faze necesare trecerii la cercetarea procesului de ardere intensificată la cald, în condiții reale, pe o instalație model în curs de realizare în cadrul institutului. Paralel s-au întreprins cercetări teoretice și de laborator asupra procesului intim de aprindere și de ardere a particulelor de combustibil solid [236], necesare pentru cercetările ulterioare asupra arderii intensificate.

Cercetările întreprinse pînă în prezent au permis rezolvarea unor probleme complexe, legate de caracteristicile și de comportarea la ardere a unui grup important de combustibili solizi; cercetările ulterioare ale institutului vor urmări în continuare analiza procesului de ardere intensificată, în vederea realizării unor focare ciclon pentru instalațiile energetice de mare putere.

Cercetările asupra proprietăților fizico-chimice și tehnologice ale cărbunilor în vederea stabilirii căilor de valorificare superioară, energo-tehnologică, au fost inițiate prin studiul statistic al zăcămintelor de cărbuni din țară în vederea stabilirii principalelor lor caracteristici fizico-chimice și tehnologice [237], [238]. Cercetarea a fost apoi orientată spre valorificarea superioară a combustibililor solizi inferiori, în special a ligniților. În acest scop au fost efectuate cercetări asupra înlocuirii lemnului cu lignit la încălzirea cuptoarelor utilizate în anumite sectoare industriale [239], iar în colaborare și pe baza cercetărilor întreprinse s-a ajuns la proiectarea și la construcția unui nou tip de generator de gaz pentru producerea gazu-

lui mixt din ligniți. În vederea ameliorării calității acestor combustibili au fost întreprinse studii și cercetări pînă la faza semiindustrială, asupra reducerii conținutului de steril al ligniților [240], ajungîndu-se ca, prin studierea și utilizarea spălării în medii dense, să se reducă conținutul lor de steril cu 50—65%.

În paralel cu aceste cercetări experimentale au fost întreprinse cercetări teoretice asupra criteriilor de clasificare a cărbunilor, în special a acelora aplicabile combustibililor solizi inferiori [241], [242]. Datorită noilor probleme ridicate de dezvoltarea economiei naționale, preocupările din acest domeniu s-au diversificat în ultimul timp atît prin cercetările inițiate pentru stabilirea structurii fizico-chimice a cărbunilor cu ajutorul unor mijloace mai noi de investigație, ca spectrografie în infraroșu, separările gravimetrice în cîmpul forțelor centrifuge, cromatografia pe coloană, cît și prin abordarea problemei posibilităților de obținere a cocsului metalurgic în brichete din cărbuni energetici [243].

Cercetările teoretice în vederea elucidării structurii aromatice condensate a cărbunilor, a identificării și dozării grupărilor funcționale, a separării constituenților petrografici și a separării și determinării prin cromatografie de absorbție a constituenților produselor condensabile rezultate la prelucrarea cărbunilor [244]—[247], au fost corelate cu cele practice, ceea ce a permis elaborarea unui nou procedeu de fabricare prin tratament termochimic a cocsului metalurgic în brichete, cu rezistență mecanică mare, utilizabil la cubilouri, unde înlocuiește pînă la 50% din cocsul clasic de turnătorie, ca și în furnale de 250 m^3 [248], [249]. În vederea utilizării la fabricarea cocsului în brichete a cărbunilor energetici cu conținut mare de sulf, au fost întreprinse cercetări asupra desulfurării lor în strat fluidizat cu utilizarea unui agent format din aer-abur-gaze arse, reușindu-se ca în instalația-pilot să se obțină o reducere cu peste 30% a conținutului de sulf [250], [251].

În viitor, cercetările din domeniul valorificării energotehnologice a cărbunilor vor fi dezvoltate prin abordarea în principal a problemelor referitoare la caracteristicile și la prepararea combustibililor solizi în vederea intensificării arderii lor în instalațiile energetice.

Datorită ponderii relativ mari, de circa 40%, cu care intervin combustibilii lichizi în balanța energetică a țării, institutul a inițiat cercetări în domeniul arderii lor. Ele au fost axate inițial pe studiul arderii păcurii în arzătoarele necesare producerii gazelor de ardere la temperaturi înalte. S-au experimentat arzătoare de păcură cu cupă rotativă și arzătoare la care pulverizarea se face cu aer de joasă presiune sau prin injecție mecanică sub presiune.

Ulterior cercetările au fost orientate spre studiul proceselor și instalațiilor de pulverizare și de ardere a combustibililor lichizi grei. Cercetările întreprinse pe injectoare reale au scos în evidență influența geometriei camerei de turbionare, a viscozității lichidului pulverizat și numărului de ajutaje tangențiale asupra unghiului de pulverizare și coeficientului de debit la injectoarele cu cameră de turbionare cu întoarcere [252]—[256]. După ce s-a dezvoltat teoria injectoarelor turbionare și s-au stabilit criteriile de similitudine determinante, s-au elaborat metodele de calcul pentru unghiul de pulverizare și coeficientul real de debit.

Cercetările asupra pulverizării au clarificat probleme importante legate de curgerea lichidelor în camerele de turbionare, ale injectoarelor, de influența geometriei asupra formei turbionului de aer, de dinamica pulsațiilor jetului pulverizat etc. Ele au permis și elaborarea procedeului de pulverizare mixtă, care consistă în combinarea pulverizării cu aer de joasă presiune cu injecția mecanică la presiuni scăzute, aerul și combustibilul avînd o mișcare elicoidală.

Cercetările asupra arderii combustibililor lichizi au stabilit și cîteva elemente esențiale pentru realizarea arzătoarelor, ca influența viscozității combustibilului, a geometriei carcasei arzătorului, a momentului impulsului aerului insuflat etc. asupra radiației și geometriei flăcării [257]—[259].

Obiectivele cercetării viitoare în domeniul pulverizării sînt probleme legate de finețea de pulverizare în injectoare, de criteriile de similitudine la injectoare, dezagregarea jetului pulverizat prin pulsații întreținute și autopulsații iar în domeniul arderii probleme legate de stabilitatea flăcărilor turbulente, de influența factorilor geometrici și a caracteristicilor fizico-chimice ale combustibilului asupra radiației și geometriei flăcării la injectoare sau de influența mediului, a caracteristicilor fizico-chimice și geometriei unei picături de combustibil lichid asupra caracteristicilor evaporării și arderii.

Intervenția mereu crescîndă a combustibililor gazoși în balanța energetică a țării, de la circa 27% în anul 1950 la circa 45% în anul 1965, a impus inițierea în institut a cercetărilor asupra arderii acestora.

Preocupările din acest domeniu s-au referit încă de la început la cele mai importante aspecte ale arderii combustibililor gazoși, și în special a gazului metan, cum sînt procesele de aprindere, stabilizarea arderii, caracteristicile geometrice și radiante ale flăcărilor, căile și metodele de intensificare a arderii acestor combustibili.

Cercetările au fost abordate în toate cazurile din punctul de vedere al analizei fenomenelor fizice determinante în procesul respectiv, fapt care explică, printre altele, și posibilitatea creației de cercetare la stabilirea unor rezultate cu aplicabilitate directă și completarea sau realizarea unor imagini noi pentru modelele fenomenelor fizice studiate. Astfel, în problemele de stabilizare a flăcărilor, modelele fizice ale stabilizării cu gaze calde recirculate și cele privind procesul de amestecare dintre combustibil și aer au condus la elaborarea unor metodici noi de calcul, care ilustrează în condiții mai bune fenomenele fizice respective [260]—[264].

Cercetările au permis să se obțină date importante privind caracteristicile geometrice și radiante ale flăcărilor, cum sînt lungimea flăcării și coeficientul de emisiune prin autocarburarea flăcărilor [265]—[268].

Cercetările privitoare la aprindere au condus la rezultate importante referitoare la evoluția centrelor interne de aprindere și la o nouă posibilitate de explicare a unor procese de aprindere în flux [269]—[271].

În cadrul problemelor generale de intensificare a arderii, studiul privind flăcările axiale a permis cunoașterea condițiilor de amestec în jeturi libere sau însoțite, cu posibilitatea de descriere a proceselor pe baza criteriilor de similitudine [272], [273], ca și cunoașterea vitezei de ardere în funcție de factorii aerodinamici și termici [274]—[277]. Cercetările referitoare la flăcările în curenți turbionari, în cazul flăcărilor libere sau în cel al flăcărilor în tunele înguste, au arătat posibilitatea modelării și

studiului analitic al formei flăcării și vitezei de ardere, iar în cazul caracteristicilor de stabilitate a flăcărilor difuzive în jeturi în contracurent au condus la date importante referitoare la intensificarea arderii [278].

Cercetările actuale și de perspectivă în acest domeniu au ca principală tendință analiza proceselor reale din focare, prin studiul influenței incintelor asupra flăcărilor cu caracteristici termice și dinamice cunoscute. În cazul flăcărilor difuzive apare necesitatea stabilirii atît a influenței pereților focarelor asupra stabilității și asupra caracteristicilor geometrice și radiante a acestor flăcări, cît și a modelării influenței gazelor de ardere recirculate asupra caracteristicilor flăcărilor. În cercetarea flăcărilor cinetice se vor aborda problemele proceselor staționare de aprindere a amestecului combustibil în incinte semiînchise.

Condițiile favorabile existente în România pentru utilizarea energetică a presiunii de zăcămînt a gazelor naturale au determinat abordarea de către institut a acestui domeniu.

Utilizarea energetică a presiunii de zăcămînt a gazelor naturale a început a fi studiată de institut în colaborare încă din anul 1952.

Cercetările au stabilit o teorie a compresorului cu jet funcționînd cu gaz metan. S-au elaborat criteriile metodice pentru modul său de aplicare, ceea ce a permis ca România să treacă înaintea altor țări la exploatarea curentă a compresoarelor cu jet în cîmpurile de gaze. S-au stabilit relațiile care permit calculul compresoarelor cu jet de gaz metan și s-au cercetat procesele din interiorul compresorului, în special amestecarea și aerodinamica interioară a acestuia [279]—[290].

Pentru asigurarea transportului gazelor pe conductele magistrale s-au studiat sistematic condițiile de formare a hidraților, stabilindu-se soluțiile optime de instalații de uscare pentru condițiile din țara noastră, modul de exploatare a instalațiilor de uscare și regimurile optime de lucru etc. Rezultatele obținute pe prima stație de uscare, concepută de institut, sînt pe deplin satisfăcătoare.

Debitele mari transportate pe conductele de gaz metan și diferența de presiune existentă în unele puncte între gazul din conductă și presiunea de utilizare permit obținerea de energie prin destinderea gazului în turbine de trecere.

S-au studiat teoretic și experimental parametrii constructivi și funcționali ai turbinei de trecere, schemele și posibilitățile de utilizare [291]. Interesante sînt concluziile privitoare la perspectivele de utilizare a turbinelor de trecere pentru producerea combinată de frig și lucru mecanic, frig și energie electrică etc. în punctele magistralelor de gaze naturale în care se găsesc marii consumatori de gaz metan [292].

8. CERCETAREA ÎN DOMENIUL MAȘINILOR TERMICE

O ramură importantă a economiei naționale interesată direct în utilizarea largă a combustibililor lichizi este industria constructoare de mașini termice.

Crearea și dezvoltarea în țară a unei industrii puternice de construcții de motoare cu ardere internă a determinat inițierea de către institut

a unor cercetări sistematice în acest domeniu, orientate în funcție de solicitările acestei industrii.

Una din primele probleme studiate în acest domeniu a fost cea privitoare la tipul optim de autovehicul pentru țara noastră și tipizarea producției de autovehicule.

O orientare de durată a cercetărilor întreprinse a fost utilizarea rațională a combustibililor folosiți în motoare. S-au studiat combustibilii indicați pentru motoarele cu aprindere prin scînteie construite în România, iar apoi utilizarea benzinelor de cifră octanică mică, ceea ce a condus la elaborarea unei metode de supracomprimare a motoarelor [283] și implicit la mărirea substanțială a economicității în exploatare a motoarelor studiate (SR-101). Cercetarea optimizării formulei energetice a motorului cu aprindere prin scînteie [294] a condus la elaborarea unei teorii a reglării momentului aprinderii la motoarele cu aprindere prin scînteie. Cercetările privitoare la combustibilii motoarelor cu aprindere prin compresiune au condus la stabilirea posibilității folosirii motorinei de cracare la alimentarea motoarelor de tractor, contribuind la elaborarea formulei motorinei pentru agricultură și la posibilitatea și condițiile folosirii combustibililor gazoși în motoarele diesel.

Pe măsura dezvoltării bazei materiale, institutul a putut trece la analiza interdependenței dintre procesul de ardere, anumiți parametri funcționali și caracteristicile combustibilului [295], iar apoi la cercetări asupra întîrzierii la autoaprindere în condiții de motor [296], [297].

În paralel cu studiul general al procesului de aprindere însuși [298], s-au efectuat cercetări privitoare la modelul acestui proces și la metodele de calculul arderii și ciclului real [299]—[302]. S-au adîncit cercetările privitoare la unele procese termice din motor, în special la aspectul cedării căldurii de la gazele de ardere [303] și la îmbunătățirea evacuării căldurii din motor [304], ceea ce a condus la elaborarea unor metode de calcul perfecționate, utile studiului și proiectării, și a unei metodici pentru analiza factorilor care influențează arderea.

Construcția în țară a motoarelor diesel cu anticameră a determinat orientarea cercetărilor din institut către studiul proceselor de ardere în motorul cu cameră divizată. Cercetările au privit formarea amestecului în aceste motoare, factorii care pot contribui la îmbunătățirea procesului de ardere în anticameră [305], [306] și influența turației asupra arderii în camerele divizate. Ele au condus la lămurirea unor aspecte necunoscute ale arderii în anticameră și la elaborarea unor formule originale de cameră de ardere.

Pentru a se asigura condițiile necesare dezvoltării tipurilor de motoare fabricate în țara noastră, s-au cercetat procesele termice din motoarele diesel în condițiile supraalimentării înalte, în special reglarea procesului de ardere [307], [308] și stabilirea caracteristicilor optime ale motorului [309], rezultatele obținute în acest domeniu rezolvînd aspecte ale unei probleme tehnice de mare actualitate.

În domeniul proceselor de ardere în motoarele termice, institutul a dezvoltat cercetări asupra injecției și pulverizării combustibililor utilizați în aceste mașini. Analiza prin calcul a proceselor din sistemul de injecție [310] a fost continuată prin studiul experimental pe instalații

special amenajate în acest scop. Metodele de studiu a proceselor din sistemul de injecție au fost perfecționate prin reprezentarea lor prin modele analogice și utilizarea calculatoarelor electronice de tipul analogic [311]. Utilizarea izotopilor radioactivi în cercetările energetice din motoare a permis institutului investigația unor procese deosebit de dificile, cum sînt studiul vitezei depunerilor în motoare în perioade de timp scurte [312], [313], ca și abordarea problemei de optimizare în folosirea de fracțiuni mai ușoare sau mai grele de distilat de petrol în amestec cu motorină, ceea ce conduce la lărgirea bazei de materie primă pentru motorinele utilizate în motoare.

Cercetarea din acest domeniu va fi dezvoltată în perspectivă prin elaborarea unui model cît mai precis al procesului de ardere. Se vor efectua totodată studii privitoare la schimbarea încărcăturii și la fenomenele perturbatorii care le însoțesc, atît la motoarele cu aspirație normală, cît și la cele cu aspirație forțată.

9. CERCETAREA ÎN DOMENIUL UNOR AGREGATE ENERGETICE

Institutul a efectuat în această direcție cercetări privitoare la îmbunătățirea și optimizarea randamentelor transformărilor energetice, ca și referitoare la diferite instalații sau agregate termoenergetice [314], [315].

În perioada inițială, cercetările referitoare la procesele și instalațiile de recuperare au urmărit stabilirea metodicii de întocmire și efectuare a bilanțurilor termice la diferitele tipuri de cuptoare, în vederea stabilirii posibilității de ridicare a randamentului termic al agregatului tehnologic prin recuperarea pierderilor de căldură. [316]. S-a stabilit că pentru etapa de perspectivă o atenție sporită trebuie acordată problemelor de recuperare a căldurii gazelor evacuate din cuptoare pentru preîncălzirea aerului necesar arderii [317]—[320], introducerii răcirii prin vaporizare pentru recuperarea căldurii apei de răcire [321] și aplicării recirculației gazelor de ardere la cuptoare [322]—[328]. S-a elaborat deci o metodică pentru calculul procesului de recuperare și s-au stabilit efectele preîncălzirii aerului de ardere.

Cercetările asupra recirculației gazelor s-au concretizat în stabilirea metodelor pentru calculul arderii cu recirculație, a efectului preîncălzirii aerului de ardere asupra arderii cu recirculație a arzătoarelor cu amestec prealabil funcționînd cu gaze recirculante, a intensificării transmiterii căldurii datorită gazelor recirculate etc. În acest mod s-au stabilit parametrii optimi de funcționare și s-au scos în evidență avantajele aduse de aplicarea arderii cu recirculație.

Legat de necesitatea realizării unor cazane moderne de debit mic pentru economia națională, institutul a cercetat și adus pînă la fază de fabricație în serie tipurile de cazane Vuia I. E. Ca urmare a cercetărilor efectuate, care au abordat și probleme ca stabilitatea cazanelor mici, inerția termică și procesul intensificat de ardere în tunele [329]—[333], s-a ajuns la modificarea de principiu a cazanului original, obținîndu-se la noul cazan indici funcționali și economici deosebit de avantajoși [334], [335]. Prin schema de circulație forțată adoptată, s-au realizat o siguranță

și o stabilitate bună de funcționare a cazanului, iar prin realizarea unei arderi și a unui schimb de căldură intens s-a obținut un avantaj economic important, exprimat printr-o economie de metal atît față de cazanele clasice vechi fabricate în țara noastră, cît și față de cazanele similare de construcție recentă, din străinătate.

10. VALORIFICAREA ÎN PRACTICĂ A REZULTATELOR UNOR CERCETĂRI DESFĂȘURATE ÎN INSTITUT

Orientarea cercetării din institut spre problemele ridicate de dezvoltarea energeticii noastre a avut ca urmare obținerea unor rezultate de valoare științifică și cu largi posibilități de aplicare în industrie și în planificarea economiei energetice.

În domeniul energeticii generale, lucrările de inventariere a surselor energetice, efectuate din necesitatea de a se furniza elementele necesare optimizării bilanțului energetic de perspectivă, ca și a altor lucrări generale de economie energetică, au fost valorificate prin dezvoltarea cercetărilor de economie energetică. Atlasele resurselor energetice, furnizînd date și informații calitative și cantitative asupra resurselor țării, au putut fi utilizate și în alte scopuri de către alte instituții; de exemplu, atlasul resurselor hidroenergetice a fost folosit de Comitetul de Stat al Apelor pentru întocmirea planurilor complexe de amenajare a cursurilor de apă, iar atlasul resurselor termo-energetice pentru fundamentarea unor lucrări privind gospodărirea combustibililor.

Prin munca de antrenare în cercetările din domeniul folosirii energiei la consumator, institutul a creat o preocupare de masă privind gospodărirea rațională a energiei în întreprinderile industriale. Primele lucrări referitoare la gospodărirea energiei în întreprinderile industriale au avut și o eficiență practică directă, ușor evaluabilă. Exemple sînt studiile întreprinse asupra cuptoarelor de carbură de calciu de la Combinatul chimic Tîrnăveni, care au dus la economii de milioane de kWh/an, sau lucrările de raționalizare a consumului de energie în industrie, care au contribuit la reducerea consumurilor specifice de energie în diferite ramuri ale economiei naționale.

Lucrările privitoare la predeterminarea consumului de energie au fost valorificate prin utilizarea lor de către organele de planificare la stabilirea cifrelor de control pentru planurile energetice de perspectivă.

Se estimează că prin aplicarea metodicii elaborate prin lucrările referitoare la optimizarea bilanțurilor energetice generale pentru un an următor, care este în curs de realizare, se vor obține economii apreciate la circa 5% din totalul cheltuielilor anuale aferente părții optimizabile față de bilanțul energetic general determinat cu metodele folosite în prezent în munca de planificare.

Rezultatele cercetărilor referitoare la structura optimă a sistemului electroenergetic au fost puse la dispoziția departamentelor și instituțiilor departamentale, metodele propuse în institut privind optimizarea structurii globale a sistemului fiind luate în considerare în cadrul Institutului de studii și proiectări energetice pentru studiile de dezvoltare a sistemului energetic.

Rezultatele cercetărilor din domeniul sistemelor electroenergetice, care au condus la elaborarea metodei de studiu *analiza nodală*, sînt în prezent binecunoscute în țară și în străinătate, metoda de analiză fiind introdusă în cadrul institutelor de studii și proiectare din România.

Rezultatele cercetării privind funcționarea sistemelor și rețelelor electrice au fost puse la dispoziția proiectanților și a personalului tehnic de exploatare a sistemului, atît prin publicații, cît și sub formă de memorii, contribuind astfel indirect la cristalizarea unor metodici de calcul practice și la realizarea unor proiecte concrete. În unele cazuri s-a colaborat direct la rezolvarea unor probleme de importanță practică, introduse în planul tehnic de stat, de exemplu în problema repartiției optime a puterilor între centrale.

Cercetările desfășurate în domeniul tensiunilor înalte sau al hărții keraunice a țării, cum sînt schemele de protecție contra supratensiunilor atmosferice, stabilirea caracteristicilor electrice ale izolatoarelor de linii și stații, lucrările privind supratensiunile interne la deconectarea în gol a circuitelor inductive și capacitive, coordonarea și contaminarea izolației etc., au fost puse la dispoziția instituțiilor de proiectare și studii sau a uzinelor constructoare din țară, fiind utilizate de acestea în lucrările de proiectare, construcție sau exploatare. Rezultatele stabilite referitor la supratensiunile prelungite au fost aplicate generalizat în studiile de electrificare a țării.

Rezultatele cercetărilor efectuate în domeniul mașinilor și transformatoarelor electrice s-au aplicate la proiectarea seriilor unitare de transformatoare de putere (cercetările privind forțele axiale la transformatoare și studiile referitoare la determinarea optimului tehnic-economic în proiectarea lor), la proiectarea mașinilor electrice amplificatoare și speciale (studiile referitoare la amplidină, selsinuri, servomotoare difazate etc.). De asemenea studiile referitoare la comportarea mașinilor sincrone în sistem au fost aplicate la reglajul automat al pornirii și funcționării motoarelor sincrone și motoarelor de curent alternativ cu colector de la rafinăria Brazi, Combinatul chimic Buciumeni, Combinatele chimice Roznov și Făgăraș, cele privitoare la adîncirea fenomenelor tranzitorii care intervin în funcționarea alternatoarelor de mare putere din sistemul electroenergetic, în scopul prevenirii avarierii lor și a creșterii duratei de exploatare în vederea producerii neîntrerupte a energiei electrice prin funcționarea în asincron și a determinării mai precise a limitelor de stabilitate etc.

Rezultatele obținute în domeniul mașinilor parametrice s-au valorificat practic prin trecerea la proiectarea și la realizarea unor motoare electrice lineare cu puteri și destinație diferită, ca de exemplu, prototipul de 60 W destinat acționării compresoarelor de frigidere, prototipul de 250 W destinat acționării compresoarelor de uz profesional și prototipul de 5 kW destinat acționării pompelor sonice pentru extracția țițeiului.

Lucrările privind stabilitatea sistemelor automate neliniare au căpătat o bună valorificare prin faptul că toate rezultatele avansate din acest domeniu publicate în ultimii ani în literatură sînt influențate direct sau indirect de cercetările desfășurate în cadrul institutului. De asemenea, activitatea depusă în domeniul calculatoarelor analogice a fost valorificată prin aplicarea acestora atît în cercetările proprii de automatică, cît și în cercetările altor colective, din institut și din exterior; pe modele ana-

logice s-au putut efectua numeroase cercetări cu caracter experimental, a căror efectuare directă ar fi fost mult mai dificilă și mai costisitoare.

Cercetările din domeniul termoenergeticii întreprinse în domeniul arderii combustibililor solizi s-au concretizat în practică prin realizarea instalațiilor de cazane cu debite de 2, 6,5 și 10 t/h, echipate cu grătare cu împingere răsturnată, și de 20 și 50 t/h, echipate cu mori ventilator. Deși cazanele realizate în Republica Socialistă România trebuie să funcționeze cu un combustibil situat calitativ la limita inferioară admisă în momentul de față în energetica mondială, ele realizează totuși indici tehnico-economici superiori, ca urmare a soluțiilor moderne date instalațiilor de ardere în urma cercetărilor întreprinse în acest domeniu.

Rezultatele cercetărilor privind arderea combustibililor lichizi au permis proiectarea și construirea unor arzătoare a căror aplicare, la un consum de 1 00 000 de tone de păcură, poate conduce după calculele beneficiarilor la o economie apreciată la aproape 18 000 000 de lei pe an.

Majoritatea cercetărilor efectuate în domeniul arderii combustibililor în motoare au fost realizate în baza unor convenții de colaborare încheiate cu uzinele constructoare de motoare, multe dintre rezultatele obținute fiind aplicate în practică. Astfel sînt supracomprimarea motoarelor SR-101, contribuțiile aduse la realizarea carburatorului VT-502, realizarea distribuitorului de aprindere TD 6, stabilirea metodicii pentru determinarea legii optime de avans la distribuitorul ED 8, lucrările privitoare la mărirea raportului de compresiune ale motorului SR-211, cercetările efectuate asupra echipamentului de injecție care au condus la perfecționarea fabricației acestora, forma de anticameră originală cu realizarea unei mișcări dirijate a aerului etc. Aceste cercetări au contribuit la reducerea consumului de combustibil cu aproximativ 5—10%, raportate la consumul parcului național de autocamioane producție indigenă, ca și la îmbunătățirea funcționării motoarelor diesel fabricate în țară, această reducere reprezintă economii apreciate la 30—50 miloane lei anual.

Cercetările din domeniul arderii gazelor naturale au condus la posibilitatea valorificării lor directe, la stabilirea principiilor de construcție a arzătoarelor în țara noastră.

Elaborarea lucrărilor privind tipurile de arzătoare necesare energeticii țării și cele privind criteriile pentru obținerea soluțiilor optime de arzătoare și focare în diverse domenii de utilizare, va permite trecerea la o fabricație de înaltă tehnicitate în domeniul arzătoarelor.

Cercetările privind utilizarea presiunii de zăcămînt a gazelor naturale cuprind aspecte referitoare la prelungirea duratei de exploatare a orizonturilor, de mărirea procentului de extracție din zăcămînt în condițiile alimentării în continuare a conductelor de gaze existente, ca și aspecte de eficacitate economică directă, rezultată din aplicarea în exploatare a instalațiilor realizate, precum și prin orientarea investițiilor viitoare din industria de gaz metan, ținînd cont de rezultatele obținute în cadrul problemei. Astfel, în perioada 1956—1963, debitele de gaze naturale comprimate cu compresoarele cu jet au crescut de la circa 275.10^6 m^3 la circa 600.10^6 m^3, economiile realizate ridicîndu-se la peste 70 000 000 de lei, fără a lua în considerație că în același timp s-au produs cantități mari de gaze pentru transportul la distanță fără a deschide noi sonde.

Studiile privind îmbunătățirea randamentului termic la utilizarea combustibililor în cuptoare industriale folosind arderea cu recirculație au condus la realizarea de cuptoare de tratament termic care, față de vechile cuptoare din uzine, reduc de trei ori consumul specific de combustibil, micșorează la jumătate durata procesului tehnologic, ameliorează calitatea procesului tehnologic și reduc pierderile prin metal oxidat.

Cercetările privind cazanele moderne de debit mic au condus la omologarea și la fabricarea unor cazane Vuia I. E. cu abur la 1 și 3 t/h și de apă fierbinte de la 1 și 2 Gcal/h, cazanele respective conducînd la economii de metal apreciate la 74% față de cazanele clasice fabricate în țară sau la 14% față de cazanele similare realizate recent în străinătate.

11. ACTIVITATEA GENERALĂ A INSTITUTULUI

În afara activității directe de cercetare, institutul a desfășurat o activitate concretizată prin activitate editorială, prin organizarea de sesiuni de comunicări științifice sau consfătuiri tehnice-științifice, prin întreținerea unei colaborări cu instituții de specialitate din țară și din străinătate, ca și prin participarea la acțiuni tehnice-științifice în țară și în străinătate.

11. 1. *Activitatea de publicație a institutului* a fost concentrată în principal în paginile revistei „Studii și cercetări de energetică" și „Revue Roumaine des Sciences Techniques — Série Electrotechnique et Energétique".

Creată în 1951, revista „Studii și cercetări de energetică", numită în prezent „Studii și cercetări de energetică și electrotehnică", a reflectat dezvoltarea cercetărilor institutului în perioada 1951—1966. În total s-au publicat în această revistă în anii 1951—1965 aproape 700 de articole și note.

În aproximativ 60 de articole și note publicate în domeniul energeticii generale s-au adus contribuții la analiza consumului specific de energie în diferite ramuri industriale, s-a precizat metodica inventarierii surselor energetice, s-a pregătit rezolvarea problemelor optimizării bilanțului de perspectivă și a structurii sistemului energetic național prin studiile tratînd diferitele aspecte ale acestor probleme.

În cadrul adîncirii problemelor de electrotehnică și electroenergetică s-au reflectat în paginile revistei rezultatele cercetărilor efectuate în legătură cu funcționarea sigură și în condiții tehnice-economice optime a sistemelor electroenergetice, ținînd seama de efectul interconexiunilor, al fenomenelor perturbatoare ce apar în exploatare și dînd metode de reducere a daunelor prin soluții de proiectare și automatizare.

S-au publicat studii legate de comportarea în exploatare și dimensionarea optimă a elementelor sistemelor electroenergetice : mașini electrice, transformatoare și linii de transport, supratensiunile externe și interne și calculul forțelor axiale ce solicită transformatoarele la scurtcircuit. Numeroase lucrări privesc teoria și realizarea unor mașini electrice speciale. Lucrările originale de electrotehnică și stabilitatea sistemelor automate neliniare au adus contribuții importante la dezvoltarea acestor discipline.

Numărul de articole și note de electrotehnică și electroenergetică apărute în reviste se ridică la circa 280.

Revista a clarificat problemele exploatării raționale a surselor energetice ale țării prin publicarea a numeroase articole privind arderea și instalațiile de ardere a combustibililor solizi, lichizi și gazoși, recuperarea căldurii la cuptoare, termoficarea, utilizarea energetică a presiunii gazelor naturale, procesele termice din mașinile cu ardere internă, analiza problemelor teoretice prin studiul parametrilor termodinamici, analiza arderii și a proceselor din fluidele de lucru. S-au publicat articole de importanță economică și teoretică în legătură cu studiul însușirilor cărbunilor din țară, clasificarea lor și posibilitatea valorificării lor superioare prin gazificarea și brichetarea ligniților, fabricarea cocsului metalurgic în brichete din cărbuni energetici și ameliorarea cocsului metalurgic din cărbuni de Valea Jiului.

În domeniul termotehnicii, termoenergeticii și combustibililor s-au publicat circa 320 de articole.

Începînd din anul 1955, Secția de științe tehnice a Academiei Republicii Socialiste România editează revista „Revue d'Electrotechnique et d'Energétique"; în prezent „Revue Roumaine des Sciences Techniques, Série Electrotechnique et Energétique", în care s-au publicat cele mai importante contribuții aduse în aceste domenii de cercetare de către membrii Academiei, cercetători ai institutului, membri ai corpului didactic și alte cadre de specialitate. Articolele apărute în această revistă sînt recenzate în documentația din străinătate, iar institutul efectuează cu această publicație numeroase schimburi cu reviste străine.

O bogată activitate editorială a fost desfășurată de către colaboratorii institutului în vederea elaborării unor lucrări cu caracter monografic care sintetizează rezultatele cercetărilor din institut și personale în diferite domenii ale energeticii. S-au elaborat și publicat 16 lucrări în domeniile termoenergeticii, electroenergeticii electrotehnicii și automaticii.

11. 2. *La sesiunile anuale de comunicări științifice ale institutului*, care se țin cu regularitate începînd cu anul 1955, sînt invitați colaboratori din industrie și specialiști din țară în domeniul energeticii. Ele urmăresc ca prin discuțiile purtate să scoată în relief contribuțiile aduse de autori la rezolvarea problemelor studiate, prin legătura nemijlocită cu specialiștii din exterior să ajute la orientarea cercetării, iar în urma contactelor stabilite să promoveze colaborări între institut și unități de cercetare sau productive.

Institutul a organizat, de cele mai multe ori în colaborare cu alte organizații, sesiuni de comunicări și consfătuiri tehnice-științifice cu o anumită tematică. A organizat în anii 1954 și 1955, în colaborare cu Asociația științifică a inginerilor și tehnicienilor, mai multe consfătuiri pe țară avînd ca obiect analiza, normarea și reducerea consumului specific de energie din întreprinderi, contribuind prin caracterul științific organizat al acțiunilor la stimularea activității pentru gospodărirea rațională a energiei de toate formele în întreprinderi.

În anul 1956 a organizat *Consfătuirea privitoare la utilizarea energetică a gazelor naturale*, în cadrul căreia s-au pus în discuție rezultatele cercetărilor privitoare la folosirea presiunii de zăcămînt a gazelor naturale. Sesiunea a stimulat introducerea în cîmpurile de gaze naturale a compre-

sorului cu jet de gaze și a contribuit la punerea în practică a principiilor elaborate în institut în privința deschiderii orizonturilor de gaze naturale. Consfătuirea privitoare la electrificarea agricolă și rurală, organizată de institut în anul 1958, a dezbătut căile pentru realizarea acestei electrificări, iar concluziile ei privitoare la dezvoltarea rețelei de energie electrică și a aparatelor și instalațiilor ce urmează a se folosi au servit diferitelor organe de stat pentru elaborarea planurilor de dezvoltare în perspectivă.

Studiile privitoare la utilizarea căldurii nefolosite în industrie au generat *Consfătuirea gospodăririi căldurii în industrie* din anul 1959, care a contribuit la clarificarea metodelor pentru valorificarea pierderilor de căldură rezultate din procesele energetice și tehnologice.

Pentru a pune în discuție problemele folosirii energiei nucleare în centrale electronucleare a căror necesitate a rezultat din studiile institutului, el a organizat în anul 1960 sesiunea *Energia nucleară în energetică*. În același an s-a organizat *Consfătuirea privitoare la unele aspecte ale folosirii ligniților în scopuri energetice*, în cadrul căreia s-au analizat modalitatea și perspectiva utilizării ligniților noștri în scopuri energetice și s-au prezentat și unele dintre cercetările realizate în institut în acest domeniu.

În urma rezultatelor obținute în domeniul proceselor din motoarele cu ardere internă și a legăturii de colaborare realizate cu alte colective, s-a organizat în anul 1961 *Consfătuirea privitoare la motoarele termice*, în cadrul căreia s-au discutat rezultatele lucrărilor din acest domeniu și s-au stabilit direcțiile de dezvoltare ulterioară a cercetărilor.

Institutul a participat prin lucrările sale și la sesiuni organizate de către asociațiile inginerilor și tehnicienilor, cum au fost sesiunea din anul 1960, privitoare la *Energetica eoliană*, sau cea din anul 1965, privitoare la *Exploatarea autocamioanelor*, sau la *Conferința națională de electrotehnică*, organizată în anul 1964. S-a participat cu referate și comunicări și la alte sesiuni, organizate periodic de către institutele politehnice din București, Iași și Timișoara sau de către unele unități productive, institute de cercetări, de studii și proiectări etc.

11. 3. *Institutul a urmărit realizarea unei strânse legături cu foruri științifice similare din străinătate*, continuînd o tradiție stabilită încă de la începutul dezvoltării sale, pentru a servi astfel idealul îmbogățirii patrimoniului științific printr-o mai bună cunoaștere directă a cercetătorilor străini. Această legătură a îmbrăcat forme diferite, de la participarea, ca membru colectiv sau prin cercetătorii săi, la activitatea desfășurată de foruri științifice internaționale, cum sînt *Conferința mondială a energiei*, *Comisia electrotehnică internațională*, *Conferința internațională a marilor rețele electrice*, I.F.A.C., C.I.M.A.C., *Conferința internațională de energetică industrială* etc., pînă la schimbul de păreri sau de publicații cu instituții și personalități științifice din numeroase țări străine. Prin delegații săi, institutul a fost prezent la sesiuni generale și parțiale ale acestor organisme internaționale, la lucrările diferitelor lor comitete și comisii, unde au prezentat comunicări sau au făcut intervenții orale, care au fost solicitate pentru informarea de specialitate mai amplă.

Unii dintre oamenii de știință colaboratori ai institutului au avut sau au sarcini de răspundere în aceste organisme internaționale, ca, de exemplu, cea de vicepreședinte C.I.G.R.E., deținută de regretatul acad.

C. Budeanu, sau cea de președinte al C.E.I., în care a fost ales în anul 1965 directorul institutului, acad. Remus Răduleț, iar alții activează în diferitele comitete de specialitate ale acestor organisme.

Institutul a participat cu comunicări și alte numeroase manifestări științifice din străinătate, ca, de pildă, în Republica Democrată Germană la sesiunile *Societății pentru tehnica combustibililor* (1957, 1959, 1962), *la conferințele de minerit din Freiberg* (1957, 1959), *la cele de electrotehnică* (1957, 1959, 1960, 1963), la *Congresul societății franceze a electricienilor* (1963), la *Conferința catedrelor de termodinamică din R. P. Polonia* (1959), la *sesiunile organizate de Comitetul pentru electrificare a Poloniei* (1958, 1959) sau la *Conferința de energetică industrială* din 1959, 1961, 1963, 1965.

Realizările institutului au început să fie cunoscute și apreciate astfel tot mai bine, iar diferite foruri științifice sau personalități, ca, de exemplu, *Comitetul Cărbunelui C. E. E. al Organizației Națiunilor Unite*, *Comisariatul Francez al Energiei Atomice — Saclay* și altele, i s-au adresat pentru a obține date referitoare la rezultatele dobîndite în munca sa de cercetare.

În colaborare științifică cu institute similare din țările de democrație populară au fost atacate importante probleme de economie energetică, cum sînt cele privind prognoza necesarului de energie, bilanțul energetic general, optimizarea funcționării sistemelor electroenergetice, mașinile termice etc. La cererea partenerilor s-au trimis materiale elaborate, cum sînt cele privind cazanul Vuia (R.P. Ungară), utilizarea energetică a presiunii gazelor naturale și tratarea neutrului rețelelor electrice (R.P. Chineză), arderea ligniților (R. P. Bulgaria), stabilitatea statică a sistemelor electroenergetice (U.R.S.S.) etc.

Institutul urmărește ca pe viitor să organizeze manifestări științifice mai largi privitoare la diferitele laturi ale activității sale, la care vor fi invitați să participe specialiști din țară și din străinătate. Se au în vedere domeniile sintezei rețelelor și sistemelor electrice, energetica motoarelor termice, economia energetică și arderea intensificată a combustibililor.

Primit la redacție la 10 aprilie 1966

BIBLIOGRAFIE

CAPITOLUL I

1. * * * *Primul Congres al inginerilor din România* (Iași 1—12 octombrie 1921) vol. I, 16; idem *Buletinul* IRE, **IV**, *2*, iunie 1936, p. 254.
2. * * * *Analele Academiei Române*, Seria II, **XXI** (1898—1899), *Partea administrativă și dezbateri*. Ședința din 9 oct., 1898, p. 245.
3. * * * *Analele Academiei Române*, Seria II, **XXIII** (1900—1901), *Memoriul Secției științifice*, p. 1—27.
4. * * * *Analele Academiei Române*, Seria II. **XXXVIII** (1915—1916), Ședința din 20 mai 1916, p. 265.
5. * * * *Analele Academiei Române*, Seria II. **XLIV** (1923—1925) p. 26.
6. G. Macovei, *Evoluția geologică a României*, IRE, **VII**, *3*, 1939.
7. G. Damaschin, *Contribuțiuni la studiul combustibilului mineral în cadrul problemei energiei*, IRE, *35*, **I** și *39*, **II**. 1933.

8. I. Blum, *Studiul lignitilor din România în vederea industrializării lor prin distilare propus în cadrul Academiei Române în ședința din mai 1929 pentru acordarea premiului Soc. „Lignitul".*
9. Cornel Miklosi, *Utilizarea rațională a combustibililor solizi*, București, IRE, 1933, p. 74.
10. G. Macovei, *Din perspectivele industriei noastre de petrol*, IRE, 1937, p. 11.
11. E. E. Casimir, *Proprietățile generale ale petrolurilor românești. Colecția de Publicațiuni*, IRE, *225.*
12. Dorin Pavel, *Plan general d'aménagement des forces hydrauliques en Roumanie IRE*, Bucarest, 1933, p. 378.
13. Gr. Vasilescu, *Folosirea integrală a cursurilor de apă în cadrul valorificării bogățiilor naționale*, IRE, p. 29.
14. A. Avramescu, *Combustibilul atomic și viitorul problemei energetice.* Buletinul IRE **X**, *3*, sept. 1942 p. 707—722.
15. D. Șerbănescu, *Necesitățile de tracțiune și rentabilitatea pe CFR a tracționării diesel.* Bul. IRE, **VI**, *1*, martie 1939, p. 28—90.
16. C. Dinculescu, *Tracțiunea pe căile ferate prin locomotive Diesel.* Colecția de Publicațiuni IRE nr. *43.*
17. I. S. Gheorghiu, *Domeniul electrificării pe rețeaua CFR.* Colecția de Publicațiuni IRE nr. *46.*
18. C. I. Budeanu, *Tracțiunea electrică pe liniile CFR. în cadrul problemelor economiei naționale.* Colecția de Publicațiuni IRE nr. *49.*
19. I. S. Gheorghiu, *Etude économique de l'électrification d'un réseau de chemins de fer avec application à la ligne Cimpina-Brașov des Chemins de Fer Roumains.* Colecția de Publicațiuni IRE nr. *62.*
20. Gr. Mateescu, *Asupra interconexiunii centrelor de producere și consumațiune a energiei electrice.* Colecția de Publicațiuni IRE nr. *13.*
21. L. Mrazec, *Quelques remarques sur une politique combustible en Roumanie*, IRE 1934, *21.*
22. R. Răduleț, *Stirnabflachung rechteckiger Wanderwellen auf Kraftübertragungsleitungen*, Bull. de mathématique et physique de l'Ecole Polyt. de Bucarest; **IX** (1938).
23. C. I. Budeanu, *Different opinions and conceptions on the notion of reactive power in any kind of sistem.* Colecția Comitetului de Studii pentru ameliorarea factorului de putere. Ediția engleză, *2* bis.
24. Cesar Parteni-Antoni, *Transportul la distanță a energiei electrice sub curent continuu de înaltă tensiune.* Bull. IRE **VIII**, *3*, sept., 1940, p. 630—649.
25. D. M. Șerbescu, *Considerațiuni asupra electrificărilor rurale realizate pînă în prezent în România, modul de organizare și propuneri pentru dezvoltarea viitoare.* Colecția de publicațiuni IRE, *222.*
26. N. Vasilescu-Karpen, *Legea energiei și instalațiile proprii de forță motrice*, IRE 1937, p. 17.
27. C. Dinculescu, *Asupra tensiunilor de încercare a izolatorilor*, Colecția Comitetului Electrotehnic Român, *3.*
28. I. S. Antoniu, *Berechnung eines Kühlwasserbeckens für ein Dampfkraftwerk*, Bull. IRE **IX**, *3—4*, sept.-dec. 1941, p. 412—423.
29. R. Răduleț, *La hauteur optima des barres dans les rainures des machines à courant alternatif*, Bull. Sc. Ecole Polyt. Timișoara, **IV**, *3—4* (1932).
30. R. Răduleț, *Longueur équivalente du fer des transformateurs*, Bull. Sc. Ecole Polyt. Timișoara, **XII**, *3—4* (1944).
31. R. Răduleț, *Zur Vorausberechnung eisenloser Induktionsöfen*, Bull. Sc. Ecole Polyt., Timișoara, **VII**, *3—4* (1937).
32. Cesar Parteni-Antoni, *Sur les possibilités de changement de la vitesse d'une machine à courant continu*, Bul. IRE, **X**, *4*, dec. 1942, p. 883—900.
33. A. Avramescu, *Beiträge zur Berechnung der Kurzschlusserwärmung*, Bul. IRE **V**, *2*, iunie 1937, p. 347—415.
34. Gr. Paul, I. Dragomir, *Le problème des sources d'énergie en Roumanie*, (Etude sur l'économie énergétique) IRE, *2* (1933).
35. Gh. Nicolau, *Problema energiei*, Comunicare în ședința plenară a Academiei R.P.R. din noiembrie 1948, Analele Academiei R.P.R. Seria A, **II** (1949).
36. C. I. Budeanu, *Situația generală a politicii energetice în România.* Bull. IRE **IX**, *3—4*, sept-dec., 1941, p. 516—540.
37. Podani Mircea, *Indicii calitativi ai resurselor hidroenergetice potențiale de pe teritoriul R.P.R.*, St. cerc. energ. *3* (1957).
38. M. Constantinescu, *Contribuția la studiul indicilor calitativi ai resurselor hidroenergetice*, St. cerc. energ., **VIII**, *4* (1958).

39. D. Pavel, *Principiile și metodologia aplicată în studiul resurselor hidroenergetice*, St. cerc. energ., **IV**, *4* (1959).
40. *** *Atlasul resurselor hidroenergetice din R.P.R.* Studii de inventariere pentru bazinele Tisa superioară, Someș, Crișuri, Mureș, Timiș, Jiu, Olt, Agreș, Ialomița, Prut, Siret (lucrări pt. uz. intern). Academia R.P.R., Comit. de Stat al Apelor, Min. Energ. Electrice.
41. *** *Atlasul resurselor hidroenergetice din R.P.R.* Studiu de sinteză (lucrare pentru uz intern), Academia R.P.R., C.S.A., M.E.E.
42. *** *Atlasul resurselor termoenergetice al R.P.R.* — vol. 1—7 cărbuni (lucrare pentru uz intern), Academia R.P.R., Comit. Geologic, Min. Minelor.
43. *** *Atlasul resurselor termoenergetice al R.P.R.* vol. 8—23 petrol și gaze (lucrare pentru uz intern), Academia R.P.R., Com. Geologic, M.I.P.Ch.
44. M. Elefterescu, St. Kovacs, G. Trandafirescu, *Considerații asupra sistemelor de transport de combustibil și energie electrică*, St. cerc. energ., *2* (1963).
45. — *Aspecte ale comparării diverselor sisteme de transport de combustibil*, St. cerc. energ. seria A, *3*, (1963).
46. — *Indici comparativi ai transportului de combustibil și energie electrică*, St. cerc. energ. electr. **14**, *1* (1964).
47. Cs. Nagy, V. Caracudovici, S. Manea, *Contribuție la metodica pentru predeterminarea ritmurilor de exploatare a surselor epuizabile de energie*, St. cerc. energ. electr., *4* (1965).
48. M. Elefterescu, St. Kovacs, G. Trandafirescu, *Contributions à l'établissement de la meilleure variante pour la couverture du nécessaire d'énergie*, R.R.S.T.-Electr. et energ., **X**, *4* (1965).
49. Cs. Nagy, V. Caracudovici, *Analiza consumului specific de energie electrică în industrie*, St. cerc. energ., *1—2* (1955).
50. Cs. Nagy, V. Caracudovici, *Analiza, normarea și reducerea consumului specific de energie la fabricarea carburii de calciu*, Comunicările Academiei R.P.R. **VII**, *2* (1957).
51. Cs. Nagy, M. Elefterescu, Al. Pap. *Contribuția la studierea în ansamblu a instalațiilor pneumatice miniere*, St. cerc. energ., **VII**, *4* (1957).
52. M. Bercovici, Cs. Nagy, V. Caracudovici, N. Moldovanu, G. Panaitescu, *Rationalisation de la consommation d'énergie électrique en Roumanie*, Referat la simpozionul comisiei economice a ONU pentru Europa YAR/SYMP/D *31*, Varșovia 1962.
53. *** *Metodica analizei normării și reducerii consumului specific de energie electrică în industrie*, Monografie publicată de către MEE OPED—1956.
54. A. Dumitrescu, M. Elefterescu, St. Kovacs, *Aspecte energo-economice ale competiției dintre furnalul înalt și furnalul electric*, Metalurgia și construcția de mașini **XII**, *10*, (1960).
55. — *Contribuții la studiul dinamicii consumurilor de energie*, St. cerc. energ., *2* (1958).
56. A. Dumitrescu, Al. Pap, *Contribuții la stabilirea unei metode generale analitice pentru predeterminarea consumurilor de energie în industria extractivă a țițeiului*, St. cerc. energ., *4* (1960).
57. M. Petcu, Cs. Nagy, S. Manea, *Prognoza necesarului de putere și energie electrică*, St. cerc. energ., seria A, *3—4* (1962).
58. A. Dumitrescu, M. Elefterescu, St. Kovacs, *K. voprosu o metodah opredelenie perspectivnogo potreblenie energii*, Electricestvo, *8* (1959).
59. — *Determinarea necesarului de energie pentru planul de perspectivă, pe baza dinamicii consumurilor specifice energetice*, Energetica **VII**, *2*, (1959).
60. M. Bercovici, *Energia electrică în R.P.R.*, W.P.C. Viena 1956.
61. V. Caracudovici, E. Dorfman, *Contribution au problème de la détermination des indices de consumation spécifique dans le cas des usines à production hétèrogène*, Referat A-3-3 la a III-a conf. de energetică industrială, Varșovia 1963.
62. Cs. Nagy, V. Caracudovici, M. Elefterescu, G. Panaitescu, *Die Anwendung mehrfacher Korrelationen in der Energiebedarfsplannung der Industrieunternehmen*, Referat la a V-a conferință de energetică industrială, Varșovia (1963).
63. J. Gayraud, Cs. Nagy, E. Moldoveanu, *Prezentarea unui sistem coherent de indicatori de consum specific de energie*, Cea de-a III-a conferință de energetică industrială, Varșovia (1963).
64. N. Moldoveanu, V. Caracudovici, Cs. Nagy, J. Gayraud, *Considerațiuni asupra principiilor unui sistem rațional de indicatori de consum specific de energie*, Cea de-a III-a conferință de energetică industrială, a IV-a Conferință de energetică industrială, Berlin (1965).

65. V. Caracudovici, J. Gayraud, M. Moldoveanu, Cs. Nagy, *Contribuții la sistematizarea indicatorilor de consum specific de energie*, St. cerc. energ., seria A, *4* (1963).
66. V. Caracudovici, *Asupra treptei finale a bilanțului energetic general*, St. cerc. energ. electr., *4* (1966).
67. T. Miclescu, *Precizia prognozelor*, St. cerc. energ. *2* (1960).
68. Cs. Nagy, S. Manea, *Considerații asupra caracterului corelațiilor consumului de energie în industrie*, St. cerc. energ., seria A, *4* (1963).
69. M. Bercovici, Cs. Nagy, M. Elefterescu, *Metode de prognoză a necesităților de energie în R.P.R.*, Sesiunea Comitetului pentru Electrificarea Poloniei, decembrie (1959).
70. V. Caracudovici, Cs. Nagy, *Evoluția consumului de energie în gospodăriile casnice*, St. cerc. energ. electr., *2* (1964).
71. E. Elefterescu, St. Kovacs, Cs. Nagy, A. Dumitrescu, *Unele probleme privind întocmirea bilanțului energetic general*, St. cerc. energ. electr., **XI**, *3* (1961).
72. Cs. Nagy, M. Elefterescu, St. Kovacs, *Considerații privind principiile care stau la baza întocmirii unui bilanț energetic*, A II-a Conferința de energetică industrială, Budapesta (1961).
73. R. Răduleț, *Dezvoltarea viitoare a energeticii prin prisma cunoașterii resurselor de energie, a nevoilor posibile și bilanțului energetic de perspectivă*, Simpozionul O.N.U. Ajutorarea țărilor slab dezvoltate (1961).
74. T. Miclescu, *Considerații asupra bilanțului energetic de perspectivă*, St. cerc. energ. electr., **X**, *3* (1960).
75. T. Miclescu, Al. Pap, *Procedee de calcul pentru determinarea bilanțului energetic de perspectivă*, I. Procedee aproximative, St. cerc. energ. electr., **XII**, *3* (1962).
76. — *Procedee de calcul pentru determinarea bilanțului energetic de perspectivă*, II. Procedee exacte, St. cerc. energ. electr., **XII**, *3* (1962).
77. — *Cu privire la posibilitatea folosirii mașinilor de calcul cifrice la determinarea bilanțului energetic de perspectivă optim*, St. cerc. energ. electr., **XII**, *4* (1962).
78. T. Miclescu, Al. Pap, I. Niculescu, S. Iordache, *Aspecte ale întocmirii modelului matematic al bilanțului energetic general*, St. cerc. energ. electr., **XIV**, *3* (1964).
79. T. Miclescu, *Exprimarea regimului de consum și de producere a energiei și purtătorilor de energie în ecuațiile bilanțului energetic general*, St. cerc. energ., seria A, **XIII**, *2* (1963).
80. T. Miclescu, Al. Pap, N. Niculescu, S. Iordache, *Consumatorii echivalenți ai consumatorilor de energie în modelul matematic al bilanțului energetic general*, St. cerc. energ. electr., **XV**, *1* (1966).
81. Al. Pap, *Cuprinderea importului și exportului purtătorilor de energie și al formelor de energie în modelul matematic al bilanțului energetic general*, St. cerc. energ. electr., **XV**, *2* (1966).
82. I. Niculescu, *Tratarea consumatorilor de energie în problema optimizării bilanțului energetic general*, St. cerc. energ. electr., **XV**, *4* (1966).
83. M. Bercovici, Al. Pap, *Considerații asupra introducerii în practica de planificare a metodicii de optimizare a planului general de aprovizionare cu combustibil și energie* St. cerc. energ. electr., **XV**, *3* (1966).
84. M. Petcu, *Sistem de indici pentru descrierea curbelor de sarcină*, St. cerc. energ., **X**, *3* (1960).
85. — *Opisanie rejima nagruzki electroenergheticeskih sistem.* REE, *2* (1960).
86. — *Prognoza regimului sarcinii sistemelor electroenergetice*, St. cerc. energ., **X**, *4* (1960).
87. C. Guțu, M. Petcu, A. Soci, *Determinarea daunelor provocate de întreruperea alimentării cu energie electrică*, St. cerc. energ., **XI**, *4* (1961).
88. — *Daune provocate de întreruperea alimentării cu energie electrică la fabricarea mătăsii viscoză*, St. cerc. energ., seria A, **XII**, *1* (1962).
89. — *Daune prin întreruperea alimentării cu energie electrică la fabricarea fibrelor sintetice poliamidice*, St. cerc. energ., seria A, **XII**, *2* (1962).
90. C. Guțu, I. Iordache, A. Soci, *Consecințele economice ale întreruperilor electrice în procesele siderurgice*, St. cerc. energ., seria A, **XIII**, *2* (1963).
91. C. Guțu, M. Petcu, A. Soci, *Calculul efectelor economice provocate de întreruperile electrice la filaturile de bumbac și la finisajul țesăturilor de bumbac*, Industria textilă, **13**, *8* (1962).
92. — *Calculul efectelor economice ale întreruperilor electrice accidentale*, Energetica, **11**, *10* (1963).

93. E. Arie, C. Guțu, M. Petcu, *Incidența continuității serviciului și menținerii parametrilor energiei electrice în problema dimensionării rezervei de putere*, St. cerc. energ. seria A, **XII**, *4* (1962).
94. C. Guțu, M. Petcu, A. Soci, *Determinarea efectului economic al variațiilor de tensiune asupra consumatorilor*, St. cerc. energ., seria A, **XIII**, *4* (1963).
95. — *Evaluarea efectelor variațiilor de tensiune*, St. cerc. energ., seria A, **XIV**, *2* (1964).
96. C. Guțu, *Determinarea rezervei de putere în sisteme interconectate ideal*, St. cerc. energ., **XI**, *2* (1961).
97. A. Soci, *Influența interconexiunii sistemelor electroenergetice asupra siguranței lor de funcționare*, St. cerc. energ., seria A, **XVI**, *4* (1966).
98. M. Petcu, *Modele matematice pentru optimizarea programului de dezvoltarea a centralelor din sistemele energetice*, St. cerc. energ., seria A, **XV**. *2* (1965).
99. — *Criterii economice pentru optimizarea structurii sistemelor energetice*, St. cerc. energ., seria A, **XV**, *2* (1965).
100. A. Szmuk, A. Soci, *Perspectivele intervenției energiei nucleare în dezvoltarea energeticii în R.P.R.*, St. cerc. energ., **VIII**, *2* (1958).
101. — *Evoluția în perspectivă a indicilor economici ai centralelor clasice din R.P.R. comparativ cu ai centralelor atomo-electrice*, St. cerc. energ., **X**, *1* (1960).
102. C. Haiduc, *Problemele actuale și de perspectivă ale dezvoltării energeticii nucleare*, Progresele științei, **2**, *3* (1966).
103. — *Considerații privind determinarea tipului optim de centrală electronucleară pentru condițiile Republicii Socialiste România*, St. cerc. energ. electr., **16**, *2* (1966).
104. — *Centrale atomoelectrice combinate și eficacitatea lor termică*, St. cerc. energ., seria B, **XII**, *4* (1962).
105. — *Determinarea temperaturii optime de pre-încălzire regenerativă a apei de alimentare la centrale atomoelectrice combinate*, St. cerc. energ., seria B, **XIII**, *2* (1963).
106. — *Influența indicilor tehnico-economici asupra temperaturii optime a apei de alimentare și a numărului optim de preîncălzitori regenerativi în treapta nucleară a centralelor atomoelectrice combinate cu reactori cu apă sub presiune*, St. cerc. energ. electr., **15**, *1* (1965).
107. T. X. Маргилова, Л. С. Стериан, К. Хайдук, *Атомные электрические станции и их тепловая экономичность*, Теплоэнергетика, 6 (1964).
108. C. Haiduc, *Metoda de determinare a parametrilor optimi la centrale electronucleare combinate echipate cu reactori cu apă sub presiune*, Tehnica Nucleară, *5* (1966).
109. — *Puterea termică a reactorului fierbător cu supraîncălzire nucleară a aburului*, St. cerc. energ. electr., *3* (1966).
110. M. Marinescu, V. M. Popov, *Asupra aplicării celei de a doua metode a lui Leapunov la studiul sistemelor de reglare automată a reactoarelor nucleare*. Colocviu internațional privind Electronica nucleară, Paris (1958).
111. V. M. Popov, *Noi criterii de stabilitate pentru sistemele automate neliniare*, Colocviul internațional de teoria ecuațiilor diferențiale, București (1960).
112. — *Sur la stabilité inherente des reacteurs nucleaires*, Materialele Conferinței internaționale pentru utilizarea energiei nucleare în scopuri pașnice, Geneva (1958).
113. — *Un nou criteriu privitor la stabilitatea sistemelor conținînd reactoare nucleare*, St. cerc. energ., seria A, **XII**, *3* (1962), și în Rev. Roum. Sci. Techn., Electroenerg., Electrotechn., seria A, **VIII**, *1* (1963).
114. Dimo Paul, *O cale nouă pentru aprecierea stabilității sistemelor energetice*, St. cerc. energ., *1—2* (1955), p. 121—159.
115. — *Aplicarea metodei consumatorului unic în cercetarea stabilității dinamice*, St. cerc. energ., *4*, p. 505—536 (1956).
116. — *Separarea nodurilor cu utilizarea curenților de scurt circuit, metodă unitară pentru analiza sistemelor electroenergetice, Analizatorul grafic*, St. cerc. energ. *3* (1958) și *2* (1959).
117. — *The graphic analyser* (*L'analyseur graphique*), Raportul nr. 320 la Conférence internationale des Grands Réseaux Electriques à Haute Tension—Paris, iunie 1958.
118. — *Analiza sistemelor electroenergetice*, Ed. Tehnică, București, 1959.
119. — *Le temps de lancer d'un reseau* (application des calculateurs numériques associés à l'analyse graphique). R.G.E., decembrie 1960, **69**.
120. — *Etude de la stabilité statique et du réglage de tension*, R.G.E., noembrie 1961, **70**.
121. — *Metoda curenților de scurtcircuit*, Electricesstvo 8 (1962) p. 40 (în limba rusă).
122. — *Analiza sistemelor electroenergetice prin separarea nodurilor și cu ajutorul curenților de scurtcircuit*, Edit. Acad. 1959.

123. Dimo Paul, *L'analyse des réseaux d'énergie par la méthode nodale*, Revue générale de l'Electricité, Paris, martie 1962.
124. R. Răduleț, P. Dimo, *Teoria celor mai simple scheme complete echivalente*, St. cerc. energ., *2* (1964).
125. Dimo Paul, *Primenue uzlovovo metode vectorov tokov korotkovo zamâkania dlia graficeskovo analiza rezimov elektroenergeticeskih sistem*, Eletricestvo, *8* (1962).
126. Dimo Paul, L. Groza, C. Moraite, *Optimisation des conditions d'essais pour la détermination des paramétres du réseau*, Conférence Internationale des Grands Réseaux. CIGRE, Paris, 1962.
127. Dimo Paul, *Conceptele și procedeele analizei nodale*. St. cerc. energ., *3* (1963).
128. — *Soluția problemei pierderilor în rețelele electrice cu ajutorul echivalentului REI*, St. cerc. energ., *4* (1963).
129. Dimo Paul, G. Moraite, Huckert, *Calculul exact al curenților de scurt-circuit cu determinarea simultană a schemelor REI, imaginilor nodale și admitanțele de transfer*, Energetica, *9* (1963).
130. Dimo Paul, *Une seule structure physique pour l'étude des réseaux — L'équivalent radial (REI)*, Rev. Roum. Sci. Techn.-Electrotechn. électroénerg., *1* (1964)
131. — *Simplication of Network problems through the introduction of a new concept*, CIGRE-Paris-Rapport *318* (1964).
132. — *Die Netzberechnung nach dem Knotenpunkt Verfahren durch Abbildung des Netzes in Stratilenform*. IX. Internat. Kolloquium TH Ilmenau 1964.
133. M. Bercovici, *Calculul circulației curenților în rețelele electrice buclate cu ajutorul mașinilor de calcul-numeric*, Probleme de automatizare. Extrase din lucrările prezentate la Consfătuirea asupra mașinilor electronice de calcul, ianuarie 1960. Edit. Acad. R.P.R. București 1960, p. 57—70.
134. — *Calculul matricial al rețelelor electrice*. Bul. Inst. politehnic București, **23**, *2*, p. 147—173 (1961).
135. E. Arie, *Etude des fluctuations de la charge avec applications au calcul des fluctuations de la puissance d'échange et à la détermination expérimentale des caractèristiques dynamiques d'un système électroénergétique*, Rev. Roum. Sci. Techn., energ. Electrotechn., **VIII**, *2* (1963).
136. E. Arie, M. Pomîrleanu, *Căi de evaluare a performanțelor reglajului automat frecvență-putere în sisteme electroenergetice*, St. cerc. energ., **XV**, *2* (1965).
137. E. Arie, M. Pomîrleanu, H. Cristea, E. Comănescu, *Optimizarea reglajului automat frecvență-putere de schimb al unui sistem electroenergetic, ținînd seama de caracteristicile reale ale perturbațiilor*, St. cerc. energ. electr., **XV**, *3* (1965).
138. Dimo Paul, *Modul de considerare a sistemelor vecine pentru studiul unui sistem electroenergetic interconectat*, St. cerc. energ. electr., **XVI**, *3* (1966).
139. M. Pomîrleanu, *Construcția echivalentului cu sarcină unică utilizînd matricea admitanțelor rețelei*, St. cerc. energ. electr., **XVI**, *1* (1966).
140. E. Arie, *Racordarea unor modele matematice parțiale folosite pentru optimizarea structurii sistemelor electroenergetice*, St. cerc. energ. electr., **XVI**, *2* (1966).
141. — *Din activitatea Institutului de energetică*, St. cerc. energ., **VI** (1964).
142. — *Din activitatea Institutului de energetică*, St. cerc. energ., *3—4*, (1959).
143. G. Drăgan, *Contribuții la determinarea supratensiunii în cazul căderii trăznetului pe o linie aeriană de înaltă tensiune prevăzută cu conductoare de protecție, ținînd seama de efectul corona de impuls*, St. cerc. energ. *1*, p. 77—85 (1959).
144. — *Problema folosirii conductoarelor de protecție la liniile de medie tensiune*, St. cerc. energ. *1*, 419—435 (1958).
145. Cezar Partenie, I. S. Antoniu, *Comportarea mașinilor electrice la unda de șoc*, Monografie, Edit. Acad. R.P.R., 1957.
146. A. Avramescu, *Asupra amortizării undelor de impulsie la încercarea transformatoarelor*, St. cerc. energ. *1*, p. 145—163 (1962).
147. Dimo Paul, E. Arie, F. Manea, S. Ionescu, P. Nicolae, *Tratarea neutrului rețelelor de înaltă tensiune pentru evitarea supratensiunilor prelungite*, Edit. Acad. R.P.R., 1960.
148. I. S. Antoniu, I. Adămuț, *Contribuții la studiul determinării vitezei de propagare a unui semnal pe un lanț de cuadripoli*, St. cerc. energ. electr., *3* (1966).
149. I. Adămuț, B. Popa, *Eficacitatea tehnico-economică a mijloacelor de protecție a liniilor de 110 kV contra supratensiunilor atmosferice*, Energetica, *9*, p. 421—427 (1963).
150. B. Popa, *Erorile de măsură ale schemelor de înregistrare a supratensiunilor interne*, St. cerc. energ., *2*, p. 323—337 (1962).

151. I. ADĂMUȚ, *Analiza fenomenului de deconectare a unei linii în gol cu un întreruptător cu ulei puțin*, St. cerc. energ. electr., *1*, p. 99—113, 1964.
152. GL. DRĂGAN, *Dämpfung der Überspannungswellen in Kabeln*, Bull. Hochschule für Electrotechnik Ilmenau, R.D.G., 1960.
153. — *Die Grösse der Überspannung in den Schutzkabeln beim Eintritt der Fernleitungen in die Kraftzentrale*, Verlag die Technik, Berlin, 1960.
154. R. RĂDULEȚ, A. AVRAMESCU, *Zone de transport în problemele dimensionării filtrelor electrice*, St. cerc. energ., seria A, p. 47—83, **12**, *1* (1962).
155. I. ADĂMUȚ, M. PETCU, *Rezultate privind măsurarea curenților de conducție la izolatoare contaminate în condiții naturale*, St. cerc. energ. electr., *3*, p. 579—595, (1964).
156. R. RĂDULEȚ, A. TIMOTIN, A. ȚUGULEA, *O teorie generală a parametrilor lineici tranzitorii ai liniilor electrice lungi*, St. cerc. energ. electr., **16**, *3*, (1966).
157. V. NEDELCU, D. CREȚU, C. APETREI, *Determinarea vitezei de răspuns a excitatoarelor mașinilor sincrone*, Electrotehnica, *2*, 1957.
158. C. APETREI, *Criterii pentru aprecierea tehnico-economică a schemelor de excitație a mașinilor sincrone*, St. cerc. energ., **11**, *1* (1961).
159. C. V. BĂLĂ, *Funcționarea în asincronă a turboalternatoarelor*, Electrotehnica, **8**, *10* (1960).
160. C. V. BĂLĂ, S. GHEȚARU, *Cîmpul magnetic alternativ tangențial la mediul feromagnetic*, St. cerc. energ., **15**, *2* (1965).
161. M. BÎRGĂUANU, *Cu privire la scăpările diferențiale ale mașinilor sincrone*, St. cerc. energ., **10**, *3* (1960).
162. C. V. BĂLĂ, *Cu privire la impedanța de pendulare a mașinii sincrone*, St. cerc. energ., **11**, *3* (1961).
163. C. APETREI, *Variația indicilor tehnico-economici ai mașinii sincrone cu sistem de răcire direct*, St. cerc. energ., **9**, *4* (1959).
164. C. APETREI, ELEFTERESCU, *Modelele electrodinamice ale sistemelor electroenergetice. Modelarea generatoarelor sincrone*, St. cerc. energ., **VI**, *3*, p. 311—327 (1956).
165. C. V. BĂLĂ, *Despre posibilitatea de rezolvare analogică a problemei încălzirii polilor inductori masivi ai mașinilor sincrone*, St. cerc. energ., **14**, *1* (1964).
166. M. BÎRGĂUANU, D. CREȚU, P. OPRIȘAN, N. TĂTARU, *Modelarea analogică a motorului sincron în regimuri tranzitorii electromagnetice și dinamice*, St. cerc. energ., **15**, *1* (1965).
167. C. V. BĂLĂ, *Încălzirea indusului masiv al mașinilor de curent alternativ la pornirea în asincron*, St. cerc. energ., **15**, *3* (1965).
168. M. BÎRGĂUANU, D. CREȚU, P. OPRIȘAN, *Contribuții la studiul reanclanșării motorului sincron de antrenare a compresoarelor cu piston*, St. cerc. energ., **15**, *4* (1965).
169. C. V. BĂLĂ, M. BÎRGĂUANU, D. CREȚU, *Studiul unor regimuri speciale de funcționare ale motoarelor sincrone de mare putere*, St. cerc. energ., **12**, *3* (1962).
170. C. APETREI, *Determinarea soluției optime în proiectarea mașinilor electrice*, St. cerc. energ., **12**, *1* (1962).
171. C. BĂLĂ, *Determinarea optimului absolut tehnico-economic în proiectarea transformatoarelor de putere*, Hochschule für Electrotechnik-Ilmenau (1962).
172. I. S. GHEORGHIU, *Teoria unitară și generală a tuturor mașinilor electrice, clasice actuale, rotative*, Bul. Inst. politehnic București, 1964.
173. — *Teoria unitară a mașinilor electrice de curent alternativ*, Bul. Soc., Politehnice, iulie-septembrie 1948.
174. C. V. BĂLĂ, *Compensatorul de rezistență. Considerații teoretice și criterii de proiectare*, St. cerc. energ., **VII**, *3*, p. 463—477 (1957).
175. C. APETREI, D. CREȚU, *Modelarea excitatoarelor mașinilor sincrone*, St. cerc. energ., **VII**, *4*, p. 695—707 (1957).
176. C. V. BĂLĂ, *Modelizarea electrodinamică a mașinii asincrone trifazate*, St. cerc. energ., **IX**, *4*, p. 699—711 (1959).
177. M. BÎRGĂUANU, *Folosirea bobinajelor sinusoidale trifazate simetrice cu repartiție sinusoidală la generatoarele sincrone*, Electrotehnica, **6**, *2* (1958).
178. — *Realizarea bobinajelor trifazate simetrice cu repartiție cvasisinusoidală a conductoarelor*, Electrotehnica, **7**, *1* (1959).
179. I. S. GHEORGHIU, *Influența armonicilor curentului magnetizat asupra mersului în paralel a transformatoarelor*, Comunicare Acad. R.P.R., **VIII**, *11* (1958).
180. — *Les courants de circulation en régime sinusoïdal et non sinusoïdal dans le fonctionnement en parallèle de n transformateurs á paramètres différents*, Rev. Gen. de l'Electricité, Paris, juin 1960.

181. I. S. GHEORGHIU, *Les courants de circulation produits par les harmoniques du courant magnétisant dans les transformateurs fonctionnant en parallèle et le rôle de l'enroulement tertiaire*, Archivum Elektrotechniki, Varșovia, **XI**, (1962).
182. — *Le problème de la répartition des courants dans la marche en parallèle des transformateurs*, Bull. de l'Ec. Polytechnique de Bucarest, (1936).
183. I. S. GHEORGHIU, AL. FRANSUA, A. MORARU, *Determinarea forțelor axiale în transformatorii electrici de mare putere*, Edit. Acad. R.P.R., 1953, 158.
184. C. APETREI, C. BĂLĂ, N. STEFĂNESCU, I. BAHRIN, *Calculul forțelor axiale la autotransformatorul de reglaj*, St. cerc. energ., **13**, *2* (1963).
185. C. APETREI, C. BĂLĂ, *Experimental tests for the measurement of axial short-circuit forces in power transformers*, Rap. *12 8*, GIGRE, 1962.
186. — *Reducerea forțelor electrodinamice de scurtcircuit la transformatoarele cu înfășurări cilindrice stratificate*, St. cerc. energ., **14**, *3*, (1964).
187. C. APETREI, *Determinarea prin calcul a optimului tehnico-economic a transformatorului de putere*, St. cerc. energ. **12**, *4* (1962).
188. C. V. BĂLĂ, A. CUPȘA, *Determinarea optimului tehnico-economic absolut în proiectarea transformatoarelor de putere*, St. cerc. energ., **13**, *1* (1963).
189. D. CREȚU, M. BÎRGĂUANU, P. OPRIȘAN, *Influența variației indicilor tehnico-economici asupra soluției optime a transformatoarelor de putere*, St. cerc. energ., **13**, *1* (1963).
190. M. BÎRGĂUANU, *Factorul optim de acoperire a pasului polar la selsinuri, generatoare și motoare*, St. cerc. energ. **VIII**, *2*, p. 287—298 (1958).
191. — *O constantă de proiectare pentru selsinuri, generatoare și motoare*, St. cerc. energ., **VIII**, *3*, p. 443—450, (1958).
192. AL. FRANSUA, *Studiul unei mașini electrice de curent continuu cu caracteristica serie, fără înfășurare de excitație, folosind fluxul de reacție a indusului*, Lucrare de disertație 1955.
193. — *Criterii de proiectare prin analogie a mașinii fără înfășurare de excitație pe stator*. St. cerc. energ., **VIII**, *3*, p. 435—442 (1958).
194. R. RĂDULEȚ, A. IFRIM, *Asupra calculului cuplului motorului asincron cu rotorul în formă de pahar*, St. cerc. energ., **12**, *1* (1962).
195. A. MORARU, *Rezistența rotorului în formă de pahar*, Electrotehnica, ASIT, *5* (1957).
196. A. FRANSUA, *Considerații asupra funcționării motorului asincron cu rotor în formă de pahar*, Electrotehnica, ASIT, *5* (1959).
197. R. RĂDULEȚ, A. IFRIM, *Motorul asincron defazat cu lame rotorice neferomagnetice și cîmp învîrtitor eliptic*, St. cerc. energ., **12**, *1* (1962).
198. — *Contribuția la teoria frînelor de inducție (electromagnetice) cu disc neferomagnetic*, St. cerc. energ., **XI**, *1* (1961).
199. — *Forța de frînare a frînelor de inducție cu disc neferomagnetic, avînd partea centrală plină*, St. cerc. energ. **XII**, *4* (1962).
200. R. RĂDULEȚ, *Forțe și cuplul frînelor cu disc feromagnetic al ambreiajelor și motoarelor de inducție cu rotorul masiv și neted*, St. cerc. energ., **XIII**, *4* (1963).
201. A. MORARU, *Amplidina*, Ed. Acad. R.P.R., 1962, p. 327.
202. M. MARINESCU, P. POSTELNICU, *Les machines électroniques à inductance variable*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Electrotechn., **1**, *1*, (1956).
203. — *Autoexcitația parametrică, compusă în circuite electrice cu două grade de libertate*, Comunic. Acad. R.P.R., **1**, *7*, (1951).
204. M. MARINESCU, *Sur certains effets d'instabilité électromécanique*, C.R. Acad. Sci. Paris, t. *257*, 3578—3581, 4 dec. 1963.
205. — *Sur le principe du transfert extrémal de l'énergie, dans les systèmes électromécaniques*, C.R. Acad. Sci. Paris t. 2282—2284, 24 febr. 1964.
206. — *Funcționarea optimală a oscilomotoarelor electromagnetice*, St. cerc. energ., electr., **15**, *3*, (1965).
207. C. I. BUDEANU, *Sistemul practic general de mărimi și unități*, Edit. Acad. R.P.R., 1956.
208. R. RĂDULEȚ, *O contribuție în problema dimensiunilor mărimilor fizice*, Electrotehnica, **V**, (1958).
209. — *O generalizare a noțiunii de dimensiune a mărimilor fizice*, Bul. Inst. C.F. **II**, (1958).
210. — *Asupra mărimilor macroscopice de stare a cîmpului electric*, St. cerc. energ., **VIII**, *3*, (1958).
211. — *Mărimile macroscopice de stare a cîmpului magnetic*, St. cerc. energ., **IX**, *2*, p. 263—275 (1959).
212. — *Raționalizarea mărimilor fizice*, Standardizarea, **II** (1958).
213. R. RĂDULEȚ, A. ȚUGULEA, *Asupra regulilor de asociație a sensurilor de referință în electrotehnică*, Electrotehnica, **VI**, (1958).

214. R. RĂDULEȚ, AL. TIMOTIN, *Raționalizarea în electromagnetism și interpretările ei*, St. cerc. energ., **IX**, *3* (1959).
215. — *O fundamentare a calculului cu mărimi fizice independent de unitățile de măsură*, St. cerc. științifice : fizică și științe tehnice, **XI**, *2*, (1960) Filiala Iași a Academiei R.P.R.
216. R. RĂDULEȚ, *Speciile de mărimi electromagnetice primitive*, Standardizarea, *6* (1962).
217. D. PENESCU, *Automatica și telemecanica sistemelor energetice*, (vol. I—III) Ed. Acad. R.P.R. 1960.
218. V. M. POPOV, N. TĂTARU, M. BĂJENESCU, *Calculatorul analogic neliniar MECAN-2*, St. cerc. energ., *2* (1963).
219. N. TĂTARU, *Analiza unui sistem cu optimizare automată pe model analogic*, St. cerc. energ. electr., 1 (1967), (sub tipar).
220. V. M. POPOV, *Noi criterii de stabilitate pentru sistemele automate neliniare*, St. cerc. energ., **X**, *1* (1960).
221. — *Hiperstabilitatea sistemelor automate*, Ed. Acad. Republicii Socialiste România 1966.
222. I. CARABOGDAN, N. PĂNOIU, G. SINGER, *Criterii de apreciere energetică a combustibililor solizi*, Energetica, *7*, (1960), p. 316—320.
223. D. BUIMOVICI, *Aspecte specifice ale arderii ligniților*, St. cerc. energ., **VIII**, *2*, (1958), 195.
224. N. PĂNOIU, C. CAZACU, *Aspecte ale arderii în strat a ligniților din R.P.R.*, Energetica, *4*, p. 151—159, (1958)
225. N. PĂNOIU, I. CARABOGDAN, G. SINGER, M. SCHWARTZ, M. PETCU, *Cazanul de 10 t/h pe lignit echipat cu grătar cu împingere răsturnată*, Energetica, *10*, p. 396—402, (1961).
226. N. PĂNOIU, G. SINGER, I. CARABOGDAN, C. CRĂCIUNEANU, M. SCHWARTZ, *Entwicklungsstand in der R.V.R. der Industriekessel für die Verfeuerung niederwertiger Brennstoffe und der Industrieabfälle*, Cea de-a III-a Conferință de energetică industrială, Varșovia 1963.
227. N. PĂNOIU, I. CARABOGDAN, G. SINGER, *Caracteristicile energetice ale combustibililor solizi. Unele probleme ale arderii ligniților din R.P.R.*, Sesiunea a V-a a Societății pentru Tehnica Combustibililor R.D.R., 1959.
228. D. BUIMOVICI, *Studiul cîtorva proprietăți ale ligniților din R.P.R. și al semicocsului lor*, Edit. Acad. R.P.R., 1955.
229. I. CARABOGDAN, *Asupra temperaturilor caracteristice ale cenușilor cărbunilor din R.P.R.*, St. cerc. energ., seria B, *4*, (1963).
230. S. SOLACOLU, R. DINESCU, G. SINGER, V. BĂLAN, F. CROITORU, *Viscozitatea zgurilor de cărbune. Influența unor factori*, St. cerc. energ., seria B, **XIII**, (1963).
231. I. CARABOGDAN, C. CRĂCIUNEANU, F. CROITORU, *Măcinabilitatea cărbunilor din R.P.R.* St. cerc. energ., seria B, *1* (1963).
232. N. PĂNOIU, I. CARABOGDAN, G. SINGER, *Cercetări privind măcinarea lignitului din bazinul Schitu-Goleşti în schema de preparare a prafului cu mori ventilator*, St. cerc. energ., **XII** (1962).
233. I. CARABOGDAN, N. PĂNOIU, G. SINGER, *Forschungsarbeiten in der R.V.R. zwecks Entwicklung einer Schlagradmühle für Lignifeuerung*, Freiberger Forschungshefte, Akademie Verlag Berlin 1963.
234. N. PĂNOIU, I. CARABOGDAN, G. SINGER, *Arderea intensificată a combustibililor solizi*, Edit. tehnică 1964.
235. N. PĂNOIU, I. CARABOGDAN, G. SINGER, C. CRĂCIUNEANU, *Interdependența parametrilor geometrici și funcționali la modelarea izotermică monofazică a focarului ciclon orizontal*, St. cerc. energ. electr., **14**, *3*, (1964).
236. I. CARABOGDAN, *Timpul de ardere a particulei de combustibil solid și influența factorului geometric*, St. cerc. energ. electr., **15**, *2*, (1965).
237. I. BLUM și colab. *Studiul chimic și tehnologic al turbelor din R.P.R.*, Nota I, *Studiul caracteristicilor chimico-tehnice și al gradului de turbificare*, St. cerc. energ. electr., **VI**, *1*, *2*, 67 (1956). Nota II, *Prelucrări mecanice și procese chimico-tehnologice cu aplicația turbelor din R.P.R.*, St. Cerc. energ., **VI**, *3*, 265, (1956).
238 I. BLUM, I. SOPHIER, M. ROSENBERG, *Considerațiuni privind producția, consumul și transportul combustibililor clasici din R.P.R.*, W.P.C., Montreal 1958.
239. I. BLUM, M. MIHAIL, M. BERCOVICI, F. BELCHI, AL. BĂDĂRĂU, *Considerații privind gazeificarea sub presiune a cărbunilor cu referire la lignitii din R.P.R.*, St. cerc. energ., **XI**, *2*, 303 (1961).
240. I. BLUM, AL. BĂDĂRĂU, I. EPURE, CL. GRIGORESCU, *Studiul asupra posibilităților de reducere a conținutului de steril din lignîți prin spălare cu lichide grele*, St. cerc. energ., **VII**, *1*, 83 (1957). Nota II, *Încercări de descenușare a cărbunilor de Rovinari*, St. cerc. energ., **VII**, *3*, 423, (1957).

241. I. Blum, C. Ionescu, Gheorghiță, *Asupra elementelor de caracterizare și clasificare a cărbunilor bruni în general și a lignitilor românești în special și stabilirea nomenclaturii*, St. cerc. energ., **VII**, *1*, 65 (1957).
242. I. Blum, H. Mandel, I. Nistor, C. Panaitescu, *Noi elemente de luat în considerare la clasificarea cărbunilor*, Freiberger Forschungshafte 1959 comunicată la Congresul al XI-lea de minerit de la Freiburg 21—23 mai 1959.
243. I. Blum, Fr. Bolchin, I. Nistor, *Considerațiuni asupra unor probleme actuale de cocsificare și metode viitoare pentru prepararea cocsului*, comunicată la Congresul al XI-lea de minerit de la Freiburg 21—23 mai 1959.
244. I. Blum, Fr. Bolchin, I. Nistor, Fr. Barca, *Studiul însușirilor de cocsificare ale cărbunilor din bazinul Văii Jiului*. Studiul din lab. de la Lupeni, Uricani, Vulcan, St. cerc. energ., **IX**, *2*, 233 (1959).
245. I. Blum, I. Nistor, *Relații între procesul de cocsificare și structura fizico-chimică a huilelor*, St. cerc. energ., **XI**, *4*, 687, (1961), St. cerc. energ. **XII**, *4*, 515 (1962).
246. I. Blum, .D. Bîrcă, I. Nistor, L. Arcan, *Spectru infraroșu al cărbunilor din Valea Jiului*, St. cerc. energ., **12**, *2*, 245 (1962).
247. I. Nistor, *Noi elemente de caracterizare a unor huile românești*, St. cerc. energ., I. *Separări gravimetrice*, St. cerc. energ., **13**, *3*, 397, (1963), S. II. *Caracteristici structurale* St. cerc. energ., **13**, *4*, 551, (1963).
248. I. Blum, I. Nistor, *Cocs brichete din cărbuni neaglutinanți sau slab aglutinanți prin tratare termochimică*, I. *Cercetări în fază de laborator*, St. cerc. energ., **X**, *2*, 397, (1960), II. *Cecetări în faza pilot*, St. cerc. energ., **X**, *3*, 563, (1960). III. *Tehnologie*, St. cerc. energ., **X**, *4*, 675, (1961).
249. I. Nistor, *Cocs brichete metalurgic din cărbuni energetici*, St. cerc. energ., **15**, *4*, 951 (1965).
250. I. Blum, I. Nistor, V. Cîndea, C. Ionescu, *Desulfurarea cărbunilor neaglutinanți PALV prin fluidizare cu agent abur-aer*, St. cerc. energ., **XII**, *4*, 529, (1962). St. cerc. energ., **XIII**, *1*, 133 (1963).
251. I. Hristescu, M. Rosemberg, I. Nistor, *Reducerea conținutului de sulf din cocsul de* I. *Fază laborator* St. cerc. energ., **15**, *2*, 413, (1963).
252. V. V. Ghica, N. Lemneanu, *Unghiul de pulverizare la injectoarele cu cameră de turbionare cu întoarcere*, St. cerc. energ. electr., *2* (1966).
253. V. V. Ghia, N. Lemneanu, *Coeficientul real de debit la injectoarele cu cameră de turbionare cu întoarcere*, St. cerc. energ. electr., *3*, (1966).
254. V. V. Ghia, I. Spahiu, S. Molfetta, *Influența numărului de ajutaje tangențiale asupra coeficientului de debit și unghiul conului de pulverizare la injectoarele cu cameră de turbionare*, St. cerc. energ., — seria B — *1*, 23—35, (1962).
255. V. V. Ghia, I. Spahiu, S. Molfetta, *Influența numărului de ajutaje tangențiale asupra caracteristicilor pulverizării, la injectoare turbionare cu întoarcere*, St. cerc. energ., seria B, *2*, 287—283 (1963).
256. V. V. Ghia, S. Molfetta, *Influența aerului insuflat și a geometriei carcasei asupra unghiului de pulverizare la arzătoarele turbionare cu pulverizare mixtă*, St. cerc. energ., seria B, *3*, 345—359 (1963).
257. V. V. Ghia, L. Costea, E. Fercală, S. Tăbăcaru, *Cercetări privind influența geometriei arzătorului turbionar de combustibil lichid asupra arderii și radiației flacării*, St. cerc. energ., seria B, **XII**, *4*, 479—497, (1963).
258. V. V. Ghia, I. Spahiu, E. Fercală, *K voprosu o vlianii viaskosti jiokogt topliva gorenie i izlucenie plemeni*, Rev. Roum. Sci. Tech. — Electroénerg. — Electrotechn., seria B, *1* (1963).
259. V. V. Ghia, L. Costea, E. Fercală, S. Tăbăcaru, *Asupra arderii și radiației flacării la arzătoarele turbionare cu pulverizare mixtă*, St. cerc. energ., seria B, *1*, 187—194, (1964).
260. N. Antonescu, *Arderea cu stabilizare periferică în focare tunel*, St. cerc. energ., **XII**, seria B, *4*, 415—434 (1962).
261. — *Caracteristicile arderii în focarele tunel la folosirea stabilizatorilor elicoidali*, St. cerc. energ., **XIII**, seria B, *1*, 53—76, (1963).
262. N. Antonescu, I. Rădulescu, *Contribuții la completarea modelului procesului de stabilizare cu gaze recirculate pentru aprindere*, St. cerc. energ., **16**, *1* (1966).
263. D. Grecov, I. Iordache, E. Guțu, *Stabilitatea flăcărilor difuzive în jeturi libere de gaze combustibile*, St. cerc. energ., **16**, *2*, (1965).
264. D. Grecov, I. Iordache, *Caracteristicile de stabilitate a flăcărilor deschise în jeturi însoțite*, St. cerc. energ., **15**, *4*, (1965).
265. — Rev. Roum. Sci. Techn. — Electroénerg. — Electrotechn., **14**, *3*, (1964).

266. D. GRECOV. I. IORDACHE, *Eficiența autocarburării flăcărilor de gaze naturale din cuptoarele S. M.*, Revista Metalurgia, *8*, (1965).
267. — *La détermination de la longueur des flammes de diffusion dans le cas des jets turbulents associés*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Electroénerg. Electrotechn., *1*, (1965).
268. — *Lungimea flăcărilor difuzive deschise în jeturi în echicurent și contracurent*, St. cerc. energ. electr. **XVI**, *1* (1966).
269. N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU, *Distanța de acroșare a frontului de flacără la stabilizarea pe grile*, St. cerc. energ., **XV**, *1* (1965).
270. — *La distance d'accrochage du front de flamme à la stabilisation sur les grilles*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Electroénerg. — Electrotechn., *1* (1965).
271. — *Parametrii de curgere caracteristici grilelor de stabilizare a arderii amestecurilor combustibile*, St. cerc. energ., *1* (1967), (sub tipar).
272. D. GRECOV, I. IORDACHE, E. GUȚU, *L'étude des processus de mélange des combustibles gazeux et de l'air dans les brûleurs industriels*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Electroénerg. Electrotechn., *1* (1964).
273. I. IORDACHE, D. GRECOV, *Schimbul de masă în jeturi turbulente axial simetrice în echicurent*, St. cerc. energ., **16**, *3* (1966).
274. N. ANTONESCU, *Calculul procesului de ardere și al vitezei de ardere în focare tunel*, St. cerc. energ., **XII**, seria B, *2*, 217—225, (1963).
275. — *Unele aspecte privind calculul și îmbunătățirea funcționării focarelor tubulare*, Energetica, **XII**, *10*, 504—509, (1963).
276. N. ANTONESCU, C. ARIEȘANU, *Eficiența turbionării amestecului combustibil în mărirea vitezei de ardere a combustibililor gazoși*, St. cerc. energ., **XIV**, *1*, 123—131, (1964).
277. N. ANTONESCU, *Posibilități de generalizare a formulelor de calcul pentru viteza de ardere în curent turbulent*. St. cerc. energ., **XIV**, *3*, 705—712, (1963).
278. D. GRECOV, I. IORDACHE, Rev. Roum. Sci. Techn. — Electroenerg. Electrotechn., *4* (1965).
279. C. A. VASILESCU, P. SVORONES, V. PIMSNER, *Exploatarea rațională a gazelor naturale*, Edit. Acad. R.P.R., 1963.
280. A. C. VASILESCU, V. PIMSNER, *Studiul termodinamic al utilizării energiei sensibile conținute în gazele naturale*, Congresul catedrelor de termodinamică din R.P. Polonă, 1954.
281. V. PIMSNER, C. A. VASILESCU, *Influența unor parametri funcționali și constructivi asupra compresorului cu jet de gaze naturale*, St. cerc. energ., *3*, (1956).
282. C. A. VASILESCU, V. PIMSNER, *Experimental Study of natural gaz jet compressions for use in natural gas fields*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Electroénerg. Electrotechn., *2* (1956).
283. C. A. VASILESCU, *Coeficientul de injecție și randamentul unui compresor cu jet de gaz metan*, Comunicările Academiei R.P.R. *5* (1957).
284. C. A. VASILESCU, V. PIMSNER, *Aplicarea teoriei venei libere la un compresor cu jet lucrînd cu gaze de evacuare*, St. cerc. energ., *1* (1958).
285. V. PIMSNER, C. A. VASILESCU, S. FAUR, *Utilisation de l'énergie obtenue par la détente des gas naturels*, World Power, Conference Madrid 1960.
286. C. A. VASILESCU, V. PIMSNER, I. CSERVENY, *Vorbestimmungsversuche des Verlust Koeffizienten der Strahlverdichter mit Mischkammer unter konstantem Druck*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Electroénerg. Electrotechn., *2* (1960).
287. V. PIMSNER, I. CSERVENY, *Asupra unei metode de determinare a umidității în două faze prin încălzirea gazului umed*, St. cerc. energ., *3* (1960).
288. — *Erdgastrocknung in der R.P.R.*, Comunicare la Conferința privind problemele de uscare, Budapesta 23. IX. 1960.
289 * * * *L'utilisation des compresseurs à jet pour le transport des gas naturels dans la République Populaire Roumaine*, Comunicare la al VIII-lea Congres al Uniunii Internaționale a industriei gazului, Stockholm 28.VI.1961.
290. V. PIMSNER, *Probleme energetice ale transportului gazelor naturale și ale asigurării debitelor necesare consumatorilor industriali*. Cea de-a III-a conferință de energetică industrială, Varșovia 1963.
291. V. PIMSNER, *Influența naturii fluidului de lucru asupra caracteristicii turbinei cu gaze*, St. cerc. energ., *4* (1961).
292. V. PIMSNER și colab., *Über die Möglichkeit der komplexen energetischen Erdgasverwendung. Weltkraft*, Konferenz Beograd 1957.
293. C. ARAMĂ, C. VASILESCU, I. ȘTEFAN, *Reducerea consumului specific de combustibil prin supracomprimare și modificarea avansului la aprindere*, St. cerc. energ., *2*, 261—271, (1960).

294. C. A. Vasilescu, I. Ștefan, *Comandarea avansului la declanșarea scînteii electrice la motoarele de autovehicul în funcție de depresiune*, St. cerc. energ., seria B **13**, *1* (1963). 91—108.

295. G. Bărănescu, M. Soare, L. Teodorescu, C. A. Vasilescu, *O metodă pentru îmbunătățirea funcționării motoarelor cu aprindere prin compresiune la sarcini reduse*, St. cerc. energ., *4*, 603—622 (1959).

296. M. Năstase, *Contribuții la studiul experimental al întîrzierii la autoaprindere la motoarele cu aprindere prin comprimare. Influența turației motorului și a cantității de gaze arse din camera de ardere în condițiile motoarelor cu cameră de turbulență*, St. cerc. energ., **10**, *4*, 741—756 (1960).

297. — *Contribuții la studiul perioadei de întîrziere la autoaprindere în motoarele cu aprindere prin comprimare. Influența arhitecturii camerei separate de turbulență*, St. cerc. energ., *1*, 65—81 (1962).

298. G. Bărănescu, *Calculul proceselor de ardere*, Edit. Acad. Republicii Socialiste România, 1955.

299. — *Computation of the real cycle of interval combustion engine with an antechamber*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. — Electroénerg., *1*, 157—170 (1959).

300. G. Bărănescu, C. A. Vasilescu, *Determinarea sfîrșitului arderii la motoarele cu ardere internă*, St. cerc. energ., *2*, 271—285 (1960).

301. C. Vasilescu, V. Pimsner, *Diagramă entropică cu axe curbe pentru 1 kgr. de substanță*, St. cerc. energ. electr., **14**, *2*, 355—390 (1964).

302. C. A. Vasilescu, *Calculul evoluției de ardere la motorul cu aprindere prin scînteie cu ajutorul diagramelor termodinamice*, St. cerc. energ. electr., **15**, *1*, 153—161, (1965).

303. — *Schimbul de căldură în canalul de evacuare la motoarele cu ardere internă*, St. cerc. energ., **14**, *1*, 161—172 (1964).

304. — *Utilizarea energiei gazelor de ardere pentru a îmbunătăți răcirea cu aer a motoarelor cu ardere internă*, St. cerc. energ., seria B, 1, 77—89 (1962).

305. C. A. Vasilescu, B. Barbescu, *Îmbunătățirea performanțelor motoarelor Diesel cu antecameră prin modificarea desfășurării arderii*, St. cerc. energ., **14**, *1*, 221—226 (1964).

306. — *Controlul întîrzierii la autoaprindere în motoarele cu antecameră prin dirijarea mișcării aerului*, St. cerc. energ., **XIII**, *3*, 387—395, (1961)

307. — *Efectul gradului de supraalimentare asupra presiunii maxime în camera de ardere principală a motorului Diesel cu antecameră*, St. cerc. energ. electr., **15**, *2*, 361—370, (1965).

308. C. A. Vasilescu, V. Pimsner, *Etude du fonctionnement du moteur Diesel suralimenté à des valeurs élevées du rapport de suralimentation*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. Electroénerg. *4*, 751—775 (1965).

309. — *Supraalimentarea motoarelor Diesel*, Edit. tehnică, București, 1965, p. 444.

310. G. Bărănescu, *Determinarea legii de injecție la sistemele de alimentare prevăzute cu pompă cu refulare elastică*, St. cerc. energ., *3*, 367—379 (1958).

311. L. Teodorescu, S. Ghețaru, *Modelarea proceselor din echipamentul de injecție al motoarelor diesel pe un calculator de tip analogic*, St. cerc. energ., seria B, *2*, 423—437 (1965).

312. S. Faur, Al. Popescu, L. Teodorescu, C. A. Vasilescu, *Influența principalilor factori fizico-chimici ai motorinelor asupra tendinței de formare a calaminei*, St. cerc. energ., **XIII**, *2*, 227—245 (1963).

313. Al. Popescu, S. Faur, L. Teodorescu, *Asupra încrederii ce poate fi acordată rezultatelor măsurării grosimii depunerilor din camerele de ardere ale motoarelor cu ardere internă prin retroîmprăștierea radiației beta*, Tehnica nucleară, *2*, 91—95 (1965).

314. V. Pimsner, C. A. Vasilescu, Gh. Rădulescu, *Energetica turbomotoarelor cu gaze*, Edit. Acad. 1964.

315. V. Pimsner, C. A. Vasilescu, *Analiza termodinamică a ciclului turbomotoarelor în cadrul ipotezei gazelor perfecte*. Congresul catedrelor de termodinamică din R.P. Polonă, 1959.

316. I. Saphier, *Recuperarea pierderilor de căldură în industrie*, Edit. Acad. R.P.R., 1953.

317. V. V. Ghia, *Contribuții la evaluarea economiei de combustibil rezultată din aplicarea la cuptoare a arderii cu recirculație combinată cu preîncălzirea aerului de ardere*, St. cerc. energ., *1—2*, 23—29, (1956).

318. — *Asupra preîncălzirii aerului necesare arderii la unele cuptoare la care arderea normală poate asigura în focar temperatura necesară procesului tehnologic*, Energetica, *3* (1957).

319. V. V. GHIA, *On the generalization of the computing relations of the relative fuel savings obtainable for furnaces*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. Electroénerg., *2*, 361—370 (1961).
320. — *Recuperatoare și regeneratoare de căldură*, Edit. Tehnică, București, 1966, p. 367.
321. V. V. GHIA, L. COSTEA, *Experimental investigations on the application of evaporation cooling in furnaces*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. Electroénerg., série B, *1*, 41—55 (1962).
322. V. V. GHIA, *Economia de combustibil obținută prin recirculația gazelor de ardere, la preîncălzitoarele de aer pentru uscătorii*, Energetica, *3* (1955).
323. — *Înlăturarea suprasolicitărilor termice a recuperatoarelor folosite la cuptoare, prin utilizarea răcirii cu aer și cu gaz recirculate*, St. cerc. energ., *3—4*, (1955).
324. — *O metodă de calcul a temperaturii teoretice de ardere, în cazul arderii cu recirculație*, Energetica, *4*, (1956).
325. — *Asupra cercetărilor experimentale, efectuate pentru aplicarea arderii cu recirculație la un cuptor de încălzit*, St. cerc. energ., *2*, 171—200 (1957).
326. — *Arderea cu recirculație la care aerul necesar arderii se preîncălzește, aplicată la cuptoare*. Energetica, *6*, (1961).
327. — *Brennstoffeinspannung durch vorgewärmte Luft mit und ohne Rauchgasrückführung*, Neue Hütte — Heft, *8*, 1961.
328. — *Intensificarea transmiterii căldurii în cuptoarele cu recirculația gazelor*, St. cerc. energ., electr., *4*, 881—892, (1965).
329. N. ANTONESCU, *Regimul termic al focarelor în diferite condiții de funcționare*, Energetica, **VIII**, *9*, 396—406, (1960).
330. — *Determinarea temperaturii focarelor cu combustibili lichizi sau gazoși în diferite condiții de funcționare*, St. cerc. energ., *4*, 709—727, (1960).
331. — *Calculul caracteristicii de inerție necesară cazanelor industriale*, St. cerc. energ., **X**, *4*, 727—741, (1960).
332. — *Asupra unor procese tranzitorii ce influențează alegerea inerției cazanelor industriale*, St. cerc. energ., **XI**, *1*, 49—54, (1961).
333. — *Funcționarea cazanelor cu inerție termică mică în exploatarea industrială și energetică*, Energetica, **XII**, (1964).
334. N. ANTONESCU, C. HAIDUC, L. COSTEA, *Aspecte din cercetarea și realizarea cazanului industrial Vuia I.E. — 1 t/h.*, St. cerc. energ., **IX**, *4*, 579—592 (1959).
335. N. ANTONESCU, L. COSTEA, C. HAIDUC, *Aspecte din funcționarea cu combustibil lichid a cazanului industral Vuia IE 1 t/h.*, St. cerc. energ., **X**, *2*, 423—430, (1960).

CONTRIBUȚII ROMÂNEȘTI LA PROGNOZA NECESARULUI DE ENERGIE ȘI LA OPTIMIZAREA SOLUȚIILOR ÎN ECONOMIA ENERGETICĂ [1])

DE

ACAD. M. BERCOVICI

620.9.001.5

Se prezintă contribuțiile colectivului de economie energetică din Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România în domeniul prognozei necesarului de energie prin metode globale (extrapolarea șirurilor statistice și corelația cu indici economici sintetici) și prin metode analitice.
De asemenea se prezintă unele rezultate obținute în domeniul prognozei necesarului de putere instalată în sistem, al optimizării structurii sistemului electroenergetic și al optimizării bilanțului energetic general cu ajutorul modelelor matematice.

Cercetările întreprinse în Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România în domeniul economiei energetice s-au axat pe două direcții principale: spre adîncirea aspectelor economice care intervin în studiile energetice generale și spre cercetarea relațiilor cantitative cu ajutorul metodelor și auxiliarelor moderne de calcul.

În cele ce urmează se vor expune pe scurt cîteva dintre rezultatele obținute de cercetătorii Institutului de energetică în domeniul predeterminării consumului de energie primară, al predeterminării necesarului de putere și de energie electrică, al optimizării structurii sistemelor electroenergetice și al optimizării bilanțului energetic general.

1. CONTRIBUȚII LA PREDETERMINAREA NECESARULUI DE ENERGIE ȘI DE PUTERE

Problema predeterminării necesarului de energie a fost abordată în Institutul de energetică începînd din anul 1957, o dată cu un ansamblu de preocupări legate de îmbunătățirea metodelor de planificare în domeniul

[1]) Articol apărut în „Rev. roum. sci. tech. — électrotechn. energ." **16**, *4* (1966)

energeticii. Cercetările întreprinse s-au desfășurat pe două direcții, corespunzătoare celor două categorii principale de metode folosite în elaborarea prognozelor : metode globale și metode analitice ; ele au permis atît clarificarea unor aspecte teoretice, cît și aplicarea practică a rezultatelor în planificarea dezvoltării energetice a țării noastre.

1.1. Metode globale de prognoză

Este știut că metodele globale de prognoză în energetică au la bază analiza unor șiruri de date statistice referitoare la dezvoltarea energeticii și a economiei în general, determinarea unor legi de variație și extrapolarea acestora pentru etapele viitoare. Ele au avantajul că necesită de obicei un volum minim de date statistice și lucrări nu prea laborioase la aplicarea în practică. Bazîndu-se pe indicatori energetici și economici globali, aceste metode permit cu ușurință preevaluarea consumului de energie pentru perioade de timp mai lungi.

Dintre multiplele metode globale prin care se poate preevalua consumul de energie, în Institutul de energetică s-au cercetat în detaliu prognozele bazate pe extrapolarea seriilor de timp și prognozele bazate pe corelațiile cu indicatorii economici sintetici.

1.1.1. *Prognoza necesarului de energie prin extrapolarea seriilor de timp.* Aceste cercetări au constat în stabilirea, pe baza șirului de date statistice dintr-o perioadă de referință, a seriei de timp $W = f(t)$, în care W este necesarul anual de energie. Extrapolarea directă a acestei serii poate fi înlocuită cu calcularea variației consumului de energie prin intermediul ratei de creștere, ceea ce în unele cazuri s-a dovedit mai avantajos, obținîndu-se relația

$$W = W_0 \prod_{i=1}^{n} q_i, \qquad (1)$$

în care se scoate în evidență rata q_i a creșterii consumului de energie W în anul i (indicele zero se referă la ultimul an din seria anilor din perioada de referință cunoscută). Dacă rata de creștere a consumului de energie rămîne constantă, atunci

$$W_i = W_0 q^i . \qquad (1')$$

În general însă rata de creștere nu este constantă, ci, ca mărime aleatoare, oscilează în jurul unei valori medii, această valoare medie avînd ea însăși o ușoară tendință de variație. Din cercetările efectuate în Institutul de energetică referitoare la România și la un număr mare de țări cu nivele de dezvoltare economică diferite, a rezultat că abaterile anuale ale ratei de creștere a consumului de energie sînt destul de pronunțate, avînd în general valori mai mici la statele cu economia planificată ; de asemenea s-a observat că există o tendință generală de variație a ratei anuale de creștere a consumului de energie, caracterizată prin valori maxime în perioada incipientă de industrializare, o tendință generală de scădere pe măsura dezvoltării economiei și manifestări de stabilizare la țările cu nivel înalt de dezvoltare economică la valori cuprinse între 4 și 6% pentru

consumul de energie primară și între 5 și 8% pentru consumul de energie electrică. La țările socialiste se constată o ridicare bruscă a ratelor de creștere a consumului de energie după schimbarea relațiilor de producție (creștere care corespunde de multe ori și cu perioada de industrializare) și o stabilizare către valorile medii 6—8% pentru consumul de energie primară și 8—11% pentru consumul de energie electrică.

Cercetările metodice privitoare la condițiile de extrapolare a seriilor de timp au fost completate și cu aspectele ridicate de determinarea preciziei prognozelor [1]. Plecînd de la relațiile de forma (1), s-a arătat că intervalul confidențial δR în procente se poate obține cu o relație de forma

$$\delta R = 2\frac{10^{2\beta} - 1}{10^{2\beta} + 1} 100\%, \tag{2}$$

unde $\beta = f(\varphi_R)$, φ_R fiind funcția densității probabilității; admițînd pentru β diferite valori, s-a determinat caracteristica preciziei prognozei [2]:

$$P(R_a < R < R_b) = F(\Delta R) = f(\delta R), \tag{3}$$

edată și în figura 1.

1.1.2. *Prognoza necesarului de energie pe baza corelațiilor cu indicatorii economici sintetici.* Luînd în considerare faptul că energia intervine în toate activitățile economice și deci că consumul de energie are caracterul unui indicator economic sintetic, s-a admis ipoteza existenței unor corelații între el și ceilalți indicatori sintetici care caracterizează nivelul de dezvoltare economică, cum sînt: indicele producției globale industriale, al venitului național, al produsului social, al productivității muncii etc. Această ipoteză a fost verificată pentru un număr mare de țări și pentru un interval de 10—20 de ani, obținîndu-se coeficienți de corelație cuprinși între 0,90 și 0,99; aceste rezultate justifică posibilitatea utilizării corelațiilor și la predeterminarea necesarului de energie pentru intervale viitoare medii, pentru care, datorită planificării, se cunoaște evoluția indicatorilor economici sintetici corespunzători.

În general se consideră că o corelație este strict valabilă numai pentru intervalul pentru care a fost stabilită; admițînd însă că structura economică și tendințele ce se manifestă în intervalul de referință nu suferă schimbări radicale în intervale viitoare relativ scurte, se admite și posibilitatea extrapolării corelației, precizia valorilor astfel obținute fiind, bineînțeles, cu atît mai mică, cu cît ne depărtăm de intervalul de referință cunoscut.

Una dintre problemele mai dificile care se pun în acest domeniu este determinarea funcțiilor reprezentînd cît mai corect legătura corelativă dintre mărimile aleatorii considerate. Din cercetările efectuate a rezultat ca optimă funcții de forma

$$W = a + bX^{\alpha}, \tag{4}$$

unde W reprezintă consumul de energie, X indicatorul economic sintetic cu care se corelează, iar a, b și α coeficienți constanți. Valoarea lui α este diferită pentru diferitele categorii de corelații: astfel, de exemplu, $0 <$

$< \alpha < 1$ pentru corelațiile cu consumul de energie primară, $1 < \alpha < 2$ pentru corelațiile cu consumul de energie electrică.

Pentru corelațiile consumului de energie electrică au mai corespuns și funcții de forma

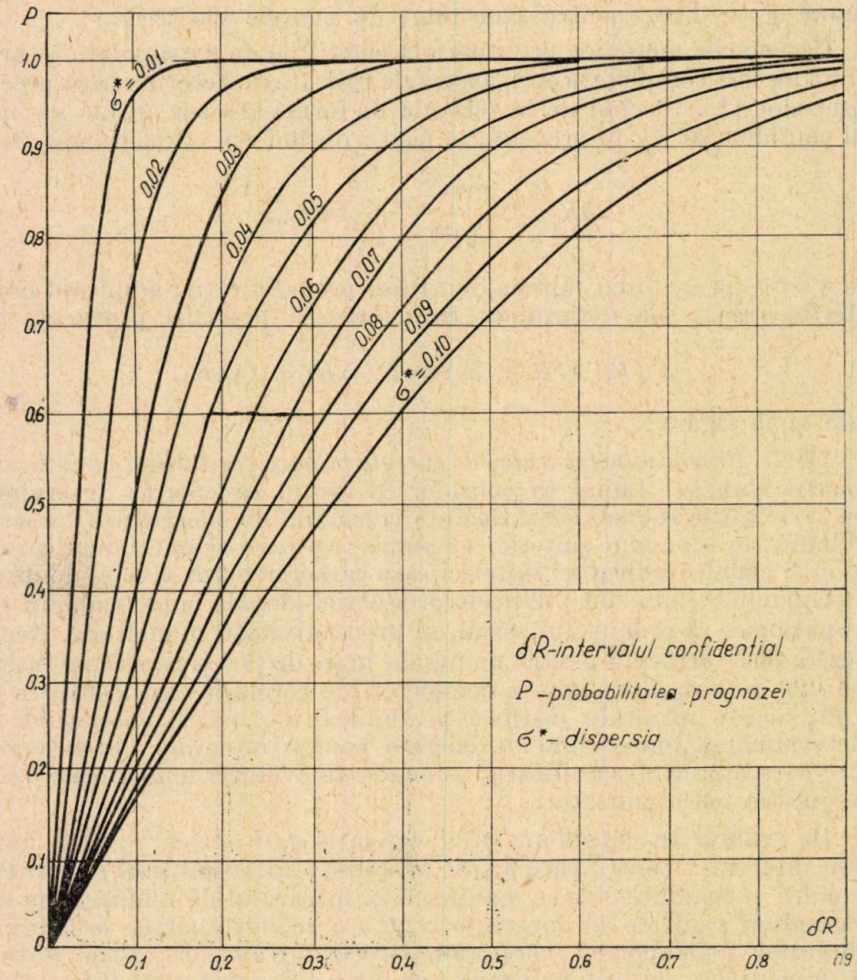


Fig. 1. — Abacă pentru calculul preciziei prognozelor bazate pe extrapolarea șirurilor de timp.

$$W = a + bX + cX^{\alpha}$$

sau (5)

$$W = (a + bX)\, c^{t}$$

în care c reprezintă o mărime constantă care oglindește tendința permanentă de electrificare a proceselor consumatoare de energie, avînd valori cuprinse între 1 și 1,05, iar t numărul anilor începînd de la anul de bază.

Este de remarcat că dacă W și X cresc exponențial ($W = q^t$ și $X = q_x^t$), atunci

$$W = q^{\frac{\lg X}{\lg q_x}} = f(X); \quad \lg W = \frac{\lg q}{\lg q_x} \lg X. \tag{6}$$

Metoda *coeficientului de elasticitate*, care se utilizează adesea pentru prognoze preliminare, reprezintă de asemenea extrapolarea unei corelații; coeficientul de elasticitate notat cu ε se poate exprima ca

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{d} \lg W}{\mathrm{d} \lg X} = \frac{\lg q}{\lg q_x} \tag{7}$$

sau

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}X} = \varepsilon \frac{W}{X}, \tag{8}$$

care permit să se facă o analiză grafică a coeficientului de elasticitate, de obicei în reprezentări dublu logaritmice.

1.2. Metode analitice de prognoză

În cadrul metodelor analitice cercetate în Institutul de energetică, prognoza consumului global de energie se face prin însumarea consumurilor de energie din diversele sectoare și ramuri ale economiei naționale, aceste consumuri fiind stabilite pe baza prognozei consumurilor specifice de energie și cunoașterii producției sectorului sau ramurii respective.

Metodele analitice conduc la rezultate mai precise decît metodele globale, precizia metodelor putînd fi mărită prin creșterea gradului de detaliere și de aprofundare al datelor inițiale. Metodele analitice își găsesc aplicare în special în țările cu economie planificată, care, prin lucrările de plan, dispun de date privind creșterea volumului producției. Ele mai prezintă în plus avantajul că, prin consumurile specifice de energie, pun la dispoziția conducerii economiei naționale anumiți indici de control caracteristici diverselor produse, ramuri sau sectoare economice.

Principiul metodei folosite constă în aceea că prognoza consumului de energie se face prin însumarea consumatorilor din diversele sectoare, ramuri și procese ale economiei naționale, acestea la rîndul lor fiind stabilite pe baza dinamicii volumului V al producției,

$$V = \varphi_1(t),$$

și a dinamicii consumurilor specifice de energie,

$$e = \varphi_2(tx_1x_2 \ldots x_n),$$

unde t reprezintă timpul, iar $x_1x_2 \ldots x_n$ alți parametri care influențează direct sau indirect evoluția consumurilor specifice.

Metoda implică deci cunoașterea dezvoltării producției sectorului, ramurii procesului economic considerat și, legat de aceasta, măsurile ce

se preconizează pentru realizarea producției planificate, respectiv procesele tehnologice, agregatele și utilajele necesare a intra în funcțiune pentru realizarea producției respective.

Într-o ramură R a sectorului S al economiei naționale a cărei activitate constă în producția a m produse caracteristice $P_1 \dots P_j \dots P_m$, în care producția V_j corespunzătoare produsului P_j se realizează prin n procese tehnologice, fiecare fiind caracterizat prin producția V_{jl} și consumul specific de energie e_{je}, consumul total de energie pentru ramura R considerată poate fi exprimat printr-o relație de forma

$$E_R = \sum_{j=1}^{m} \sum_{l=1}^{n} V_{jl} \cdot e_{je} .$$

Consumul total de energie al sectorului S va fi în acest caz

$$E_S = \sum_{R=1}^{p} E_R ,$$

în care p reprezintă numărul de ramuri din cadrul sectorului S, iar consumul total de energie pentru ansamblul economiei naționale va fi

$$E = \sum_{S=1}^{r} E_S ,$$

în care r reprezintă numărul sectoarelor economiei naționale.

De obicei metodele analitice se utilizează pentru stabilirea consumului de energie în sectoarele și în ramurile principale ale economiei naționale (care intervin cu o pondere mare în consumul total de energie), pentru prognoza consumului de energie în restul sectoarelor și ramurilor utilizîndu-se metode globale sau aproximative.

În ceea ce privește predeterminarea consumului de energie în celelalte ramuri ale economiei, s-au adîncit în Institutul de energetică cercetările în special pentru consumul gospodăriilor casnice, care, pe lîngă faptul că reprezintă o cotă destul de importantă din consumul total de energie al economiei naționale, are un caracter dispers și eterogen, ridicînd numeroase aspecte metodice interesante. În acest domeniu s-au analizat elementele principale care determină consumul de energie al gospodăriilor casnice, ca, de exemplu, suprafața locativă, numărul de persoane într-o familie, evoluția lor probabilă în viitor etc.; ponderea cu care intervin acești indici în fiecare categorie de utilizare casnică a energiei (încălzit, spălat, preparat hrană etc.); consumul specific al fiecărei utilizări și modul lui probabil de evoluție etc., ajungîndu-se la relații generale de forma

$$W = kN\left[\sum_{i=1}^{l} \sum_{j=1}^{m} k_i \, k_{ij} \, w_{ij} + \sum_{i=l+1}^{r} \sum_{j=1}^{m} k_i \, k_{ij} \, sw_{ij}^{*} \, \xi_{ij}\right],$$

unde

N reprezintă numărul de locuitori,

k — ponderea locuitorilor încadrați în gospodăriile casnice față de numărul total de locuitori,

k_i — ponderea locuitorilor care beneficiază de o anumită utilizare casnică (i),

k_{ij} — ponderea locuitorilor care beneficiază de o anumită formă de energie (j) pentru utilizarea (i),

w_{ij} — consumul specific de energie pe locuitor pentru utilizarea (i) și forma de energie (j),

w^*_{ij} — consumul specific de energie pe unitatea de suprafață a locuinței,

ξ — coeficient de reducere.

1.3. PROGNOZA NECESARULUI DE PUTERE ÎN SISTEMUL ELECTROENERGETIC

În cazul sistemului electroenergetic nu este suficient a predetermina necesarul de energie electrică la un moment dat, ci trebuie să se stabilească și necesarul de putere al cărui element determinant este puterea de vîrf (P_{c2}). Considerînd această mărime ca o variabilă aleatorie, din studiile efectuate a rezultat că pentru condițiile țării noastre puterea de vîrf se obține prin relația de forma

$$P_{c2} = 0{,}1425 \frac{q_n \ln q_n}{q_n - 1} e^*, \tag{9}$$

unde

e^* reprezintă media anuală a energiei consumate într-o zi de lucru,

q — rata de creștere a lui e^*,

n — numărul de ani.

Pe această bază se poate determina și puterea instalată în centralele sistemului electroenergetic cu relații de forma

$$P_i = K_{rez} K_{pol} K_{pcl} K_{cl2} P_{c2}, \tag{10}$$

în care K_{pol} este raportul dintre energia electrică produsă la bornele generatoarelor și energia intrată în rețea,

K_{pcl} raportul dintre energia electrică intrată în rețea și energia pentru consum intern,

K_{cl2} — raportul dintre energia intrată în rețea destinată consumului intern și energia furnizată în rețea pentru același scop,

K_{rez} — un coeficient de rezervă, ceilalți factori din relația (10) fiind coeficienți similari celor din relația (9), care se referă la raporturile puterilor corespunzătoare.

Pentru determinarea acestor coeficienți și a puterii s-au efectuat cercetări [2] referitoare la evoluția pierderilor în rețele, a consumului propriu tehnologic al centralelor, a rezervei de putere, a coeficientului de utilizare a puterii instalate, a evoluției rezervei de putere și a soldului import-export, ajungîndu-se la un sistem complet de prognoză care are în vedere și caracterul probabilistic al acestor mărimi.

Prognozele făcute cu ajutorul metodelor expuse au dat rezultate bune în aplicarea lor în planificarea practică, studiile continuîndu-se în direcția optimizării sistemelor energetice prin metodele modelării matematice.

2. OPTIMIZAREA SOLUȚIILOR ÎN ENERGETICĂ

2.1. Optimizarea programului de dezvoltare a centralelor electrice și termice

Problema optimizării dezvoltării sistemului electroenergetic face parte din problema mai generală a optimizării bilanțului energetic general de perspectivă, prin adoptarea ipotezei că resursele primare disponibile pentru producerea de energie electrică și de căldură sînt date. Demonstrînd că soluția optimă de dezvoltare a centralelor este slab influențată de restrîngerea cadrului problemei de optimizat de la întregul sistem energetic (toate instalațiile sistemului) numai la centrale, cercetările întreprinse la Institutul de energetică au urmărit elaborarea de modele matematice cu ajutorul cărora să se supună optimizării numai sub ansamblul economic constituit de centralele electrice și termice.

În vederea formulării problemei s-au stabilit principalele condiții restrictive ce trebuie reflectate în modelele matematice de optimizare a structurii centralelor electrice și termice [6]. S-a selectat un sistem cît mai restrîns de condiții, capabil să redea cu o mare probabilitate îndeplinirea implicită a tuturor celorlalte condiții-limită, în felul acesta evitîndu-se creșterea exagerată a dimensiunilor modelului matematic.

Principalele condiții restrictive ce trebuie respectate sînt :

— condiția acoperirii sarcinii de vîrf în ziua cea mai încărcată a anului pentru puterea electrică și termică,

$$\sum_{k=1}^{N_k} U_k Z_k \geqslant P\,; \quad \sum_{k=1}^{N_k} \overset{''}{U}_{ki} \left(Z_{ki} + \frac{Z_{ki}}{\tau_{ki}} \right) \leqslant W_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, N_i)\,;$$

— condiția trecerii golului de noapte,

$$\sum_{k=1}^{N_k} u_h^0 Z_k \leqslant P_0\,;$$

— condiția îndeplinirii bilanțului anual al energiei electrice,

$$\sum_{k=1}^{N_k} T_k Z_k = E\,;$$

— condiția îndeplinirii bilanțului anual al căldurii pe fiecare tip i de consum termic,

$$\sum_{k=1}^{N_k} \overset{''}{T}_{ki} \left(Z_{ki} + \frac{Z_{ki}}{\tau_{ki}} \right) = Q_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, N_i)\,;$$

— condiția nedepășirii cantităților B_j anual disponibile din resursa energetică de sortul j,

$$\sum_{k=1}^{N_k} (b_{jk} T_k + \overset{''}{b}_{jk} \overset{''}{T}_k) Z_k \leqslant B_j \qquad (j = 1, 2, \ldots, N_j)\,;$$

— condiția nedepășirii debitului orar B_h al unor resurse primare,

$$\sum_{k=1}^{N_k} (b_{jk}\, U_k + \overset{''}{b}_{jk}\, \overset{''}{U}_k)\, Z_k \leqslant B_{hj} \qquad (j = j_1, j_2, \ldots, j_r),$$

unde

Z_k reprezintă necunoscutele — capacitățile de producție ale centralelor — exprimate prin puterile lor nete disponibile,

N_k — numărul necunoscutelor, egal cu numărul variantelor de proiecte viabile de centrale concrete sau cu numărul tipurilor distincte de centrale ce pot fi luate în considerare,

U_k — coeficientul de utilizabilitate a puterii electrice disponibile în centralele de tipul k, în ziua cea mai încărcată a anului,

P — puterea netă utilizabilă necesară întregului sistem,

$\overset{''}{U}$ — coeficientul de utilizabilitate a puterii termice disponibile în ziua cea mai încărcată a anului,

W_i — puterea termică totală de vîrf necesară consumatorilor termoficabili de tipul i,

u_k^0 — coeficientul minimului tehnic,

P^0 — sarcina sistemului la golul de noapte,

E — energia electrică netă ce trebuie produsă anual,

Q — căldura necesară anual pentru consumatorii termoficabili,

T_k — durata de utilizare anuală a puterii nete electrice,

$\overset{''}{T}_k$ — durata de utilizare anuală a puterii nete termice,

b_{jk} — consumul specific de resurse primare pe kWh netă produsă în centralele electrice (inclusiv CET),

$\overset{''}{b}_{jk}$ — consumul specific de resurse primare pe Gcal netă produsă în centralele termice.

Toate relațiile restrictive de mai sus sînt de forma

$$\sum_{k=1}^{N_k} h_{mk}\, Z_k \pm \mathcal{Z}_m = g_m\,, \tag{11}$$

unde

m este numărul relației din sistemul de N_m relații scris mai sus,

g_m — mărimile energetice de bază din membrul drept,

$\mathcal{Z}_m$ — necunoscute care se introduc în inegalități pentru a le echilibra, $\pm\, \mathcal{Z}_m = h_m^*\, Z_m^*$.

Sistemul de ecuații (11) se poate scrie matriceal

$$hz = g, \tag{12}$$

unde z (vectorul necunoscutelor) și g (vectorul datelor energetice de bază) sînt vectorii-coloană :

$$z = \left|\begin{array}{c|c} \vdots & \uparrow \\ Z_k & N_k \\ \vdots & \downarrow \\ \hline \vdots & \uparrow \\ Z_m^* & N_m \\ \vdots & \downarrow \end{array}\right| \begin{array}{l} \\ \text{elemente} \\ \\ \\ \text{elemente} \\ \\ \end{array} \qquad g = \left|\begin{array}{c|c} \vdots & \uparrow \\ g_m & N_m \\ \vdots & \downarrow \end{array}\right| \tag{13}$$

iar h este matricea indicilor tehnici ai echipamentelor :

$$h = \left|\begin{array}{c|c|c} & \leftarrow N_k \rightarrow & \leftarrow N_m \rightarrow \\ \hline \vdots & \ddots & \uparrow \\ \cdots h_{mk} \cdots & h_m^* & N_m \\ \vdots & \ddots & \downarrow \end{array}\right| \tag{14}$$

Relaţia matriceală (12) exprimă toate condiţiile restrictive de ordin tehnic sau datorite regimului sarcinilor şi al resurselor primare.

Pentru determinarea structurii optime a centralelor într-un anumit an viitor se face abstracţie de evoluţia structurii înainte şi după anul considerat. Structura centralelor este reprezentată de primele N_k elemente ale vectorului z (13).

Drept criteriu de optimizare pentru determinarea structurii optime prin metoda optimului momentan s-a utilizat criteriul cheltuielilor minime actualizate [7] :

$$F = \sum_{k=1}^{N_k} F_k = \sum_{k=1}^{N_k} f_k Z_k = \text{minim}, \tag{15}$$

unde

$$f_k = i_k + N d_k , \tag{16}$$

i_k şi d_k reprezentînd investiţiile specifice şi cheltuielile directe de exploatare specifice pe unitatea de putere.

Criteriul de optimizare se mai poate scrie matriceal

$$F = fz = \text{min.}, \tag{17}$$

unde f (vectorul indicilor economici ai echipamentelor) este vectorul-linie

$$f = \left|\begin{array}{c|c} \cdots f_k \cdots & \\ \hline \leftarrow N_k \rightarrow & \leftarrow N_m \rightarrow \end{array}\right| \tag{18}$$

ale cărui prime N_k elemente (f_k) sînt cheltuielile specifice pentru perioada normată, următoarele N_m elemente fiind nule.

Problema determinării structurii optime a centralelor constă cu aceste notaţii în

$$\left.\begin{array}{ll} \text{găsirea vectorului} & z \geqslant 0, \\ \text{care face} & fz = \text{min.}, \\ \text{cu condiţia} & hz = g, \end{array}\right\} \tag{19}$$

ceea ce reprezintă formularea tipică a unei probleme de programare liniară.

Modelul matematic formulat pentru determinarea structurii optime a centralelor într-un an viitor s-a denumit prescurtat modelul *structură*. S-au mai elaborat modelele matematice denumite *extindere*, prin care se urmăreşte determinarea structurii extinderii optime a unui sistem dat pornind de la o structură cunoscută şi *program*, prin care se urmăreşte

determinarea unei succesiuni discrete de structuri a centralelor, care în ansamblu să conducă la un minim al cheltuielilor totale actualizate.

Deși modelele amintite elaborate cresc succesiv în generalitate, iar dimensiunile lor cresc o dată cu generalitatea, ele sînt de aceeași natură matematică : probleme de programare liniară, posibilitatea rezolvării lor practice depinzînd de capacitatea mașinilor electronice de calcul disponibile.

Un model matematic simplificat care permite găsirea structurii optime a centralelor electrice și termice a fost formulat concret, drept aplicație, pentru verificarea metodei propuse ; datele numerice folosite în această aplicație au fost alese în așa fel, încît să favorizeze o comparație cu situația reală a țării noastre în perioada 1975—1980.

În continuarea cercetărilor pentru alcătuirea unei teorii cît mai complete a optimizării structurii sistemelor, s-au aprofundat modelele elaborate, prin aplicarea principiilor teoriei marginale la investigarea competitivității centralelor electrice de diferite tipuri în cadrul structurii globale a sistemelor energetice [1]).

Se știe că, în aplicarea metodei simplex pentru rezolvarea unei probleme de programare liniară, o dată cu soluția optimă a problemei propuse se obține și soluția optimă a problemei duale, componentele ultimei soluții fiind numerele care apar în ultima linie a tabelului simplex, în dreptul vectorilor unitari corespunzători restricțiilor din problema primală, numele ce arată cu cît variază funcția de eficiență la o variație unitară a membrului drept al restricției respective.

Pornind de la ideea interpretării variabilelor duale ca prețuri marginale ale mărimilor ce constituie restricțiile problemei primale, s-au aplicat rezultatele obținute din rezolvarea structurii globale optime a puterilor instalate în centrale electrice la investigarea marginală a eficienței unei anumite centrale, pentru a determina dacă o centrală concretă studiată se încadrează în structura optimă a sistemului. Soluționarea problemei competitivității centralei studiate și a optimizării parametrilor săi constructivi se poate realiza numai cu ajutorul funcțiilor de producție și de cost ale acestei centrale, maximizînd o funcție în care intră toți parametrii centralei, inclusiv funcțiile de producție și de cost.

Bineînțeles, mărind amploarea modelului de optimizare a structurii centralelor din sistem, se pot obține mai multe valori ale variabilelor duale corespunzătoare condițiilor restrictive considerate. Atunci se va ajunge la o exprimare foarte fidelă a modului în care centrala studiată intervine în ansamblul producției de energie electrică.

Folosirea variabilelor duale la studierea eficienței centralelor individuale reprezintă o punte de legătură între metoda globală de optimizare a structurii de ansamblu a centralelor și metoda marginală de optimizare a fiecărei centrale în parte. Prin formularea și rezolvarea metodelor globale de optimizare a structurii puterii instalate în centrale, o dată cu proporțiile optime între diferite tipuri de centrale se pot stabili și valorile variabilelor duale, creîndu-se baza pentru aplicarea metodei marginale, cu ajutorul căreia studiile de optimizare pot pătrunde pînă la aspectele cele mai specifice fiecărei centrale în condițiile sale locale de amenajare.

---

[1]) Acad. M. Bercovici, Mihai Petcu, *Investigarea marginală a competitivității centralelor electrice de diferite tipuri în cadrul structurii globale a sistemelor energetice*, Biblioteca Institutului de energetică 1965.

2.2. Optimizarea bilanțului energetic general

Considerarea simultană a multiplelor aspecte legate de gospodărirea optimă a economiei energetice conduce la problema complexă a optimizării funcționării sistemului energetic general. Legat de această problemă, în Institutul de energetică au fost efectuate cu începere din 1959 studii privitoare la optimizarea bilanțului energetic general. Aceste studii au fost precedate de cercetări privind inventarierea resurselor termo- și hidroenergetice, analiza bilanțurilor energetice generale pentru anii trecuți, analiza lanțurilor energetice, prognoza dinamicii necesarului de energie și altele.

La aceleași cantități de energie primară posibil a fi livrate de surse și la aceleași valori ale consumului de energie utilă a consumatorilor finali într-o perioadă determinată, funcționarea sistemului energetic general se poate realiza într-un număr nelimitat de moduri, asigurîndu-se în același timp toate condițiile de natură tehnică impuse de funcționarea în condiții normale a consumatorilor și a tuturor instalațiilor sistemului.

Diferitele moduri de obținere a acelorași efecte utile la funcționarea sistemului energetic general se caracterizează prin indici economici globali diferiți (de exemplu totalul cheltuielilor anuale).

Este firesc să se caute realizarea acelui mod de funcționare a sistemului energetic general care este caracterizat prin cei mai convenabili indici economici, adică să se caute realizarea bilanțului energetic general optim.

Acest lucru privește atît planificarea curentă, atunci cînd instalațiile sistemului energetic general trebuie considerate ca existente, cît și planificarea de perspectivă, cînd efectul optim se atinge și prin alegerea caracteristicilor instalațiilor ce vor trebui construite și prin indicarea ordinii intrării lor în funcțiune.

Analiza sistemului energetic general conduce la constatarea că acesta poate fi descompus în lanțuri energetice.

În cazul unui sistem energetic general existent, trebuie luate în considerare toate lanțurile energetice real existente, iar în cazul unui sistem energetic general ce urmează a fi proiectat (cazul sistemului energetic general pentru o perspectivă îndepărtată) toate lanțurile energetice tehnic posibile.

Pentru determinarea bilanțului energetic general optim trebuie să se stabilească în prealabil modelul matematic al acestuia, în condițiile căruia să se poată optimiza funcția ce exprimă criteriul de optimizare.

Dată fiind legătura dintre sistemul energetic general și bilanțul energetic general, modelul matematic al bilanțului se întocmește studiindu-se structura sistemului energetic. Acest model se exprimă printr-un sistem de ecuații și de inecuații, exprimînd diversele condiții impuse de către resurse, de către consumatori sau prin natura unora dintre instalațiile cuprinse în lanțurile energetice.

Condițiile impuse de către resursele și consumatorii de energie considerați se transcriu matematic prin $(p + r)$ egalități de forma

$$\sum_{f=1}^{s} \sum_{g=1}^{t} \sum_{h=1}^{u} x_{defgh} = W_{de} \tag{20}$$

și $(t + u)$ relații de forma

$$\sum_{d=1}^{p} \sum_{e=1}^{r} \sum_{f=1}^{s} x_{defgh}\, b_{defgh} \leqslant R_{gh}, \tag{21}$$

în care

d, e, f, g, h reprezintă indicii care se referă la forma de energie utilă, la centrul de consum, la structura lanțului energetic, la forma de energie primară și la resursa de energie primară,

p, r, s, t, u — indici care exprimă numărul formelor de energie utilă, al centrelor de consum, al structurii lanțurilor energetice, al formelor de energie primară și, respectiv, al resurselor de energie primară,

x — fluxul energetic,

W — necesarul de consum de energie utilă al unui anumit consumator,

R — producția de energie a unei anumite resurse,

b — inversul randamentului lanțului energetic considerat.

Întrucît soluțiile care corespund la funcționările posibile ale sistemului energetic general trebuie căutate printre soluțiile nenegative ale modelului matematic, apare evidentă necesitatea condiționării

$$x_{defgh} \geqslant 0. \tag{22}$$

La grupurile de relații (20) și (21) se adaugă un grup de ecuații reprezentînd condițiile suplimentare impuse de anumite instalații și care se determină prin analiza regimului lor de funcționare. Astfel de instalații sînt, de exemplu, cele din tracțiunea feroviară, realizată cu locomotive cu abur și centralele electrice.

Atunci cînd între instalațiile energetice de-a lungul unui lanț energetic purtătorii de energie sau energia de diferite forme nu poate fi stocată în condiții economice acceptabile, trebuie să se țină seama de regimurile de funcționare ale instalațiilor între care nu pot fi făcute stocări.

În acest scop, intervalul de timp pentru care se întocmește bilanțul trebuie împărțit într-un număr de subintervale, același pentru toate instalațiile, astfel ca în fiecare subinterval toate regimurile să poată fi considerate constante.

Condiția de acoperire a necesarului de energie utilă de toate formele pentru toți consumatorii din categoria celor de mai sus (relațiile (20)) trebuie scrisă pentru fiecare subinterval. Se scrie de asemenea pentru fiecare subinterval condițiile de nedepășire a resurselor (relațiile (21)). În ipoteza că perioada de timp luată în considerare pentru întocmirea bilanțului se împarte în θ subintervale, vor rezulta $\theta \cdot (p + r)$ ecuații de tipul (20) și $\theta \cdot (t + u)$ inecuații de tipul (21).

Numărul de subintervale trebuie să fie mai mare în cazul regimurilor puternic neuniforme. Cu creșterea numărului de subintervale crește însă, evident, și numărul de relații și de necunoscute.

În categoria descrisă mai sus sînt cuprinse centralele electrice, consumatorii de energie electrică, precum și instalațiile de extracție, transport și consumatoare de gaz natural.

Modelul matematic al bilanțului energetic general reprezintă cadrul în care se poate desfășura din punct de vedere tehnic funcționarea sistemului energetic general.

Numărul nelimitat de soluții al sistemului nedeterminat (20), (21) corespunde numărului nelimitat de posibilități de funcționare ale sistemului energetic general. Determinarea bilanțului energetic general optim constă în găsirea soluției care corespunde unei funcționări optime a sistemului energetic general în baza unui anumit criteriu tehnic-economic.

Putem alege drept criteriu de optim, spre exemplu, consumul minim de energie primară pentru o perioadă de timp determinată, cheltuielile anuale minime în sectorul energetic sau eficacitatea maximă a investițiilor din sectorul energetic pentru o anumită perioadă de timp : oricare ar fi criteriul de optim ales, sistemul de condiții reprezentînd expresia matematică a bilanțului energetic general rămîne același.

Funcția de optimizat conform celor trei criterii va fi

$$F_1 = \sum_{d=1}^{p} \sum_{e=1}^{r} \sum_{f=1}^{s} \sum_{g=1}^{t} \sum_{h=1}^{u} b_{defgh}\ x_{defgh}\ , \tag{23}$$

$$F_2 = \sum_{d=1}^{p} \sum_{e=1}^{r} \sum_{f=1}^{s} \sum_{g=1}^{t} \sum_{h=1}^{u} c_{defgh}\ x_{defgh}\ , \tag{24}$$

$$F_3 = \sum_{d=1}^{p} \sum_{e=1}^{r} \sum_{f=1}^{s} \sum_{g=1}^{t} \sum_{h=1}^{u} a_{defgh}\ x_{defgh}\ , \tag{25}$$

unde indicii au semnificațiile din relațiile (20) și (21), c reprezintă cheltuielile specifice, iar a cheltuielile de calcul specifice :

$$a = c + e_n\, i, \tag{26}$$

în care

e_n este coeficientul normat al eficacității economice,

i — investițiile specifice.

Considerăm că criteriul cheltuielilor minime anuale sau de calcul, după cum este vorba de funcționarea unui sistem energetic general existent sau al unuia în perspectivă, este mai întemeiat decît cel al consumului minim de energie primară. Amintind că resursele de energie ale omenirii sînt practic inepuizabile, problema care se pune nu este de a consuma cît mai puțin din aceste resurse, ci a le consuma într-o astfel de ordine și în astfel de proporții, încît cheltuiala totală de muncă pe care o depune societatea pentru acoperirea necesarului său de energie să fie cît mai mică. Însă, întrucît valoarea energiei primare consumată intră ca o componentă în totalul cheltuielilor, minimizarea acestora implică și micșorarea consumului total de energie primară. Micșorarea consumului de energie primară provine din folosirea acelor resurse energetice pentru care o instalație prezintă cele mai bune performanțe, precum și din economia de resurse energetice care se poate realiza la transportul energiei.

În aceste condiții, bilanțul energetic general se poate optimiza din punctul de vedere al cheltuielilor anuale pe două căi : în primul rînd, prin aprovizionarea consumatorilor cu un anumit purtător sau o anumită formă de energie, astfel încît cheltuielile de transport de la sursă la consumator să fie cît mai mici, și, în al doilea rînd, prin schimbarea purtătorilor sau formelor de energie folosite de instalațiile cu posibilități de interșanjabilitate, cînd cheltuielile scad atît datorită unui transport mai convenabil,

cît și folosirii unor forme de energie ținînd seama de caracteristicile tehnice-economice respective ale fiecărei instalații.

Minimizarea funcției F în baza oricăruia dintre criterii în condițiile modelului matematic al sistemului energetic general este din punct de vedere matematic o problemă de programare.

Considerîndu-se valorile parametrilor a, b și c constante și egale cu valorile medii ale acestor parametri, se obține o problemă de programare liniară ; în acest mod se pune problema determinării bilanțului energetic general anual optim pentru un sistem energetic general existent. Dacă trebuie să se stabilească pe o anumită perioadă de timp bilanțul energetic general optim pentru un sistem energetic general în perspectivă, atunci programarea se complică prin apariția timpului ca variabilă independentă și prin faptul că mărimile a și c depind de gradul de exploatare al resurselor de energie. În acest caz problema optimizării este o problemă de programare dinamică neliniară.

Un aspect particular al optimizării funcționării sistemului energetic general existent îl constituie considerarea modelului matematic al bilanțului energetic general ca un model deschis din punctul de vedere al diferitelor surse de energie. În acest mod se poate stabili ordinea eficacității economice a dezvoltării producției resurselor de energie.

Necesitatea efectuării unui volum însemnat de calcule pentru rezolvarea problemelor de programare matematică de dimensiuni foarte mari impune ca singură cale acceptabilă din punct de vedere practic pentru realizarea bilanțului energetic general optim folosirea mașinilor electronice de calcul. Programîndu-se în cadrul lucrărilor de cercetare întreprinse de Institutul de energetică metoda simplex pentru rezolvarea problemelor de acest gen pe o mașină electronică de calcul cifrică, s-a obținut următoarea expresie pentru numărul necesar de adrese :

$$N = m \cdot n + 3m + 2n + 394, \tag{27}$$

în care

m este numărul de relații,

n — numărul de necunoscute.

În prezent, în Republica Socialistă România, metodologia pentru optimizarea bilanțului energetic general este aplicată la întocmirea planului optim de aprovizionare cu combustibil și cu energie pentru un an următor.

Primit la redacție la 14 mai 1966

BIBLIOGRAFIA

1. T. Miclescu, *Precizia prognozelor*, St. cerc. energ., **X**, *2* (1960).
2. M. Petcu, C. Nagy, S. Manea, *Prognoza necesarului de putere și energie electrică*, St. cerc. energ., **XIII**, seria A, *3*, 4 (1962).
3. C. Nagy, S. Manea, *Considerații asupra caracterului consumului de energie în industrie*, St. cerc. energ., **XIII**, seria A, *4* (1963).
4. A. Dumitrescu, M. Elefterescu, Șt. Kovács, *К вопросу о методах определения перспективного потребления энергии электричество*, *8* (1959).

5. V. Caracudovici, Cs. Nagy, *Contribuții asupra metodelor pentru predeterminarea consumului de energie în sectorul casnic*, St. cerc. energ., seria A, *2* (1963).
6. Petcu Mihai, *Modele matematice pentru optimizarea programului de dezvoltare a centralelor din sistemele energetice*, Stl cerc energ., seria A, *2*, (1965).
7. — *Criterii economice pentru optimizarea structurii sistemelor energetice*, St. cerc. energ., seria A, **XV**, *2*, (1965).
8. T. Miclescu, *Considerații asupra bilanțului energetic de perspectivă*, St. cerc. energ. electr., **X**, *3*, (1960).
9. T. Miclescu, Al. Pap, I. Niculescu, S. Iordache, *Aspecte ale întocmirii modelului matematic al bilanțului energetic general*, St. cerc. energ. electr., **XIV**, *3*, (1964).
10. M. Bercovici, Al. Pap, *Considerații asupra introducerii în practica de planificare a metodicii de optimizare a planului general de aprovizionare cu combustibil și energie*, St. cerc. energ. electr., **XVI**, *3* (1966).

CONTRIBUȚII ROMÂNEȘTI LA STUDIUL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC CVASISTAȚIONAR ÎN MEDII CONDUCTOARE [1])

DE

ACAD. REMUS RĂDULEȚ

537.322.2 : 538.541 : 537.311.6.621.3.017.2 : 621.3.017.3

În lucrare se face o sinteză a principalelor lucrări de cercetare efectuate în România privind studiul cîmpului electromagnetic cvasistaționar în conductoare masive. Sînt prezentate pe scurt rezultatele obținute în studiul efectului pelicular și de proximitate al curenților turbionari în conductoare imobile și în mișcare.
O bibliografie cuprinzînd cele mai reprezentative lucrări publicate este dată în anexă.

1. INTRODUCERE

Lucrările de determinare a cîmpului electromagnetic cvasistaționar în medii conductoare masive, cu importante implicații teoretice și consecințe practice, au început să apară începînd cu cunoscuta lucrare de la sfîrșitul secolului trecut a lui Thomson referitoare la efectul pelicular în conductorul cilindric [I. 1] și au continuat să apară în secolul nostru. Bazat pe lucrări ale lui Field [I. 2), Emde [I. 3] a studiat refularea curentului electric în înfășurările masive din crestăturile mașinilor și din transformatoarele electrice. Dwight [I. 4] a studiat efectele pelicular și de apropiere în conductoare tubulare, în general subțiri, în care se utilizează de preferință ecuația integrală a lui Manneback [I.8], Cockroft [I. 5] și Arnold [I.6], au tratat efectul pelicular în conductoarele dreptunghiulare pline și tubulare, V. A. Fock efectul pelicular net într-o spiră toroidală, iar L. R. Neiman [I. 7] curenții turbionari în medii conductoare feromagnetice.

Necesitatea verificării experimentale a rezultatelor obținute teoretic a generat metode de măsură specializate, uneori extrem de ingenioase, printre care cele imaginate de A. Kennelly [I. 10] și colaboratorii săi.

---

[1]) Articol apărut în „Rev. roum. sci. techn. — Electrotechn. Energ." **16**, *4* (1966)

Creşterea puterilor instalaţiilor electroenergetice de frecvenţă industrială şi deci şi a secţiunilor conductoarelor, ca şi utilizarea frecvenţelor tot mai înalte în radioelectronică şi telecomunicaţii, au pus cercetării noi şi variate probleme privind determinarea cîmpurilor electromagnetice în conductoare masive lineare şi nelineare, fixe sau mobile. Aceste probleme au fost atacate pe căi teoretice, experimentale sau mixte în numeroase lucrări, despre care J. T. Higgins a alcătuit în ultimul timp o bibliografie valoroasă, dar departe de a fi completă.

În multe centre de cercetare electrotehnică din lume se efectuează şi în prezent cercetări în acest domeniu de mare interes teoretic şi practic, ale căror rezultate sînt reflectate sub formă de comunicări sau de articole în paginile a numeroase reviste de specialitate. Nu există însă o monografie completă privitoare la aceste probleme în afara lucrărilor lui Dwight [I. 4] şi Kadon [I. 9], care cuprind un număr restrîns de rezultate, obţinute mai ales de autorii lor.

Cercetătorii români au abordat problemele de cîmp electromagnetic cvasistaţionar în conductoare masive în perioada dintre cele două războaie mondiale. Cercetările din acest domeniu au fost continuate în ultimele decenii mai ales la Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România şi la catedra de electrotehnică I de la Facultatea de electrotehnică a Institutului politehnic din Bucureşti. Ele au fost polarizate şi stimulate de cel ce semnează aceste rînduri, la elaborarea lor contribuind elevii şi colaboratorii săi apropiaţi, de cele mai multe ori sub îndrumarea şi conducerea sa directă. În lucrarea de faţă se prezintă rezultatele obţinute în special de acest grup de cercetători, cu referiri şi la alte contribuţii valoroase ale unor autori români.

În România s-au efectuat trei clase de cercetări privitoare la cîmpul electromagnetic în conductoare masive. Una dintre aceste clase priveşte cîmpul curenţilor electrici variabili de aducţie în conductoare masive imobile, o alta cîmpul curenţilor turbionari induşi în conductoare masive imobile, iar o a treia cîmpul curenţilor turbionari induşi în conductoare mobile.

2. CURENŢI VARIABILI DE ADUCŢIE ÎN CONDUCTOARE MASIVE IMOBILE

În majoritatea lucrărilor româneşti din această clasă se determină refularea curenţilor în regim armonic permanent de pulsaţie ω sau în regim tranzitoriu în conductoare masive lineare, izotrope şi omogene pe porţiuni, de conductivitate σ şi permeabilitate μ, în vederea determinării rezistenţei şi reactanţei lor interioare în curent alternativ şi a influenţei acestora asupra fenomenelor electromagnetice din circuitele care conţin acele conductoare.

Primele dintre acestea sînt două lucrări publicate de Remus Răduleţ în anii 1938—1939, care privesc aplatisarea frontului undelor mobile de forma iniţială a funcţiei treaptă în cursul propagării lor pe liniile electrice lungi, datorită efectului pelicular în conductoarele liniei. Folosind aproximaţiile rezistenţei în curent alternativ a conductoarelor cilindrice de rază a şi secţiune transversală A (în cazul considerat $A = \pi a^2$) la efect pelicular slab, respectiv net, se obţin în prima lucrare [5] singurele expresii

strînse cunoscute ale frontului și spatelui undelor de tensiune mobile, $u(z, t)$, care aveau în momentul inițial $t = 0$ forma amintită și înălțimea U_0 pînă la coordonata $z = 0$. Pentru front, formula este

$$u(z, t) = \frac{2U_0}{\pi} \exp\left\{-\frac{Gt}{2C}\right\}\left[C^2(h) + S^2(h)\right],$$

unde $C(h)$ și $S(h)$ sînt integralele lui Fresnel definite după N. Nielsen, iar

$$h = \sqrt{\frac{\mu c}{2\pi\sigma a^2 z}}\frac{t}{4L},$$

C, G și L fiind mărimile lineice capacitate, conductanță de izolație și inductivitate ale liniei.

În cea de-a doua lucrare [6] se abordează problema cu ajutorul calculului operațional și se obțin în mod independent rezultate despre care s-a constatat că fuseseră obținute ceva mai înainte și de către cercetătorul suedez Plejel.

Primele lucrări publicate după război au fost elaborate de Aurel Avramescu [8], [9], [10] și Emil Constantinescu [11] și privesc efectul pelicular tranzitoriu în conductoarele cilindrice.

Într-o lucrare mai nouă [20], Andrei Țugulea și Aurel Millea prezintă în vederea abordării unitare a problemelor de curenți de aducție formulări în coordonate adimensionale ale ecuațiilor lui Maxwell pentru regimul armonic al cîmpului electromagnetic cvasistaționar și ale formei în complex a teoremei energiei electromagnetice, și arată că în problemele plan-paralele e necesară, în afară de similitudinea geometrică, o condiție (adimensională) de similitudine specifică, suplimentară :

$$\nu = \frac{\mu\sigma\omega A}{2\pi} = \text{const.},$$

care asigură aceleași valori ale factorului în alternativ, adică de creștere a rezistenței în alternativ față de valoarea ei în curent continuu, pentru toate conductoarele care o satisfac. Utilizîndu-se ecuația integrală a lui Manneback și o metodă de aproximație iterativă, se deduce în lucrare următoarea expresie a factorului în alternativ al barelor drepte cu secțiune pătrată la efect pelicular care nu este net :

$$\frac{R_{ca}}{R_{cc}} = 1 + 0{,}0194\,\nu^2 - 0{,}000294\,\nu^4 + \ldots$$

Într-o lucrare ulterioară [17] Aurel Millea arată că problemele plan-paralele de curenți de aducție și curenți turbionari nu sînt în general duale, cu excepția cazului particular al conductorului cilindric circular izolat parcurs axial de curent sau situat în cîmp magnetic axial. El pune ecuația integrală a lui Manneback sub următoarea formă adimensională :

$$g(x, y) = \mathrm{j}\nu\frac{1}{A}\int_S g(x', y')\,\ln\frac{R}{R'_m}\,\mathrm{d}A' + 1,$$

în care $g(x, y)$ reprezintă densitatea relativă de curent, iar R'_m distanța medie geometrică a punctului de coordonate x', y' față de suprafața sec-

țiunii, formă care se pretează bine la rezolvarea ei numerică și pentru care autorul lucrării propune utilizarea unei metode de iterație, căutînd soluții în următoarea formă de serie :

$$g(x, y) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (\mathrm{j}\nu)^n P_n(x, y),$$

în care funcțiile $P_n(x, y)$ satisfac următoarea relație de recurență :

$$P_n(x, y) = \frac{1}{A} \int_S P_{n-1}(x', y') \ln \frac{R}{R'_m} \mathrm{d}A',$$

cu $P_0 = 1$. Calculele numerice efectuate pentru cîteva forme de secțiuni uzuale au dat rezultate mulțumitoare, reținîndu-se doar cîțiva termeni ai seriei, aproximații mai bune putîndu-se obține cu ajutorul metodei momentelor pentru rezolvarea ecuației integrale.

Remus Răduleț și Constantin Mocanu studiază în lucrări mai noi refularea netă a curentului alternativ în conductoare drepte [37], [43], [45], [46], [51], presupunînd conturul secțiunilor drepte ale conductoarelor linii de cîmp magnetic, pentru a evita necesitatea de a se rezolva atît problema interioară, care revine la integrarea unor ecuații de tip Helmholtz pentru componentele cîmpurilor, cît și problema exterioară, reductibilă la integrarea ecuației lui Laplace pentru componentele cîmpurilor. În condițiile indicate, problemele refulării se pot rezolva numai prin soluția problemei exterioare, care se obține cu ajutorul reprezentării conforme, transformîndu-se în acest scop fie semiplanul superior, fie exteriorul cercului de rază unitate, pe domeniul exterior conductorului. Cu ajutorul funcției potențiale complexe obținute în acest fel se determină componenta tangențială a cîmpului magnetic, iar cu ajutorul ei puterea aparentă complexă absorbită de conductor, utilizîndu-se expresia ei în aproximația efectului pelicular net în cazul semispațiului conductor limitat de un plan.

Dacă se notează $z = f(\zeta)$ funcția olomorfă care transformă exteriorul cercului de rază unitate $|\zeta| \geqslant 1$ pe exteriorul conturului Γ_ζ al conductorului considerat, se arată că puterea aparentă complexă $\underline{S}$ se poate calcula cu relația generală

$$\underline{S} = (1 + \mathrm{j}) \sqrt{\frac{\pi\nu}{\sigma^2 A}} \left(\frac{I}{2\pi}\right)^2 \oint_{\Gamma_\zeta} \frac{\mathrm{d}\zeta}{f'^*(\zeta)},$$

în care I e valoarea efectivă a intensității curentului din bară.

Ca prime aplicații se calculează factorul în alternativ al conductorului cu secțiune eliptică și dreptunghiulară, obținîndu-se soluțiile cunoscute ale lui M. J. O. Strutt și J. D. Cockroft. Se mai calculează factorul în alternativ k_R al unui conductor cu secțiunea în poligon regulat cu n laturi, obținîndu-se expresia originală

$$k_R = \frac{l}{4} \sqrt{\frac{\pi\nu}{A}} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n} \frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{n}\right) \cdot \Gamma\left(1 - \frac{2}{n}\right)}{\Gamma^2\left(1 + \frac{1}{n}\right) \cdot \Gamma^2\left(1 - \frac{2}{n}\right)},$$

în care l e latura poligonului, iar $\Gamma(x)$ e funcția gamma. Particularizînd această expresie pentru diferite contururi poligonale, se obțin expresiile

$$k_{Rn} = r_n \sqrt{\nu \cdot 2\pi},$$

unde r_n are valorile 0,909694 ; 0,797002 ; 0,709276 și $1/\sqrt{2} \approx 0{,}707154$ pentru secțiunile în poligoanele regulate cu $n = 3,\ 4,\ 10$ și ∞ de multe laturi, ultimul caz reprezentînd rezultatul cunoscut de la conductorul cilindric circular, pentru care se observă că factorul în alternativ diferă cu mai puțin de 1% de cel pentru decagonul regulat.

Dintre secțiunile în poligon neregulat, se studiază cazul secțiunii dreptunghiulare de formă oarecare.

Comparația arată o bună concordanță a acestor rezultate teoretice cu datele experimentale.

Se dezvoltă apoi o metodă de aproximare a fenomenelor de refulare netă a curentului de aducție în conductoare drepte cu secțiune poligonală regulată, aproximîndu-le cu diedri sau diedri trunchiați, neglijîndu-se succesiv influența prezenței muchiilor vecine asupra fenomenelor din apropiere de muchiile considerate. Se obțin astfel expresii ale factorului în alternativ pentru secțiuni în poligon convex, din care se deduc prin particularizare expresii foarte simple pentru factorul în alternativ al poligonului regulat cu n laturi, fiecare de lungime l. În aproximația prin diedri, expresia este

$$k_R = \frac{l}{4} \sqrt{\frac{\pi\nu}{A}} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n} \frac{n^2}{n^2-4}.$$

În aproximația prin diedri trunchiați se obține cu aceleași notații pentru poligonul regulat următoarea expresie a factorului în alternativ :

$$k_R = \frac{l}{4} \sqrt{\frac{\pi\nu}{A}} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n} \frac{\Gamma^2\left(1+\frac{2}{n}\right)\Gamma^2\left(1-\frac{2}{n}\right)}{\Gamma\left(2+\frac{4}{n}\right)\cdot\Gamma\left(2-\frac{4}{n}\right)}.$$

Problemele de repartiție a curentului alternativ în conductoare drepte cu secțiune discontinuă cu aplicații la contactele electrice cu simetrie plană sau axială și la prizele de pămînt au fost rezolvate de Constantin Nemoianu [49], [53], [55], prin soluționarea numai a problemei interioare, deoarece în toate aceste cazuri se cunoaște din motive de simetrie componenta tangențială a intensității cîmpului magnetic pe frontiera conductoarelor și se presupune că intensitatea curentului electric e repartizată uniform pe suprafața de discontinuitate a secțiunii, ceea ce limitează însă valabilitatea soluțiilor la frecvențe pentru care adîncimile de pătrundere nu depășesc dimensiunile liniare ale secțiunii în regiunea de discontinuitate. Ecuațiile se rezolvă prin metoda separării variabilelor, cu utilizarea funcțiilor și a valorilor proprii, specifică acestei metode.

În prima dintre lucrări (fig. 1) se determină cîmpurile și repartiția densității de curent și rezistența în alternativ R_a a regiunii de strangulare

a curentului într-un conductor plat cu secțiune discontinuă, care e dată de formula

$$R_a = R_{0a}\left(1 + A_m - \frac{X_{0a}}{R_{0a}} B_m\right),$$

unde

$$R_{0a} + \mathrm{j}\, X_{0a} = \frac{l}{2a\sigma} \cdot \gamma a \frac{\mathrm{ch}\,\gamma a}{\mathrm{sh}\,\gamma a},$$

cu $\gamma = \sqrt{\mathrm{j}\omega\mu\sigma}$ și notațiile din figura 1, A_m și B_m fiind părțile reale ale sumelor unor serii de funcții elementare de argument complex, în care intervine dimensiunea $2\,g$ a secțiunii de contact dintre bare.

În cea de-a doua lucrare se determină repartiția curentului alternativ într-un conductor cilindric circular cu secțiune discontinuă (fig. 2) și se obține pentru rezistența în alternativ a porțiunii de strictiune a curentului formula

$$R_a = R_{0a}\left[1 + A_m - \frac{X_{0a}}{R_{0a}} B_m\right],$$

unde

$$R_{0a} + \mathrm{j}\, X_{0a} = \frac{l}{\pi a^2 \sigma} \gamma a \frac{I_0(\gamma a)}{I_1(\gamma a)},$$

I_0 și I_1 fiind funcțiile Bessel modificate de prima speță și de ordinele zero și unu, iar A_m și B_m sînt părțile reale ale unor serii cu termeni complecși conținînd și funcții Bessel, în care intervine raza g a secțiunii circulare de contact dintre cele două conductoare. O formulă analogă, dar cu alți coeficienți A_m și B_m se obține în cazul contactului dintre un conductor tubular și unul cilindric (fig. 3).

Concluzia generală a acestor lucrări este că strictiunea liniilor de curent influențează creșterea rezistenței de strictiune a contactului mai puțin în regim armonic decît în regim continuu.

Rezultate similare, cu aplicație directă la prizele de pămînt de suprafață de curent alternativ, se obțin considerînd pătrunderea curentului alternativ într-un semispațiu prin intermediul unor suprafețe în formă de fișie dreptunghiulară, circulară, respectiv în coroană circulară.

Într-o lucrare elaborată împreună cu Alexandru Timotin se consideră de asemenea un contact frontal perfect, însă între plăci conductoare cu conductivități și permeabilități diferite.

Printr-o metodă de iterație originală imaginată de Al. Timotin pentru determinarea factorului în alternativ al rezistenței conductoarelor drepte [50], se dă o expresie generală a acestui factor numai în funcțiune de conductivitatea conductorului, de potențialul vector $\underline{A}_0$ și media sa $\widetilde{\underline{A}}$ pe secțiunea de arie S a conductorului și de pulsația ω și valoarea efectivă I a curentului :

$$k_a = 1 + \mathrm{Im}\left\{\omega\sigma S \frac{\underline{A}_0 - \widetilde{\underline{A}}}{I}\right\},$$

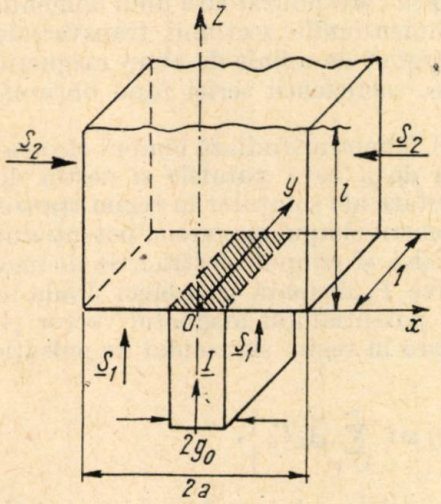


Fig. 1. — Conductor în formă de bandă cu secțiune discontinuă.

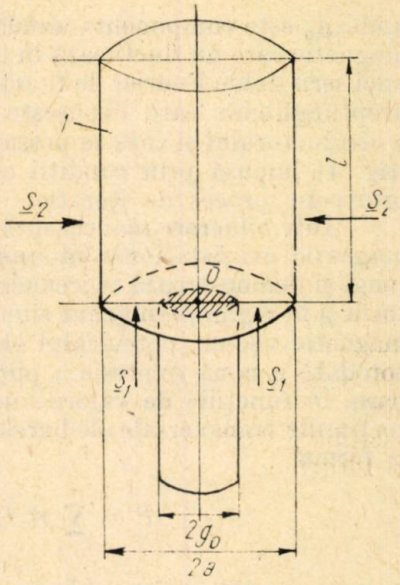


Fig. 2. — Conductor cilindric cu secțiune discontinuă parcurs axial de curent alternativ.

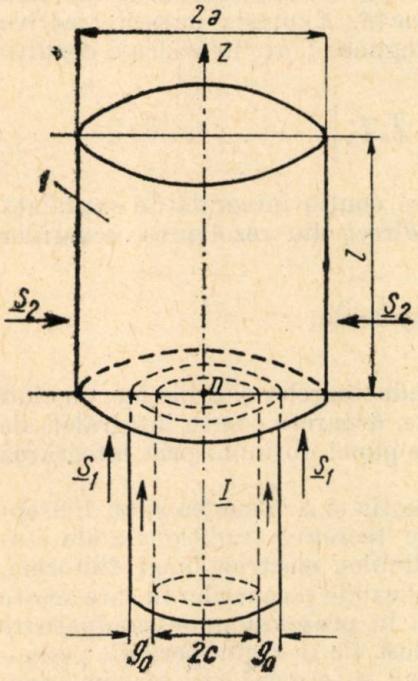


Fig. 3. — Contact frontal perfect între un conductor tubular și unul plan de secțiuni diferite.

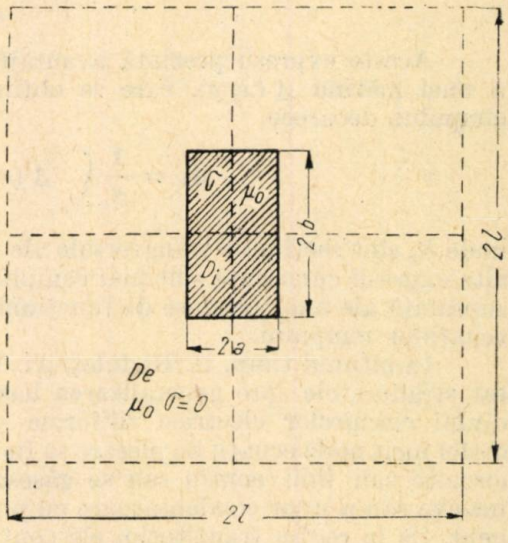


Fig. 4. — Bară dreptunghiulară parcursă de curent alternativ. Domeniul D_e e limitat de o linie de cîmp (punctată în figură).

unde $\underline{A}_0$ este componenta axială a potențialului vector pe o linie de cîmp magnetic care nu fluctuează în timp. Soluția problemei se caută sub forma unei serii duble Fourier de funcțiuni proprii corespunzătoare unui domeniu dreptunghiular care depășește mult dimensiunile secțiunii transversale a conductorului și care se presupune mărginit de o linie de cîmp magnetic (fig. 4) impusă prin condiții exterioare, coeficienții seriei fiind obținuți printr-un proces de iterație.

Într-o lucrare mai recentă [68], Al. Timotin studiază cîmpul electromagnetic cvasistaționar al unui sistem de n bare paralele și destul de lungi și demonstrează teoremele de unicitate ale soluțiilor în regim tranzitoriu și în regim permanent sinusoidal pentru cîmpul magnetic, potențialul magnetic vector, potențialul electric scalar și cîmpul electric. Se deduce totodată o nouă expresie a puterii active P, disipată prin efect Joule în bare, în funcțiile de valorile medii ale potențialului magnetic vector pe secțiunile transversale ale barelor, care are în regim sinusoidal de pulsație ω forma

$$P = \sum_{k=1}^{n} r_k^0 I_k^2 + \mathrm{Re}\left\{ \mathrm{j}\,\omega\, l \sum_{k=1}^{n} \tilde{\underline{A}}_k \underline{I}_k^* \right\},$$

în care r_k^0 sînt rezistențele în curent continuu ale barelor, $\underline{I}_k$ imaginile complexe ale curenților, I_k valorile lor efective, l lungimea sistemului de bare, $\tilde{\underline{A}}_k$ valorile medii ale expresiei în complex a potențialului magnetic vector pe secțiunile conductoarelor $n = 1, 2, \ldots, n$, asteriscul indicînd conjugata complexă a mărimii care-l poartă. Expresia puterii reactive totale Q, primită de sistemul de bare pe lungimea l, are în aceleași condiții forma

$$Q = \mathrm{Im}\left\{ \mathrm{j}\,\omega\, l \sum_{k=1}^{n} \tilde{\underline{A}}_k \underline{I}_k^* \right\}.$$

Aceste expresii prezintă avantajul că conțin integrala de suprafață a unei mărimi $\underline{A}(x, y)$, care se obține direct din rezolvarea ecuațiilor cîmpului, deoarece

$$\tilde{\underline{A}}_k = \frac{1}{S_k} \int_{S_k} \underline{A}(x, y)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y,$$

unde S_k sînt secțiunile transversale ale conductoarelor și ariile lor, pe cînd alte expresii cunoscute sînt mai complicate, deoarece conțin integralele de suprafață ale unor produse de funcțiuni de punct obținute prin integrarea ecuațiilor cîmpului.

În ultimul timp, R. Răduleț, Al. Timotin și A. Țugulea și-au îndreptat străduințele spre generalizarea bazelor teoretice tradiționale ale studiului circuitelor electrice filiforme și liniilor electrice lungi filiforme, astfel încît noile ecuații de plecare să fie aplicabile și cazurilor în care aceste circuite sau linii conțin sau se găsesc și în prezența unor conductoare masive sau a unor condensatoare cu pierderi, fie în regim periodic permanent, fie în regim tranzitoriu, ele conținînd și termeni care exprimă condițiile inițiale. Într-o lucrare publicată în acest volum [70] ei au stabilit pentru circuitele electrice o ecuație mai generală, din care cea de-a doua

teoremă a lui Kirchhoff rezultă drept caz particular. De exemplu, forma celei de-a doua teoreme a lui Kirchhoff, generalizată spre a fi aplicabilă și circuitelor care conțin conductoare masive (dar cu condensatoare ideale), este următoarea :

$$\sum_k e_k = \sum_k \left[r_k^0 i_k + \sum_s l_{ks}^0 \frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} + \sum_s \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_0^t l'_{ks}(t-\tau)\, i_s(\tau)\, \mathrm{d}\tau + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{c_k^0} \int_0^t i(\tau)\, \mathrm{d}\tau + u_k^0(t) \right],$$

sumările efectuîndu-se asupra tuturor laturilor k ale ochiului considerat și asupra tuturor laturilor s cu care laturile k sînt cuplate inductiv. În aceste ecuații, r_k^0 sînt rezistențele de curent continuu, l_{ks}^0 inductanțele exterioare, c_k^0 capacitățile condensatoarelor presupuse fără pierderi, iar $l_{ks}(t)$ inductivități tranzitorii (cu valorile inițiale $l_{ks}(0) = l_{ks}^0$).

Termenul $u_k^0(t)$ exprimă influența condițiilor inițiale și depinde și de repartiția inițială a curentului în fire. Pentru liniile electrice lungi, ei stabilesc în lucrarea [69] ecuații mai generale, din care cunoscutele ecuații ale telegrafiștilor stabilite de Thomson rezultă drept caz particular. Forma generalizată a ecuației diferențiale de ordinul întîi care exprimă relațiile tensiunilor este următoarea :

$$-\frac{\partial u}{\partial z} = r^0 i + l^0 \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t l'(t-\tau)\, i(z,\tau)\, \mathrm{d}\tau + \frac{\partial \tilde{a}^0}{\partial t},$$

iar forma generalizată a ecuațiilor telegrafiștilor este

$$\frac{\partial^2 i}{\partial z^2} = g r^0 i + (c r^0 + g l^0) \frac{\partial i}{\partial t} + c l^0 \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + g \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t l'(t-\tau)\, i(z,\tau)\, \mathrm{d}\tau +$$
$$+ c \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t l'(t-\tau)\, i(z,\tau)\, \mathrm{d}\tau + g \frac{\partial \tilde{a}^0}{\partial t} + c \frac{\partial^2 \tilde{a}^0}{\partial t^2},$$

unde termenii care depind de $\tilde{a}^0(t)$ (valoarea medie pe secțiunea conductorului a potențialului vector determinat de condiții inițiale) exprimă influența acestor condiții. Pe această bază nouă au definit apoi fără ambiguitate parametrii, respectiv parametrii lineici tranzitorii, pentru circuite, respectiv pentru linii, din care rezistențele, inductivitățile și capacitățile care interveneau în vechile teorii derivă doar în cazuri particulare și au calculat noii parametri în anumite cazuri particulare.

3. CURENȚI VARIABILI TURBIONARI INDUȘI ÎN CONDUCTOARE MASIVE IMOBILE

Curenții turbionari și cîmpul electromagnetic asociat apar în conductoarele, de regulă masive, care se găsesc într-un cîmp magnetic variabil în timp. Prin inducție electromagnetică se induc în interiorul conductoarelor curenți turbionari care modifică cîmpul magnetic inductor prin reacțiunea lor magnetică și determină dezvoltare de căldură prin efect

Joule, utilă în cazuri ca al cuptoarelor de inducție și tratamentelor termice prin curenți de înaltă frecvență, sau dăunătoare în cazuri ca al pierderilor în fierul mașinilor și transformatoarelor electrice.

În România, problemele de curenți turbionari au fost abordate de asemenea înainte de ultimul război și continuate pînă în prezent. Rezolvarea ecuațiilor cîmpului, aceleași ca în cazul curenților de aducțiune, în vederea determinării repartiției densității curenților turbionari în vederea calculului puterii disipate prin ei a fost urmărită în principal pentru două grupuri de probleme : ale cuptoarelor de inducție fără fier și ale ecranelor electromagnetice de curenți tari pentru instalațiile electroenergetice.

Randamentul-limită maxim al cuptoarelor de inducție fără miez feromagnetic fiind cu atît mai mic cu cît conductivitatea șarjei e mai mare, pentru a mări artificial randamentul cuptoarelor pentru astfel de șarje s-a propus acum mai bine de trei decenii să se îmbrace interiorul creuzetului șarjei cuptorului cu un strat de conductivitate mai mică, în care să se dezvolte în principal căldura prin efectul Joule al curenților induși de bobina primară, de unde să fie cedată apoi prin conducție șarjei. R. Rădulet a studiat creșterea randamentului cuptorului în funcție de constantele de material ale șarjei și a căptușelii de conductivitate mai mică a creuzetului, ca și în funcțiune de grosimea căptușelii, într-o lucrare [1] care cuprinde atît aproximarea printr-un model plan a cuptorului, cît și pentru cazul cuptorului cilindric, pe baza unui model infinit înalt al cuptorului, deoarece aceste aproximații nu afectează sensibil creșterea de randament, îmbrăcămintea de conductivitate mică fiind relativ subțire. S-a stabilit că pentru a se obține o sporire sensibilă a randamentului acestor cuptoare față de cazul în care căptușeala creuzetului ar lipsi trebuie ca conductivitatea electrică a căptușelii să fie sensibil mai mică decît a șarjei, grosimea căptușelii să fie cel puțin de ordinul de mărime al adîncimii de pătrundere a cîmpului electromagnetic cvasistaționar în ea, iar frecvența de alimentare a cuptorului să fie sensibil mai înaltă decît valoarea ei pentru care s-ar obține practic randamentul-limită în șarja propriu-zisă. S-a determinat prin calcul și creșterea corespunzătoare a randamentului.

În lucrările [1]—[3] publicate în anii 1930—1937, R. Rădulet a rezolvat problema calculului rezistenței și reactanței echivalente a șarjei formate dintr-un singur material a cuptoarelor de inducție fără fier, ținînd seama de înălțimea lor finită, și a elaborat pe această bază o metodică de proiectare a lor. Expresiile acestor doi parametri se calculau pînă atunci prin integrarea ecuațiilor lui Maxwell în ipoteza că bobina inductoare și șarja cilindrică a cuptorului ar fi infinit lungi și aproximînd fenomenele din cuptoarele scurte prin cele dintr-o porțiune egal de scurtă din cuptorul infinit lung, însă acest calcul dădea valori mult prea mici ale rezistenței și reactanței interioare echivalente a șarjei, în special dacă se opera cu valoarea medie reală a intensității cîmpului magnetic al bobinei inductoare a cuptorului. Autorul a pus deci problema determinării expresiilor unor *factori de formă*, adică depinzînd numai de raportul dintre diametrul și înălțimea șarjei și care, înmulțiți cu valorile celor doi parametri calculate prin teoria cuptorului infinit lung, să dea valorile pe care le au de fapt acești parametri. Problema a fost rezolvată în anul 1930 pentru efect pelicular net, singurul în care factorii de formă nu depind și de constante de material, aproximînd fenomenele din cuptorul cu simetrie

axială prin fenomenele dintr-un model plan-paralel al lui pentru care autorul a ales adîncimea egală cu diametrul șarjei și a folosit reprezentarea conformă pentru determinarea cîmpului magnetic din mediul izolant dintre bobina primară și șarjă. Date fiind condițiile diferite de pe suprafețele de bază ale șarjei în cuptorul real și în modelul plan-paralel, el a considerat în calcul numai afluxul de putere prin fețele laterale ale modelului. Prin experiențe făcute pe un cuptor de laborator a verificat aceste expresii cu o precizie suficientă pentru nevoile proiectării cuptoarelor, pentru șarje de forme și materiale diferite.

În 1937 a dat o a doua soluție aceleiași probleme, aproximînd fenomenele din șarjă prin cele dintr-un elipsoid de rotație cu axa de simetrie în axa de simetrie a șarjei și cu raportul dintre semiaxele de simetrie și transversală a elipsoidului egal cu raportul dintre semiînălțimea și raza șarjei. A obținut astfel pentru factorii de formă expresii explicite, apropiate de cele din prima lucrare și cu valori mai apropiate decît acestea de valorile determinate experimental.

Cum valorile din vechea lucrare coincideau cu cele măsurate pentru șarje cilindrice de o anumită formă și erau mai mici decît acestea pentru șarjele mai scurte și mai mari decît ele pentru șarjele mai lungi, problema modelului plan-paralel a fost reluată anii trecuți [34], [38], micșorînd în așa fel adîncimea modelului plan, încît să se refuleze peste unitatea de lungime de muchie a lui același flux magnetic ca și peste unitatea de lungime de muchie a șarjei reale. Calculînd acum cu întregul aflux de putere, prin fețele laterale și frontale ale modelului, s-au obținut valori ale factorilor de formă mai apropiate de cele reale și de cele calculate pe baza modelului elipsoidal al șarjei. Calculul a fost efectuat recent [44], [47] și cu evitarea unei aproximații ce fusese folosită în reprezentarea conformă, fără însă ca această operație să mai fi modificat sensibil valorile factorului de formă al rezistenței și reactanței echivalente a șarjei cuptorului.

În ultimii ani, R. Rădulet a reluat, în colaborare cu C. Mocanu, și modelul elipsoidal al șarjei, pentru a obține o soluție nu numai pentru cazul refulării nete, ci și pentru cel al refulării difuze a curenților turbionari, care prezintă interes pentru prinderea unor fineți din comportarea cuptoarelor. Soluția publicată acum cîțiva ani [48], [52] își așteaptă încă valorificarea numerică folosind un calculator electronic de tipul numeric, pentru tabelarea factorilor de formă și trasarea unor curbe, în funcție de un parametru care conține frecvența curenților, conductivitatea și permeabilitatea magnetică a șarjei.

Prin aceste lucrări urmărite de peste trei decenii, completate și cu o lucrare privitoare la reactanțele de scăpări ale unor cuptoare de inducție cu miez feromagnetic, s-au obținut soluții tot mai bune ale problemelor dificile ale cuptoarelor de inducție, care reprezintă cele mai precise expresii ale parametrilor necesari pentru proiectarea acestor cuptoare.

Problemele privitoare la ecranele electromagnetice au fost abordate în ultimii ani cu referire specială la ecranele de curenți tari, utilizate în instalațiile electroenergetice cu unități generatoare de mare putere, pentru ecranarea barelor de legătură dintre generatoare și transformatoare, în care intensitățile curenților care trec sînt de ordinul zecilor de kiloamperi pentru unitățile electrogene de peste 200 MVA și produc în jur cîmpuri magnetice variabile intense, însoțite de pierderi suplimentare mari în

instalațiile metalice din apropiere. Prin curenții turbionari care se induc în ele, aceste ecrane metalice comune sau individuale ale barelor ecranează instalațiile din apropiere; ele măresc în același timp siguranța contra scurtcircuitelor între bare și asigură o stabilitate electrodinamică sporită a barelor în caz de scurtcircuit. Studiul comportării barelor ecranate urmărește determinarea pierderilor în ecrane, a efectului de ecranare și a

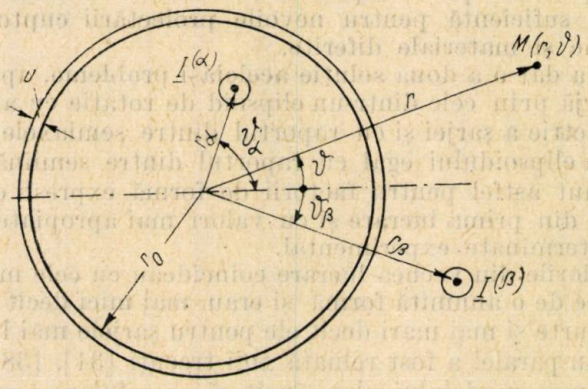


Fig. 5. — Ecran electromagnetic cilindric subțire cu conductoare în interior și exterior.

pierderilor în piesele metalice din jur, a pierderilor în bare în prezența ecranelor, a stabilității electrodinamice și termice a sistemului de bare ecranate, ca și predeterminarea regimului termic permanent al acestor bare, în vederea asigurării unei proiectări și construiri judicioase a lor.

Într-o lucrare referitoare la această problemă, A. Țugulea studiază cîmpul electromagnetic cvasistaționar al unor conductoare filiforme rectilinii parcurse de curenți alternativi, în prezența unui ecran electromagnetic cilindric circular de grosime oarecare, firele fiind presupuse situate fie, în interiorul, fie în exteriorul ecranului (fig. 5), și se calculează cîmpurile, coeficientul de ecranare, pierderile în ecran și forțele electrodinamice [39] [40]. Problema e soluționată utilizîndu-se metoda separării variabilelor pentru integrarea ecuațiilor lui Helmholtz și Laplace, pentru componenta axială a potențialului vector în interiorul, respectiv în exteriorul ecranului. Pentru un ecran electromagnetic subțire, de rază r_0 și de conductivitate superficială $\sigma_s = \sigma \cdot d$, unde d este grosimea ecranului și σ conductivitatea materialului, în interiorul ecranului existînd N_i conductoare parcurse de curenții $\underline{I}^{(\alpha)}$ ($\alpha = 1, 2, \ldots, N_i$), iar în exteriorul lui existînd N_e conductoare parcurse de curenții $\underline{I}^{(\beta)}$ ($\beta = 1, 2, \ldots, N_e$), expresia dedusă pentru puterea disipată în ecran este

$$P = \frac{\pi l r_0}{\sigma_s} \sum_{n=1}^{\infty} \{|a_n|^2 + |b_n|^2\},$$

unde a_n și b_n sînt coeficienții dezvoltării în serie Fourier a densității superficiale de curent în ecran,

$$\underline{J}_s(\vartheta) = \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos n\vartheta + b_n \sin n\vartheta],$$

și au următoarele expresii :

$$a_n = -\frac{j\omega\sigma_s\mu_0\left[\sum_{\alpha=1}^{N_i}\underline{I}^{(\alpha)}\left(\frac{r_\alpha}{r_0}\right)^n\cos n\,\vartheta_\alpha+\sum_{\beta=1}^{N_e}\underline{I}^{(\beta)}\left(\frac{r_0}{r_\beta}\right)^n\cos n\,\vartheta_\beta\right]}{2\pi n\left[1+\frac{j\omega\sigma_s\mu_0 r_0}{2n}\right]},$$

$$b_n = -\frac{j\omega\sigma_s\mu_0\left[\sum_{\alpha=1}^{N_i}\underline{I}^{(\alpha)}\left(\frac{r_\alpha}{r_0}\right)^n\sin n\,\vartheta_\alpha+\sum_{\beta=1}^{N_e}\underline{I}^{(\beta)}\left(\frac{r_0}{r_\beta}\right)^n\sin n\,\vartheta_\beta\right]}{2\pi n\left[1+\frac{j\omega\sigma_s\mu_0 r_0}{2n}\right]}.$$

Aplicînd aceste formule cazului unui singur fir în prezența ecranului în exterior, se obține

$$P=\frac{lI^2}{\pi\sigma d r_0}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{r_0}{r_\beta}\right)^{2n}\frac{\frac{1}{n^2}\left(\frac{r_0 d}{\delta^2}\right)^2}{1+\frac{1}{n^2}\left(\frac{r_0 d}{\delta^2}\right)^2},$$

δ fiind adîncimea echivalentă de pătrundere, iar pentru un fir în interiorul ecranului, o expresie care se obține din cea precedentă, substituind în aceasta raportul $\frac{r_0}{r_\beta}$ cu raportul $\frac{r_\alpha}{r_0}$, fapt care arată că două fire, unul fiind imaginea celuilalt în raport cu ecranul dacă acesta ar fi perfect conductor, produc fiecare aceleași pierderi în ecran.

Aplicînd formulele generale unui sistem trifazat de curenți trecînd prin fire așezate în același plan (fig. 6), se obține pentru pierderile în ecran [56] expresia

$$P=\frac{lI^2}{\pi\sigma r_0 d}\sum_{n=1}^{\infty}[2-(-1)^n]\left(\frac{b}{r_0}\right)^{2n}\frac{\left(\frac{\xi}{n}\right)^2}{1+\left(\frac{\xi}{n}\right)^2},$$

în care $\xi=\frac{r_0 d}{\delta^2}$.

Pentru un sistem trifazat de conductoare așezat într-un ecran și situate în vîrfurile unui triunghi echilateral [fig. 7], se obține

$$P=\frac{9}{2\pi}\frac{lI^2}{\sigma r_0 d}\left[\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{\xi}{3m+1}\right)^2}{1+\left(\frac{\xi}{3m+1}\right)^2}\left(\frac{c}{r_0}\right)^{6m+2}+\right.$$

$$\left.+\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\left(\frac{\xi}{3m-1}\right)^2}{1+\left(\frac{\xi}{3m-1}\right)^2}\left(\frac{c}{r_0}\right)^{6m-2}\right],$$

în care ξ are aceeași semnificație ca mai sus.

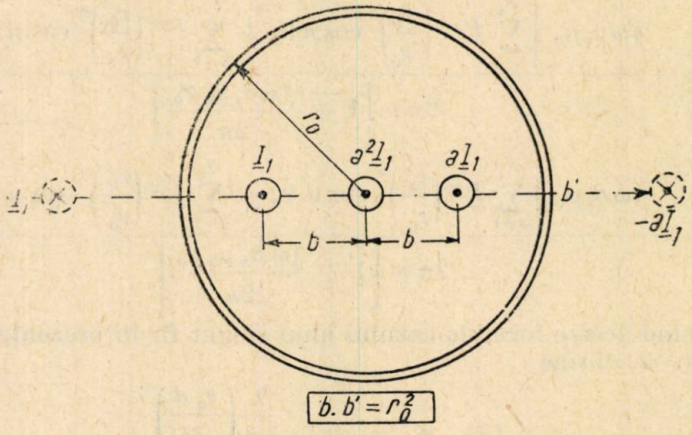


Fig. 6. — Sistem trifazat de conductoare aşezat în acelaşi plan în interiorul unui ecran electromagnetic circular.

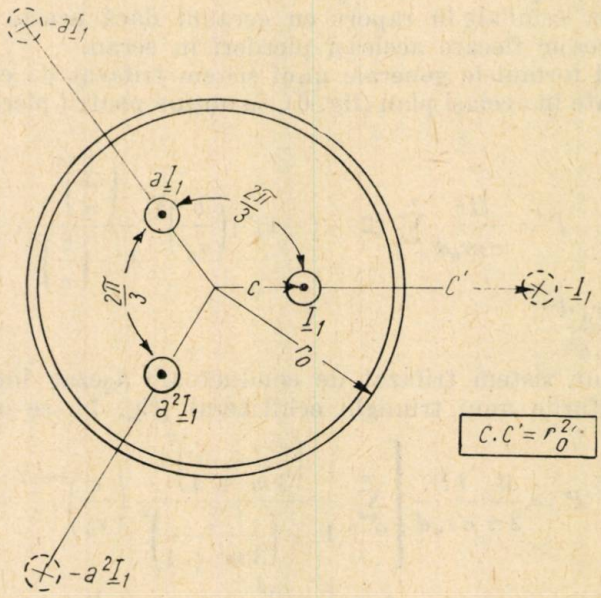


Fig. 7. — Sistem trifazat de conductoare aşezat în vîrfurile unui triunghi echilateral în interiorul unui ecran electromagnetic circular.

Aceste relații, obținute drept cazuri particulare din soluția generală a problemei, coincid cu cele obținute de Dwight cu ajutorul ecuației integrale a lui Manneback, care nu rezolva însă și problema de cîmp. Pentru cazul conductivității infinite ($\sigma_s \to \infty$) se obțin de aici relații foarte simple pentru calculul pierderilor.

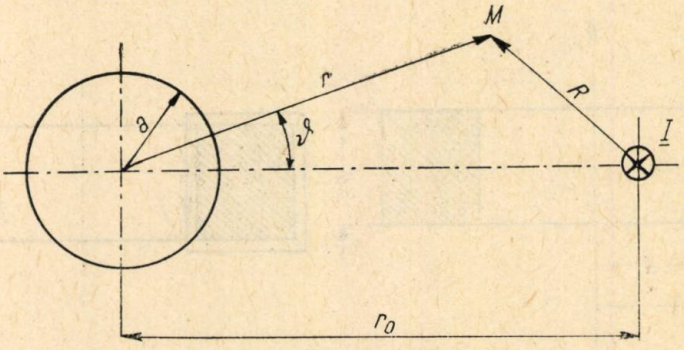


Fig. 8. — Un fir parcurs de curent alternativ paralel cu un cilindru conductor masiv.

Ca un caz particular al problemelor rezolvate rezultă soluția pentru efectul de proximitate dintre un fir parcurs de curent alternativ și un cilindru conductor plin (fig. 8) [41], [42], caz în care afluxul de putere aparentă prin suprafața laterală a cilindrului are expresia

$$P_a = \frac{\alpha}{\sigma}(1 - \mathrm{j})\frac{lI^2}{\pi a}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a}{r_0}\right)^{2n}\frac{J_n(\gamma a)}{J_{n-1}(\gamma a)}\left[1 - \frac{n}{\gamma^* a}\frac{J_n(\gamma_a^*)}{J_{n-1}(\gamma_a^*)}\right],$$

cu notația

$$\alpha = \frac{1}{\delta} = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}},$$

l fiind lungimea cilindrului conductor, iar a raza lui, r_0 distanța dintre fir și centrul cilindrului, iar $J_n(\gamma a)$ funcțiile Bessel de speța întîi și ordinul n.

Ecranul eliptic subțire în prezența unor conductoare parcurse de curenți alternativi se studiază într-o lucrare mai nouă [57], iar studiul ecranului plan de grosime finită într-o lucrare publicată în acest an [58], care generalizează rezultatele obținute de Carson în problema privind parametrii liniilor lungi în prezența solului, soluția lui Carson obținîndu-se în cazul particular în care se consideră placa de grosime infinită.

Cîteva cazuri de ecrane perfect conductoare în cîmp exterior omogen au fost studiate și de C. Mocanu [43].

O lucrare [42] care nu face parte din grupurile analizate determină cîmpurile și pierderile prin curenți turbionari într-o placă toroidală străpunsă axial de un fir parcurs de curent (fig. 9), problemă echivalentă cu a bobinei toroidale cu miez metalic masiv (fig. 10).

Vreo cîteva lucrări elaborate de C. Bîlă și S. Gheţaru [59], [60], V. Saviuc [66] și A. Nicolaide [71] se referă la studiul curenţilor turbionari în medii (feromagnetice) nelineare.

Lucrarea [59] prezintă o metodă de rezolvare a problemei cîmpului magnetic alternativ în mediul feromagnetic semiinfinit cu ajutorul unui calculator analogic. Ecuaţia cu derivate parţiale neliniară și de tipul para-

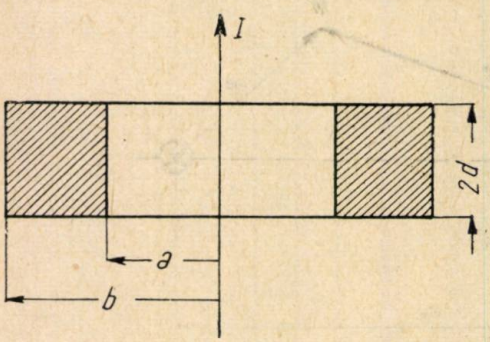


Fig. 9. — Placă toroidală în cîmpul magnetic al unui fir rectiliniu infinit parcurs de curent.

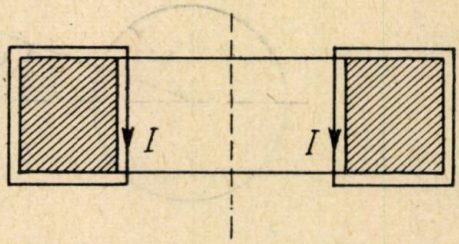


Fig. 10. — Bobină toroidală cu miez metalic masiv.

bolic a cîmpului magnetic a fost înlocuită cu un sistem de ecuaţii diferenţiale cu diferenţe finite, cu o singură variabilă independentă : timpul. Pasul finit în ecuaţiile cu diferenţe finite, care determină totodată numărul de celule ale blocului de amplificatoare operaţionale, a fost ales în funcţie de abaterea admisibilă în amplitudine și fază a valorilor cîmpului magnetic calculat, în raport cu cele reale. Caracteristica de magnetizare a fost aproximată prin segmente de dreaptă. Considerîndu-se dat cîmpul magnetic variabil sinusoidal în timp și tangent la suprafaţa mediului, s-au calculat în funcţie de adîncimea măsurată de la frontiera domeniului următoarele mărimi : cîmpul magnetic, cîmpul densităţii de curent, pierderile provocate de curenţii turbuionari și încălzirea miezului, pentru cazul particular a două caracteristici de magnetizare de pantă diferită în origine.

4. CURENŢI VARIABILI TURBIONARI INDUȘI ÎN CONDUCTOARE MASIVE MOBILE

Problemele de curenţi turbionari în conductoare masive mobile privesc cîmpul electromagnetic al curenţilor induși în special datorită deplasării conductoarelor masive în cîmpul magnetic inductor, problema deplasării lor în cîmpuri magnetice învîrtitoare fiind reductibilă la cazul conductoarelor imobile, prin schimbarea referenţialului folosit. Cazurile abordate se referă în principal la maşini și la frîne electromagnetice.

Augustin Moraru calculează într-o lucrare [63] rezistenţa echivalentă a rotorului în formă de pahar al unui micromotor asincron integrînd în acest scop ecuaţiile cîmpului electromagnetic în întrefier și în rotor în ipoteza unei pînze învîrtitoare de curenţi statorici axiali și a unui întrefier uniform, considerînd că grosimea paharului e mult mai mică decît adîncimea de pătrundere a cîmpului electromagnetic în materialul paharu-

lui. Obține astfel următoarea expresie pentru factorul de creștere al rezistenței rotorice :

$$k_r = 1 + \frac{D}{pl_i} \cdot \frac{1}{\operatorname{cth} \frac{pl_i}{D} - \frac{D}{pl_i} + \operatorname{th} \frac{2pb_r}{D}},$$

unde D e diametrul rotorului, l_i lungimea ideală (de calcul) a statorului, p numărul de perechi de poli și b_r lungimea axială a porțiunii ieșite din întrefier a paharului.

Problema a fost reluată într-un cadru mai larg și cu verificări experimentale de Alexandru Fransua [16] și a fost abordată în toată generalitatea de R. Răduleț și Alfons Ifrim, cu rezultatele care se arată mai jos.

În lucrările autorilor R. Răduleț și Al. Ifrim privitoare la curenții de inducție din conductoarele masive mobile se dezvoltă o teorie generală a curenților turbionari din plăci neferomagnetice subțiri [21], [22], [24] — [33], cum și teorii mai precise decît cele existente anterior pentru frînele electromagnetice de inducție cu disc neferomagnetic și pentru motoarele asincrone cu rotorul fie în formă de pahar, fie cu lame rotorice, care prezintă interes, printre altele, în automatizare, obținîndu-se în principal expresii ale densității curenților electrici induși și ale forței de frînare din frînele de inducție, valabile pentru viteze oarecare, respectiv ale cuplului motor al unor micromotoare electrice.

În lucrarea [61] privind curenții turbionari induși în plăci neferomagnetice subțiri situate în cîmpuri magnetice care variază armonic în timp, se stabilește ecuația satisfăcută, într-un sistem de coordonate curbilinii triortogonal, de funcțiunea de curent φ, definită de Maxwell pentru rezolvarea problemelor de acest tip :

$$\Delta\varphi - j\omega \frac{\varkappa\mu_0}{\rho} \varphi = - B_\delta,$$

cu $\varkappa = 1$, respectiv $\varkappa = 4\pi$, după cum se operează cu unități raționalizate, respectiv neraționalizate, B_δ fiind componenta normală a inducției cîmpului magnetic de excitație. Apoi, densitatea J a curentului indus în placă, inducția magnetică de reacție de indus B_r și puterea disipată prin efect Joule-Lenz P, sînt exprimate în funcție de funcția de curent φ, ceea ce reduce problema determinării principalelor mărimi din placă la integrarea ecuației cu derivate parțiale a mărimii φ în condițiile la limită date de fiecare problemă în parte.

Teoria dezvoltată în această lucrare constituie și o generalizare a teoriilor referitoare la frînele de inducție și la motoarele asincrone din lucrările citate mai sus, în care se asimilau părțile principale ale indusurilor frînelor și micromotoarelor cu benzi (plăci) subțiri și plane, situate în cîmpuri magnetice de excitație normale pe ele și variind în timp în raport cu referențialele imobile în raport cu plăcile.

Pentru determinarea expresiilor forței de frînare s-au folosit trei metode de calcul aplicabile frînelor cu indusul în formă de coroană circulară și o a patra metodă pentru discul complet conductor : s-a asimilat partea activă a indusului cu o bandă neferomagnetică dreaptă care se mișcă uniform și rectiliniu ; s-au presupus polii magnetici de permeabilitate infinită

și s-au înlocuit cu un întrefier uniform echivalent; s-a considerat inducția magnetică uniform repartizată sub pol și perpendiculară pe bandă și s-a neglijat dependența mărimilor din bandă de coordonata constantă în direcția normală pe ea.

În calculul referitor la frînele cu indusul în formă de coroană circulară s-a folosit condiția la limită de anulare a componentei densității curentului după normalele pe suprafețele care limitează banda. În prima metodă de calcul [21], [22] s-a dezvoltat inducția magnetică de excitație B_δ în serie Fourier dublă după direcția de mișcare a benzii și perpendicular pe ea și în planul benzii s-a calculat forța de frînare corespunzătoare unei armonici oarecare (m, n) conform unui calcul efectuat de Rüdenberg, iar din dezvoltare s-a determinat forța rezultantă prin dublă sumare, deoarece reținerea numai a armonicii (1,1), efectuată de Rüdenberg, conduce la valori ale forței de frînare de 2,5—4 ori mai mici decît cele experimentale. Prin sumarea propusă se obțin valori care diferă numai cu 10 — 25% de cele experimentale.

Într-o a doua metodă de calcul se dezvoltă inducția magnetică de excitație (presupusă nulă în afară de banda polilor) în serie Fourier simplă numai după coordonata contată în direția mișcării benzii, se calculează forța corespunzătoare unei armonici m oarecare și se determină apoi prin sumare următoarea expresie a forței de frînare pentru un pol :

$$F = \frac{g}{\rho} v B_0^2 \tau^2 \sum_m L_m ,$$

în care g e grosimea benzii, ρ rezistivitatea ei, v viteza ei liniară medie, B_0 valoarea medie a inducției magnetice de excitație sub poli, τ e intervalul polar iar L_m sînt termeni funcții de dimensiunile frînei și de viteză.

În a treia metodă de calcul [30] se integrează direct ecuațiile lui Maxwell din bandă, fără o dezvoltare prealabilă în serie Fourier a mărimii B_δ după direcția mișcării. Satisfacerea condiției de anulare a componentei normale a densității curentului la marginile benzii conduce însă la dezvoltarea mărimii B_δ în serie Fourier după direcția transversală pe mișcare. Seria obținută pentru forța de frînare mai rapid convergentă decît cele rezultate din dezvoltările în serie prealabile ale inducției magnetice, folosibilă și în cazul frînelor cu un singur pol, are pentru forța de frînare pe pol expresia

$$F = \frac{g}{\rho} v B_0^2 (2l)^2 \sum_{n=1}^{\infty} L_n ,$$

în care L_n sînt termeni analogi cu L_m din formula precedentă, $2l$ lățimea benzii.

Pentru calculul forței de frînare care se exercită asupra discului complet conductor, autorii au folosit o a patra metodă de calcul [33], care consistă în racordarea soluției obținute ca în metoda a doua de mai sus pentru partea activă a discului situată în principal sub polii magnetici, cu soluția obținută pentru zona centrală a discului, în care s-a considerat că întrefierul are lărgime infinită și deci că inducția magnetică de reacție e nulă, obținîndu-se astfel expresia

$$F = \frac{g}{\rho} v B_0^2 \tau^2 \sum_p L_p ,$$

în care L_p e un termen analog termenilor L_m și L_n din formulele precedente.

Expresiile de mai sus ale forțelor prezentînd inconvenientul că operarea cu serii e dificilă, autorii au arătat în lucrarea [33] că pentru frînele cu discul în coroană conductoare se poate calcula cu un număr finit de termeni bine determinat, dacă se ține seama de faptul că la marginea polilor mărimea B_δ e reprezentată de o curbă înclinată față de axa absciselor cu un unghi diferit de unul drept, numărul s de termeni de reținut din expresia forței de frînare, fiind determinat din condiția ca tangenta în punctele de sub muchiile polilor la curba care reprezintă funcțiunea dată de suma s a termenilor reținuți din dezvoltarea în serie Fourier a mărimii B_δ după coordonata în direcția mișcării benzii model să aibă o valoare cît mai apropiată de valoarea tangentei la curba de repartiție reală, calculată cu anumite aproximații, a mărimii B_δ, obținîndu-se astfel pentru s ecuația

$$\sum_{m=1}^{s}\left(\sin\frac{m\,\pi\,a}{\tau}\right)^2\approx\frac{\tau}{4\,\delta},$$

în care $2\,a$ e lungimea tălpii polului (contată în direcția mișcării), iar δ e lărgimea întrefierului. Se obțin astfel valori ale forței de frînare care diferă cu 2,5 — 3,5% de cele măsurate.

În problemele de curenți induși în conductoare masive mobile care intervin în teoria motoarelor asincrone cu rotorul în formă de pahar sau constituit din lame conductoare neferomagnetice, s-au folosit aceleași ipoteze simplificatoare ca în problemele frînelor, cu excepția celei referitoare la repartiția, în direcția mișcării, a inducției magnetice de excitație, care corespunde în cazul motoarelor unor cîmpuri magnetice învîrtitoare de tipul eliptic.

La determinarea repartiției densității curentului din rotorul în formă de pahar s-a ținut seama de influența asupra repartiției curentului atît a fundului paharului, cît și a cîmpului magnetic rezultant și nenul din zona capetelor de bobină, și s-a obținut pentru cuplul motor următoarea expresie [6], [7]:

$$M=\frac{2\,p^2\,\tau\,\delta_1}{\varkappa\,\mu_0}\left[\frac{k_1}{1+k_1^2}\,B_{\delta m_1}^2\,L-\frac{k_1'}{1+k_1'^2}\,B_{\delta m_1}'\,L'\right],$$

în care p e numărul perechilor de poli, δ_1 întrefierul real al motorului k_1, k_1', L și L' funcțiuni de dimensiunile motorului și de viteză, iar $B_{\delta m_1}$ și $B_{\delta m_1}'$ valorile maxime ale inducțiilor magnetice de excitație din întrefier, corespunzătoare cîmpurilor magnetice circulare direct și invers, în care s-a descompus cîmpul învîrtitor eliptic.

În teoria motorului asincron cu lame rotorice, dezvoltată în lucrările [26] și [27], s-a obținut expresia cuplului motor care se exercită asupra rotorului format din lame neferomagnetice ce ocupă generatoarele unui cilindru circular, lamele fiind unite prin lame frontale la una dintre extremitățile lor. Densitatea curentului indus în lame se determină prin mijloace asemănătoare celor folosite în teoria motorului cu rotorul în formă de pahar, punîndu-se însă condiția ca pe suprafețele ce limitează lamele componenta normală a densității de curent să fie nulă. Expresia cuplului motor e asemănătoare, ca formă, cu ultima formulă, însă termenii L se obțin sub forma de serii.

Într-o lucrare privitoare la comportarea conductelor masive în cîmpuri magnetice învîrtitoare [62], A. Moraru dezvoltă teoria motorului asincron cu cilindru de etanșare în întrefier pornind de la schema echivalentă simplificată a mașinii și se limitează la studiul efectuat, considerînd numai efectul armonicii fundamentale a cîmpului din întrefier. Se integrează apoi ecuațiile cîmpului și se introduc condițiile de pe frontieră abia după ce mărimile de cîmp care intervin în aceste condiții au fost deduse din circuitul echivalent al mașinii. Pe baza soluțiilor obținute prin acest proces iterativ se deduc parametrii mașinii, care țin seama mai precis de existența cilindrului de etanșare și se stabilește o schemă echivalentă completă a mașinii.

★

Rezultatele obținute de cercetătorii români în studiul cîmpului electromagnetic cvasistaționar în conductoare masive conturează astfel net această direcție de cercetare, în care s-au obținut numeroase contribuții originale cu caracter teoretic și aplicativ și s-au deschis noi orizonturi, susceptibile de noi contribuții.

Primit la redacție la 30 mai 1966

ANEXĂ

Lucrări reprezentative privitoare la studiul cîmpului electromagnetic în medii conductoare

I.1. W. Thomson, *Mathematical and Physical Papers*, *3*, Cloy and Sons, Cambridge, 1889, p. 491.
I.2. A. B. Field, *Eddy currents in large slot-wounse conductors*, Trans. Amer. Inst. electr. Eng. **24**, 761 (1905).
I.3. F. Emde, *Einseitige Stromverdrängung in Ankernutten*, Elektrot. u. Masch. Bau, **26**, 703—708, 726—731 (1908).
I.4. H. B. Dwight, *Electrical Coils and Conductors*, Mc. Graw-Hill, 1945.
I.5. I. D. Cockroft, *Skin effect in rectangular conductors at high frequency*, Proc. Royal. Srs., **122**, 533—542 (1929).
I.6. A. H. M. Arnold, *The alternanting current resistance of holow square conductors*, J. Inst. of El. Eng., **82**, 537 (1938).
I.7. Л. Р. Нейман, *Поверхностный эффект в ферромагнитных телах*, ГЭИ, 1949.
I.8. Ch. Manneback, *An integral equation for skin-effect in parallel conductors*, J. of. Math. and Phys, **1**, 123 (1921).
I.9. H. Kaden, *Ecrane electromagnetice* (trad. în limba rusă), P.F.N., 1957.
I.10. A. E. Kennelly, A. F. Laws, P. H. Pierce, *Experimental researches of skin-effect in conductors*, Trans. AIEE, **34** (1915).

BIBLIOGRAFIE

1. R. Rădulet, *Zur Theorie der eisenlosen Induktiosöfen. Dissertation zur Erlangung der Doktorwürde, Eidgenossiche Technische Hochschule*, Zürich, 1930.
2. — *Zur Vorausberechnung eisenloser Induktionsöfen*, Bull. sc. Ecole Polyt., *3—4*, Timișoara (1937).
3. — *Der eisenlose Induktionsofen mit zwei koaxialen Kernleitern*, Bull. sc. Ecole Polyt. Timișoara, **7**, *3—4* (1937).
4. — *La hauteur optima des barres dans les reinures des machines à courant alternatif*, Bull. sc. Ecole Polyt. Timișoara, *4*, *3—4* (1932).

5. R. RĂDULEȚ, *Stirnablachung rechteckiger Wanderwellen auf Kraftübertragungsleitungen*, Bull. de mathématiques et de physique pures et appliquées, Ecole Polyt., Bucarest, **IX**, *1*, 23 (fasc. 25, 26, 27), 95—105 (1937—1938).
6. — *Rechteckige Wanderwellen auf Übertragungsleitungen*, Bull. sc. Ecole Polyt. Timișoara, **9**, *3—4*, 1—8 (1939).
7. A. AVRAMESCU, *Beiträge zur Erwärmungsberechnung elektrischer Leiter*, Habil. Diss. T.H., Dresden, 1953.
8. — *Efectul pelicular transitoriu*, Bul. științ. Acad. R.P.R., Secția 3-a, *3—4*, 225—239 (1952).
9. — *Transient skin-effect*. Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn., Energ., **I**, *1*, 75—88 (1956).
10. — *New contribution of the transient skin effect calculus*.
11. E. CONSTANTINESCU, *Calculul efectului pelicular și determinarea stabilității termice a conductoarelor cilindrice masive la curent de șoc*, Bul. științ. Acad. R.P.R., Secția st. tehn. și chim., **4**, *3—4*, 255—270 (1952).
12. A. AVRAMESCU *Über die Zeitkonstante des Skineffektes*, ETZ-A.
13. — *Constanta de timp a efectului pelicular în conductoare cilindrice și tubulare*, Com. Acad. R.P.R., 1957.
14. — *Corespondența între fenomenul tranzitoriu și staționar al efectului pelicular*, Com. Acad. R.P.R., 1957.
15. A. MORARU, *Rezistența rotorului în formă de pahar*, Electrotehnica, **5**, *5* (1957).
16. AL. FRANSUA, *Considerații asupra funcționării motorului asincron trifazat, cu rotor în formă de pahar*, Electrotehnica, **7**, *5*, 168 (1959).
17. A. MILLEA, *Formularea problemelor plan-paralele de efect pelicular*, Bul. Inst. politehnic, **XXI**, *2*, 123—131 (1959).
18. R. RĂDULEȚ, A. TIMOTIN, A. ȚUGULEA, *Determinarea reactanței de dispersiune a unor cuptoare de inducție cu fier*, St. cerc. energ., **X**, *3*, 583—599 (1960).
19. — *Bestimmung des Streublindwiderstandes liniger Kern-Induktionsöfen*, Rev. Roum. Sci. Techn. -- Electrotechn. Energ., **5**, 2 (1960).
20. A. ȚUGULEA, A. MILLEA, *Considerații asupra determinării cîmpurilor electromagnetice cvasistaționare în conductoare masive*, St. cerc. științ. fiz. și șt. tehn., Fil. Iași a Acad. R.P.R., **XI**, *2*, 265—282 (1960).
21. R. RĂDULEȚ, A. IFRIM, *Contribuții la teoria frînelor de inducție (electromagnetice) cu disc neferomagnetic*, St. cerc. energ., **11**, *1* (1961).
22. — *Zur Theorie der elektromagnetischen Induktionsbremsen mit nicht ferromagnetischer Scheibe*, Rev. Roum. Sci. Techn., Energ., **6**, *2* (1961).
23. А. ЦУГУЛЯ, *Вихревые токи индуктируемые прямолинейным проводом с переменным током в длинном проводящем параллельном цилиндре*, Bul. Inst. Polit. Iași, **VIII (XII)** *3—4*, 265—272 (1962).
24. R. RĂDULEȚ, A. IFRIM, *Asupra calculului cuplului motorului asincron cu rotorul în formă de pahar*, St. cerc. energ., seria A, **XII**, *1*, 83—103 (1962).
25. — *Zur Berechnung des Drehmoments von Asynchronmotoren mit Becherlaufer*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. Energ., **7**, *1* (1962).
26. — *Motorul asincron difazat cu lame rotorice neferomagnetice și cîmp magnetic învîrtitor eliptic*, St. cerc. energ., seria A, **XXII**, *1*, 105—116 (1962).
27. — *Zur Theorie des Zweiphasen Asynchronmotors mit Lamellenleunfer und elliptischen Drehfeld*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. Energ., **7**, *1* (1962).
28. — *Contribuție la teoria motorului asincron cu rotorul feromagnetic masiv și crestat*, Comunic. Acad. R.P.R., **XII**, *9*, 1003—1010 (1962).
29. — *Calculul forței și cuplului frînelor cu disc feromagnetic al ambreiajelor și motoarelor de inducție cu rotorul masiv neted*, Comunic. Acad. R.P.R., **XII**, *9*, 1011—1019 (1962).
30. A. IFRIM, *Ein neuer Ausdruck für die Bremskraft (elektromagnetischen) Induktionsbremse mit nichtferromagnetischer Scheibe*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. Energ. **7**, *2* (1962).
31. — *Forța de frînare dezvoltată de frînele de inducție cu disc neferomagnetic*, Autoreferat asupra lucrării de disertație, București (1963).
32. R. RĂDULEȚ, A. IFRIM, *Forța de frînare a frînelor de inducție cu disc neferomagnetic avînd partea centrală plină*, St. cerc. energ., seria A, **12**, *4* (1962).
33. — *Bremskraft der nicht ferromagnetischen Induktionsbremsen-Scheiben mit massiwen Mittelteil*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. Energ., **8**, *1* (1963).
34. R. RĂDULEȚ, C. MOCANU, *Contribuție la teoria cuptoarelor de inducție fără fier*, Comunic. Acad. R.P.R., St. tehn., **XII**, 995—1001 (1962).

35. A. Цугуля, Ал. Франсуа, *Общее выражение активного и внутреннего реактивного сопротивления обмоток переменного тока с круглыми проводниками*, Bul. Inst. polit. Iași, **IX (XIII)**, *1—2*, p. 205—210 (1963).
36. C. Nemoianu, *Prize de pământ de suprafață cu simetrie axială în regim armonic permanent cvasistaționar*, Comun. Acad. R.P.R., St. tehn., **XIII**, *5*, 413—402 (1963).
37. R. Răduleț, V. Mocanu, *Efectele de margine și de proximitate în barele cu secțiune dreptunghiulară la refularea netă a curentului electric*, St. cerc. energ., seria A, **XIII**, *4*, 7, 543—562 (1963).
38. — *Beitrag zur Theorie des eisenlosen Induktionsöfen*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. Energ., **7**, *7* (1962).
39. A. Țugulea, *Cîmpul electromagnetic cvasistaționar al conductoarelor rectilinii parcurse de curenți alternativi în prezența ecranelor electromagnetice cilindrice*, St. cerc. energ., electr., **14**, *4*, 807—837 (1964).
40. А. Цугуля, *Электромагнитное квазистационарное поле прямолинейных проводов с переменными токами в присутствии электромагнитных цилиндрических экранов*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ. **9**, *4*, p. 531—556 (1964).
41. A. Țugulea, *Efectul de proximitate dintre un fir rectiliniu parcurs de curent alternativ și un cilindru conductor paralel cu firul*, St. cerc. energ. electr., **14**, *1*, 63—70 (1964).
42. А. Цугуля, *Расчет вихревых токов и соответствующих потерь в тироидальной плите прятоугольного сечения*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Electrotechn. Energ., **9**, *3*, 341—348 (1964).
43. C. Mocanu, *Calcul des pertes de puissance dans les écrans électromagnétiques idéaux*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Electrotechn. Energ., **9**, *4*, 557—570 (1964).
44. R. Răduleț, C. Mocanu, *Neue Näherungsausdrücke der Formfaktoren des Einsatzes eisenloser Induktionsöffen bei ausgeprägter Stromverdrängung*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Electrotechn. Energ., **9**, *1*, 3—17 (1964).
45. — *O aproximație a fenomenelor de refulare netă a curentului electric alternativ în conductoarele prismatice cu oricîte fețe*, St. cerc. energ., electr., **14**, *4* (1964).
46. — *Approximations des phénomènes de refoulement net du courant électrique alternatif dans des conducteurs prismatiques*, Rev. roum. sci. techn. — électrotechn. énerg., **9**, *2* (1964).
47. — *O nouă aproximare a factorilor de formă a șarjelor cuptoarelor de inducție fără fier la refularea netă a curentului indus*, St. cerc. energ. electr., **14**, *1* (1964).
48. — *Calculul exact al factorului de formă al rezistenței echivalente a șarjei cuptoarelor de inducție fără fier pe baza barei model*, St. cerc. energ., electr., **15**, *3*, 481—495 (1964).
49. C. Nemoianu, *Refularea curentului armonic de aducție în bare cilindrice de conductivități și permeabilități diferite și în contact în capete*, St. cerc. energ., electr., **14**, *4*, 793—806 (1964).
50. A. Timotin, *O metodă de iterație pentru studiul efectului pelicular în bare drepte*, St. cerc. energ. electr., **15**, *1*, 3—29 (1965).
51. C. Mocanu, *Le calcul de la résistance en alternatif des barres à section polygonale au refoulement net du courant électrique*, Rev. roum. sci. techn. — électrotechn. énerg., **10**, *1*, 79—98 (1965).
52. R. Răduleț, C. Mocanu, *Auf dem abgeflachten Modellstab beruhende genaue Berechnung des Formfaktors des aquivalenten Einsatzwiderstandes eisenloser Induktionsöfen*, Rev. roum. sci. techn. — électrotechn. énerg., **10**, *1*, 3—18 (1965).
53. C. Nemoianu, *Refularea curentului armonic de aducție în conductoare masive cu simetrie plană în contact linear*, St. cerc. energ. electr., **15**, 31—46 (1965).
54. A. Timotin, *Iteration method for the study of the skin effect in straight conductors*, Rev. roum. sci. techn. — électrotechn. énerg., **10**, *1*, 19—45 (1965).
55. C. Nemoianu, *Le refoulement du courant harmonique d'adduction dans les conducteurs droits à symétrie plane des sections avec variation discontinue*, Rev. roum. sci. techn. — électrotechn. énerg., **10**, *2*, 231—244 (1965).
56. A. Țugulea, *Cîmpul electromagnetic cvasistaționar al conductoarelor rectilinii trifazate în prezența ecranelor electromagnetice cilindrice subțiri*, St. cerc. energ., electr., **15**, *3*, 549—560 (1965).
57. — *Cîmpul electromagnetic cvasistaționar al unor conductoare rectilinii în prezența unui ecran electromagnetic eliptic subțire*, St. cerc. energ. electr., **16**, *4* (1966).
58. A. Țugulea, A. Timotin, C. Fluerașu, *Cîmpul electromagnetic cvasistaționar al unor fire paralele în prezența unui ecran plan de grosime finită*, St. cerc. energ. electr., **16**, *3* (1966).

59. C. V. BĂLĂ, S. ST. GHEȚARU, *Cîmpul magnetic alternativ tangențial în mediul feromagnetic*, St. cerc. energ. electr., **15**, *2*, 267–292 (1965).
60. — *The analogue treatment of magnetic field in solid iron*, Rev. roum. sci. techn.—électrotechn. énerg., **10**, *2*, 245–270 (1965).
61. R. RĂDULEȚ, A. IFRIM, *Anwendung der Maxwellschen Darstellung in der Theorie der Wirbelströme in dünnen Scheiben*, Rev. roum. sci. techn.—Electrotechn. Energ., **10**, *4* (1965).
62. A. MORARU, *Contribuții la teoria motorului asincron cu cilindru de etanșare în întrefier*, St. cerc. energ., seria A, **XIII**, *3*, 377–387 (1963).
63. — *Der Widerstand des becherförmigen Laufers*, Rev. Roum. Sci. Techn.—Electrotechn. Energ., **III**, *2*, 251–257 (1958).
64. — *Contributions à la théorie du moteur asynchrone à cylindre d'étanchement dans l'entrefer*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. Energ., **9**, *1*, 47–48 (1964).
65. C. FLUERAȘU, N. GALAN, *Curenții turbionari și puterea transformată într-un conductor cilindric situat într-o bobină coaxială cu el parcursă de curent alternativ*, St. cerc. energ. electr., **16**, *3* (1966).
66. B. CABIOK, *К исследованию поверхностного эффекта в массивных ферромагнитных проводниках*, Rev. Roum. Sci. Techn.,—Electrotechn. Energ., **10**, *3*, 423–433 (1965).
67. C. V. BALA, *Pierderile în rotorul masiv al turboalternatorului la funcționarea în regim asincron*, St. cerc. energ., **X**, *2*, 353–367 (1960).
68. A. TIMOTIN, *Unicitatea soluțiilor și calculul puterii în cîmpul electromagnetic cvasistaționar al unui sistem de conductoare paralele*, St. cerc. energ. electr. — sub tipar.
69. R. RĂDULEȚ, A. TIMOTIN, A. ȚUGULEA, *O teorie generală a parametrilor lineici tranzitorii ai liniilor electrice lungi în prezența solului*, St. cerc. energ. electr., **16**, *3*, 417–449 (1966).
70. R. RĂDULEȚ, A. TIMOTIN, A. ȚUGULEA, *Introducerea parametrilor tranzitorii în studiul circuitelor electrice lineare avînd elemente nefiliforme și cu pierderi reglementare*, St. cerc. energ. electr., **16**, *4* (1966).
71. A. NICOLAIDE, *Analiza neliniară a propagării cîmpului electromagnetic în piese feromagnetice*, Electrotehn., **12**, *9*, 320 – 330 (1964).

REZULTATE DE CERCETARE ÎN ANALIZA REȚELELOR ELECTROENERGETICE [1])

DE

PAUL DIMO

MEMBRU CORESPONDENT AL ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

621.316.001.5

Printre cercetările efectuate în domeniul rețelelor electroenergetice, în cadrul Academiei Republicii Socialiste România, Institutul de energetică, se relevă în special rezultatele obținute prin *analiza nodală* a sistemelor electroenergetice pe echivalenți radiali, metodă unitară, ce asociază concepte figurative simple calculelor efectuate de mașinile electronice de calcul.

Se prezintă de asemenea rezultatele de cercetare obținute în domeniul *supratensiunilor prelungite*, al optimizării parametrilor sistemelor de reglaj cu introducerea fluctuațiilor sarcinilor, al utilizării calculatoarelor electronice numerice și analogice în studiul stabilității și contribuțiile la teoria generală a circuitelor electrice.

1. INTRODUCERE

În cele de mai jos ne vom rezuma să arătăm cîteva rezultate ale cercetărilor efectuate în cadrul Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România în problemele complexe pe care le-a pus apariția sistemului nostru electroenergetic. În general, preocupările științifice în legătură cu rețelele și cu sistemul nostru electroenergetic au fost în special influențate de unele aspecte specifice ale situației noastre, încadrîndu-se, bineînțeles, și în dinamica generală a cercetărilor domeniului pe plan mondial. De aceea în problemele detaliate mai jos vom căuta să detașăm care au fost particularitățile prezente la noi în țară și necesitățile care au orientat cercetarea.

---

[1]) Articol apărut în „Rev. roum. sci. tech. — Electrotechn. Energ.", **16**, *4* (1966).

2. SUPRATENSIUNILE PRELUNGITE

Pînă la construirea unei interconexiuni generalizate a rețelelor de înaltă tensiune, interconexiune ce s-a format în jurul anului 1950, rețelele de alimentare funcționau izolate între ele pentru deservirea diverselor centre și aglomerații mai importante ca regiunea București, Timișoara, Brașov, Cluj etc. În general, aceste rețele erau de tipul cu neutrul izolat chiar pentru tensiuni înalte (de exemplu 60 kV). Au fost observate foarte frecvente *supratensiuni prelungite* în aceste rețele, care apăreau în cazul unor defecte de izolație pe una dintre faze. Aceste supratensiuni produceau grave avarii, cu distrugeri de material din cauza duratei lungi a fenomenului, durată care atingea zeci de secunde. Organizarea protecției de multe ori nu era satisfăcătoare pentru asemenea fenomene complexe, dezechilibrate. Literatura mondială atribuia aceste fenomene *arcului intermitent* ce s-ar stabili între faza defectă și pămînt. Cu toate că această explicație fusese infirmată de experiențe pe *viu* făcute în rețele unde apăreau asemenea supratensiuni, ea continua să fie menționată în literatura mondială în lipsa altei explicații. Tratarea neutrului făcea să dispară această supratensiune. Această constatare era generală și complet dovedită de practică. Considerînd cazuri concrete de asemenea fenomene apărute și la noi în țară, cercetările făcute la Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România au dovedit că [1]:

a) *supratensiunile prelungite* se datoresc schimbării bruște a frecvenței proprii a rețelelor cu neutrul izolat în momentul punerii la pămînt a unei faze. Noua frecvență se apropie fie de frecvența fundamentală a rețelei (50 de perioade/s), fie de o frecvență superioară a unei armonici existente într-o sursă oarecare prezentă în rețea;

b) se poate stabili prin calcul, considerînd un circuit echivalent, dacă o rețea cu neutrul izolat prezintă caracteristicile necesare pentru apariția unor asemenea fenomene. S-au stabilit formule simple pentru practică.

Rezultatele cercetărilor teoretice arătate mai sus au fost controlate prin încercări de laborator [2]. În faza de organizare științifică a sistemului nostru electroenergetic, neutrul rețelelor a fost tratat în toate cazurile în care asemenea fenomene erau posibile și se poate spune că lămuririle aduse au contribuit la rezolvarea corespunzătoare a acestei probleme ridicate în prima fază de organizare a sistemului nostru electroenergetic.

3. METODE NOI PENTRU STUDIUL STABILITĂȚII REGIMURILOR

Dezvoltarea deosebit de rapidă a industrializării țării și a dezvoltării sistemului nostru electroenergetic a condus de multe ori la situații neobișnuite, în care era necesar să fie utilizate toate rezervele sistemului energetic. Satisfacerea pantei accelerate de creștere a consumului s-a făcut de multe ori printr-o exploatare intensivă a instalațiilor care trebuiau încărcate pînă la limita maximă.

În asemenea situații, problemele de stabilitate ale sistemului, atît statică, cît și dinamică, devin de mare actualitate. Metodele cunoscute de analiză și studiu erau insuficiente și nu corespundeau cazului nostru. Căile mai complete cu care s-ar fi putut ataca problemele cereau auxiliare de

calcul, cum sînt modelele de rețea de curent alternativ de mare capacitate, cu care sistemul nostru electroenergetic în formare nu era dotat.

În general, studiul se făcea pentru cazul unei scheme simplificate *motor-generator* la care se reducea sistemul și care de multe ori dădea rezultate insuficiente pentru cazurile concrete puse de practică.

După o primă lămurire a criteriilor de stabilitate statică s-a propus o nouă metodă, denumită inițial *metoda consumatorului unic echivalent* [3]. Această metodă, utilizabilă atît în cazul stabilității statice, cît și în cazul stabilității dinamice, are următoarele avantaje :

— se pot introduce un număr oricît de mare de generatoare sau generatoare echivalente reprezentînd centralele (în metodele clasice studii de acest fel se fac pe o schemă redusă la două mașini). În cazul stabilității statice se poate introduce orice condiție de înrăutățire (creșterea puterii active, scăderea tensiunii generatoarelor etc.) ;

— se poate utiliza pentru regimul-limită oricare criteriu de stabilitate. În cazul criteriului puterii reactive $\left(\frac{dQ}{dU} = 0\right)$, atingerea stării-limită se deduce din măsurarea unor mărimi pe un grafic tip extrem de simplu ;

— întreg calculul se face grafic, pe o diagramă tip.

Limitele de utilizare a metodei sînt date de configurația sistemului și de posibilitățile de a-l reduce la o schemă echivalentă radială cu un singur consumator în centrul schemei și generatoare legate radial. În general, dacă schema reală se depărta prea mult de schema radială, se făceau unele presupuneri simplificatoare care permiteau reducerea la tipul radial. Metoda a fost larg utilizată și continuă să fie folosită și azi în studiul sistemului nostru electroenergetic, prezentînd avantaje importante față de metodele bazate pe sistemul *motor-generator* cunoscute în literatura tehnică, care, pe de o parte, nu permit introducerea tuturor generatoarelor ce trebuie considerate, iar pe de altă parte nu conduc în final la același grad de informare asupra stărilor sistemului.

În problemele de stabilitate dinamică, aceeași metodă a *consumatorului unic* echivalent a condus la o reprezentare grafică *în evantai* a regimului dinamic. Această reprezentare dă informații complete asupra regimului dinamic, putîndu-se trage concluzii în legătură cu cauzele instabilității atunci cînd este cazul [4], [5].

Se poate spune că aceste noi căi de cercetare a stabilității statice și dinamice, denumite inițial *metoda consumatorului unic*, au fost larg utilizate în studiile planului nostru de electrificare și în exploatarea sistemului nostru energetic.

4. ANALIZA GRAFICĂ A REGIMURILOR PE IMAGINI NODALE. ANALIZORUL GRAFIC

Rezultatele deosebite obținute în studiul stabilității statice și dinamice pe diagrama tip a nodului central, care este diagrama reprezentativă a curenților de scurtcircuit în nodul central al schemei radiale, au condus la noi cercetări pentru generalizare. Pe aceeași cale pot fi cercetate și alte probleme de funcționare ale sistemului electroenergetic, putîndu-se stabili chiar un calcul grafic, de determinare a mărimilor dintr-un nod (tensiuni și

curenți, puteri etc.) funcție de schimbările din sistem. Astfel s-a stabilit o diagramă tip a *analizorului grafic* [5], care poate fi întocmită fie de cercetător fără nici un mijloc special, fie de un aparat cu riglete, destul de simplu, care facilitează reproducerea imaginii nodale. Diagrama este de fapt alcătuită din fazorii reprezentînd componentele curentului de scurt-circuit din nod, corespunzătoare generatoarelor prezente în sistem. Orice

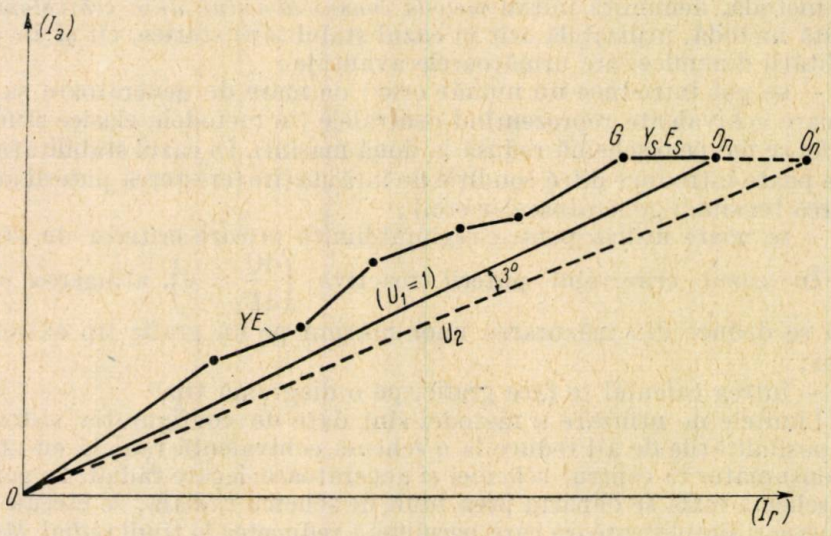


Fig. 1. — Studiul reglajului cu un grup sincron pe o imagine nodală.

Fazorul $y_S \cdot E_S$ este reprezentarea grupului sincron în gol în diagrama nodului cu tensiunea $E_S = U_1$ (Y_S fiind admitanța grupului sincron). Pentru E_S maxim se obține noul punct de funcționare O'_n, care conduce la tensiunea U_2 pentru nod și o diferență de 3° ca argument. Orice schimbare a excitației oricărui grup din sistem conduce la variația fazorului respectiv, YE și la o modificare similară a rezultantei OO'_n ce va indica variația tensiunii nodului ca modul și fază.

schimbare în sistem este introdusă în diagramă și se determină grafic regimul nodului respectiv.

Această *imagine nodală* este de un deosebit interes în probleme de reglaj, unde se caută variațiile posibile ale unei anumite mărimi. Dăm ca exemplu în figura 1 imaginea nodală a unui nod în care se introduce un grup sincron. Se deduc imediat posibilitățile de variație ca modul și argument a tensiunii nodului corespunzător variației excitație grupului sincron (vezi explicațiile din fig. 1). Analiza grafică sub această formă a fost introdusă curent în studiile institutelor de specialitate și este azi larg utilizată în cercetare și proiectare.

5. ANALIZA NODALĂ A SISTEMELOR ELECTROENERGETICE COMPLEXE ȘI BUCLATE PE ECHIVALENȚI RADIALI (REI)

S-a arătat mai sus, în legătură cu limitele de utilizare pe care le are metoda *consumatorului unic* echivalent, că problema reducerii schemei este esențială. Pe de altă parte, introducerea rapidă a calculatoarelor electronice oferă posibilități mari în plus care conduc de fapt la o restructurare

a metodelor și chiar a conceptelor. Noi cercetări au fost întreprinse pentru a pune în valoare rezultatele obținute în analiza rețelelor și a le amplifica și generaliza prin posibilitățile tehnicii noi de calcul.

Utilizînd calculul matriceal, s-a stabilit o metodă generală de reducere a schemei, posibilă de aplicat sistemelor celor mai vaste și mai complexe cu ajutorul calculatorului numeric.

Astfel, schema radială cu consumator unic este regăsită în orice nod al rețelei, studiul putînd fi întreprins mai departe pentru cunoașterea stărilor nodului pe o schemă standard radială, foarte simplă, denumită de noi REI, deoarece : este întotdeauna radială (R), este echivalentă pentru un nod cu sistemul exterior nodului (E) și este independentă (I) de orice împrejurare ce se petrece dincolo de frontierele sale. Aceste frontiere sînt alcătuite din extremitățile ramurilor radiale cărora li se aplică tensiunile reale ale generatoarelor [6].

Astfel, considerînd întreaga complexitate a sistemelor electroenergetice moderne, se poate ajunge la o analiză amănunțită a stărilor staționare și dinamice, cercetarea făcîndu-se pe nod de rețea.

Fenomenele apar astfel ca *văzute* printr-un nod cu ajutorul imaginii nodale (vezi fig. 1), care își păstrează mai departe toate calitățile. La rîndul său, nodul, care este elementul principal al rețelei la care sînt legate generatoarele și sarcinile, poate fi studiat în detaliu pe o imagine nodală, cu reintroducerea deci a unui concept figurativ simplu. Cu toată simplicitatea sa, imaginea nodală conține toate mărimile fundamentale ce decid stările nodului și permite chiar o reintroducere a intuiției care părea complet pierdută la apariția calculatorului numeric [6].

6. GRAFURILE SISTEMELOR ELECTROENERGETICE ȘI APLICAREA LOR EXTINSĂ LA REZOLVAREA PROBLEMELOR ESENȚIALE ALE SISTEMULUI ÎN ANSAMBLU. NOI DEZVOLTĂRI ALE ANALIZEI NODALE. PIERDERI. OPTIMIZĂRI

În teoria generală a rețelelor electrice s-au întreprins cercetări pentru introducerea teoriei grafurilor în fundamentarea calculului matriceal al rețelelor electrice buclate, pentru a face posibilă efectuarea calculelor numerice cu ajutorul mașinilor electronice de calcul.

Într-o serie de lucrări [7], [8] s-au dedus relațiile lui Kron pentru calculul matriceal al rețelelor electrice, fără a se face apel la noțiunile de rețele primitive sau alte rețele auxiliare și fără utilizarea principiului invariantei puterii disipate în rețelele electrice. În acest scop s-au folosit considerații de topologie a rețelelor puse la dispoziție de teoria grafurilor, ca matricele de incidență noduri-laturi, ochiuri-laturi și secționări-laturi ale grafurilor.

Pe baza acestor considerații s-au stabilit metodele și formulele matriceale de calcul al rețelelor electrice buclate : metoda curenților ciclici, a tensiunilor la noduri și a perechilor de noduri. S-a scos în evidență că prin alegerea convenabilă a sistemelor de circuite închise (ochiuri), respectiv de secționări independente în raport cu sistemele de necunoscute adoptate de fiecare metodă, se obțin formele *canonice* ale rețelelor de calcul, forme care ușurează rezolvarea problemelor puse de calculul rețelelor electrice cu ajutorul mașinilor electronice cifrice automate.

★

Revenind acum la Analiza nodală mai semnalăm :

Prin generalizarea schemelor REI s-a ajuns la concepția *echivalentului REI* de sistem, din care pot fi extrase asemenea scheme REI. Acești echivalenți conțin toate mărimile din nodurile reținute cu adevărata lor identitate, pe cînd schemele REI de nod au această proprietate numai pentru nodul central al schemei.

Este interesant de observat că acești *echivalenți REI* ai sistemului corespund grupurilor bidirecționale reziduale de tip N, propuse de curînd de Robichaud [11] pentru studiul direct al rețelelor electrice. În cercetările asupra grafurilor s-a plecat de la teoria generală a grafurilor de fluență și s-a căutat adaptarea lor la cazul rețelelor electrice. În cazul analizei nodale s-au realizat succesiv rezultate găsite pe scheme simple. Se ajunge la concepte generale identice.

Echivalentul REI al sistemului cu sarcină unică (termenul dat în analiza nodală) se putea numi *graf rezidual* al sistemului, în care s-au reținut ca variabile tensiunile aplicate ale generatoarelor și tensiunea nodului fictiv al sarcinii unice, variabilele fiind eliminate pe baza unor relații de dependență deduse din condițiile fizice ale sistemului. *Echivalentul REI* final al sistemului se putea numi graful rezidual în care s-au reținut exclusiv numai tensiunile aplicate etc.

Cu ajutorul acestor *echivalenți REI* ai întregului sistem s-au putut stabili noi metode de studiu pentru problemele de structură și de pierderi ale sistemului energetic [9], [10].

Semnalăm astfel o nouă metodă ce rezultă pentru stabilirea formulei pierderilor în rețele pe baza coeficienților constanți, denumiți B [9].

Acești coeficienți sînt deduși calculînd pierderile în ramurile *echivalentului REI* al sistemului cu sarcină unică. Din această localizare a pierderilor rezultă relații de dependență între aceste pierderi elementare și injecțiile de putere în nodurile echivalentului. Dar aceste injecții sînt chiar puterile generatoarelor reale. Cu ajutorul acestor relații se stabilește formula de pierderi. În plus, dacă anumite regimuri calculate complet pe rețeaua reală prezintă pierderi diferite de cele rezultate din formula stabilită, se pot ușor introduce corecții în așa fel ca formula să verifice riguros și noul regim. Acest din urmă procedeu e deosebit de important pentru cazul în care curenții sarcinilor nu ar varia homotetic între ei așa cum se consideră curent în literatura mondială, de multe ori nejustificat.

Se ajunge astfel la stabilirea unei formule de pierderi de tipul general

$$\pi = \sum_m \sum_n P_m B_{mn} P_n + \sum_n B_{n0} P_n + B_{00},$$

care verifică riguros o serie de regimuri plecînd de la regimul inițial din care s-a dedus *echivalentul REI* cu sarcină unică și terminînd cu ultimul regim calculat pentru care s-au făcut corecturi corespunzătoare ale coeficienților.

Mai trebuie adăugat că, aceste corecturi fiind totuși limitate de numărul de elemente noi ce pot fi introduse în relații pentru corecțiile succesive, se recurge mai departe la delimitări de zone în care sînt aplicabile formulele cu un set de coeficienți B. Pentru regimuri foarte diferite se pot stabili mai multe rînduri de seturi de coeficienți B, pe care calculatorul îi schimbă automat atunci cînd e cazul.

Tot pe asemenea *grafuri reziduale*, denumite echivalenți REI de sistem de diverse tipuri, se pot face studii și analize de structură a sistemului respectiv în vederea unei anumite optimizări dorite. Ramurile unui asemenea echivalent arată prin valoarea lor dependența fizică a unui nod de altul. Imaginile nodale pot mai departe să fie dresate chiar și pentru noduri fictive, arătînd sugestiv unele dependențe interesante între mărimile ce intervin în sistem.

Ca o concluzie generală a noilor căi ale *analizei nodale* trebuie arătat că s-au obținut astfel căi noi și unitare de analiză în toate problemele rețelelor sistemelor electroenergetice, probleme în care azi literatura mondială indică anumite procedee și metode fără o legătură necesară între ele, plecînd de la considerațiile particulare ale problemei respective. Analiza nodală introduce în toate cercetările două concepte figurative noi, care sînt general utilizate independent de structura rețelei sau de natura problemei :

— schema tipizată *REI* (echivalentă pentru nod) sau cea de ansamblu (*echivalent REI* de sistem) și

— imaginea nodală.

Cu aceste două concepte figurative extrem de simple, cercetătorul e pus întotdeauna în fața aceleiași situații cu ajutorul calculatorului numeric. Calculatorul îi reduce rețeaua la un *echivalent REI* și îi dă valorile necesare dresării imaginilor nodale.

Un cercetător format care cunoaște stările posibile ale fenomenelor într-o schemă radială și semnificația diverselor aspecte ale unei imagini nodale va ști să orienteze orice studiu pentru orice rețea de orice complexitate pe aceeași cale simplă și deja bătută.

7. OPTIMIZAREA PARAMETRILOR SISTEMELOR DE REGLAJ CU INTRODUCEREA VARIAȚIILOR ALEATORII ALE SARCINILOR

Ținînd seama de importanța perturbațiilor pe care fluctuațiile sarcinilor le imprimă sistemelor electroenergetice interconectate, s-a întreprins un studiu teoretic și experimental al caracteristicilor acestor fluctuații și al efectelor lor. S-a arătat astfel că pentru modelarea matematică a tuturor componentelor esențiale ale variațiilor aleatorii ale sarcinilor trebuie să se țină seama de prezența a două categorii de consumatori : unii formați din consumatorii elementari de putere constantă cu durată de conectare variabilă, iar alții cu variație ritmică, dar cu perioadă variabilă. De aceea, în locul funcției exponențiale cunoscute în literatura tehnică [12] și care ține seama numai de prima categorie de consumatori, s-a dedus o expresie mai generală a funcției de autocorelație a sarcinii rezultante a unui sistem, de forma

$$\mu_t(\tau) = \sum A_m e^{-\alpha_m \tau} \cos \omega_m \tau,$$

și s-au determinat parametrii caracteristici $\frac{A_m}{P_{max}}$, α_m și ω_m pentru cîțiva consumatori variabili tipici [13], [14]. Parametrii funcției de autocorelație a sarcinii rezultante pot fi deduși prin sinteză statistică din parametrii prin-

cipalelor tipuri de consumatori dacă se cunoaşte structura sarcinii sau, în cazul sistemelor existente, din funcţia de autocorelaţie a frecvenţei, folosind caracteristica dinamică frecvenţă-putere a sistemului. Această caracteristică, necesară atît la predeterminarea fluctuaţiilor de putere pe legăturile de interconexiune cu sistemele vecine, cît şi la optimizarea reglajului secundar, poate fi de asemenea dedusă printr-o metodă statistică, metodă care prezintă avantajul că nu necesită deconectarea nici unui element al sistemului şi conduce la o aproximaţie superioară a caracteristicii necesare în studiul efectelor fluctuaţiilor, fiind determinată chiar în condiţii normale de exploatare. Se utilizează în acest scop funcţia de autocorelaţie a unui consumator cu variaţii importante ale puterii cerute, care se compară cu funcţiile de corelaţie mixtă a acestei puteri şi a frecvenţei, respectiv a puterii perturbatoare şi a fluctuaţiilor puterii de schimb. Ecuaţia integrală care rezultă pentru funcţia de transfer a sistemului poate fi rezolvată prin calcule mai simple decît în cazul altor metode dacă se aproximează funcţia de autocorelaţie a puterii perturbatoare printr-o sumă de termeni aperiodici, se deduce expresia teoretică a funcţiilor de corelaţie mixtă cu mărimile de ieşire, apoi se determină parametrii funcţiei de transfer, cu precizia dorită prin identificare cu funcţiile deduse experimental [15].

Introducerea localizării pe noduri a cercetării efectelor sarcinilor fluctuante a permis obţinerea unei relaţii generale, incluzînd efectele regimurilor tranzitorii printre caracteristicile statistice ale fluctuaţiilor frecvenţei a două sisteme izolate fără reglaj secundar şi caracteristicile statistice ale fluctuaţiei puterii de schimb pe legătura de interconexiune, folosind funcţiile de transfer ale celor două sisteme considerate izolat [14]; s-a generalizat astfel o relaţie cunoscută în literatură [16], valabilă însă numai dacă se neglijează fenomenele tranzitorii. Totodată, localizarea pe noduri a permis studierea efectelor fluctuaţiilor sarcinii asupra reglajului tensiunii şi a puterilor reactive, precum şi interdependenţa dintre reglajul tensiunii şi al frecvenţei [17].

Pentru studiul analogic al optimizării parametrilor unui sistem de reglaj automat frecvenţă-putere s-a introdus metoda perturbaţiilor echivalente variaţiilor reale ale sarcinilor, care permite condensarea într-un interval de timp scurt a principalelor caracteristici statistice ale acestor variaţii şi totodată, spre deosebire de metoda schemei adjuncte [18], dă posibilitatea folosirii aceluiaşi model pentru perturbaţii statistice şi pentrul cazul modelării deconectării unui element al sistemului.

S-a constatat că fluctuaţiile puterilor diferiţilor consumatori complecşi se situează în general între 3 şi 150 s, astfel că fluctuaţiile corespunzătoare ale puterii de schimb nu vor conduce la suprasolicitarea legăturilor de interconexiune, datorită constantelor de timp termice ale liniilor; în schimb este necesar ca reglajul secundar să nu intervină pentru reglarea acestor fluctuaţii, spre a nu solicita inutil centralele reglante. S-a propus şi s-a verificat practic prin calcule efectuate pe calculatorul analogic un criteriu integral tehnic unic, bazat pe folosirea noţiunii de *eroare de încărcare a centralelor reglante* [19], care permite reducerea maximă a componentelor lente ale fluctuaţiilor frecvenţei şi puterii de schimb, eliminînd totodată componentele rapide ale solicitărilor variabile ale centralelor reglante.

8. INTRODUCEREA CALCULATOARELOR ELECTRONICE ÎN STUDIUL SISTEMELOR ELECTROENERGETICE

Toate studiile și cercetările arătate mai sus la punctele 5, 6, 7 și 8 sînt în același timp și adaptări ale sistemului de a gîndi și a pune problema la noile condiții la care a condus apariția calculatoarelor cifrice și analogice. Conceptele și ultimele dezvoltări ale analizei nodale arătate mai sus, care au condus la un sistem general și unitar de a ataca problemele rețelelor sistemelor electroenergetice, au pornit de la noile posibilități create de apariția calculatoarelor electronice.

Folosirea calculatoarelor electronice în cercetări și studii constituie azi una dintre preocupările importante în toate domeniile și, bineînțeles, și în domeniul sistemelor electroenergetice. Utilizarea acestora permite extinderea și aprofundarea domeniilor studiate, după cum s-a văzut și din cercetările arătate mai sus ; în plus e posibilă renunțarea la o serie de ipoteze simplificatoare, obținîndu-se, pe lîngă exactitate mare, și concluzii noi asupra fenomenelor studiate. Vom mai arăta cîteva rezultate obținute la Institutul de energetică.

Pentru studiul stabilității dinamice este obișnuit să se neglijeze fenomenele supratranzitorii și componentele tensiunii mașinilor sincrone induse prin transformare ; cuplul de amortizare asincronă supratranzitorie se introducea cîteodată aproximîndu-se printr-o componentă proporțională cu alunecarea.

Pornind pe o cale nouă privind metodica de calcul [20], [21], s-a reușit să se stabilească modul de luare în considerare a fenomenelor supratranzitorii prin introducerea unor tensiuni electromotoare E''_{Kd} și E''_{q} variabile care să includă și efectul asincron de amortizare supratranzitorie pentru orice valori ale alunecării. Schema de calcul a fost astfel elaborată, încît să permită rezolvarea simultană a regimurilor succesive (scurtcircuit, declanșare, reanclanșare), cu luarea în considerare a blocajelor regulatoarelor automate în timpul regimurilor tranzitorii. Metodica de calcul numeric utilizată a folosit soluțiile explicite pentru sistemele liniare combinate cu soluțiile iterative pentru sistemele neliniare ; funcțiile de transfer au fost descompuse în fracții simple, al căror răspuns indicial se poate calcula. Prin aplicarea perturbațiilor neliniare, liniarizate, s-au stabilit relații de recurență care permit și folosirea comodă a mașinilor cifrice cu memorie mică. Astfel, folosirea iterațiilor și scurtarea intervalului de timp permit mărirea nelimitată a preciziei. Metodele propuse nu complică principial rezolvarea problemei, permițînd însă obținerea unor precizări suplimentare. Din exemplele calculate s-a scos în evidență importanța termenilor de amortizare asupra variațiilor rapide ale tensiunii și asupra procesului de atragere în sincronism, relevîndu-se de asemenea rezultatele pozitive obținute în îmbunătățirea stabilității dinamice datorită efectului accelerometric la regulatoarele de viteză.

S-au studiat de asemenea [22] influența parametrilor reglajului de tensiune asupra stabilității micilor oscilații la funcționarea în condiții speciale a mașinii sincrone, funcționare capacitivă, funcționare în sarcină interconectată printr-o linie lungă la un sistem foarte puternic. S-a utilizat în acest scop mașina electronică de tip analogic MECAN a Institutului de

energetică, alegîndu-se tipul de regulator de tensiune cel mai răspîndit la noi în țară. S-au obținut concluzii privind valorile concrete ale parametrilor la care trebuie reglate aceste regulatoare de tensiune.

9. COMPLETĂRI ȘI CONTRIBUȚII LA TEORIILE GENERALE ALE CIRCUITELOR ELECTRICE

Considerînd diverse rezultate obținute în cercetările românești în analiza rețelelor în care s-a aplicat principiul suprapunerii efectelor (obținerea imaginilor nodale), s-a reușit o formulare generală care reprezintă o completare a teoremelor fundamentale cunoscute azi în electrotehnica aplicată rețelelor electrice. Astfel s-au formulat două teoreme [23] noi, care definesc cele două tipuri de scheme echivalente simple și totuși complete, derivație și serie. Schema derivație este cea utilizată în analiza nodală. Cea serie ar putea, la rîndul ei, să-și găsească o utilizare fertilă în cazul unei alte structuri a rețelei, diferită de cea caracteristică rețelelor sistemelor electroenergetice. Aceste scheme echivalente pot fi aplicate, atît în fenomenele staționare, cît și în cele tranzitorii, prin introducerea admitanțelor operaționale.

10. REZULTATE ȘI CONCLUZII

Principalele rezultate obținute de cercetările întreprinse la Institutul de energetică au fost cuprinse în scurta expunere de mai sus. Domeniul cercetărilor a fost determinat în special de necesitățile reale și de problemele care deveneau actuale în țara noastră. Trebuie semnalată în special preocuparea din ultimii ani în legătură cu revoluția adusă în tehnica mondială de mașinile electronice de calcul. Punerea la punct a unor noi procedee și metode prin utilizarea calculatorului electronic analogic al Institutului de energetică sau a celor cifrice ale Institutului de fizică atomică a permis o ridicare serioasă a nivelului nostru tehnic-științific și abordarea problemelor actuale sub forma nouă corespunzătoare dezvoltării mondiale a tehnicii. Semnalăm astfel teoria generală românească a *analizei nodale*, care a căpătat o aplicație generalizată la noi în țară și este deja larg cunoscută peste hotare. Noile căi de analiză *nodală* sînt utilizate azi curent în cercetarea și calculul sistemului nostru electroenergetic, conducînd în același timp la metode, procedee și concluzii noi în diverse domenii și probleme [24] — [28], o parte din ele rezumate mai sus.

Cercetările asupra optimizării parametrilor sistemelor de reglaj, cu considerarea fluctuațiilor sarcinilor în problemele reglajului frecvenței, și cu considerarea fenomenelor supratranzitorii și blocajelor reglajelor automate în problemele de stabilitate au condus la rezultate concrete privind importanța acestor fenomene și valorile parametrilor sistemelor de reglaj, precum și la concluzii metodice privind criteriile de optimizare și schemele de încercare pe sistem și de calcul numeric și analogic, adecvate în cazul utilizării calculatoarelor analogice.

Primit la redacție la 3 iunie 1966

BIBLIOGRAFIE

1. Paul Dimo, *Cauza supratensiunilor prelungite în rețelele cu neutrul izolat*, St. cerc. energ., *3*, 15—90 (1953).
2. Paul Dimo, E. Arie, F. Manea, S. Ionescu, P. Nicolae, *Tratarea neutrului rețelelor de înaltă tensiune*, București, Edit. Acad. R.P.R., 1960.
3. Paul Dimo, *O cale nouă pentru aprecierea stabilității sistemelor energetice*, St. cerc. energ., **V**, *1* (1955).
4. — *Aplicarea metodei consumatorului unic în cercetarea stabilității dinamice*, St. cerc. energ., **IV**, *11* (1956).
5. — *Analiza sistemelor electroenergetice prin separarea nodurilor și utilizarea curenților de scurtcircuit*, București, Edit. tehnică, 1959.
6. — *Conceptele și procedeele analizei nodale asociată calculatorului numeric*, St. cerc. energ., **XIII**, *3*, seria A (1963).
7. M. Bercovici, *Calculul circulației curenților în rețelele electrice buclate cu ajutorul mașinilor de calcul numeric. Probleme de automatizare.* Extrase din lucrările prezentate la Consfătuirea asupra mașinilor electronice de calcul, ianuarie 1960, Edit. Acad. R.P.R. (1960), București, 57—70.
8. — *Calculul matricial al rețelelor electrice*, Bul. Inst. politehnic București, **23**, *2*, 147—173 (1961).
9. Paul Dimo, *Soluția problemei pierderilor în rețelele electrice cu ajutorul echivalentului „REI" al analizei nodale asociat calculatorului numeric*, St. cerc. energ., **XIII**, *4* (1963).
10. — *Tipizarea totală a studiului rețelelor cu ajutorul analizei nodale*, St. cerc. energ., **XIV**, *4* (1964).
11. L. P. Robichaud, M. Boisvert, J. Robert, *Graphes de fluence. Applications à l'électrotechnique et à l'électronique. Calculateurs analogiques et digitaux*, Presses de l'Université Laval (Québec), Canada, 1961.
12. G. Lehmann, *Calcul du spectre des fluctuations du courant absorbé par un réseau de distribution électrique*, Bull. S.F.E., 7-a, **3**, *34*, 593—596 (1953).
13. D. Arie, *Studiul pe modele probabilistice ale fluctuațiilor sarcinilor în sisteme electroenergetice*, St. cerc. energ., **XII**, *3*, 471—488 (1962).
14. — *Studiu experimental al fluctuațiilor sarcinilor cu aplicații la calculul fluctuațiilor puterii de schimb și la determinarea experimentală a caracteristicilor dinamice ale unui sistem electroenergetic*, St. cerc. energ., seria A, **XIII**, *1*, 33—50 (1963).
15. E. Arie, N. Damian, P. Nicolae, *Determinarea caracteristicii dinamice frecvență-putere a unui sistem electroenergetic din comportarea sa la perturbații statistice. Metode și algoritme de calcul*, St. cerc. energ. electr., **XIV**, *4*, 951—968 (1964).
16. A. Chevalier, M. Holleville, P. Posserieux, *Etude et prédétermination des fluctuations de puissance sur une liaison d'interconnexion de deux réseaux*, Bull. S.F.E., 7, **4**, *43*, 401—418 (1956).
17. E. Arie, *Caracteristici ale sistemelor electroenergetice pentru calculul indicilor de calitate în reglajul frecvenței și tensiunii*, St. cerc. energ., **13**, seria A, *3*, 425—447.
18. J. H. Laning, R. H. Batiin, *Random Processes in Automatic Control*. New York, Mc Graw-Hill, 1956.
19. E. Arie, M. Pomîrleanu, *Căi de evaluare a performanțelor reglajului automat frecvență-putere în sisteme electroenergetice*, St. cerc. energ. electr., **15**, *2*, 293—309 (1965).
20. S. Ionescu, M. Pomîrleanu, *Rezultate obținute cu mașina cifrică CIFA-2 la calculul regimurilor dinamice, luînd în considerație intervenția regulatoarelor*, St. cerc. energ., *3* (1961).
21. F. Manea, S. Ionescu, M. Pomîrleanu, *Calculul numeric al regimurilor tranzitorii succesive ale grupului generator cu reglaj de tensiune și viteză*, St. cerc. energ., *1*, 67 (1962).
22. — *Studiul posibilităților de reglaj rapid al unui regulator reostatic cu sectoare rostogolitoare*, St. cerc. energ., *2*, 249 (1962).
23. Paul Dimo, *Simplification of network problems through the introduction of a new concept, the Standard radial equivalent circuit (REI)*, CIGRE, 1964, Rapport 318.
24. — *Metoda iterației curenților de scurtcircuit pentru determinarea simultană a regimurilor, a schemelor REI și a imaginilor nodale*, St. cerc. energ., electr., **15**, *3* (1965).
25. D. Martac, *Considerații asupra stabilității deduse prin întrebuințarea analizorului de rețele, propus de ing. P. Dimo*, Energetica, *12* (1956).
26. P. Dimo, L. Groza, G. Moraite, *Optimation des conditions d'essais*, CIGRE, 1962, Rapport 341.
27. G. Moraite, *The selection of the dangerous dynamic states by means of the DIMO nodal analysis*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. Energ., *2*, 205—216 (1966).

CERCETĂRI ÎN DOMENIUL MAŞINILOR ELECTRICE [1])

DE

M. MARINESCU

MEMBRU CORESPONDENT AL ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

şi C. APETREI

621.313.001.5

Se prezintă două dintre problemele de cercetare iniţiate în cadrul Institutului de energetică în domeniul maşinilor electrice referitoare la studiul oscilomotoarelor parametrice şi la optimizarea prin calcul a maşinilor şi transformatoarelor electrice.

I. OSCILOMOTOARE PARAMETRICE [2])

1. STADIUL ACTUAL AL PROBLEMEI MOTOARELOR LINIARE

În cadrul Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România au fost efectuate cercetări aprofundate în domeniul maşinilor electrice în scopul creării de noi tipuri, de asemenea maşini care să permită transformarea directă a energiei electrice în lucru mecanic dezvoltat sub formă de forţe şi mişcare alternativă pentru scopuri industriale, precum acţionarea compresoarelor, a pompelor cu piston, a generatoarelor sonice etc.

Se ştie că pînă în prezent nu au fost realizate maşini electrice cu mişcare alternativă care să prezinte performanţe comparabile cu maşinile clasice, rotative, ceea ce explică faptul că mişcarea alternativă pentru scopurile arătate mai sus se realizează tot pornind de la mişcarea de rotaţie obţinută cu ajutorul motoarelor clasice, mişcare care se transformă în mişcare alternativă prin intermediul mecanismelor de tipul bielă-manivelă.

Dacă un asemenea procedeu nu prezintă inconveniente în cazul motoarelor mari, unde mecanismele intermediare consumă o fracţie moderată din puterea mecanică transmisă, în cazul motoarelor mici această consumaţie se ridică la peste 50% din puterea transmisă.

---

[1]) Articol apărut în „Rev. roum. sci. tech. — Electrotechn. Energ.", **16**, *4* (1966).

[2]) Autorul prezentării este M. Marinescu.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 4 p. 797–812 Bucureşti 1966

Rezultă de aici importanţa deosebită pe care o prezintă pentru micromotoare realizarea unor tipuri de oscilomotoare cu performanţe comparabile cu a motoarelor clasice, rotative.

2. PROBLEME DE REZOLVAT

Una dintre dificultăţile care se ivesc în calea rezolvării problemei constă în aceea că forţele electromecanice instantanee trebuie să aibă în anumite momente valori mari care să depăşească cu mult valoarea medie, date fiind acceleraţiile masei armăturii mobile care la capetele cursei alternative au valori mari.

Această dificultate nu există la transformarea mişcării de rotaţie în mişcare alternativă, în care caz forţele de inerţie datorită mişcării alternative sînt preluate de inerţia organelor în mişcare de rotaţie. Mişcarea fiind astfel o mişcare de rotaţie uniformă, cuplul electromagnetic necesar întreţinerii mişcării va fi un cuplu constant.

Realizarea unor forţe mari în anumite momente pentru asigurarea valorilor de vîrf, necesare echilibrării acceleraţiilor masei armăturii mobile în mişcare alternativă, nu poate fi obţinută prin forţe electrodinamice fără a mări foarte mult valoarea cîmpului de excitaţie, necesitînd electromagneţi voluminoşi şi neeconomici.

Pe de altă parte, utilizarea forţelor electromagnetice în acelaşi scop prezintă, în cazul sistemelor electromagnetice clasice de tipul electromagneţilor cu cursă scurtă, dezavantajul prezenţei în componenta forţei electromagnetice a unei componente constante, datorită relaţiei pătratice dintre forţă şi curent, componentă care trebuie compensată prin forţe elastice necesitînd resoarte puternice care măresc gabaritul motorului şi introduc elemente de uzură. În cazul folosirii electromagneţilor cu cursă lungă de tipul solenoidal alimentaţi în curent sinusoidal, transmisia puterii se face cu un factor de putere scăzut (sub 0,3) şi deci cu un randament scăzut. Cauza unor performanţe slabe în acest din urmă caz se datoreşte faptului că forţele electromagnetice, fiind forţe de atracţie, acţionează asupra armăturii mobile cînd accelerîndu-i mişcarea, cînd frînînd-o. Efectul rezultant ar fi nul dacă nu ar interveni un defazaj între forţă şi mişcare, datorită căruia se obţine un efect rezultant diferit de zero, însă totuşi avînd o valoare redusă.

3. MIJLOACE PENTRU REZOLVARE

Pentru a rezolva problema reducînd frînarea mişcării datorită caracterului forţelor electromagnetice ca forţe de atracţie, s-a analizat efectul unui curent în formă de impulsuri dreptunghiulare asupra unui astfel de electromagnet de tip solenoidal.

Analiza s-a făcut pe cale grafică în planul fazelor (flux-curent) conjugat cu reprezentarea în domeniul timpului, a curentului şi a mişcării. Redăm în figura 1 principiul metodei de analiză folosită. În cadranul trigonometric I sînt reprezentate cele două curbe de magnetizare (statice) cu întrefierul maxim ($x = x_m$) şi minim ($x = 0$) al circuitului magnetic

cuprinzînd statorul s și armătura mobilă a din figura 1 b. În cadranul al IV-lea sînt reprezentate oscilograma curentului și oscilograma mișcării în domeniul valorilor pozitive ale elongației x a mișcării armăturii mobile. În cadranul al III-lea sînt reprezentate valorile negative ale lui x. Este lesne de urmărit pe această figură că, în situația în care pozițiile impulsurilor

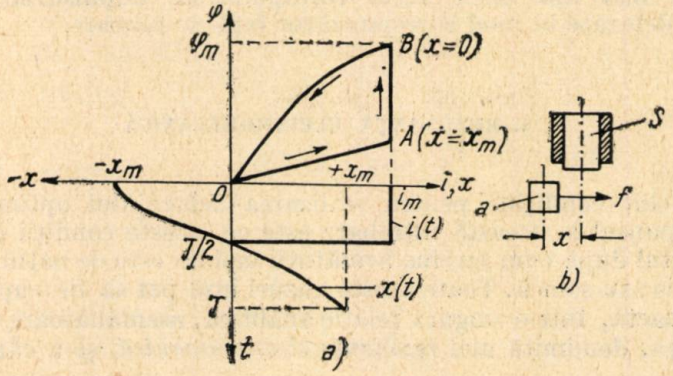


Fig. 1. a. — Reprezentare grafică a lucrului mecanic dezvoltat de un oscilomotor parametric în condițiile optimului funcțional. b. — Reprezentare schematică a acțiunii polului statoric asupra armăturii mobile la un oscilomotor parametric.

de curent față de curba mișcării $x(t)$ sînt cele ilustrate în figură în timpul unei perioade a curentului și a unei jumătăți de perioadă a mișcării, în cadranul I coordonatele punctului de stare (φ, i) descriu conturul $OABO$ în sensul invers acelor ceasornicului și deci lucrul mecanic dezvoltat într-o perioadă a curentului este dat de aria acestui contur. Într-adevăr, în momentul $t = 0$, cînd $x = -x_m$, curentul crește brusc de la valoarea zero la valoarea i_m; în cadranul I, fluxul φ crește de-a lungul dreptei OA, deoarece armătura mobilă rămîne practic tot în poziția $-x_m$; în tot intervalul de la $t = 0$ pînă la $t = \frac{T}{2}$, curentul rămîne constant la valoarea i_m, în timp ce armătura mobilă, urmînd curba $x(t)$, ajunge după timpul $t = \frac{T}{2}$ pînă în poziția $x = 0$; în momentul $t = \frac{T}{2}$, curentul scade brusc de la i_m la zero; în cadranul I, fluxul scade de-a lungul curbei BO de la $\varphi = \varphi_m$ la $\varphi = 0$, armătura rămînînd practic în poziția centrală $x = 0$. În fine, în intervalul $\frac{T}{2} - T$, curentul este nul, iar armătura se mișcă liber din poziția $x = 0$ pînă la extremitatea din dreapta a cursei, adică pînă la $x = x_m$; din acel moment, lucrurile se repetă în sens invers în ceea ce privește mișcarea, în timp ce în cadranul I fluxul în funcție de curent parcurge a doua oară conturul $OABO$, deci acest contur este parcurs de două ori în timpul unei perioade a mișcării.

Dacă poziția impulsului de curent $i(t)$ este alta față de curba mișcării $x(t)$ decît aceea considerată în raționamentul de mai sus, atunci, în baza

unui raţionament analog, se poate arăta că în planul φ, i conturul corespunzător impulsului de curent şi mişcării în noua poziţie relativă se înscrie în interiorul ciclului $OABO$. Tot astfel se înscrie în interiorul conturului-limită şi ciclul descris în cazul în care impulsurile de curent sînt sinusoidale sau de o altă formă decît aceea dreptunghiulară şi deci lucrul mecanic dezvoltat este mai mic decît acela corespunzător impulsurilor dreptunghiulare şi defazate în mod corespunzător faţă de mişcare.

4. REZONANŢA ELECTROMECANICĂ

Care sînt condiţiile pentru realizarea defazajului optim între $x(t)$ şi $i(t)$. Răspunsul la această întrebare este că aceste condiţii diferă de la un caz la altul după cum sarcina armăturii mobile este de natură rezistivă, de compresie sau sonică. Toate aceste cazuri însă pot să fie cuprinse într-o formă compactă, într-o singură relaţie analitică, asemănătoare cu o relaţie de rezonanţă, denumită aici *rezonanţa electromecanică*, şi a cărei expresie este

$$\Omega s = \alpha \sqrt{\frac{\tau}{m}},$$

unde

$s = 2x_m$ este cursa armăturii mobile, $\Omega = 2\pi f$ pulsaţia mişcării, τ aria ciclului $OABO$, m masa armăturii mobile, iar α o constantă care depinde de natura sarcinii. Astfel, în cazul unei sarcini rezistive, valoarea lui α este zero, încît relaţia rezonanţei electromecanice nu poate fi satisfăcută pentru o cursă, o frecvenţă şi un lucru mecanic dat decît cu o masă nulă.

În practică, în acest caz, cu cît reactanţa de masă va fi mai mică faţă de rezistenţa de sarcină, cu atît ne vom apropia mai mult de defazajul optim şi ciclul dinamic se va apropia de ciclul static $OABO$. În cazul unei sarcini de compresie, α are o valoare finită, astfel încît condiţia de rezonanţă electromecanică poate fi practic satisfăcută. Dacă s, Ω, τ şi natura sarcinii este dată, relaţia rezonanţei electromecanice ne dă valoarea optimă a masei armăturii mobile.

5. VALOAREA OPTIMĂ A CURENTULUI ŞI A LUCRULUI MECANIC EXTREMAL

Din alura curbelor de magnetizare statice OA şi OB rezultă că pentru o anumită valoare a curentului I raportul dintre aria extremală $OABO$ şi dreptunghiul OI_0BU_mO, raport egal cu raportul dintre puterea reală şi puterea aparentă, deci cu factorul de putere, trece printr-un maxim în raport cu I.

Valoarea respectivă a lui I corespunde curentului de excitaţie care se referă atît la factorul de putere maxim, cît şi la randamentul maxim.

În figura 2 sînt ridicate curbele de magnetizare și curba raportului k dintre cele două arii în funcție de I. Se vede astfel valoarea curentului I care corespunde maximului lui k.

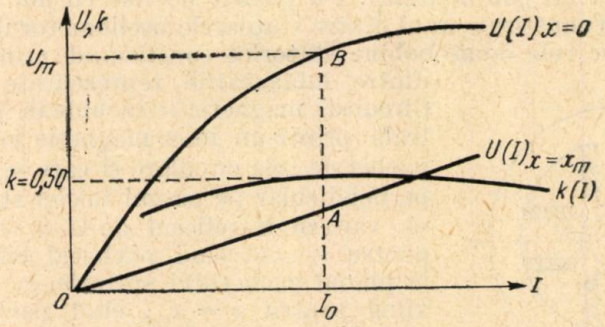


Fig. 2. — Curbele de magnetizare statică $U(I)_{x=0}$, $U(I)_{x=x_m}$ pentru întrefier minim și maxim, respectiv și curba factorilor de putere $k(I)$, curbă al cărei maxim determină valoarea optimă a curentului de excitație.

6. PRODUCEREA IMPULSURILOR DE CURENT

În aplicațiile practice, impulsurile de curent se vor obține prin suprimarea uneia dintre alternanțele curentului de la rețea, introducînd în serie cu înfășurările electromagneților cîte un redresor.

În felul acesta, impulsurile nu vor mai fi dreptunghiulare, ci sinusoidale, ceea ce va avea ca efect reducerea ciclului dinamic față de ciclul-limită static. Un dezavantaj al acestei metode este acela că nu folosește decît o singură alternanță a curentului rețelei, producînd în rețea o deformare a acestui curent.

7. FOLOSIREA AMBELOR ALTERNANȚE ALE CURENTULUI ALTERNATIV

Pentru a remedia inconvenientul de mai sus, s-a recurs la sistemul ilustrat schematic în figura 3, în care, prin înserierea în cele două înfășurări statorice a cîte unui element redresor, fiecare alternanță a tensiunii de alimentare trimite succesiv cîte un curent în una și cealaltă din înfășurările statorice în ritmul frecvenței forței electromotoare aplicate. În felul acesta, armătura este atrasă cînd de una, cînd de cealaltă înfășurare, executînd o mișcare de du-te-vino cu o frecvență egală cu frecvența tensiunii de alimentare. Se folosesc astfel ambele alternanțe ale forțelor electromotoare și curentul în rețea rămîne sinusoidal.

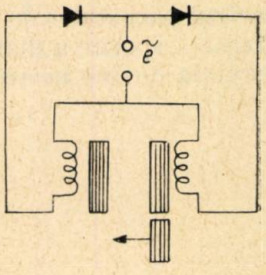


Fig. 3. — Schema circuitului electric al unui oscilomotor parametric folosind ambele alternanțe ale tensiunii de alimentare.

8. MOD DE REALIZARE CONSTRUCTIV AL UNUI OSCILOMOTOR PARAMETRIC

În forma constructivă adoptată de noi, circuitul magnetic este acela al unui circuit cu poli aparenţi. Un pachet de tole cu doi asemenea poli $N-S$ (fig. 4) constituie unul dintre statoarele oscilomotorului pe ai cărui poli se găsesc cele două bobine statorice constituind prin înseriere una dintre înfăşurările reprezentate în figura 3. Circuitul magnetic se închide în porţiunea centrală printr-un miez magnetic format dintr-un pachet de tole circulare şi care se poate deplasa perpendicular pe planul tolelor statorice, făcînd să varieze întrefierul de la o valoare minimă pentru $x = 0$, cînd pachetul cilindric se află în planul pachetului statoric, la o valoare maximă pentru $x = x_m$, cînd pachetul cilindric se află la extremitatea cursei într-un plan paralel cu planul pachetului statoric la distanţa $x = x_m$ de acesta din urmă.

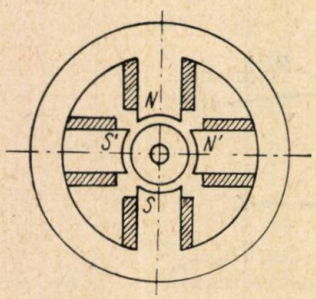


Fig. 4. — Profilul a două circuite magnetice cu poli aparenţi, cu axele la 90° unul faţă de altul, constituind o unitate de putere optimă.

La această distanţă ($x = x_m$), într-un plan paralel cu planul primului pachet statoric se găseşte un al doilea pachet statoric, ai cărui poli $N'-S'$ se găsesc însă la 90° faţă de polii $N-S$ ai primului pachet statoric, pentru a permite ca în spaţiul dintre cele două perechi de poli să poată fi plasate bobinele de curent respective.

În felul acesta, la fiecare alternanţă a forţei electromotoare aplicate, armătura este atrasă în dreptul fiecăreia dintre perechile de poli statorici $N-S$ sau $N'-S'$, executînd o mişcare de du-te-vino într-o direcţie perpendiculară pe planul pachetelor de tole statorice şi cu o frecvenţă egală cu a forţei electromotoare aplicată.

9. METODĂ PENTRU MĂRIREA PUTERII

Pentru a mări la cursă constantă puterea unui oscilomotor avînd structura circuitului magnetic ca aceea din figura 4, s-ar putea mări diametrul pachetelor de tole statorice, precum şi cele de pe armătura mobilă. Această sporire a diametrelor are însă o limită superioară peste care construcţia devine neeconomică. Există astfel un diametru optim căruia îi

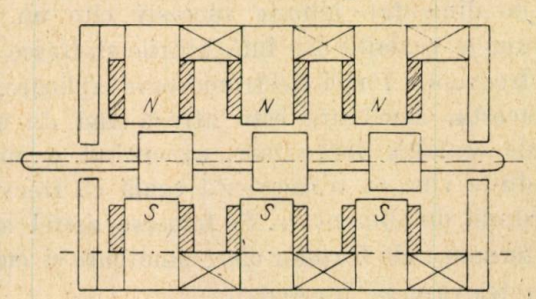


Fig. 5.— Grup de trei unităţi de putere optimă, constituind un oscilomotor de putere egală cu de trei ori puterea unitară optimă.

corespunde o putere unitară optimă. Grupînd mai multe asemenea unități, vom putea obține puterea dorită, cu structuri de diametru optim. Asemenea grupare este ilustrată în figura 5, printr-o secțiune axială într-un oscilomotor care cuprinde trei unități de putere optimă. Cursa este în general ceva mai mare decît grosimea pachetelor de tole. De asemenea ea trebuie să corespundă relației rezonanței electromecanice la o frecvență dată, o masă dată și o putere dată. O structură ca aceea din figura 4, respectiv 5, corespunde unor posibilități reale de a obține condițiile rezonanței electromecanice la frecvența industrială de 50 Hz. Cu o structură obișnuită ca aceea solenoidală, lucrul acesta nu este posibil.

10. DEMULTIPLICAREA FRECVENȚEI

O structură de circuite magnetice ca aceea din figura 5, grupînd în planurile paralele o serie de pachete statorice cu poli $N-S$ și o altă serie cu poli aparenți $N'-S'$, aceasta din urmă cu axele la 90° față de prima, permite funcționarea nu numai cu o frecvență egală cu a forței electromotoare aplicate, dar și cu o frecvență egală cu un submultiplu par sau impar a frecvenței forței electromotoare aplicate.

Într-adevăr, să considerăm structura din figura 6, în care, după cum se vede, am figurat schematic o serie de trei poli N și o serie de doi poli N', precum și două pachete cilindrice a_1 și a_2 pe armătura mobilă, situate în dreptul polilor statorici N_1 și N_2. Dacă redresorul de cale înseriat în circuitul bobinelor polilor N' lasă să treacă curentul în aceste bobine în momentul apariției alternanței pozitive, a forței electromotoare, spre exemplu, atunci perechea pachetelor cilindrice a_1 și a_2 va fi atrasă de către acești poli N'; dacă în momentul în care aceste pachete cilindrice au ajuns în dreptul acestor poli alternanța negativă a forței electromotoare magnetizează seria polilor N, armătura mobilă, în virtutea vitezei căpătate în timpul alternanței pozitive trecînd dincolo de polii N' spre dreapta, va fi atrasă de polii N_2 și respectiv N_3, continuîndu-și cursa în același sens. Odată pachetele cilindrice a_1 și a_2 ajunse în dreptul polilor N_2 și respectiv N_3, a doua alternanță pozitivă a forței electromotoare va magnetiza din nou polii N_1' și N_2', atrăgînd în sens invers armătura mobilă, care își va continua cursa pînă cînd pachetele cilindrice vor veni din nou în dreptul polilor N_1 și N_2, deci în poziția inițială, de unde procesul se va repeta după ce au trecut astfel două perioade ale forței electromotoare aplicate. Vedem deci că frecvența mișcării armăturii este egală cu jumătate din frecvența forței electromotoare. În același timp, cursa este egală cu dublul cursei pe care ar avea-o armătura în lipsa polului N_3, cînd armătura, în loc să depășească polii N_1' și N_2' în deplasarea de la stînga la dreapta, se întoarce din drum, revenind după o perioadă a forței electromotoare în dreptul polilor N_1 și N_2.

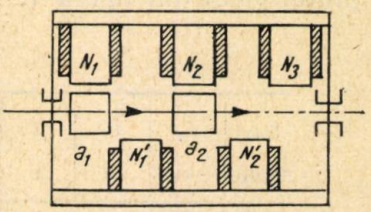


Fig. 6. — Reprezentare principială a funcționării unui oscilomotor parametric cu frecvență egală cu jumătate din forța electro motoare aplicată și cu cursă dublă.

În mod cu totul general, dacă n_p este raportul (număr par) dintre frecvenţa forţei electromotoare şi frecvenţa curentului, p numărul de poli N, p' numărul pe poli N', iar q numărul de pachete cilindrice de pe armătura mobilă, vom avea următoarele relaţii între aceste numere :

$$p = p' + 1 = q + \frac{n_e}{2}.$$

În cazul în care n_i este un număr impar, relaţiile vor fi

$$p = p' = q + \frac{n_i - 1}{2}.$$

Rezultă din cele de mai sus că, dispunînd în construcţia unui asemenea oscilomotor un număr de pachete statorice auxiliare a căror înfăşurări vor putea fi introduse în total sau în parte în circuit printr-un comutator, astfel încît numărul de pachete statorice introduse să satisfacă una sau cealaltă din relaţiile de mai sus, vom putea obţine o funcţionare a oscilomotorului cu o frecvenţă egală cu un submultiplu par sau impar al frecvenţei forţei electromotoare de alimentare.

11. REZULTATE OBŢINUTE LA ACŢIONAREA COMPRESOARELOR

Deosebit de avantajoasă este acţionarea compresoarelor cu asemenea oscilomotoare. Lagărele axului mobil pot îndeplini şi funcţia de cilindri de compresie, capetele axului constituind înseşi pistoanele. Această dispoziţie duce la realizarea de oscilocompresoare, constituind agregate compacte, robuste şi simple ca construcţie. În figura 7 am reprezentat o secţiune axială printr-un asemenea compresor, care ilustrează construcţia simplă şi modul compact de asamblare a organelor principale.

Tabela alăturată ne arată rezultatul măsurătorilor efectuate asupra prototipului din figura 7,

Tabela 1

Q_{ad}	p_2	P	I	U	P_{pol}	P_m	$\cos\varphi$	$\eta_1 = \frac{P_{pol}}{P}$	$\eta_2 = \frac{P_m}{P}$
l/min	kg/cm²	W	A	V	W	W	—	%	%
	4,1								
8,8	10	165	3,09	78,6	26,7	31,2	0,67	15,9	18,6
7,4	10,5	150	3	74	44,6	60,6	0,675	29,7	40,2
7,7		140	2,8	74	47	64	0,68	33,5	45,5

în care :

Q_{ad} este debitul la admisie,
p_2 — presiunea la refulare,
P — puterea electrică absorbită,
I — curentul absorbit,
U — tensiunea aplicată la intrare,
P_{pol} — puterea politropică
P_m — puterea mecanică dezvoltată

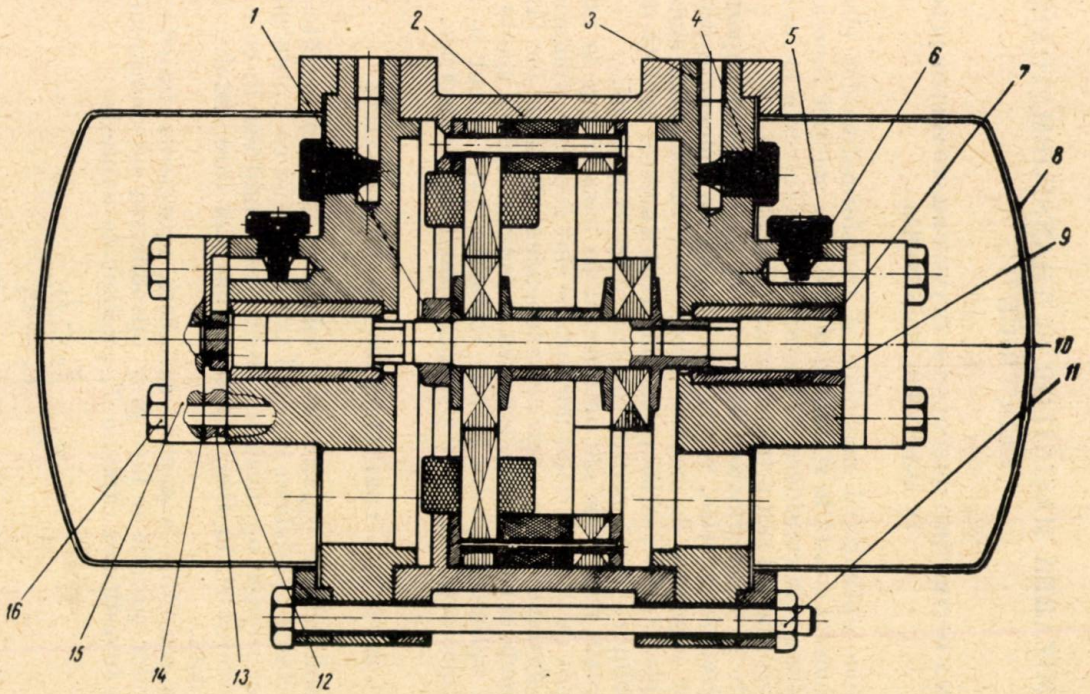


Fig. 7. — Prototip de oscilocompresor; agregat compact, combinînd un oscilomotor parametric cu un compresor, cu membrane (supape) în capul cilindrului: *1* — rotor; *2* — stator; *7* — piston; *12*, *13* — supape.

Vedem astfel că se obţine un randament global care creşte cu presiunea şi atinge valoarea de 33,5% la o presiune de 7,7 at, ceea ce constituie un rezultat care depăşeşte cifrele obţinute la acţionările prin motoare rotative cu sistem bielă-manivelă.

II. OPTIMIZAREA MAŞINILOR ŞI TRANSFORMATOARELOR ELECTRICE [3])

1. PROBLEMA OPTIMIZĂRII MAŞINILOR ŞI TRANSFORMATOARELOR ELECTRICE ÎN ÎNŢELESUL EI GENERAL

Problema optimizării maşinilor şi transformatoarelor electrice în înţelesul ei general constă în stabilirea metodică a soluţiei funcţional-constructive optime prin considerarea factorilor care intervin la fabricaţia şi în exploatarea maşinii sau a transformatorului electric.

Maşinile şi transformatoarele electrice, ca elemente importante ale sistemelor electroenergetice, vor trebui deci să fie concepute prin considerarea unor elemente de natură diferită — , funcţionale, siguranţă şi durată în exploatare — , satisfacerea simultană a acestor condiţii urmînd să definească soluţia optimă pentru constructor şi exploatant.

Elementele principale ale optimizării pe baza cărora se poate dezvolta metodica de calcul a soluţiilor optime sînt generale, aplicabile maşinilor şi transformatoarelor electrice independent de tipul lor [16], [17], [18]. Ne propunem ca în cele ce urmează să indicăm tocmai aceste principii generale ale optimizării, care permit stabilirea prin calcul a soluţiilor optime la proiectarea maşinilor şi a transformatoarelor electrice.

2. FUNCŢIA CHELTUIELILOR TOTALE DE CALCUL

În problemele de optimizare a soluţiilor intervin următoarele elemente importante : stabilirea mărimii sau a funcţiei de optimizat, definirea mărimilor supuse optimizării, precizarea condiţiilor în care se realizează optimizarea şi, în fine, stabilirea metodei care rezolvă problema odată formulată.

2.1. În condiţiile economiei socialiste, aprecierea eficacităţii economice a soluţiilor posibile se face prin introducerea aşa-numitului timp de recuperare a investiţiilor capitale T_{ri}, definit de expresia

$$T_{ri} = \frac{I_2 - I_1}{C_1 - C_2}, \tag{1}$$

unde I_1 şi I_2 reprezintă investiţiile capitale necesitate de realizarea variantelor 1 şi respectiv 2, iar C_1 şi C_2 cheltuielile de exploatare anuale ale acelorași variante 1 şi respectiv 2.

Prin compararea timpului de recuperare T_{ri} definit de (1) cu timpul de recuperare normat T_{rin} se poate aprecia oportunitatea realizării produsului într-una din cele două variante.

[3]) Autorul prezentării este C. Apetrei.

Într-adevăr, dacă $T_{ri} < T_{rin}$ este satisfăcută inegalitatea

$$I_2 + T_{rin} C_2 < T_1 + T_{rin} C_1, \tag{2}$$

realizarea produsului în varianta 2 fiind mai economică decît realizarea sa în varianta 1.

În cazul general, varianta optimă din punct de vedere economic va fi reprezentată de acea soluție care va fi caracterizată de cheltuieli totale C_t minime, deci

$$C_t = I + T_{rin} C = \min. \tag{3}$$

De aici rezultă că pentru optimizarea soluțiilor se poate alege funcția cheltuielilor totale, în expresia ei urmînd să intervină cheltuielile necesare realizării produsului, ca și cheltuielile de exploatare raportate la timpul de recuperare normat al investițiilor capitale.

Cheltuielile totale necesitate de fabricația și de exploatarea unei mașini sau transformator electric pot fi exprimate prin cheltuielile de calcul corespunzătoare C_{ef} sub forma

$$C_{ef} = C_f + C_e, \tag{4}$$

unde C_f și C_e reprezintă cheltuielile de calcul corespunzătoare fabricației, respectiv exploatării în timpul T_{rin}.

Expresia cheltuielilor de calcul corespunzătoare fabricației prin considerarea doar a elementelor care pot varia în limite largi în cazul cînd variază dimensiunile și solicitările materialelor active utilizate la construcția unei mașini sau a unui transformator are forma

$$C_f = (c_{Fe} G_{Fe} + c_i G_i)(1 + T_{rin} a_p), \tag{5}$$

unde

c_{Fe}, c_i reprezintă costurile specifice ale materialului feromagnetic, respectiv a înfășurărilor în stare tehnologică finită,

G_{Fe}, G_i — greutățile totale ale miezului feromagnetic, respectiv ale înfășurărilor,

a_p — cota de amortizare anuală a produsului.

Expresia cheltuielilor de calcul corespunzătoare exploatării prin considerarea doar a cheltuielilor care variază în limite largi în funcție de dimensiunile și de solicitările materialelor active din care se constituie mașina sau transformatorul electric are forma

$$C_e = \Sigma (C_{ep} + C_{ei}), \tag{6}$$

unde

C_{ep} reprezintă prețul de calcul al pierderilor de energie activă sau reactivă la funcționarea mașinii sau transformatorului,

C_{ei} — investițiile necesitate de producerea energiei înlocuitoare a pierderilor de energie activă sau reactivă intervenite la funcționarea mașinii sau a transformatorului.

Mărimile C_{ep} şi C_{ei} pot fi exprimate sub o formă convenabilă :

$$C_{ep} = T_{rin}\, T_a\, c_e\, p, \tag{7}$$

$$C_{ei} = i\,(1 + T_{rin}\, a_e)\, p, \tag{8}$$

unde

T_a reprezintă numărul de ore anual de funcţionare a maşinii sau transformatorului,

c_e — costul specific al energiei electrice active sau reactive,

i, a_e — investiţiile specifice, respectiv cota de amortizare anuală a elementelor componente a instalaţiilor producătoare de energie electrică, activă sau reactivă,

p — pierderile de energie activă şi reactivă la funcţionarea maşinii sau a transformatorului.

Expresia cheltuielilor de calcul totale C_{ef} (4) prin considerarea expresiilor (5)—(8) poate fi pusă sub forma

$$C_{ef} = (c_{Fe}\, G_{Fe} + c_i\, G_i)\ (1 + T_{rin}\, a_p) + \Sigma\,[T_{rin}\, T_a\, c_e + i\,(1 + T_{rin}\, a_e)]. \tag{9}$$

Expresia (9) reprezintă funcţia de optimizat, optimizarea ei echivalînd cu determinarea minimului în raport cu anumite variabile care urmează a fi precizate. De remarcat că în expresia (9) intervin elemente de natură diferită ; dintre acestea, doar greutăţile materialelor active G_{Fe}, G_i şi pierderile de energie p reprezintă elemente care depind direct de maşina sau de transformatorul optim care urmează să fie determinat.

2.2. Mărimile G_{Fe}, G_i şi p care intervin în expresia (9) pot fi definite în mod complet în funcţie de dimensiunile maşinii şi de solicitările electrice şi magnetice ale materialelor active ; aceste mărimi, la rîndul lor, definesc suficient de complet maşina sau transformatorul electric. Rezultă de aici că, din punctul de vedere al proiectantului de maşini, mărimile supuse optimizării trebuie să fie reprezentate de dimensiunile şi de sarcinile electromagnetice ale maşinii.

La stabilirea mărimilor supuse optimizării trebuie avut în vedere următoarele principii de bază :

a) Mărimile introduse trebuie să fie reprezentative şi totodată ireductibile ; reprezentative în sensul că mărimile alese să poată defini suficient de exact maşina şi ireductibile în sensul ca între dimensiunile maşinii alese variabile independente să nu existe relaţii care ar putea fi stabilite, de exemplu, pe baza geometriei maşinii ;

b) Numărul mărimilor supuse optimizării trebuie să fie redus la minimum în vederea simplificării rezolvării problemei, fără însă ca prin aceasta să se scadă gradul de precizie necesar determinării maşinii sau transformatorului.

Respectarea simultană a celor două condiţii, în parte contradictorii, trebuie să conducă la o soluţie de compromis, care să permită determinarea suficient de exactă a maşinii fără amplificarea exagerată a dimensiunilor problemei. În acest sens se pot avea în vedere ca variabile independente : dimensiunile principale ale maşinii sau ale transformatorului, mărimea întrefierului şi dimensiunile crestăturilor la maşinile rotative, densităţile de curent din înfăşurări, inducţia magnetică în întrefier sau în anumite zone ale miezului feromagnetic etc.

Dacă mărimile supuse optimizării, considerate ca variabile independentei le notăm cu x_i, $i = 1 \ldots m$, funcția de optimizat (9) se poate pune sub forma

$$C_{ef} = f(x_1, x_2, \ldots, x_m), \tag{10}$$

care urmează a fi luată în considerație în continuare.

2.3. Mărimile x_i care determină elementele principale G_{Fe}, G_i și p pot defini totodată și caracteristicile funcționale și de securitate în exploatare ale mașinii sau ale transformatorului și deci pot preciza condițiile în care urmează a se realiza optimizarea funcției (10).

Condițiile tehnice-economice impuse în cazul optimizării se pot formula sub forma unor egalități :

$$a_j = \varphi(x_i), \tag{11}$$

unde a_j ($j = 1, 2, \ldots, n$) reprezintă parametrul caracteristic pentru mașina sau transformatorul dat, de valoare constantă sau variabilă între anumite limite.

Precizarea condițiilor tehnice-economice formulate sub forma (11) reprezintă un moment important în rezolvarea problemei, de aceea la alegerea lor trebuie respectate următoarele indicații :

a) condițiile (11) trebuie să fie reprezentative pentru rezolvarea problemei, să fie independente, ireductibile unele la altele și să conducă la soluții compatibile ;

b) numărul lor n să fie redus la minim în vederea simplificării problemei, suficient însă pentru cuprinderea tuturor factorilor principali caracteristici pentru exploatarea mașinii sau transformatorului electric.

Condițiile (11) alese la rezolvarea problemei pot să difere, ca natură și ca număr, în funcție de tipul mașinii considerate. Indicațiile de la punctele (a) și (b) recomandă totuși considerarea cu prioritate a următoarelor elemente : puterea mașinii sau a transformatorului în condiții nominale ; parametrii funcționali caracteristici exprimați sub forma unor reactanțe sau constante de timp, solicitările admisibile termice și mecanice ale materialelor active, izolante sau constructive prin respectarea cărora se asigură gradul de siguranță necesar exploatării și o durată de viață acceptabilă pentru mașină etc.

2.4. Problema optimizării soluțiilor în cazul mașinilor și al transformatoarelor electrice din punct de vedere matematic poate fi deci formulată în modul următor.

Se cere să se stabilească minimul funcției

$$C_{ef} = f(x_1, x_2, \ldots, x_m) \tag{10}$$

prin respectarea condițiilor exprimate sub forma

$$\varphi_j(x_1, x_2, \ldots, x_m, a_j) = 0, \tag{12}$$

echivalente expresiei (11).

Stabilirea minimului funcției (10) echivalează, în cazul problemei de față, cu determinarea variabilelor independente x_i, deci a mărimilor de bază care definesc mașina sau transformatorul cu cheltuieli de fabricație și în exploatare minime și care totodată satisfac condițiile tehnice și de si-

guranţă exprimate sub forma (12); se determină astfel prin calcul soluţia tehnică-economică optimă definită la punctul 1.

Determinarea minimului funcţiei (10) prin considerarea condiţiilor (12) reprezintă o problemă de minim relativ, care se poate rezolva fie prin calcul direct (de regulă cînd $m - n = 1$), fie cu ajutorul multiplicatorilor lui Lagrange.

Apelarea la tehnica de calcul electronică lărgeşte considerabil posibilităţile de rezolvare ale problemei, formulate pentru cele mai generale condiţii.

3. DETERMINAREA SOLUŢIEI

Rezolvarea problemei prin considerarea ca mărimi constante a elementelor care intervin în expresia (9) (exceptînd, evident, pe G_{Fe}, G_i şi p) şi la $a_j = \text{const}$, conduce la o soluţie univoc determinată; în caz contrar, soluţia este reprezentată printr-un domeniu în sensul că, la variaţii între anumite limite ale unui parametru de exemplu, soluţia optimă va fi diferită în funcţie de valoarea acceptată pentru parametrul considerat.

În acest din urmă caz se poate urmări deci influenţa oricărui factor asupra optimului tehnic-economic. Ca parametru variabil între limite precizate se poate considera, de exemplu, costul specific al materialelor active, timpul normat de recuperare a investiţiilor capitale, durata de funcţionare anuală, reactanţele maşinii sau ale transformatorului, constantele de timp, solicitările termice sau mecanice ale materialelor, însăşi puterea maşinii sau a transformatorului în cazul proiectării seriilor unitare etc. Remarca făcută prezintă o importanţă principială deosebită, deoarece toate problemele proiectării, standardizării, încadrării în serii unitare, comportării în cadrul sistemelor energetice etc. ale maşinilor şi transformatoarelor electrice, cu o bază în prezent mai mult sau mai puţin empirică, obţin în acest mod o justificare teoretică riguroasă.

Pentru gradul de complexitate al rezolvării problemei prezintă importanţă valoarea diferenţei $(m - n)$, care trebuie să fie reprezentată de un număr pozitiv şi întreg.

La $m - n = 1$, problema poate fi rezolvată, de regulă, prin calcul direct, întrucît în acest caz din (12) se pot exprima $m - 1$ variabile independente în funcţie de x_m şi a_j şi deci la $a_j = \text{const}$ expresia (10) ia forma

$$C_{ef} = f(x_m), \tag{13}$$

iar din

$$\frac{\mathrm{d}C_{ef}}{\mathrm{d}x_m} = 0, \quad \text{la} \quad \frac{\mathrm{d}^2 C}{\mathrm{d}x_m^2} < 0,$$

se determină valoarea lui x_m care asigură minimul funcţiei (13); la x_m cunoscut din (12) rezultă x_i pentru $(i = 1, 2, \ldots, m - 1)$.

La $(m - n) > 1$ calculul se complică şi apelarea la calculatoarele electronice poate să devină absolut necesară. Creşterea diferenţei $(m-n)$ echivalează cu eliminarea succesivă a condiţiilor impuse şi problema de minim relativ se apropie treptat de o problemă de minim absolut. În [19], de exemplu, problema se formulează la $n = 1$, prin considerarea doar a puterii transformatorului supus optimizării, iar în [20] a pierderilor în gol şi la scurtcircuit.

4. ÎNCHEIERE

Aplicarea principiilor optimizării soluțiilor oferă o nouă bază teoretică, suficient de riguroasă, pentru proiectarea mașinilor și a transformatoarelor electrice. Problema tratată în acest mod prezintă, pe lîngă interesul direct pentru proiectarea mașinilor și a transformatoarelor electrice, un interes mult mai general prin posibilitățile principiale noi pe care le creează pentru analiza comportării mașinii în sistemele energetice și legarea acestui element de factorii proprii mașinii care determină în ultimă instanță tehnicitatea și economicitatea ei.

Metoda ale cărei principii au fost expuse coraborată cu principiile clasice ale proiectării formează o metodă unitară de studiu și de proiectare a mașinilor și transformatoarelor electrice încadrate în sistemele energetice.

Primit la redacție la 13 mai 1966

BIBLIOGRAFIE

I. OSCILOMOTOARE PARAMETRICE

1. M. Marinescu, *Sistemele electromecanice cu inductanță variabilă*, Electricestvo *6*, p. 50 (19).
2. — *Sur un nouveau moteur electrique à mouvement alternatif*, R.G.E., septembrie 1961, 453.
3. — *The trans-Verter — a new Transducer for converting high frequency electric oscillations into-low frequency mechanical vibration*, Congresul asupra TRANSDUCTORILOR, Crinitza, Polonia, 1960.
4. — *Căi noi de dezvoltare a mașinilor cu reluctanța variabilă și aplicația la realizarea unui nou tip de motor electric cu mișcare alternativă*, Standardizarea, **14**, *6—7* (1962).
5. M. Marinescu, N. Grînaru, I. Gavriliu, *L'effet d'Hystérèse électromécanique*, R.G.E., decembre 1962.
6. M. Marinescu, I. Vrancea, *Der Motor mit elektromechanischer Hysteresis und Hinundherbewegung Elektrie*, *6* (1963).
7. M. Marinescu, *Studiul încărcării cu sarcină aperiodică a motoarelor cu histereză electromecanică*, St. cerc. energ., seria A, **XIII**, *2* (1963).
8. — *Elektromechanische Hysteresis und ihre Anwendung in der Technik Elektrie*, *10* (1963).
9. — *Sur certain effets d'instabilité électromécanique*, C.R. Acad. Sci. Paris, 257, *4*, 3578—3581 (1963).
10. — *Moteurs électromagnétiques à mouvement alternatif et générateurs magnétostrictifs d'ultrasons*, R.G.E., novembre 1963.
11. — *Sur la théorie de la résonance à l'impulsion et ses applications techniques*, L'Onde Electrique, *441* (1963).
12. — *Sur le principe du transfert de l'Energie dans les systèmes électromécaniques*, C.R. Acad. Sci. Paris, 2282—2284, *24* (1964).
13. — *Sur la transformation directe des forces électro-magnétiques pulsatoires, en forces alternatives. Perspectives de développment des moteurs linéaires du type électromagnétique*, C.R. Acad. Sci. Paris, **260**, *15*, 3021—3024 (1965).
14. — *Funcționarea optimală a oscilomotoarelor electromagnetice*, St. cerc. energ. electr., **15**, *3* (1965).
15. — *On the production of alternative electromagnetic forces*. Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotehn. Energ., **10**, *3* (1965).

II. OPTIMIZAREA MAŞINILOR ŞI TRANSFORMATOARELOR ELECTRICE

16. C. Apetrei, *Determinarea soluţiei optime în proiectarea maşinilor electrice*, St. cerc. energ., **12**, *1* (1962).

17. — *Determinarea prin calcul a optimului tehnico-economic a transformatorului de putere*, St. cerc. energ., **12**, *4* (1962).

18. — *Optimizarea soluţiilor la calculul maşinii de curent continuu*, St. cerc. energ., **15**, *3* (1965).

19. C. V. Bălă, A. Cupşa, *Determinarea optimului tehnico-economic absolut în proiectarea transformatoarelor de putere*, St. cerc. energ., **13**, *1* (1963).

20. D. Creţu, M. Bîrgăuanu, P. Oprişan, *Influenţa variaţiei indicilor tehnico-economici asupra soluţiei optime a transformatoarelor de putere*, St. cerc. energ., **13**, *1* (1963).

CU PRIVIRE LA ORIENTAREA CERCETĂRILOR INSTITUTULUI DE ENERGETICĂ ASUPRA STABILITĂȚII SISTEMELOR AUTOMATE NELINIARE *)

DE

V. M. POPOV

MEMBRU CORESPONDENT AL ACADEMIEI
REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

621.5.15

Se expun obiectivele principale urmărite și cîteva dintre rezultatele obținute în cursul cercetărilor desfășurate în ultimii ani de Institutul de Energetică al Academiei Republicii Socialiste România în problema stabilității sistemelor automate neliniare.

Problema stabilității intervine de obicei în următoarea formă directă : fiind dat un anumit sistem, bine determinat, trebuie să se afle dacă sistemul este stabil sau nestabil. Dar încă cercetările clasice ale lui H. Poincaré și A. M. Leapunov asupra stabilității în primă aproximație au arătat că există posibilitatea ca un criteriu simplu și unic să dea informații despre stabilitatea unei întregi familii de sisteme. Evoluția ulterioară a confirmat utilitatea de a înlocui examinarea directă a stabilității unor sisteme izolate prin studiul anumitor familii de sisteme, convenabil alese. Urmărind această cale, s-au lărgit continuu posibilitățile de a deduce în problema stabilității un maximum de concluzii dintr-un minimum de date sau de calcule, deziderat care rămîne și astăzi important, deși dispunem de calculatoare precise și rapide. Necesitățile impuse de aplicațiile concrete reclamă și ele o asemenea abordare a problemei, întrucît, chiar dacă se are în vedere un singur sistem automat, acesta este totdeauna supus unor modificări, introduse intenționat sau întîmplător, și deci este mai potrivit să-l considerăm ca o succesiune de sisteme distincte, studiul lui revenind, prin urmare, la examinarea unei anumite familii de sisteme. Numai stăpînind teoretic și cuprinzînd într-o singură privire comportarea unui ansamblu

*) Articol apărut în „Rev. roum. sci. tech. — Electrotechn. Energ." **16**, *4* (1966).

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 4 p. 813—821 București 1966

vast de sisteme distincte putem prevedea, preîntîmpina sau asigura efectele pe care le au asupra stabilității modificările care survin dintr-o cauză sau alta în sistemele automate.

Aceste considerente au determinat ca cercetările de stabilitate a sistemelor automate neliniare desfășurate în Institutul de energetică să se orienteze către studiul stabilității unor familii de sisteme. În perioada de amorsare a acestor cercetări, familiile de sisteme examinate au fost cele considerate în studiile de *stabilitate absolută*, inițiate de cunoscuta lucrare a lui A. I. Lurie și V.N. Postnikov [1]), iar metoda de cercetare folosită a fost, ca și în cercetările amintite, metoda funcțiilor Leapunov. Deși cercetările privind stabilitatea sistemelor care conțin reactoare nucleare [5] au condus la rezultate valabile și pentru clase mai generale de sisteme, cercetările din perioada respectivă au urmărit mai ales perfecționarea metodelor teoretice de investigație a stabilității și îmbunătățirea rezultatelor cunoscute [6]. Urmărind aceste obiective, s-a ajuns în anii următori la elaborarea unei noi metode [7]—[9], care a permis obținerea unor criterii de stabilitate absolută exprimate în limbajul funcțiilor de transfer, intens utilizate în teoria liniară a sistemelor automate, dar nefolosite pînă atunci în cercetările de stabilitate absolută a sistemelor neliniare. Fără a insista asupra acestor rezultate [2]), vom sublinia aici doar faptul, care a servit drept punct de plecare pentru noi cercetări, că metoda elaborată permitea obținerea unor criterii de stabilitate valabile pentru familii de sisteme mai generale decît cele utilizate în studiile anterioare. Acest fapt, împreună cu necesitatea de a perfecționa criteriile de stabilitate pînă la stadiul în care acestea nu sînt numai suficiente (ca în studiile anterioare) ci și necesare, a condus la modificarea în perioada următoare a însăși familiei de sisteme studiate. Faptul că alegerea familiei de sisteme pentru care căutăm un criteriu unic de stabilitate este în întregime la latitudinea noastră subliniază cu atît mai acut necesitatea de a ne convinge că această alegere a fost făcută în modul cel mai natural cu putință. Care sînt însă criteriile în baza cărora am putea stabili că o anumită familie de sisteme este mai natural aleasă decît altele? Deși în această problemă punctele de vedere pot să difere, se pot totuși formula cîteva deziderate a căror necesitate este evidentă. În primul rînd, familia de sisteme trebuie să fie cît mai bogată, pentru ca să cuprindă cît mai multe dintre sistemele care pot interveni în practică, asigurînd astfel o aplicativitate cît mai largă a teoriei. În al doilea rînd, familia de sisteme trebuie astfel aleasă, încît studiul să se poată efectua pînă la capăt fără a lăsa probleme teoretice-interne nerezolvate (în particular, criteriile care asigură stabilitatea colectivă a tuturor sistemelor din familia respectivă trebuie să fie necesare și suficiente). Totodată trebuie să cerem ca rezultatele obținute să cuprindă drept cazuri particulare toate rezultatele principale cunoscute în teoria stabilității sistemelor automate. În sfîrșit, este de asemenea de dorit ca atît caracterizarea familiei de sisteme cît și criteriile de stabilitate obținute să se formuleze cît mai simplu cu putință, permițînd astfel rezolvarea problemei stabilității cu prețul unui volum minim de calcule.

Este evident că simpla enunțare a acestor deziderate care sînt și contradictorii cel puțin în parte, nu este suficientă pentru a putea deter-

[1]) Problema stabilității absolute poate fi urmărită în monografiile [1]—[4].

[2]) Aceste rezultate sînt cuprinse, în mare parte, în monografiile citate în nota anterioară.

mina în mod automat familia de sisteme pentru care urmează să fie dezvoltată teoria. Rezultă clar că o alegere convenabilă a familiei de sisteme nu poate fi decît rezultatul unei succesiuni de încercări și de ajustări, introduse pe măsura elaborării teoriei, urmărind o cît mai deplină satisfacere a dezideratelor generale enunțate mai sus.

Pentru a arăta cum sînt definite, în cel mai simplu caz, familiile de sisteme la care au ajuns cercetările Institutului de energetică, urmărind calea schițată mai sus, să considerăm sistemul automat din figura 1, în care B_1 reprezintă un bloc liniar (de tipul blocurilor tratate în teoria liniară a sistemelor automate), iar B_2 este un bloc care, în general, poate fi neliniar. Amintim mai întîi că, în cazul problemei stabilității absolute, se presupune că mărimea de intrare μ a blocului B_2 este legată de mărimea de ieșire ν a aceluiași bloc printr-o relație algebrică, de forma

$$\nu = \varphi(\mu), \tag{1}$$

unde $\varphi(\mu)$ este o funcție continuă care verifică o condiție de forma

$$\mu\nu \leqslant 0 \tag{2}$$

(cu alte cuvinte, graficul funcției $\nu = \varphi(\mu)$, în planul (ν, μ), este în întregime cuprins în cadranele II și IV). O familie de sisteme, de tipul considerat în studiile de stabilitate absolută, este constituită din totalitatea sistemelor care au același bloc B_1 și satisfac condițiile (1) și (2).

Spre deosebire de aceste clase de sisteme, noile familii de sisteme sînt definite cu ajutorul integralei

$$\eta(0, t_1) = \int_0^{t_1} \mu\nu \, dt, \tag{3}$$

căreia i se cere să satisfacă o inegalitate de forma

$$\eta(0, t_1) \leqslant 0, \tag{4}$$

oricare ar fi $t_1 \geqslant 0$ și funcțiile $\mu(t)$ și $\nu(t)$ care satisfac ecuațiile sistemului [3]). Este evident că inegalitatea (4) este o consecință imediată a inegalității (2), fiind însă mai puțin restrictivă decît această din urmă inegalitate. Se poate spune că ansamblul condițiilor (3) și (4) nu reprezintă altceva decît condiția ca inegalitatea (2) să fie îndeplinită *în medie*, fiind admisă neîndeplinirea acestei inegalități pe intervale de timp suficient de mici. Introducerea condițiilor de forma (3), (4) permite eliminarea restricției ca blocurile B_2 să fie descrise printr-o relație algebrică de forma (1), ele putînd fi acum descrise printr-o ecuație diferențială sau o relație dinamică neliniară oarecare. După cum introducerea familiei de sisteme descrise prin condițiile (1), (2) a condus la o nouă noțiune de stabilitate (stabilitatea absolută), considerarea familiei mai largi de sisteme, caracterizată prin condițiile (3) și (4), a condus de

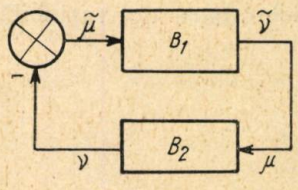


Fig. 1

[3]) De fapt rezultatele rămîn valabile chiar dacă în membrul drept al inegalității (4) intervine o constantă pozitivă sau o funcție mai generală, avînd doar anumite proprietăți (vezi [11]).

asemenea la introducerea unei noi noţiuni de stabilitate (denumită, începînd de la lucrarea [10] în care a fost introdusă, *hiperstabilitate*) constînd în stabilitatea colectivă a tuturor sistemelor care fac parte din noua familie de sisteme. Din faptul că o anumită familie de sisteme, descrisă prin condiţii de forma (3), (4), este hiperstabilă rezultă deci că fiecare sistem din familia respectivă este stabil în sensul lui Leapunov.

Aceste definiţii ar fi, desigur, tot atît de îndreptăţite ca şi oricare altele dacă nu s-ar constata că noile familii de sisteme au proprietăţi remarcabile, care sînt preţioase pentru studiul stabilităţii şi care încetează de a mai avea loc dacă familiile de sisteme sînt altfel alese. Pentru a prezenta o imagine a acestor proprietăţi şi a ideilor principale cu ajutorul cărora ele se obţin, este necesar să recurgem la o descriere mai precisă a sistemelor considerate. Am văzut că familiile de sisteme la care ne-am oprit sînt definite prin blocul B_1 din figura 1 (descris de obicei printr-o ecuaţie diferenţială) şi prin integrala $\eta(0, t_1)$ de forma particulară (3), cu ajutorul căreia se caracterizează blocurile B_2 din figura 1, folosind o inegalitate de forma (4). Pentru punerea în evidenţă a unor proprietăţi generale, este însă convenabil să formulăm problema într-un mod mai general şi mai abstract, păstrînd din cele de mai sus doar faptul că o ecuaţie diferenţială şi o integrală sînt suficiente pentru a putea defini familiile de sisteme considerate. În locul ecuaţiei diferenţiale vom introduce, în cazul cel mai simplu [4]), un sistem de ecuaţii diferenţiale de forma

$$\frac{\mathrm{d}x_j}{\mathrm{d}t} = \sum_{k=1}^{n} a_{jk} x_k + b_j \mu(t), \quad j = 1, 2, \ldots, n, \tag{5}$$

unde a_{jk} şi b_j sînt constante, iar $\mu(t)$ este *funcţia de intrare*, presupusă continuă pe porţiuni. Cît priveşte integrala, o vom lua de forma

$$\eta(0, t_1) = \int_0^{t_1} [x_j, \mu; x_j, \mu] \, \mathrm{d}t, \tag{6}$$

unde prin $[x_j, \mu; x_j, \mu]$ am simbolizat o formă pătratică, avînd variabilele $x_1, x_2, \ldots, x_n$ şi μ. Prima problemă care se pune este analizarea diferitelor moduri echivalente în care pot fi prezentate ecuaţiile (5) şi (6), cu scopul aducerii acestor ecuaţii la forme cît mai simple. Efectuînd o schimbare de variabilă de forma

$$\tilde{x}_j = \sum_{k=1}^{n} r_{jk} x_k, \tag{7}$$

$$\tilde{\mu} = \rho \left(\mu - \sum_{k=1}^{n} q_k x_k \right) \tag{8}$$

(unde ρ, q_k şi r_{jk} sînt constante, satisfăcînd condiţiile $\rho \neq 0$ şi $\det |r_{jk}| \neq 0$), ecuaţiile (5) şi (6) se transformă în alte ecuaţii de aceeaşi formă, în care intervin noile variabile $\tilde{x}_j$ şi $\tilde{\mu}$. Întrucît transformările (7) şi (8) sînt inversabile, noile ecuaţii conţin exact aceeaşi informaţie ca şi ecuaţiile

[4]) Acelaşi mod de tratare se poate aplica şi în cazul unor sisteme cu mai multe funcţii de intrare, continue sau discrete (vezi [11]).

inițiale, prezentată doar sub altă formă. Acest fapt ne îndreptățește să spunem că, dacă două perechi de ecuații de forma (5), (6) se obțin una din alta cu ajutorul unor relații de forma (7), (8), cele două perechi sînt echivalente, distincția dintre ele provenind numai din alegerea diferită a sistemului de referință. Vom include, în consecință, într-o singură *clasă de echivalență* toate perechile de ecuații de forma (5), (6), care se obțin unele din altele cu transformări de forma (7), (8).

Să considerăm o problemă oarecare în a cărei formulare nu intervine decît o ecuație diferențială și o integrală de forma (5), (6) (după cum se întîmplă, în particular, în cazul problemei hiperstabilității). Pentru ca soluția unei astfel de probleme să nu depindă de alegerea, totdeauna arbitrară, a sistemului de referință în raport cu care formulăm problema, este, evident, necesar ca în expresia acestei soluții să nu intervină decît mărimi care nu se schimbă la trecerea de la o formulare a problemei la alta echivalentă. Apare astfel necesitatea de a căuta acele mărimi care rămîn invariante la aplicarea unor transformări de forma (7), (8).

În acest scop este iarăși indicat să formulăm o problemă ceva mai generală, introducînd, alături de ecuațiile (5), noile ecuații

$$\frac{\mathrm{d}x_j^{\Delta}}{\mathrm{d}t} = \sum_{k=1}^{n} a_{jk} x_k^{\Delta} + b_j \mu^{\Delta}(t), \qquad j = 1, 2, \ldots, n, \tag{9}$$

unde mărimile distinse cu semnul Δ au aceleași proprietăți ca și mărimile fără acest semn. În locul integralei (6) vom considera de astă dată integrala

$$\eta(0, t_1) = \int_0^{t_1} [x_j^{\Delta}, \mu^{\Delta}; x_j, \mu] \, \mathrm{d}t, \tag{10}$$

unde am notat cu $[x_j^{\Delta}, \mu^{\Delta}; x_j, \mu]$ forma biliniară corespunzătoare formei pătratice care intervine în (6). Vom cere ca la fiecare transformare (7), (8) variabilele x_j^{Δ} și μ^{Δ} să se transforme tot după aceste relații (cu adăugarea semnului Δ), coeficienții r_{jk}, ρ și q_k rămînînd aceiași. În aceste condiții, între sistemele date de ecuațiile (5) și (6), de o parte, și sistemele formate din ecuațiile (5), (9) și (10), de altă parte, poate fi stabilită o corespondență biunivocă. Mai mult, sistemele formate din ecuațiile (5), (6) se obțin din sistemele (5), (9), (10) dacă se consideră cazul particular $x_j^{\Delta} = x_j$, $\mu^{\Delta} = \mu$. De aici rezultă că este suficient să identificăm mărimile invariante ale sistemului (5), (9), (10), întrucît aceste mărimi sînt invariante și pentru sistemul inițial (5), (6).

În acest scop introducem în ecuațiile (5) și (9) funcțiile $\mu(t) = \mathrm{e}^{\sigma t}$ și $\mu^{\Delta}(t) = \mathrm{e}^{\lambda t}$ și căutăm soluțiile particulare ale acestor ecuații, de forma $x_j(t) = x_{j0}(\sigma)\mathrm{e}^{\sigma t}$ și, respectiv, $x_j^{\Delta}(t) = x_{j0}^{\Delta}(\lambda)\mathrm{e}^{\lambda t}$. Introducînd aceste funcții în expresia (10), aceasta capătă forma

$$\eta(0, t_1) = \chi(\lambda, \sigma) \int_0^{t_1} \mathrm{e}^{(\lambda+\sigma)t} \, \mathrm{d}t, \tag{11}$$

expresie care ne permite să definim funcția $\chi(\lambda, \sigma)$. Este ușor de văzut că funcția $\chi(\lambda, \sigma)$ este un raport de două polinoame și că polinomul de la numitor este egal cu produsul $\psi(\lambda)\,\psi(\sigma)$, unde $\psi(\lambda)$ este polinomul care inter-

vine în ecuaţia caracteristică a matricei (a_{jk}), scrisă sub forma $\psi(\lambda) = 0$. Ca urmare, putem defini polinomul

$$\pi(\lambda, \sigma) = \frac{1}{\nu} \chi(\lambda, \sigma)\ \psi(\lambda)\ \psi(\sigma), \tag{12}$$

unde ν este o constantă pozitivă de normare, convenabil aleasă. Aplicînd funcţiilor introduse mai sus transformările (7) şi (8) se constată că polinomul $\pi(\lambda, \sigma)$ este invariant faţă de aceste transformări. Rezultă imediat că toţi coeficienţii acestui polinom sînt invarianţi faţă de transformările considerate. Mai mult, dacă sînt îndeplinite anumite condiţii naturale de nedegenerescenţă, aceşti coeficienţi formează un sistem complet de invarianţi, în sensul că pe baza cunoaşterii lor se poate determina în mod unic perechea de ecuaţii (5), (6), cu aproximaţia unor transformări de forma (7), (8) (al căror efect am şi urmărit să-l eliminăm). Ajungem astfel la concluzia că soluţia problemei propuse trebuie să poată fi exprimată cu ajutorul polinomului $\pi(\lambda, \sigma)$. Avem totodată la dispoziţie un mijloc comod de a verifica dacă două perechi de ecuaţii, de forma (5), (6), pot fi obţinute una din alta cu ajutorul unei transformări de tipul (7), (8), fiind suficient pentru aceasta să stabilim că polinoamele $\pi(\lambda, \sigma)$ ale celor două sisteme sînt identice.

Avînd stabilite aceste mijloace, să introducem, în locul sistemelor formate din perechile de ecuaţii de forma (5), (6) o categorie mai restrînsă de sisteme, pe care le vom denumi *sisteme pozitive*. Spunem că un sistem format dintr-o pereche de ecuaţii de forma (5), (6) este *pozitiv* dacă integrala (6) se poate aduce la forma

$$\eta(0, t_1) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} (x_j(t_1)\, p_{jk}\, x_k(t_1) - x_j(0)\, p_{jk}\, x_k(0)) + \\ + \int_0^{t_1} \left| \gamma\mu(t) + \sum_{k=1}^{n} w_k\, x_k(t) \right|^2 \mathrm{d}t, \tag{13}$$

unde γ, w_k şi p_{jk} sînt constante, satisfăcînd şi condiţia $p_{jk} = p_{kj}$. Condiţia ca integrala $\eta(0, t_1)$ să poată fi adusă la forma (13) poate fi exprimată şi cu ajutorul polinomului $\pi(\lambda, \sigma)$, fiind echivalentă cu condiţia ca să aibă loc inegalitatea

$$\pi(-\mathrm{j}\omega, \mathrm{j}\omega) \geqslant 0, \qquad (\mathrm{j} = \sqrt{-1}) \tag{14}$$

oricare ar fi numărul real ω.

Dacă introducem o nouă restricţie, cerînd ca matricea (p_{jk}) să fie pozitiv definită, obţinem o categorie de sisteme încă mai particulare, denumite sisteme *hiperstabile*. Legătura dintre aceste sisteme şi problema de la care am pornit rezultă din faptul că inegalitatea (4) (care, după cum am văzut, joacă rolul principal în definirea familiei de sisteme a căror stabilitate trebuie simultan asigurată), împreună cu relaţia (13) şi cu condiţia ca matricea (p_{jk}) să fie pozitiv definită, atrage concluzia că toate funcţiile $x_j(t)$ sînt mărginite, aşa cum se cere în definiţia stabilităţii [5]).

[5]) În prezenta expunere ne referim numai la stabilitatea simplă. Relativ la stabilitatea asimptotică, ne mărginim să observăm că o simplă condiţie suplimentară (totdeauna realizabilă prin aplicarea unor modificări infinitezimale) asigură şi îndeplinirea condiţiei $\lim_{t\to\infty} x_j(t) = 0$, $j = 1, 2, \ldots, n$.

O concretizare suplimentară se obține acum dacă înlocuim sistemul abstract considerat mai sus, format din ecuațiile (5) și (6), printr-un ansamblu de ecuații care să corespundă sistemului reprezentat în figura 1. Vom presupune că funcționarea blocului B_1 din această figură este descrisă prin sistemul de ecuații (5), mărimea de ieșire a acestui bloc fiind dată de relația

$$\nu = \sum_{k=1}^{n} l_k x_k + c\mu, \tag{15}$$

unde l_k și c sînt constante. Integrala $\eta(0, t_1)$ (calculată cu formula (3), ținînd seama de (15)) este, evident, de forma (6), astfel încît toate considerațiile anterioare rămîn valabile. Condițiile de pozitivitate și de hiperstabilitate se exprimă însă mai convenabil cu ajutorul funcției de transfer, $G(s)$, a blocului definit prin ecuațiile (5) și (15) (avînd funcția de intrare μ și funcția de ieșire ν). Astfel, condiția (14) se aduce la forma

$$\operatorname{Re} G(j\omega) \geqslant 0, \tag{16}$$

inegalitate care trebuie să aibă loc oricare ar fi numărul real ω. Condiția de hiperstabilitate este îndeplinită dacă funcția de transfer este o funcție real-pozitivă, adică dacă este îndeplinită condiția (mai severă decît (16)[6])

$$\operatorname{Re} G(s) \geqslant 0, \text{ pentru orice } s \text{ pentru care } \operatorname{Re} s \geqslant 0. \tag{17}$$

În consecință, vom spune că un bloc oarecare, descris prin ecuații de forma (5), (15), este hiperstabil dacă funcția lui de transfer satisface condiția (17).

Noțiunea de bloc hiperstabil (ca, de altfel, și noțiunile mai generale de pozitivitate și de hiperstabilitate amintite mai înainte) poate fi extinsă și la sisteme mult mai generale decît cele considerate pînă în prezent. În acest caz nu mai putem însă folosi o condiție de tipul (17), ci recurgem la o condiție impusă direct integralei $\eta(0, t_1)$, definită prin relația (3), fără a particulariza relația dintre mărimile de intrare și de ieșire, μ și ν, legate prin legea după care acționează blocul considerat. Generalizînd condiția ca integrala $\eta(0, t_1)$ să se aducă la forma (13), vom cere ca să existe două constante pozitive, α și β, astfel încît pentru orice cuplu de funcții μ, ν, care satisfac legea blocului respectiv, să fie verificată inegalitatea

$$\alpha\Big(\max_{j=1,2,\ldots,n} |x_j(t_1)|\Big)^2 \leqslant \eta(0, t_1) + \beta\Big(\max_{j=1,2,\ldots,n} |x_j(0)|\Big)^2, \tag{18}$$

oricare ar fi $t_1 > 0$[7]). În inegalitatea (18), $x_j(t)$ reprezintă mărimile care descriu starea blocului considerat la momentul t[8]). În cazul particular al

---

[6]) Condiția (17) se reduce la condiția (16) dacă toate valorile caracteristice ale matricei (a_{jk}) (care intervine în (5)) au părțile reale negative.

[7]) Mai general se poate considera în locul inegalității (18) inegalitatea:

$$\alpha(\max x_j(t_1)) \leqslant \eta(0, t_1) + \beta(\max x_j(0)),$$

unde $\alpha(\rho)$ și $\beta(\rho)$ sînt de astă dată niște funcții de ρ, definite pentru $\rho \geqslant 0$, continue, pozitive, strict crescătoare și nule pentru $\rho = 0$, fiind totodată îndeplinită condiția $\lim_{\rho \to \infty} \alpha(\rho) = \infty$.

[8]) În cazul anumitor blocuri este dificil să se precizeze mărimile de stare. Pentru sistemele formate din astfel de blocuri, însăși noțiunea de stabilitate trebuie să fie precizată printr-o definiție specială. În aceste cazuri se consideră, în locul mărimilor de stare, acele mărimi a căror mărginire este considerată, prin definiție, ca fiind suficientă pentru a avea loc proprietatea de stabilitate.

blocurilor de forma (5), (15), definiția dată de inegalitatea (18) este echivalentă cu definiția dată anterior.

Faptul că inegalitatea (18) este sau nu verificată se constată printr-un examen special, folosind particularitățile legii blocului studiat. Găsirea de noi blocuri hiperstabile se poate însă realiza și printr-un procedeu pur mecanic, bazat pe faptul că anumite combinații de blocuri hiperstabile

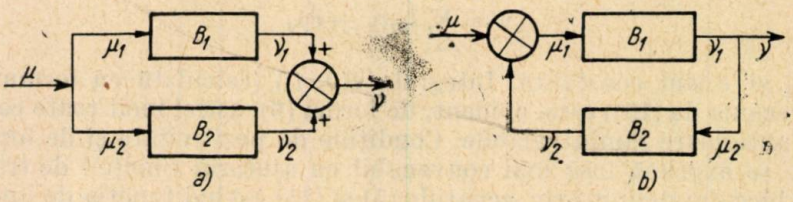


Fig. 2

conduc în mod automat la noi blocuri hiperstabile. Să considerăm, pentru concretizare, un bloc B_1, cu intrarea μ_1 și ieșirea ν_1, și un bloc B_2, cu intrarea μ_2 și ieșirea ν_2. Cu ajutorul acestor blocuri, definim blocurile B_p și B_r (fig. 2*a* și 2*b*) ale căror mărimi de intrare și de ieșire, μ și ν, satisfac, respectiv, următoarele relații :

$$\text{pentru blocul } B_p : \quad \mu = \mu_1 = \mu_2, \quad \nu = \nu_1 + \nu_2, \tag{19}$$

$$\text{pentru blocul } B_r : \quad \mu_1 = \mu - \nu_2, \quad \mu_2 = \nu_1 = \nu. \tag{20}$$

Este ușor de văzut că, dacă blocurile B_1 și B_2 sînt hiperstabile, atunci blocurile B_p și B_r sînt de asemenea hiperstabile. Se mai vede că, dacă mărimea de intrare μ a unui bloc hiperstabil este identic nulă, mărimile de stare ale blocului sînt mărginite, așa după cum se cere în definiția stabilității după Leapunov, fapt pe care îl putem enunța sub forma : „Orice bloc hiperstabil cu intrarea nulă constituie un sistem stabil". Aplicînd acest rezultat în cazul blocului hiperstabil din figura 2*b* și observînd că sistemul astfel obținut este un sistem obișnuit cu reacție negativă, găsim că „orice sistem cu reacție negativă format din blocuri hiperstabile este stabil"[9]). Aceste proprietăți, care reprezintă principalul avantaj al introducerii noțiunii de bloc hiperstabil, fac ca o dată cu fiecare identificare a unui nou bloc hiperstabil să se obțină un șir nesfîrșit de noi blocuri hiperstabile, găsite combinînd noul bloc cu blocurile hiperstabile cunoscute după schemele din figura 2. În același timp se obține și un șir nesfîrșit de sisteme stabile, cu reacție negativă, obținînd astfel în mod automat o succesiune de concluzii referitor la stabilitatea unor sisteme într-o măsură care practic n-ar putea fi obținută pe altă cale.

Reciproc, dacă ne punem problema de a căuta o clasă de sisteme în așa fel încît să aibă loc proprietățile arătate, regăsim clasa blocurilor hiperstabile.

---

[9]) Existența soluțiilor sistemelor studiate constituie o problemă distinctă, care trebuie examinată pentru fiecare caz în parte. Aceeași problemă de existență apare uneori și în cazul blocurilor B_r, descrise prin relațiile (20). În lipsa unui studiu special al existenței soluțiilor se poate doar afirma că are loc următoarea alternativă : sau soluția nu există, sau are proprietățile de stabilitate arătate.

Fără a insista aici asupra aplicațiilor acestor rezultate, temă căreia îi este dedicat un capitol special al monografiei [11], ne mărginim să observăm că posibilitățile oferite de utilizarea metodelor expuse în tratarea unor noi probleme sînt, în momentul de față, încă departe de a fi epuizate.

Primit la redacție la 3 aprilie 1966

BIBLIOGRAFIE

1. A. M. Letov, *Ustoicivosti nelineinîh reguliruemîh sistem*, ed. 2, Moskva, Gostehizdat, 1962.
2. A. Halanay, *Teoria calitativă a ecuațiilor diferențiale*, București, Edit. Academiei, 1963.
3. M. A. Aizerman și F. R. Gantmaher, *Absoliutnaia ustoicivosti reguliruemîh sistem*, Izd. AN SSSR, 1963.
4. S. Lefschetz, *Stability of nonlinear control systems*, New York-London, Academic Press, 1965.
5. V. M. Popov, *Sur la stabilité inhérente des réacteurs nucléaires*, Conf., Genève, 1958, P/2458 (Roumanie).
6. — *Ob oslablenii dostatocinîh uslovii absoliutnoi ustoicivosti*, Avt. i Tel., **XIX**, *1* (1958).
7. — *Criterii de stabilitate pentru sistemele neliniare de reglare automată, bazate pe utilizarea transformatei Laplace*, St. cerc. energ., **IX**, *1* (1959).
8. — *Criterii suficiente de stabilitate asimptotică în mare pentru sistemele automate neliniare cu mai multe organe de execuție*, St. cerc. energ., **IX**, *4* (1959).
9. — *Noi criterii de stabilitate pentru sistemele automate neliniare*, St. cerc. energ., **IX**, *1* (1960).
10. — *Criterii de stabilitate pentru sistemele automate conținînd elemente neunivoce*, Probleme de automatizare, *13* (1960).
11. — *Hiperstabilitatea sistemelor automate*, Edit. Academiei Republicii Socialiste România, 1966.

CERCETĂRI PRIVIND STABILITATEA PROCESELOR DE ARDERE A COMBUSTIBILILOR GAZOȘI [1])

DE

N. ANTONESCU și D. GRECOV

662.611 : 662.95

Studiul stabilității procesului de ardere a amestecului combustibil scoate în evidență modul în care energia de aprindere este furnizată continuu în lungul distanței de acroșare prin schimb direct de căldură și masă și prin evoluția unor centre interioare de aprindere. Stabilitatea flăcărilor în cazul cînd amestecul se formează în cadrul procesului de ardere este puternic influențată și de condițiile de amestecare aer-gaz. În baza unui model fizic adoptat pentru procesul de stabilizare s-au putut determina condițiile de stabilitate ale flăcării în funcție de parametrii geometrici și aerodinamici ai jeturilor.

1. PROBLEMELE DE BAZĂ ALE STABILITĂȚII FLĂCĂRII

Combustibilii hidrocarburilor gazoase în general și gazul natural în special au viteze de ardere relativ mici, proprietate care face ca frontul de flacără să se deplaseze încet spre zona amestecului combustibil și, în consecință, debitul ars pe unitatea de suprafață a frontului de flacără să fie mic. La mărirea vitezei de înaintare a amestecului combustibil, flacăra acroșată inițial la marginea unui perete este desprinsă, ruperea flăcării constituind limita superioară de stabilitate.

Ruperea flăcării are loc atunci cînd distanța dintre baza flăcării și marginea de acroșare devine mai mare decît raza de acțiune a efectului de acroșare a peretelui. Ruperea la marginea de acroșare are loc întotdeauna la viteze relativ mici ale amestecului combustibil și, odată ruptă, flacăra nu se mai poate acroșa în alt punct al curentului decît în cazul cînd pe parcurs se modifică turbulența curentului atît de mult, încît în acel punct viteza de ardere să devină egală cu viteza de înaintare (cazul flăcărilor libere suspendate) sau în cazul cînd pe parcurs, datorită unui aport exterior

[1]) Articol apărut în „Rev. roum. sci. tech. — Electrotechn. energ." **16**, *4* (1966).

de căldură, se realizează într-un punct condiţii stabile de aprindere, de tipul aprinderii cu sursă (cazul flăcărilor stabilizate cu flăcări-pilot sau gaze fierbinţi recirculate).

Cercetarea problemei limitei de stabilitate necesită, datorită complexităţii ei, acceptarea unor modele fizice ale fenomenului pe baza cărora să se determine parametrii principali ai procesului. În cazul procesului relativ simplu de acroşare la marginea unui perete, parametrul principal al procesului este gradientul critic al vitezei lîngă perete ; în schimb, în cazul procesului de acroşare la distanţă sînt mai mulţi parametri principali : parametrii aerodinamici, de schimb de căldură şi de masă şi parametrii de aprindere.

Cercetările aprofundate făcute în cadrul Institutului de energetică în domeniul stabilităţii flăcărilor sînt legate în special de o importantă latură aplicativă a procesului de stabilizare. La toate arzătoarele instalaţiilor energetice sînt utilizaţi stabilizatori care asigură, în primul rînd, fluxul continuu de energie de aprindere şi, în al doilea rînd, realizează o turbulenţă adiţională în curentul de amestec combustibil sau în frontul de flacără, care duce la mărirea vitezei de ardere şi deci şi la intensificarea procesului de ardere.

Modul în care se pune problema în cercetarea fenomenului stabilizării arderii prin înşişi parametrii principali de care depinde este în funcţie de modul de realizare a amestecului combustibil : amestec format în prealabil, punînd probleme de stabilitate la viteze mari de curgere, sau amestec ce se formează în timpul procesului de ardere, în acest caz aspectele specifice de propagare a flăcărilor difuzive constituind problemele de bază.

2. STABILIZAREA ÎN CURENTE DE AMESTEC COMBUSTIBIL

Studiul stabilităţii flăcărilor în cinetica arderii are ca unitate de referinţă stabilitatea la rupere a flăcărilor deschise libere la ieşirea din tuburi. Această referinţă prezintă două avantaje importante : în primul rînd, stabilitatea exprimată printr-o funcţie de gradientul vitezei la peretele tubului (nu este funcţie de diametru, deci de parametrii geometrici) ; în al doilea rînd, stabilitatea la ieşire din tuburi, bazată numai pe efectul de acroşare a peretelui, este cea mai mică stabilitate de flacără şi orice alte soluţii de stabilizare pot fi exprimate cantitativ prin raportarea la această limită.

Stabilizatorii care realizează în modul cel mai avantajos condiţiile de aprindere sînt aceia în care energia de aprindere este furnizată continuu de înseşi produsele de ardere cu o temperatură ridicată, recirculate în avalul unui obstacol neaerodinamic. Studiile noastre au arătat că cea de-a doua posibilitate de stabilizare, prin flăcări-pilot, este mai dezavantajoasă, deoarece în ansamblu nu se realizează un proces autoreglat, flacăra-pilot însăşi neputînd fi stabilă într-un domeniu larg de viteze ale curentului incident principal.

Stabilizatorul care pe lîngă utilizarea curentă în construcţii practice constituie şi din punct de vedere geometric un corp simplu de modelat este grila. Acesta a fost stabilizatorul asupra căruia s-au efectuat principalele cercetări teoretice şi experimentale.

Fluxul de energie de aprindere, sau puterea de aprindere, este furnizată în cazul grilelor, de către o parte din gazele de ardere, care sînt recir-

culate din zona produselor de ardere cu temperatură înaltă pînă la baza stabilizatorului. Puterea de aprindere în zona de contact pe lungimea de croșare x_i a traseului, în care jetul principal și gazele recirculate fierbinți

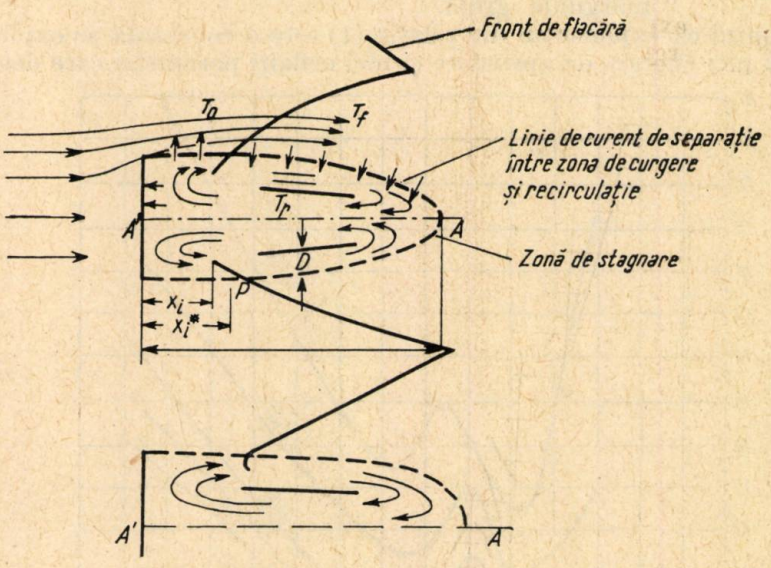


Fig. 1. — Schema procesului de stabilizare.

circulă paralel, este preluată de amestecul combustibil. Schema procesului de stabilizare este dată în figura 1.

Gazele de ardere care transmit căldura pe porțiunea x_i trebuie să aibă o temperatură suficient de ridicată pentru ca, pe de o parte, să realizeze în amestecul combustibil un gradient termic perpendicular pe liniile de curent egal cu cel necesar stabilirii unui front de flacără și, pe de altă parte să acopere pierderile de căldură prin conductibilitate, radiație și în procesul difuziv.

Rezultă că parametrul dimensional cel mai important al flăcărilor stabilizate cu gaze recirculate este înălțimea de acroșare. Această mărime odată cunoscută permite calculul schimburilor energetice din zona de aprindere și dimensionarea incintelor de ardere care utilizează arzătoare cu grile de stabilizare.

Înălțimea de acroșare a fost măsurată experimental în funcție de principalii parametri care o determină : dozajul combustibil-aer, viteza de înaintare a amestecului combustibil și geometria stabilizatorului, caracterizată prin raportul F_e/F_t dintre suprafața liberă de trecere a amestecului combustibil F_e și suprafața totală a grilei F_t.

În limitele largi experimentate prin variația coeficientului de exces de aer între 0,7 și 1,3, a vitezei w_a a amestecului combustibil între 1 și 18 m/s și a caracteristicii geometrice F_e/F_t între 0,143 și 0,5, distanța de acroșare satisface relația generală simplă

$$x_i = m(w_a - w)^{0,55}, \qquad (1)$$

unde

m este un coeficient funcţie de dozaj şi geometria grilei,

w_0 — viteza de stabilitate limită a flăcării acroşate chiar pe marginile grilei.

Faptul că exponentul din relaţia (1) este o constantă se explică prin aceea că nici energia de aprindere şi nici ceilalţi parametri care determină

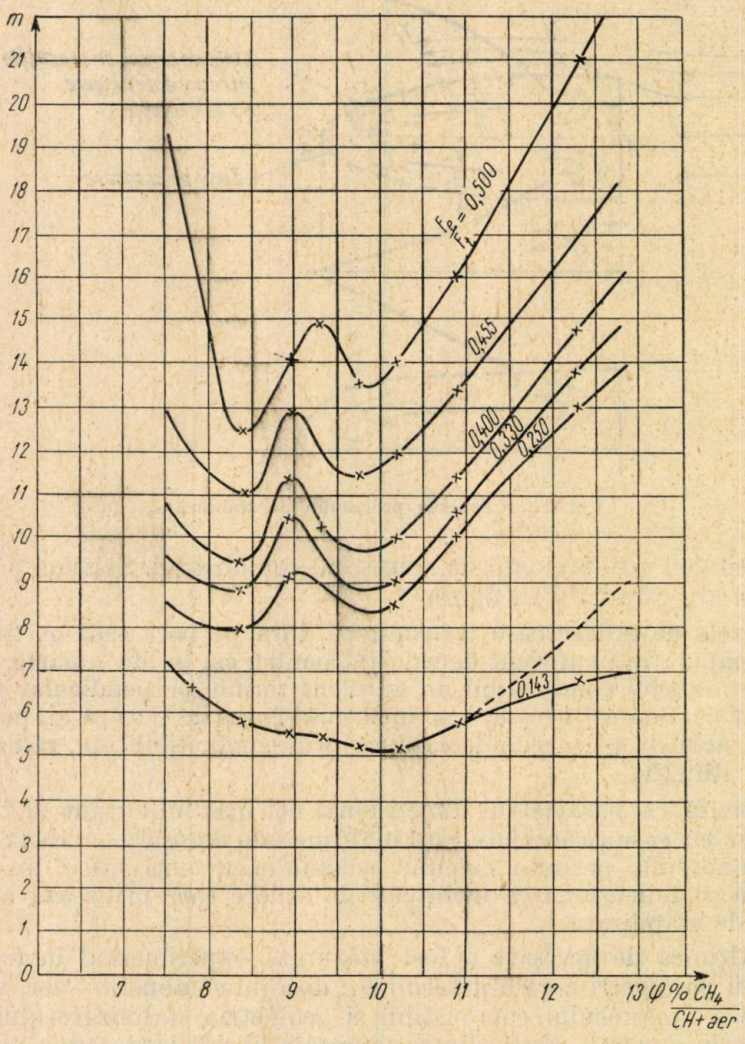


Fig. 2. — Variaţia factorului „m" a distanţei de acroşare.

distanţa de acroşare nu au la exponent dozajul amestecului combustibil. Factorul m, proporţional cu distanţa de acroşare la o viteză constantă, variază cu dozajul amestecului combustibil şi cu geometria grilei, după cum este prezentat în figura 2.

Este deosebit de interesant faptul că această variaţie prezintă două minime bine conturate la dozajele de 8,5 şi 10 % CH_4 în amestec. Prezenţa

acestor minime aduce o clarificare importantă în analiza fenomenului fizic al stabilizării cu gaze fierbinți. Minimul corespunzător dozajului de 8,5 % CH_4 în amestec corespunde dozajului la care energia de aprindere este minimă ; în consecință, și distanța de acroșare va fi mică. Minimul corespunzător dozajului de 10 % CH_4 în amestec coincide cu existența unei viteze maxime de ardere a amestecului combustibil. Legătura dintre viteza de ardere și distanța de acroșare se poate face admițînd un model fizic al stabilizării în care energia de aprindere este furnizată nu numai prin schimbul de căldură între gazele recirculate și amestecul combustibil incident, ci și prin centrele locale de aprindere ce se dezvoltă la marginea jetului de amestec proaspăt.

Centrele de aprindere provin din schimbul de masă datorit difuziunii turbulente din zona gazelor recirculate. Dacă un grup de molecule din gazele calde pătrund, datorită pulsațiilor turbulente, în zona amestecului proaspăt, ele se vor deplasa mai departe, înglobate în curentul de amestec combustibil, în repaus relativ față de acesta. Dacă grupul de molecule nu este suficient de mare pentru a avea energia necesară de aprindere a amestecului combustibil din jurul său, atunci efectul pătrunderii va fi numai transportul de căldură proprie care contribuie la schimbul de căldură din suprafața de separație a jeturilor. Dacă însă grupul de molecule are suficientă energie ca să îndeplinească condițiile de aprindere de tipul sursă punctiformă de aprindere în mediu fără mișcare atunci va produce aprinderea amestecului combustibil din jurul său cu un front sferic de flacără, avînd viteza relativ nulă față de curentul de amestec combustibil.

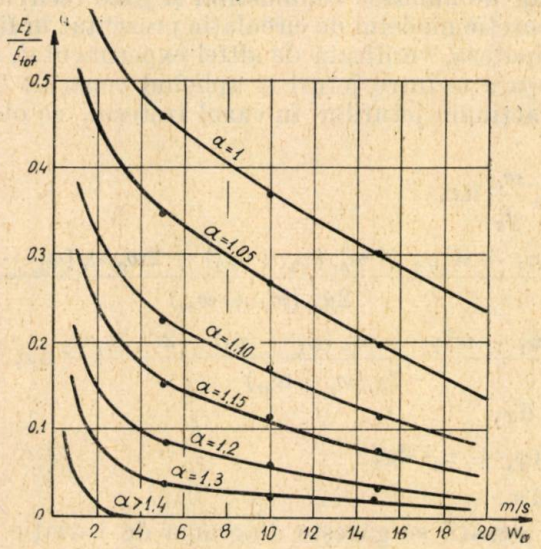


Fig. 3. — Ponderea fluxului de căldură de aprindere primit prin centrele interioare.

În acest caz, căldura primită de amestecul combustibil va fi și căldura dezvoltată prin ardere locală, aceasta contribuind la acoperirea energiei minime de aprindere necesară. Evident, atunci cînd viteza de ardere este maximă, evoluția centrelor interioare de aprindere este rapidă și, în consecință, distanța de acroșare minimă. Ponderea fluxului de căldură primit prin centrele interioare de aprindere este relativ mare, astfel cum apare în figura 3,

unde este dat raportul dintre acest flux şi fluxul total de energie de aprindere. Este uşor de explicat faptul că ponderea creşte în zona dozajelor cu viteză de ardere mare ($\alpha \cong 1$) şi la viteze mici de deplasare a amestecului

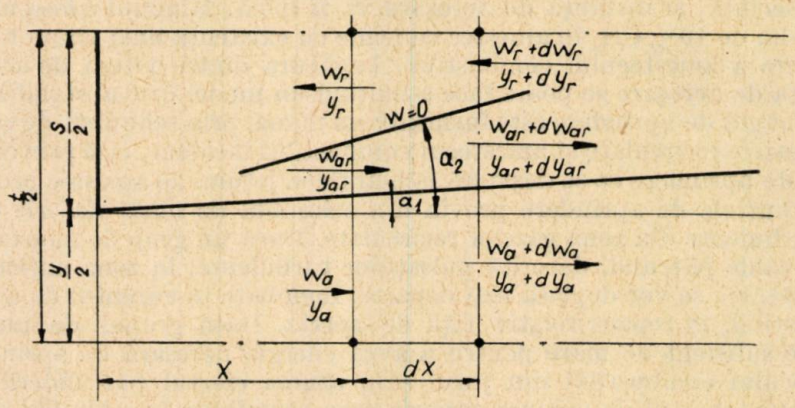


Fig. 4. — Schema jeturilor în avalul stabilizatorului.

combustibil, aceşti factori influenţînd direct asupra vitezei de dezvoltare a centrelor interioare şi asupra timpului disponibil pentru dezvoltarea lor.

O analiză mai amănunţită a procesului de schimb de masă în zona de contact a jeturilor de amestec combustibil şi gaze recirculate poate fi făcută descriind teoretic modelul de circulaţie prezentat în figura 4.

Admiţînd ipoteza, verificată de altfel experimental, a unor suprafeţe echipolare de separaţie între jeturi şi aplicînd ecuaţiile fundamentale ale curgerii şi interacţiunii jeturilor în cazul izoterm, se obţine sistemul de ecuaţii

$$\begin{cases} dw_a = -\varphi_1 \dfrac{w_a}{y_a}\, dx, & (2) \\ dw_{ar} = \dfrac{w_a^2\varphi_1 + w_r^2\varphi_2 + w_{ar}^2(\varphi_1+\varphi_2) + 2w_{ar}w_r(\varphi_1+\varphi_2)}{2y_{ar}(w_r + w_{ar})}\, dx, & (3) \\ dw_r = \dfrac{w_a^2\varphi_1 - w_r^2\varphi_2 - w_{ar}^2(\varphi_1+\varphi_2) - 2w_{ar}w_r\varphi_2}{2y_r(w_r + w_{ar})}\, dx, & (4) \\ dy_a = \varphi_1\, dx, & (6) \\ dy_{ar} = -(\varphi_1+\varphi_2)\, dx, & (5) \\ dy_r = \varphi_2 dx. & (7) \end{cases}$$

Pe baza acestor ecuaţii se găseşte diagrama de variaţie a vitezei în cele trei porţiuni importante : a — zona curentului incident, r — zona curentului recirculat invers şi ar — zona curentului recirculat cu aceeaşi direcţie ca şi curentul incident pentru un anumit caz, reprezentat în figura 5.

Se observă clar că între zona de recirculaţie directă şi cea inversă are loc un puternic schimb de masă. În zona depărtată de grilă, curentul recirculat direct (ar) capătă temperatura existentă în frontul de flacără şi alimentează curentul recirculat invers (r). În zona învecinată grilei, schimbul de masă este în sens invers, şi anume curentul recirculat invers (r)

alimentează cu gaze fierbinți curentul recirculat direct (*ar*), care, la rîndul său transmite fluxul de energie de aprindere jetului de amestec proaspăt (*a*).

În diagrama din figura 6 este figurată, în lungul axului grilei, variația valorilor vitezelor transversale. Aceste viteze cu care se face schimbul

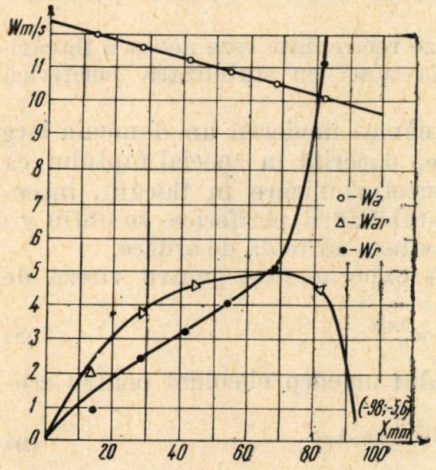


Fig. 5. — Variația vitezelor în avalul stabilizatorului.

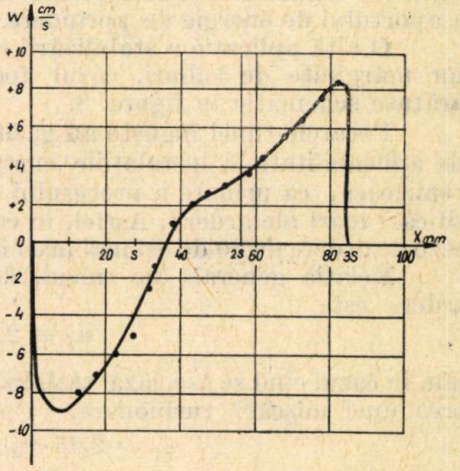


Fig. 6. — Viteze transversale în jeturile de gaze recirculate direct și invers.

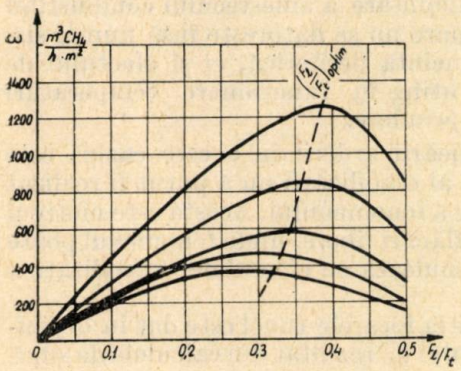


Fig. 7. — Indicele de calitate a stabilizatorului.

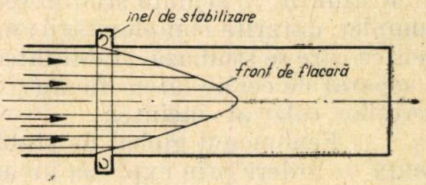


Fig. 8. — Schema focarului-tunel cu stabilizare periferică.

de masă între cele două curente permite, ținînd seama că temperaturile în frontul de flacără sînt cunoscute, calculul aportului de flux de energie de aprindere la amestecul combustibil proaspăt și verificarea ponderii fluxului de energie transmisă direct din fluxul total de energie de aprindere necesar.

Din punctul de vedere al eficacității stabilizatorilor de tip grilă cu recirculare de gaze fierbinți, indicele cel mai important, determinat experimental, este debitul de combustibil ce poate fi ars pe unitatea de suprafață a unui arzător prevăzut cu un astfel de stabilizator : ω în Nm^3CH_4/m^2. Indicele acesta de calitate a stabilizatorului este prezentat în diagrama din figura 7.

Se remarcă influenţa puternică a excesului de aer de ardere asupra stabilităţii şi faptul important că există o caracteristică geometrică optimă a grilei $F_e/F_t \cong 0{,}4$. La caracteristici mai mici, stabilitatea scade datorită măririi vitezei amestecului combustibil, iar la caracteristici mai mari stabilitatea scade datorită micşorării dimensiunii zonei de recirculaţie şi deci a aportului de energie de aprindere.

O altă aplicaţie a stabilizării cu gaze recirculate este aceea a flăcărilor mărginite de tuburi, cazul focarelor-tunel cu stabilizare periferică arătate schematic în figura 8.

Focarele-tunel înguste au găsit în tehnica modernă un domeniu larg de aplicabilitate în instalaţiile energetice, datorită în special faptului ca realizează, ca urmare a procesului de autoturbulizare în flacără, intensificări mari ale arderii. Astfel, în cazul stabilizării periferice se obţin viteze de ardere de 20 de ori mai mari decît viteza normală de ardere.

Relaţia generală de calcul, dedusă experimental pentru viteza de ardere este

$$u_T = 2{,}0 \cdot u_0 \, w_a^{0.436} \tag{8}$$

sau, în cazul cînd se asociază stabilizatorului un corp elicoidal pentru crearea unei mişcări turbionare,

$$u_T = 2{,}43 \cdot u_0 \cdot W_a^{-0.42 \operatorname{ctg} \theta + 0{,}836}, \tag{9}$$

unde θ este unghiul la periferie a corpului elicoidal.

Stabilitatea în cazul focarelor-tunel înguste este foarte ridicată, ajungînd la valori admise pentru viteza de înaintare a amestecului combustibil de 40 m/s. Stabilitatea aceasta foarte mare nu se datoreşte însă numai sistemului de recirculaţie a gazelor din incinta periferică, ci şi efectului de stabilizare a pereţilor tunelului, care ating în funcţionare temperaturi ce depăşesc cu mult temperaturile de aprindere.

Dacă studiul teoretic al intensificării arderii în aceste cazuri este bine lămurit, în schimb studiul teoretic al stabilizării nu a putut fi realizat complet, datorită complexităţii amintite a fenomenului. Acesta este motivul pentru care se studiază stabilitatea pe flăcări libere, unde fenomenul poate fi separat de cel de intensificare şi se cumulează cu efectul de stabilizare a pereţilor calzi ai incintei.

Fenomenul global de stabilizare la focarele-tunel este dat în dependenţă de ardere prin expresia invariantului u, rezultat din calculele de similitudine

$$u = \frac{\Delta p}{\rho_a \cdot w_a \cdot u_T \cdot \rho^*}, \tag{10}$$

unde efectul stabilizatorului este caracterizat de căderea de presiune Δp, ρ_a fiind densitatea amestecului combustibil şi ρ^* raportul dintre densitatea gazelor de ardere şi densitatea amestecului combustibil.

3. STABILIZAREA FLĂCĂRILOR DIFUZIV TURBULENTE ÎN JETURI

În cazul cînd amestecul aer-gaz se formează în timpul procesului de ardere (flăcări difuzive), procesul de stabilitate al flăcării va fi influenţat în special de condiţiile de amestecare în jetul respectiv de combustibil.

Se remarcă că în acest caz returul flăcării nu este posibil, iar viteza de rupere va depinde de caracteristicile combustibilului și de diametrul ajutajului de gaze. Studiile și experimentările efectuate asupra condițiilor de rupere a flăcării în cazul gazului metan sau a gazului butan pentru jetul

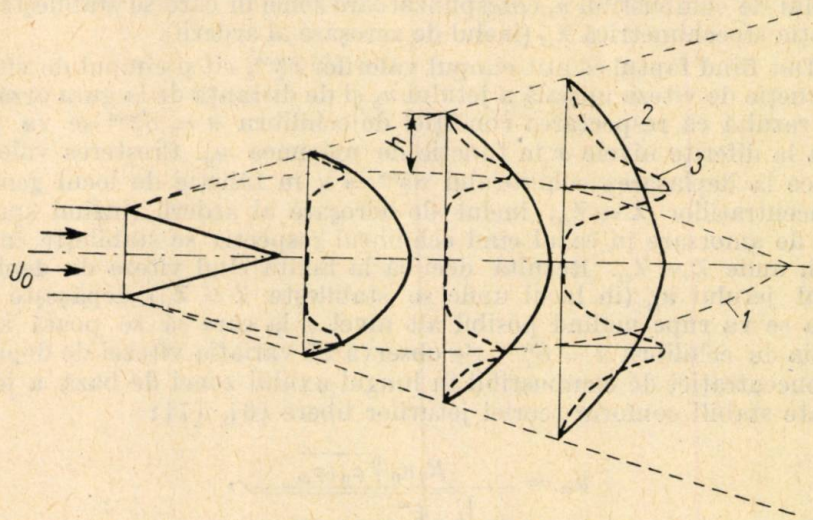


Fig. 9. — Variația cîmpurilor de viteze, concentrații și viteze de ardere în stratul-limită al jetului liber turbulent :

1 — locul geometric al concentrațiilor stoechiometrice ; *2* — variația vitezei axiale a jetului ; *3* — variația vitezei de ardere în jet.

liber de combustibil au permis să se creeze un model fizic al procesului de stabilitate pentru flăcările difuzive. Astfel s-a observat că, la o anumită valoare a vitezei de ieșire a gazului combustibil u_{0d}, flacăra se desprinde de gura ajutajului, devenind suspendată. Flacăra suspendată se stabilizează pe un inel de amorsare de o formă perfect circulară în cazul jetului laminar prezentînd un aspect cu multe neregularități în cazul jetului turbulent sau pe măsură ce înălțimea de desprindere crește.

Pe măsură ce viteza gazului la ieșire crește, înălțimea de desprindere se mărește pînă cînd, la o anumită valoare u_{0r}, are loc ruperea flăcării.

Pentru determinarea vitezei de rupere în cazul flăcărilor difuziv turbulente se pornește de la compararea cîmpurilor de viteze în jet cu vitezele turbulente de ardere în diferite secțiuni ale jetului, ținîndu-se seama de influența schimbului de masă gaz-aer asupra vitezei de ardere a combustibilului.

După cum se știe, viteza turbulentă de ardere S_T depinde de viteza normală de ardere S_L și de caracteristicile de turbulență ale mediului în care are loc arderea (componenta pulsatorie a vitezei u' și scara turbulenței l). Valoarea vitezei normale de ardere S_L depinde însă de concentrația comburant-carburant, fiind maximă în apropierea concentrației stoechimometrice și nulă în afara limitelor inferioară și superioară impuse de concentrațiile carburantului. Dat fiind faptul că maximul vitezei normale de ardere S_L are un caracter pronunțat în zona concentrațiilor stoechiometrice, variația vitezei de ardere turbulentă S_T într-o secțiune oarecare a jetului va fi de forma dată în figura 9, variind de la valoarea maximă S_T^{max} în zona con-

centraţiei stoechiometrice, unde se poate crea inelul de acroşare a arderii pînă la valoarea zero la marginea stratului-limită sau în interiorul stratului-limită [6]. În acest caz se poate presupune că condiţia de stabilitate va fi dată de egalitatea vitezei maxime de ardere S_T^{max} şi vitezei de deplasare a jetului de combustibil u, corespunzătoare zonei în care se stabileşte concentraţia stoechimetrică χ_{st} (inelul de acroşare al arderii).

Dat fiind faptul că atît cîmpul valorilor S_T^{max}, cît şi cîmpul de viteze u sînt funcţie de viteza iniţială a jetului u_0 şi de distanţa de la gura arzătorului x, rezultă că respectarea condiţiei de echilibru $u = S_T^{max}$ se va putea realiza la diferite nivele x în funcţie de mărimea u_0. Creşterea valorii u_0 conduce la deplasarea echilibrului $S_T^{max} = u$ în funcţie de locul geometic al concentraţiilor $\chi = \chi_{st}$, inelul de acroşare al arderii tinzînd spre un punct de amorsare în cazul cînd echilibrul respectiv se stabileşte în axul jetului, unde $\chi = \chi_{st}$. Rezultă deci că la limită cînd viteza de deplasare în axul jetului u_m (în locul unde se stabileşte $\chi = \chi_{st}$) depăşeşte S_T^{max}, flacăra se va rupe nefiind posibil alt nivel x la care să se poată stabili condiţia de echilibru $u = S_T^{max}$. Se observă că variaţia vitezei de deplasare şi a concentraţiei de combustibil în lungul axului zonei de bază a jetului se poate stabili conform teoriei jeturilor libere [6], [7]:

$$u_m = \frac{R_1 u_0 \sqrt{\rho_0/\rho_m}}{ax\sqrt{2\int_0^\infty [K_1(\varphi)]^2 \varphi d\varphi}}, \tag{11}$$

$$\chi_m = \frac{R_1 \chi_0}{ax}\sqrt{\frac{\rho_m}{\rho_0}}\,\frac{\sqrt{2\int_0^\infty [K_1(\varphi)]^2\varphi d\varphi}}{\int_0^\infty 2K_1(\varphi)K_2(\varphi)\varphi d\varphi}, \tag{12}$$

unde

$K_1(\varphi)$ şi $K_2(\varphi)$ reprezintă funcţiile de distribuţie pentru cîmpul de viteze şi respectiv pentru cîmpul de concentraţii,

a — coeficientul de structură al jetului.

În plus s-au folosit notaţiile:

R_1 — raza ajutajului de gaze;

u_0, χ_0 — viteza iniţială a gazului şi concentraţia iniţială de combustibil la ieşire din ajutaj;

ρ_0, ρ_m — densitatea iniţială a gazului combustibil şi densitatea medie în secţiunea x a jetului;

$\varphi = \frac{y}{ax}$ — coordonată adimensională.

Avînd în vedere că distanţa x_1 unde se stabileşte concentraţia stoechiometrică în axul jetului, se poate determina din relaţia (12), iar valoarea vitezei de deplasare u_m la aceeaşi distanţă x_1 rezultă din (11), condiţia de rupere a flăcării devine

$$u_m = u_0 \frac{\chi_{st}}{\chi_0}\,\frac{\rho_0}{\rho_{st}}\,A > S_T, \tag{13}$$

unde

$$A = \frac{\int_0^\infty K_1(\varphi)K_2(\varphi)\varphi d\varphi}{\int_0^\infty [K_1(\varphi)]^2\varphi d\varphi}.$$

Din relația (13) se obține valoarea vitezei gazelor la ieșire din ajutaj u_0 la care are loc ruperea flăcării :

$$u_{0r} \geqslant \frac{S_T}{A} \cdot \frac{\chi_0}{\chi_{st}} \cdot \frac{\rho_{st}}{\rho_0}. \tag{14}$$

Se observă din (14) că valoarea vitezei de rupere depinde de condițiile de turbulență care influențează direct mărimea S_T.

Deoarece turbulența jetului crește cu mărirea diametrului ajutajului d_0, folosind relația lui William și Bollinger pentru determinarea mărimii S_T, se poate obține din (14) următoarea relație pentru u_{0r} :

$$u_{0r} = 2{,}87 \cdot 10^{-2} \frac{S_L^{1,31}\,\overline{y}_f^{1,65}}{\nu_m^{0,135}} \cdot d_0^{0,65} \tag{15}$$

în care

S_L este viteza normală de propagare a flăcării, în m/s,

d_0 — diametrul ajutajului de gaze, în mm,

$\overline{y}_f$ — diametrul adimensional a stratului-limită la $x = x_1$, care reprezintă o constantă a combustibilului ce se poate calcula conform relației

$$\overline{y}_f = \frac{y_f}{d_0} = \frac{\chi}{\chi_{st}} \sqrt{\frac{\chi_{st}}{\chi_0} + \frac{\mathfrak{M}_a}{\mathfrak{M}_0}\left(1 - \frac{\chi_{st}}{\chi_0}\right) \cdot \frac{T_f}{\sigma T_0}}. \tag{16}$$

În cazul că se folosește pentru mărimea S_T relația lui Damköhler, se poate demonstra că viteza de rupere va fi funcție de valoarea $d_0^{0,5}$.

Din figura 10 se observă că variația mărimii u_{0r} în funcție de diametrul ajutajului d_0 conform experimentărilor corespunde suficient de exact cu curba teoretică dată de relația (15).

Modelul fizic al procesului de stabilizare aplicat pentru cazul jeturilor libere se poate folosi de asemenea pentru determinarea zonei de stabilitate pentru jeturile însoțite axial simetrice aer-gaz. În acest caz se observă că există două limite de rupere a flăcării pentru o anumită viteză u_{02} a jetului însoțitor de aer. Exprimînd variația vitezei de deplasare și a concentrațiilor în lungul axului jetului în funcție de vitezele inițiale ale jetului central de gaze u_0, și ale jetului de aer u_{02} [6], din condiția de stabilitate $u_m \leqslant S_T$ se poate obține relația

$$(u_{01})_r^{i,s} = \frac{\frac{\chi_0}{\chi_{st}} \frac{S_T}{A} \frac{\rho_{st}}{\rho_{01}} \pm \sqrt{\left(\frac{\chi_0}{\chi_{st}} \cdot \frac{S_T}{A} \frac{\rho_{st}}{\rho_{01}}\right)^2 - 4 \frac{\rho_a}{\rho_{st}} r\,(\overline{R}^2 - 1)\,u_{02}^2}}{2}, \tag{17}$$

cu notațiile

$$\overline{R}_2 = \frac{R_2}{R_1},$$

R_2 este raza ajutajului de aer,

R_1 — raza ajutajului de gaze combustibile,

$(u_{01})_r^i$, $(u_{01})_r^s$ — vitezele-limită de rupere inferioară şi superioară corespunzătoare semnelor minus sau plus în relaţia (17),

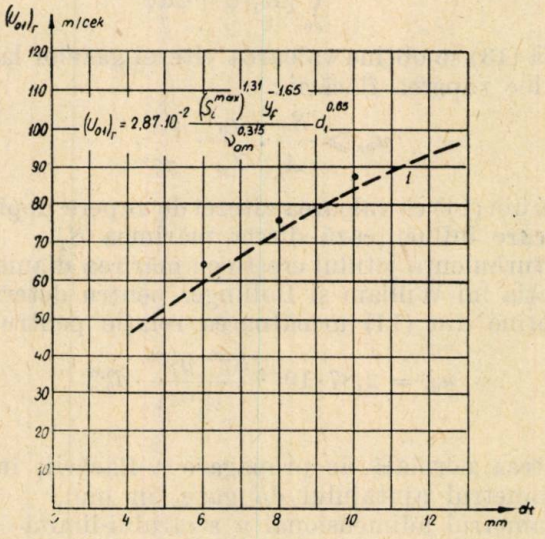


Fig. 10. — Variaţia vitezei de rupere în funcţie de diametrul ajutajului pentru cazul jeturilor libere de combustibil.

ρ_a — densitatea aerului de ardere,

r — un coeficient de influenţă mutuală între jeturi care se determină experimental.

Flacăra va fi stabilă numai pentru valorile vitezei iniţiale a gazului combustibil, cuprinsă între limitele $(u_{01})_r^i$ şi $(u_{01})_r^s$.

Se observă că în relaţia (17) valoarea $\frac{\chi_0}{\chi_{st}} \frac{S_T}{A} \frac{\rho_{st}}{\rho_{01}}$ corespunde vitezei de rupere u_{0r} pentru jetul liber de combustibil de concentraţie χ_0 (14).

Din analiza relaţiei (17) se poate trage concluzia că valoarea $(u_{01})_r^s$ nu poate depăşi mărimea u_{0r} pentru jetul liber, iar limitele de stabilitate se îngustează pe măsură ce creşte viteza aerului însoţitor u_{02}. Deci, pe măsură ce creşte u_{02}, valoarea $(u_{01})_r^s$ scade, iar valoarea $(u_{01})_r^i$ creşte, micşorarea zonei de stabilitate cu creşterea valorii u_{02} este continuă pînă la o valoare $u_{02} > (u_{02})_{\text{lim}}$, la viteze mici flacăra nu mai poate menţine fără o stabilitate exterioară.

Mărimea $(u_{02})_{\text{lim}}$ corespunde cazului cînd valoarea expresiei de sub radical în relaţia (17) devine zero, iar $(u_{01})_r^s = (u_{01})_r^i = \frac{u_{0r}}{2}$, ceea ce s-a confirmat în decursul experimentărilor cu diferite geometrii ale ajutajelor aer-gaz.

Valoarea $(u_{02})_{lim}$ pentru care discriminantul ecuației de stabilitate (17) devine nul va fi

$$(u_{02})_{lim} = \frac{u_{o2}}{2\sqrt{r\frac{\rho_{02}}{\rho_{01}}(\overline{R}_2^2 - 1)}}. \qquad (18)$$

După cum era de așteptat, din experimentări a rezultat că valoarea coeficientului de influență mutuală între jeturi depinde numai de mărimea $\overline{R}_2$ (fig. 11).

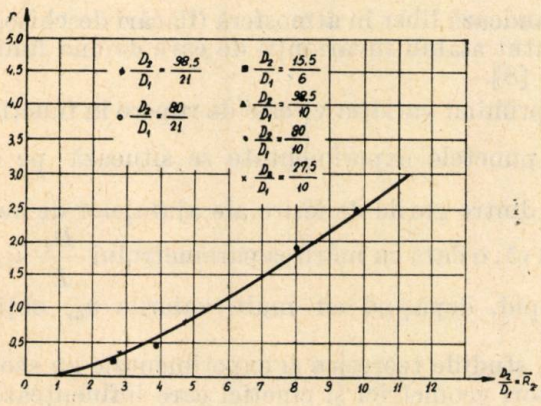


Fig. 11. — Variația coeficientului de influență mutuală între jeturi r, în funcție de parametrul $\overline{R}_2$.

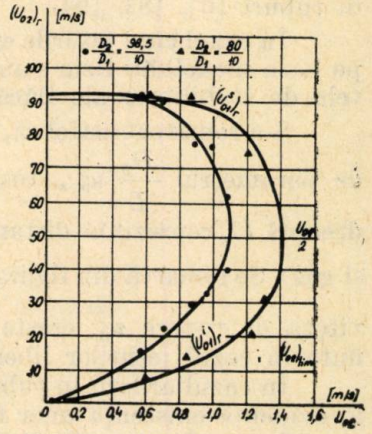


Fig. 12. — Variația domeniului de stabilitate a flăcării în funcție de u_{02}; $\frac{D_2}{D_1}=\frac{98,5}{10}$; $\frac{D_2}{D_1}=\frac{80}{10}$.

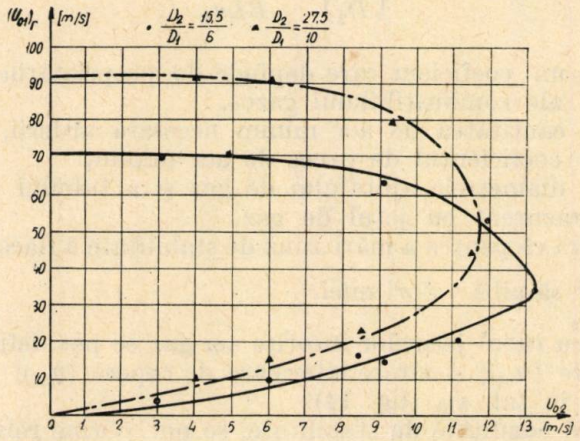


Fig. 13. — Variația domeniului de stabilitate a flăcării în funcție de u_{02} $\frac{D_2}{D_1}=\frac{27,5}{10}$; $\frac{D_2}{D_1}=\frac{15,5}{6}$.

În figurile 12 și 13 se prezintă modul de variație al mărimilor $(u_{01})_r^s$ și $(u_{01})_r^i$ în funcție de u_{02} pentru diferite valori ale parametrilor $\overline{R}_2$ și u_{02}, curbele fiind calculate pe baza relației (17).

Se observă că valoarea $(u_{02})_{\lim}$ scade rapid cu creşterea mărimii $(\overline{R}_2^2 - 1)$, ceea ce se explică uşor dacă avem în vedere că influenţa jetului însoţitor periferic creşte mult cu mărirea secţiunii de ieşire a acestuia. De asemenea se observă că în apropierea valorii $(u_{02})_{\lim}$ o creştere relativ mică a valorii u_{02} conduce la micşorarea rapidă a zonei de stabilitate, în consecinţă limitele de reglaj al arderii reducîndu-se foarte mult. În cazul jeturilor coaxiale în contracurent aer-gaz s-a remarcat o creştere puternică a zonei de stabilitate a flăcării. Stabilitatea arderii pentru jeturile în contracurent a fost studiată în cazul flăcărilor deschise şi în cazul arderii în tuburi [6], [8], [9].

În cazul cînd jeturile expandează liber în atmosferă (flăcări deschise), pe baza modelului fizic s-au putut stabili invarianţii de care depind limitele de stabilitate ale flăcării [8].

S-a remarcat astfel că, exprimînd variaţia vitezei de rupere în funcţie de parametrul $\frac{D_2}{L} u_{02}^2$, toate punctele experimentate se situează pe o dreaptă (L reprezintă distanţa dintre gurile de ieşire ale ajutajelor de aer şi gaz). Se remarcă din figura 14 că, o dată cu mărirea parametrului $\frac{D_2}{L} u_{02}^2$, viteza de rupere u_{0r} creşte rapid, depăşind cu mult valorile u_{0r} obţinute în cazul jeturilor libere.

În cazul arderii în tuburi, studiile teoretice şi experimentale au scos în evidenţă existenţa unor factori geometrici şi cinetici care influenţează zona de stabilitate a flăcării [9]. Astfel, pentru a fi posibilă arderea în contracurent aer-gaz, trebuie respectată relaţia

$$\left(\frac{d_1}{D_2}\right)^2 < \frac{1}{BL\alpha_i}, \tag{19}$$

în care

B este un coeficient care depinde de proprietăţile fizico-chimice ale combustibilului gazos,

L — cantitatea de aer minim necesară arderii,

α_i — coeficientul de exces de aer minim,

d_1, D_2 — diametrele ajutajului de gaz şi a tubului în care circulă aerul în contracurent cu jetul de gaz.

Se observă că pentru a mări zona de stabilitate a flăcării este necesar ca raportul $\frac{d_1}{D_2}$ să aibă valori mici.

Similar cu cazul jeturilor însoţite aer-gaz se pot defini viteze superioare de rupere $(u_{01})_r^s$ şi viteze inferioare de rupere $(u_{01})_r^i$ care depind de viteza aerului în tub u_{02} (fig. 14).

Impunînd condiţiile de stabilitate, se pot obţine relaţiile de dependenţă ale mărimilor $(u_{01})_r^s$ şi $(u_{01})_r^i$ în funcţie de viteza aerului în tub u_{02} :

$$(u_{01})_r^s \leqslant K \frac{B}{4}(S_T + u_{02}), \tag{20}$$

$$(u_{01})_r^i \geqslant \frac{N u_{02}^2}{S_T + u_{02}}, \tag{21}$$

în care N și K reprezintă niște coeficienți care țin seama de funcțiile de repartiție ale vitezelor și concentrațiilor în zona de interacțiune a jeturilor aer-gaz [9].

Se observă că și în acest caz există o viteză-limită $(u_{02})_{lim}$ a aerului în tub care, fiind depășită, nu mai este posibilă menținerea arderii stabile în tub.

În figura 15 se prezintă un exemplu privind rezultatele experimentale asupra zonei de stabilitate la arderea în contracurent în tuburi, din care

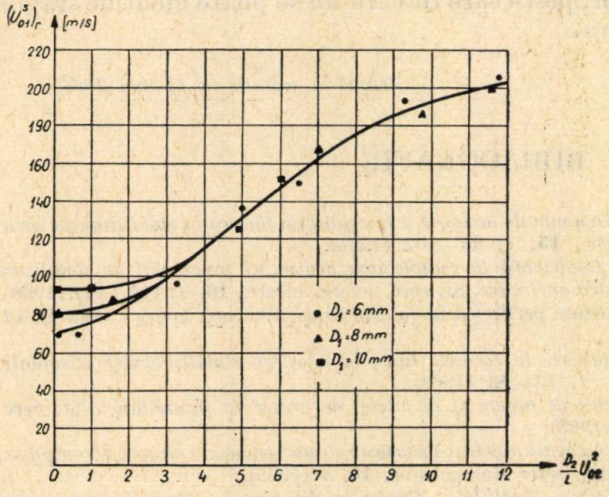


Fig. 14. — Variația vitezei de rupere $(u_0)_r^s$ în funcție de parametrul $\frac{D_2}{L} u_{02}^2$ pentru flăcări deschise.

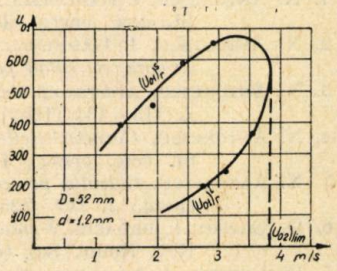


Fig. 15. — Variația domeniului de stabilitate al flăcării în funcție de u_{02} pentru arderea în tuburi.

se remarcă că atît $(u_{01})_r^s$, cît și $(u_{01})_r^i$ cresc o dată cu mărirea vitezei u_{02}, conform formulelor de calcul (20), (21).

Rezultatele teoretice și experimentale se pot folosi în calculul domeniului de stabilitate al flăcării în tuburi, în cazul arderii cu jeturi în contracurent.

CONCLUZII

Stabilitatea flăcărilor este una dintre caracteristicile de bază ale instalațiilor de ardere. Studiul stabilității scoate în evidență importanța organizării procesului continuu de aprindere a jetului de amestec combustibil proaspăt. Stabilitatea în cazul amestecurilor formate se realizează prin furnizarea energiei de aprindere de-a lungul distanței de acroșare prin schimb direct de căldură cu o sursă de aprindere și prin evoluția unor centre interioare de aprindere care evoluează în jetul de amestec combustibil. Stabilizarea flăcării în incinte se poate studia în legătură cu procesul de intensificare al arderii printr-un invariant, descriind similitudinea modelelor. Stabilitatea flăcărilor în cazul cînd amestecul se formează în cadrul procesului de ardere este puternic influențată de condițiile de amestecare aer-gaz.

Studiile efectuate asupra flăcărilor difuzive, obţinute în cazul jeturilor libere sau jeturilor însoţite aer-gaz, au permis să se determine condiţiile de stabilitate ale flăcării în funcţie de parametrii geometrici şi aerodinamici ai jeturilor. Modelul fizic adoptat pentru procesul de stabilizare în cazul flăcărilor difuzive s-a putut extinde şi în cazul arderii jeturilor în contracurent aer-gaz sau la arderea în contracurent în tuburi cu pereţi răciţi.

Se remarcă existenţa unor limite superioare şi inferioare a vitezei de rupere în cazul jeturilor însoţite, precum şi existenţa unei viteze limite superioare a jetului însoţitor, peste care flacăra nu se poate menţine stabilă fără o stabilitate exterioară.

Primit la redacţie la 14 mai 1966

BIBLIOGRAFIE

1. N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU, *Distanţa de acroşare a frontului de flacără la stabilizare pe grile*, St. cerc. energ. electr., **15**, *1*, 83–102 (1965).
2. N. ANTONESCU, I. RĂDULESCU, *Contribuţii la completarea modelului procesului de stabilizare cu gaze recirculate pentru aprindere*, St. cerc. energ. electr., **16**, *1*, 115–122 (1966).
3. N. ANTONESCU, *Arderea cu stabilizare periferică în focarul tunel*, St. cerc. energ., seria B, **12**, *4*, 415–434 (1962).
4. N. ANTONESCU, *Caracteristicile arderii în focarele tunel la folosirea stabilizatorilor elicoidali*, St. cerc. energ., **13**, *1*, 53–76 (1963).
5. N. ANTONESCU, *Calculul procesului de ardere şi al vitezei de ardere în focare-tunel*, St. cerc. energ., *2*, 217–225 (1963).
6. D. GRECOV, I. IORDACHE, *Устойчивость пламен в газовых затопленных и спутных струях*, Rev. Roum. Sci. techn. serie Energetique, **10**, *4* (1965).
7. D. GRECOV, I. IORDACHE, E. GUŢU, *Stabilitatea flăcărilor difuzive în jeturi de combustibil gazos*, St. cerc. energ. electr., **15**, *2* (1965).
8. D. GRECOV, I. IORDACHE, *Caracteristicile de stabilitate a flăcărilor deschise în jeturi însoţite*, St. cerc. energ., electr., **15**, *4* (1965).
9. — *Stabilirea flăcărilor în jeturi în contracurent la arderea în tuburi*, A XII-a sesiune de comunicări ştiinţifice a Institutului de energetică al Academiei Republicii Socialiste România, martie 1966.

CERCETĂRI ASUPRA PROCESULUI DE ARDERE ÎN MOTORUL DIESEL CU ANTECAMERĂ [1])

DE

CĂLIN ADRIAN VASILESCU

621.432.001.5

În lucrarea de față se prezintă o sinteză a cercetărilor originale întreprinse în ultimul timp în domeniul proceselor de ardere în motoarele diesel cu antecameră. Se redau cercetări referitoare la stăpînirea procesului de întîrziere la autoaprindere prin intermediul mișcării dirijate a aerului, valoarea și importanța pierderilor de natură aerodinamică în orificiile difuzorului antecamerei, aspecte ale arderii în cazul supraalimentării înalte și factorii chimici ai combustibilului care influențează depunerile de calamină.

Cercetările experimentale se referă la un motor cu antecameră avînd diametrul $D = 175$ mm și cursa $S = 205$ mm.

Motoarele diesel cu antecameră au o utilizare largă ca urmare a avantajelor pe care le prezintă în ceea ce privește siguranța în exploatare și mersul liniștit. Procesul de ardere în aceste motoare este complex, datorită faptului că se realizează în cele două părți ale camerei de ardere, procesul de ardere din camera principală fiind influențat de modul în care se desfășoară transformările chimice în antecameră. Studiul procesului de ardere este interesant din punct de vedere teoretic, deoarece arderea în motorul diesel cu antecameră este insuficient de cercetată și din punct de vedere practic, deoarece în Republica Socialistă România există o producție importantă de asemenea motoare. Cercetarea proceselor energetice din antecameră a fost întreprinsă în cadrul Institutului de energetică, atacîndu-se probleme teoretice și experimentale avînd drept obiect îmbunătățirea antecamerelor existente. S-au cercetat astfel probleme referitoare la valoarea pierderilor de presiune în orificiile difuzorului antecamerei, posibilitatea influențării desfășurării proceselor de ardere prin organizarea mișcării aerului în antecameră, aspecte ale desfășurării arderii în con-

[1]) Articol apărut în „Rev. roum. sci. tech.-Electrotechn. Energ." **16**, *4* (1966).

dițiile supraalimentării înalte, problema depunerilor datorită arderii incomplete a combustibilului.

În acest articol se face o sinteză a cercetărilor din ultimul timp întreprinse în cadrul Institutului de energetică asupra procesului de ardere în motorul diesel cu antecameră și care au fost finalizate prin realizarea unui model de antecameră cu performanțe superioare.

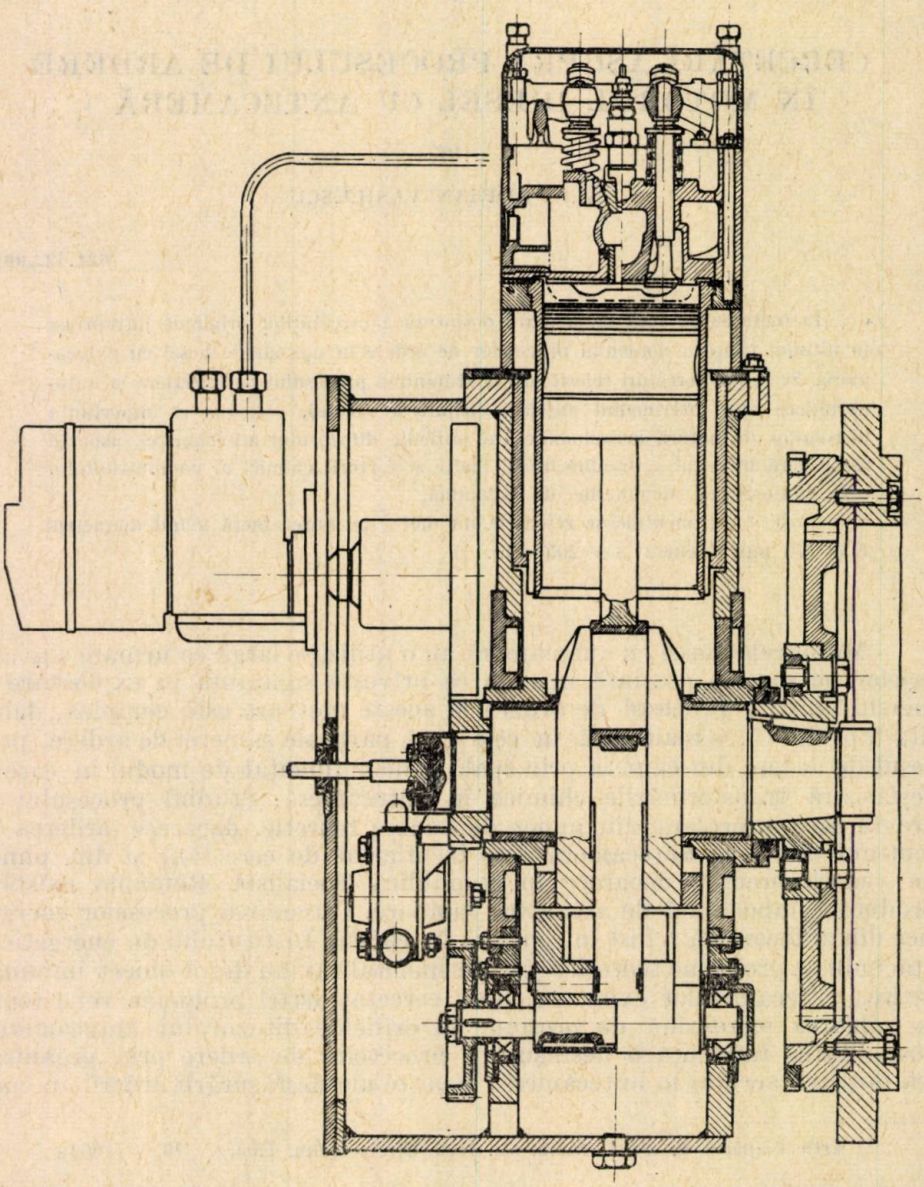


Fig. 1. — Secțiune prin motorul monocilindric experimental ($D = 175$ mm ; $S = 205$ mm).

1. INSTALAȚIA EXPERIMENTALĂ

Toate cercetările experimentale au fost realizate pe un motor monocilindric [2]) având diametrul cilindrului $D = 175$ mm, cursa $S = 205$ mm, raportul de compresiune $\varepsilon = 16$ și turația maximă $n = 1\,300$ rot/min.

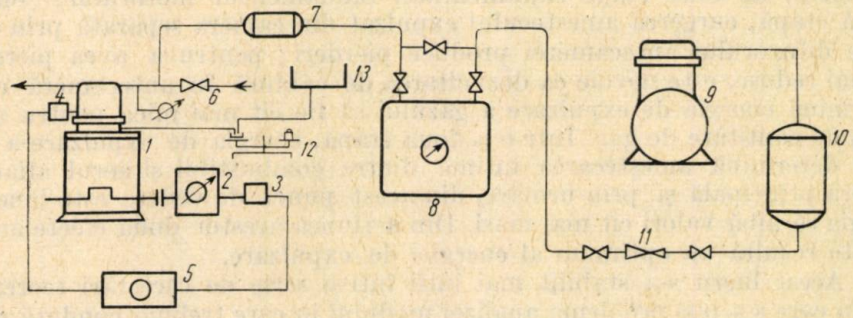


Fig. 2. — Schema instalației bancului de probe folosit pentru încercarea motorului monocilindric experimental.

În figura 1 se prezintă o secțiune prin motorul monocilindric în care se observă dispoziția prevăzută pentru a se asigura modificarea unor parametri constructivi, iar în figura 2 schema bancului de probă [3]) la care a fost montat motorul pentru probe. Acesta cuprinde următoarele elemente : motorul monocilindric experimental (*1*) cu instalația de frînare hidraulică (*2*), la care s-a prevăzut o instalație pentru ridicat diagrame indicate, alcătuită din oscilograful electronic (*5*), traductorul pentru baza de timp a instalației (*3*) și traductorul piezoelectric pentru variația de presiune (*4*). S-a mai prevăzut o instalație de măsurare a debitului de combustibil realizată din rezervorul de combustibil (*13*) și sistemul de măsurare gravimetrică (*12*).

Instalația pentru debitul de aer permite supraalimentarea motorului și măsurarea debitului. Instalația cuprinde compresorul cu piston de aer (*9*), rezervorul de aer (*10*), contorul volumetric de aer (*8*) cu sistem de bypasare la presiuni mari, rezervorul de egalizare a presiunii dispus înaintea motorului (*7*). Prin ventilul (*6*) se realizează admisiunea naturală în motor. Reductorul (*11*) servește la stabilirea valorii dorite a presiunii.

În cazul în care presiunea de supraalimentare devine prea mare, s-a prevăzut posibilitatea măsurării debitului de aer cu ajutorul unei diafragme de măsură.

Bancul de probe conține în plus toate elementele necesare pentru măsurarea temperaturilor aerului la admisie, a gazelor de ardere și a apei de răcire la intrarea și la ieșirea din motor, precum și pentru măsurarea presiunii uleiului și a aerului admis.

S-au luat măsuri speciale pentru limitarea erorilor de măsură.

---

[2]) Motorul monocilindric experimental a fost proiectat și executat de Uzina „23 August" — București.

[3]) Bancul de probă a fost realizat de secția de prototipuri a Institutului de energetică.

2. MODIFICAREA DESFĂȘURĂRII ARDERII

Problema economicității sporite a motorului cu aprindere prin compresiune și antecameră se rezolvă stăpînind în mod corespunzător procesul de ardere. Desfășurarea arderii influențează în mod particular la acest tip de motor, în două etape suplimentare, randamentul motorului; într-o primă etapă, curgerea amestecului expulzat din camera separată prin orificiile difuzorului antecamerei produce pierderi; pentru a avea pierderi cît mai reduse, este nevoie ca dezvoltarea de căldură în antecameră care determină energia de expulzare a gazului să fie cît mai mică pentru unitatea de cantitate de gaz. Într-o a doua etapă, energia de expulzare a gazelor determină amestecarea intimă dintre combustibil și aerul aflat în camera principală și, prin urmare, din acest punct de vedere este bine ca energia să aibă valori cît mai mari. Din acțiunea acestor două efecte antagoniste rezultă un optimum al energiei de expulzare.

Acest lucru s-a stabilit mai întîi într-o serie de cercetări teoretice [1], în care s-a pus problema analizei modului în care trebuie condusă desfășurarea arderii în antecameră. S-au considerat două cazuri extreme în ceea ce privește dezvoltarea căldurii: în primul caz toată căldura se dezvoltă instantaneu, deci arderea se realizează la volum constant, după care se execută o evoluție de curgere izentropică. În acest caz, cantitatea de substanță ce curge în timpul τ este dată de relația

$$\Gamma = M_0^* \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{(\varkappa - 1)\varepsilon \psi \sqrt{T_0^*}}{2} \tau \right)^{\frac{2}{\varkappa - 1}}} \right]. \tag{1}$$

Pentru al doilea caz extrem s-a considerat o dezvoltare de căldură la volum constant pînă ce se atinge presiunea critică și, în continuare, dezvoltarea de căldură la presiune constantă pentru a menține această presiune în tot timpul curgerii, prin urmare o încălzire mixtă. În acest caz, cantitatea de substanță care a curs pînă la timpul τ este dată de relația

$$\Gamma = M_0^* \sqrt{T_0^*}\, \varepsilon \psi \left(\tau - \frac{\varepsilon \psi \sqrt{T_0^*}}{4} \tau^2 \right). \tag{2}$$

În aceste expresii s-a notat:

M_0^* — cantitatea de gaz din antecameră la începutul procesului,

T_0^* — temperatura din antecameră la începutul procesului,

Γ — cantitatea de gaz care a curs prin orificiile antecamerei;

$\varepsilon = \frac{\mu f}{V^*} \sqrt{R}$ — un factor care caracterizează antecamera (μf — secțiunea reală de curgere, V^* — volumul antecamerei, R — constanta gazului);

$\Psi = \left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}} \sqrt{2g\frac{\varkappa}{\varkappa+1}}$ — termenul constant al ecuației debitului;

$\varkappa$ — raportul căldurilor specifice;

τ — timpul.

Analiza modului în care căldura dezvoltată în timpul arderii influențează procesul de expulzare al gazelor este redat în figura 3, în care se prezintă variația raportului $\frac{Q^*}{\Gamma}$, cu alte cuvinte căldura consumată pentru a expulza o anumită cantitate de substanță, în funcție de fracția dezvoltată din cantitatea totală de căldură Q^*. Se constată că valoarea căldurii raportată la substanța expulzată este mai mică în cazul procesului de încălzire mixtă față de cazul procesului de încălzire la volum constant, curbele respective trecînd printr-un minim în funcție de căldura dezvoltată. Analiza efectuată arată că, pentru o anumită cantitate de căldură consumată, cantitatea de substanță care curge este mai mare în cazul procesului mixt, ceea ce arată o utilizare mai bună a căldurii în scopul expulzării gazului.

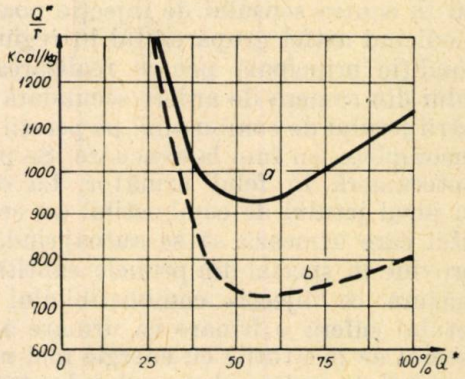


Fig. 3. — Variația căldurii consumate pentru a expulza substanța din antecameră $\frac{Q^*}{\Gamma}$ în funcție de căldura consumată pentru încălzirea fluidului Q^*: a — proces de încălzire la volum constant; b — proces de încălzire mixt.

Rezultatele de mai sus se pot transpune la motorul cu antecameră, reținîndu-se că rolul injecției constă în gruparea în zona difuzorului antecamerei a masei principale de combustibil. În acest caz este evident că o dată cu primele porțiuni de amestec se va expulza din antecameră și masa principală de combustibil și, prin urmare, nu este necesară să se aștepte curgerea unei cantități importante din camera separată în camera principală pentru a aduce aici combustibilul ce va arde cu aerul aflat în camera principală. În consecință este necesar să se dea toată atenția dezvoltării energiei necesare expulzării inițiale. În plus, ridicarea energiei gazului din antecameră peste o anumită valoare care conduce la condițiile critice de curgere este nerațională. Ca urmare a faptului că în motorul cu antecameră numai o parte din combustibil este amestecat cu aerul din camera separată, rezultă că energia de expulzare a gazelor depinde atît de durata perioadei de întîrziere la autoaprindere, cît și de cantitatea de combustibil afectată de acest proces; este necesar, prin urmare, să se controleze cei doi factori: cantitatea de combustibil și durata perioadei de întîrziere la autoaprindere. Cantitatea de combustibil afectată de arderea violentă depinde atît de legea de injecție, cît și de cantitatea de combustibil amestecat efectiv cu aerul și care realizează condițiile autoaprinderii. Acest din urmă factor, ca și durata perioadei de întîrziere la autoaprindere, poate fi controlat prin intermediul formei geometrice a antecamerei.

După cum se ştie, în timpul evoluţiei de compresiune, în antecameră pătrunde aer cu o viteză apreciabilă, al cărei maxim este, în general, cu 5—15° RAM înaintea punctului mort interior. Ca urmare a existenţei acestei curgeri a aerului şi a formei antecamerei ia naştere o mişcare nedirijată a aerului în antecameră, al cărei rol este destul de controversat de literatură. Această mişcare a aerului trebuie să aibă rolul pozitiv de a contribui la realizarea amestecului de aer şi combustibil, în stare să creeze dozajele optime pentru aprindere. Totuşi, o mişcare prea violentă a aerului în contra sensului de injecţie poate întoarce jetul de combustibil, împiedicînd astfel gruparea lui în regiunea difuzorului (ceea ce constituie o condiţie principală pentru realizarea expulzării complete a combustibilului din camera de ardere secundară). De asemenea apare pericolul antrenării jetului de combustibil pe pereţii antecamerei, ceea ce conduce la arderi incomplete, cu fum la evacuare. Se poate însă utiliza mişcarea aerului din antecameră în felul următor. La o antecameră obişnuită (figura 4 α), în jurul jetului de combustibil (a) se realizează zone de amestec combustibil care urmează să se autoaprindă. Această fracţiune de combustibil provine în special din primele cantităţi de combustibil injectate, căci, pe măsură ce injecţia combustibilului progresează, picăturile din frontul jetului suferă o frînare ca urmare a frecării lor cu aerul şi sînt împinse lateral de picăturile cu energie mai mare care le urmează. Rezultă că, din punctul de vedere al timpului de staţionare în condiţiile de presiune şi de temperatură propice autoaprinderii, picăturile marginale ale jetului au îndeplinit condiţiile de autoaprindere. Este evident că, dacă prin intermediul mişcării aerului din antecameră se va asigura o amestecare mai bună a acestei zone de picături de combustibil cu aerul, se va putea controla într-o oarecare măsură momentul autoaprinderii. De aceea se imaginează o formă de antecameră asimetrică (fig. 4 β), în care aerul ce pătrunde în timpul compresiunii capătă o mişcare dirijată care antrenează zona de picături marginale jetului, deplasînd-o spre un prag c, unde se

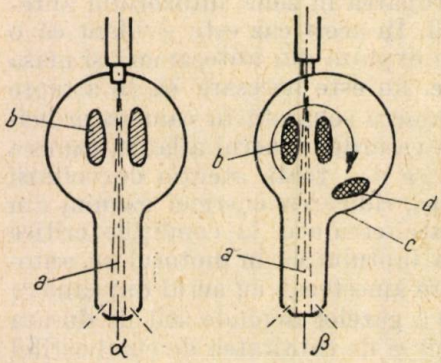


Fig. 4. — Schema proceselor de formarea amestecului în antecameră : a — jetul combustibilului injectat ; b — zonă de picături marginale jetului ; — prag al antecamerei ; d — zonă de picături şi vapori transportaţi în regiunea pragului ; α — antecameră simetrică ; β — antecameră asimetrică.

poate presupune că zona de picături se frînează şi realizează aglomerarea de vapori d, necesară creării primelor nuclee de flacără. După forma sa constructivă, pragul c poate juca rol şi de deflector, aruncînd amestecul de aer şi picături de combustibil înapoi în zona de aer, sau rol de zonă caldă, îmbunătăţind condiţiile de autoaprindere. În consecinţă, se poate presupune că amestecul care a fost adus în contact cu pragul c are tendinţa

de a se autoaprinde mai întîi. Ca urmare a procesului astfel imaginat, rezultă că prin dirijarea curenților de aer în antecameră în timpul compresiunii și prin realizarea pragului în calea curentului este posibil să se controleze autoaprinderea, elementele hotărîtoare fiind forma antecamerei și poziția pragului. În stadiul de astăzi al cunoștințelor pe care le avem asupra proceselor din antecameră, stabilirea optimă a formei antecamerei nu se poate face decît experimental. În orice caz, curentul de aer dirijat în antecameră va trebui să aibă o energie suficient de redusă, pentru a nu realiza condițiile defavorabile semnalate anterior : antrenarea jetului de combustibil și abaterea acestuia față de centrul difuzorului sau antrenarea într-o mișcare rotitoare a flăcării formate, stînjenindu-se astfel expulzarea gazelor.

Experiențele efectuate [2] arată micșorarea perioadei de întîrziere la autoaprindere o dată cu accentuarea dirijării mișcării aerului (fig. 5) ; în aceste experimentări s-a creat în mod special o mișcare evident dirijată (curbele *c*) pentru a ilustra efectul său asupra perioadei de întîrziere la autoaprindere, deși pentru procesul energetic din motor antecamera respectivă este necorespunzătoare.

Considerațiile prezentate mai sus s-au bazat pe ipoteza că mișcarea dirijată a curentului de aer conduce picăturile în regiunea pragului. Pragul va putea să joace un rol numai în măsura în care timpul necesar autoaprinderii picăturilor este mai mare decît timpul necesitat de curentul de aer de a parcurge pe peretele antecamerei spațiul dintre axul injectorului și prag. Admițîndu-se o valoare a întîrzierii la autoaprindere de 10^{-3} s și o distanță pînă la prag de 70 mm, rezultă că viteza curentului de aer care

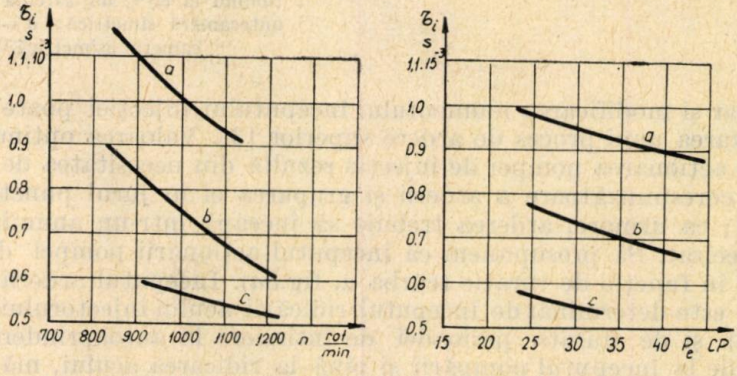


Fig. 5. — Variația duratei întîrzierii la autoaprindere τ_i pentru trei variante de antecamere încercate, în funcție de turație n și de sarcină P_e : *a* — antecameră simetrică, cu difuzor prevăzut cu 6 orificii Ø 5,5 ; *b* — antecameră asimetrică, cu difuzor prevăzut cu orificii Ø 4,7 ; *c* — antecameră asimetrică, cu difuzor prevăzut cu 2 orificii (grupate) Ø 5,5.

parcurge acest spațiu în 10^{-3} s este de 70 m/s. Calculele efectuate arată că viteza curentului de aer pe perete în momentul injecției este cel puțin dublă și, prin urmare, pachetul de picături și vapori de combustibil este în măsură să ajungă la prag înainte de a se autoaprinde, deci pragul poate influența acest proces și există, prin urmare, o poziție optimă a pragului în ceea ce privește durata perioadei de întîrziere la autoaprindere, ceea ce este ară-

tat în figura 6 ; din această figură rezultă că poziția pragului care conduce la minimul perioadei de întîrziere la autoaprindere este cuprinsă între cea a variantei *b* și a variantei *c*.

Ca urmare a posibilității de a stăpîni procesul de expulzare a gazelor din antecameră, s-a putut obține o economicitate superioară la antecamera asimetrică (fig. 7) față de antecamera simetrică.

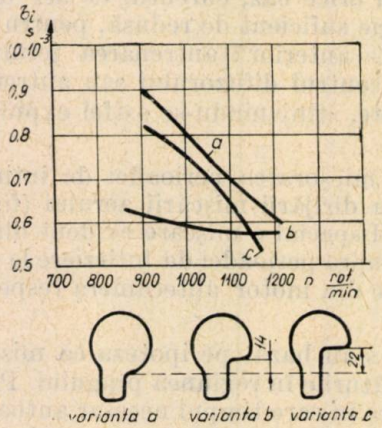


Fig. 6. — Variația perioadei de întîrziere la autoaprindere τ_i cu turația n pentru trei variante de poziție ale pragului antecamerei.

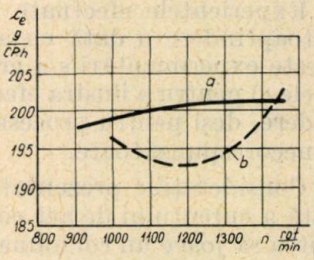


Fig. 7. — Variația consumului specific de combustibil c_e în funcție de turația n pentru un motor monocilindric experimental (D = = 175 mm, S = 205 mm), funcționînd la 80% din sarcină : *a* — antecameră simetrică ; *b* — antecameră asimetrică.

Dar și modificarea momentului începutului injecției poate contribui la realizarea unui proces de ardere superior [3]. Valoarea optimă a avansului la acționarea pompei de injecție rezultă din necesitatea de a asigura durata corespunzătoare a arderii și gruparea ei în jurul punctului mort interior ; ca urmare, arderea trebuie să înceapă într-un anumit moment bine precizat. Să presupunem că începutul acționării pompei de injecție este fix în funcție de turație (curba α, fig.8*a*). Începutul arderii (curba γ, fig. 8*a*) este determinat de începutul ridicării acului injectorului (curba β, fig. 8*a*) și de durata perioadei de întîrziere la autoaprindere. Durata scursă de la începutul pompării și pînă la ridicarea acului, măsurată în grade de unghi de rotație al arborelui cotit, crește o dată cu turația.

Măsurători efectuate pe tipul de motor studiat au arătat că durata perioadei de întîrziere la autoaprindere exprimată în grade de unghi de rotație al arborelui cotit tinde să scadă cu turația (fig. 5), aceasta în special datorită creșterii regimului termic a pereților antecamerei la turații ridicate. În urma acestor efecte cumulate, momentul începutului arderii în antecameră se realizează din ce în ce mai tîrziu (curba γ, fig. 8*a*), ceea ce face ca arderea să se desfășoare mult în destindere, proces defavorabil performanțelor motorului. Ca urmare, căutîndu-se să se realizeze un început al arderii care să conducă la un ușor avans o dată cu creșterea turației (curba γ, fig. 8*a*), pentru a grupa arderea în jurul punctului mort in-

terior va fi necesar să se modifice avansul la acțiunea pompei de injecție, crescîndu-l o dată cu turația (curba α, fig. 8*a*). Forma reală a variației cu turația a curbei de avans la acționarea pompei de injecție va fi caracteristică fiecărui tip de motor, la motoarele cu antecameră problema complicîndu-se și din necesitatea asigurării unei curgeri suficient de energice a ultimei părți de amestec combustibil aflat în antecameră. Variația reală

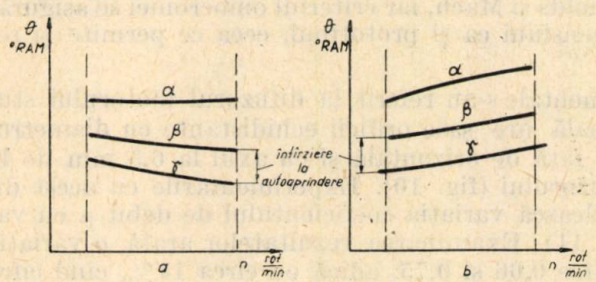


Fig. 8. — Variația începutului acționării pompei de injecție (curba α), a începutului ridicării acului (curba β) și a începutului arderii (curba γ) în grade de unghi de rotație al arborelui cotit cu turația n a motorului : *a* — început de acționare a pompei de injecție(fix), *b* — început de ardere optim.

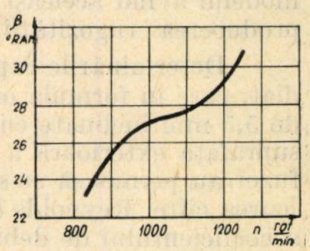


Fig. 9. — Variația avansului optim la acționarea pompei de injecție β cu turația n la plină sarcină.

a curbei de avans pentru motorul studiat este redată în figura 9. Experimental s-a găsit că, în jurul valorii avansului de $\beta = 27°$ RAM, performanțele motorului sînt mai puțin influențate de modificarea parametrului β, astfel că forma reală de variație a avansului cu turația prezintă două porțiuni mai abrupte unite de un palier.

3. STABILIREA EXPERIMENTALĂ A VALORII COEFICIENTULUI DE DEBIT A ORIFICIILOR DIFUZORULUI ANTECAMEREI

Cunoașterea valorii coeficientului de debit este importantă pentru stabilirea pierderilor aerodinamice, care influențează economicitatea acestui motor.

Valoarea coeficientului de debit μ definit drept raportul dintre debitul real și cel teoretic ce curge printr-o secțiune dată este

$$\mu = \frac{Q}{Q'} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + \xi - \varepsilon^2 m^2}}; \tag{3}$$

se observă că valoarea coeficientului de debit al unui orificiu depinde de coeficientul de contracție al secțiunii ε și de coeficientul pierderilor locale ξ. Într-o primă aproximație, coeficientul de contracție al secțiunii vînei poate fi considerat constant, produsul $\varepsilon^2 m^2$ neglijabil și ξ subunitar, astfel că se obține relația [4]

$$\mu \cong \varepsilon \left(1 - \frac{1}{2}\xi\right), \tag{4}$$

adică coeficientul de debit va varia invers cu coeficientul pierderilor locale de presiune. Precizarea coeficientului de debit, care poate fi determinat

experimental [5], rezolvă, prin urmare, şi problema cunoaşterii căderilor locale de presiune.

În lucrarea amintită se constată că este posibil să se stabilească cu o aproximaţie mulţumitoare valoarea coeficientului de debit în orificiile care leagă cele două camere ale motorului cu antecameră, folosind o instalaţie care lucrează în regim permanent. În acest caz, determinările se fac în raport cu cifrele Reynolds şi Mach, iar criteriul omocroniei se asigură, modelul avînd aceleaşi dimensiuni ca şi prototipul, ceea ce permite şi reproducerea rugozităţii.

Determinările experimentale s-au referit la difuzorul motorului studiat, care în formula originală are şase orificii echidistante cu diametrul de 5,5 mm înclinate cu 19° faţă de orizontală şi cu axul la 6,5 mm de la suprafaţa exterioară a difuzorului (fig. 10). Experimentările cu acest difuzor au permis să se stabilească variaţia coeficientului de debit μ cu valoarea cifrei Reynolds (fig. 11). Examinarea rezultatelor arată o variaţie a coeficientului de debit între 0,66 şi 0,75, adică cu circa 14%, cînd cifra Reynolds variază între $50 \cdot 10^3$ şi $250 \cdot 10^3$, după care se produce automodelarea. Măsurători de presiune efectuate pe acest motor au permis să se calculeze valoarea cifrei Reynolds în evoluţia de compresiune (fig. 12); se constată că valoarea de automodelare se obţine aproximativ la 140° RAM. Pe aceeaşi figură s-a desenat şi valoarea coeficientului de debit; se constată că admiterea unei valori constante a coeficientului de debit poate afecta precizia de calcul pe un interval din evoluţia de compresiune. În timpul arderii, vitezele de curgere fiind la început mai mici, influenţa variaţiei coeficientului de debit se face simţită şi, prin urmare, nu se poate neglija valoarea reală a sa.

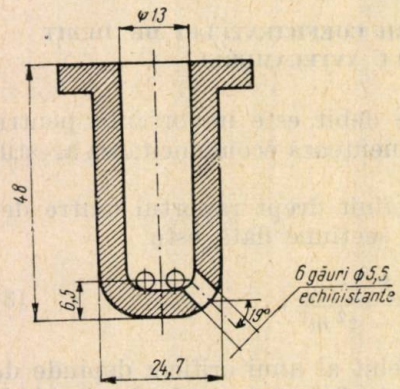


Fig. 10. — Difuzor de antecameră a unui motor diesel cu $D = 175$ mm şi $S = 205$ mm.

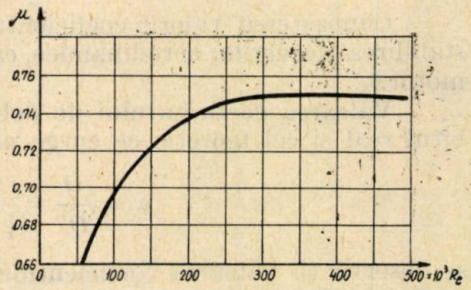


Fig. 11. — Valoarea coeficientului de debit μ în funcţie de cifra Reynolds (Re) pentru difuzorul de antecameră din figura 10.

În cadrul acestui studiu s-a analizat şi influenţa asupra coeficientului de debit a unei serii de factori constructivi. Astfel s-a stabilit [4] că :

— variaţia unghiului de înclinare a orificiilor difuzorului conduce la o creştere a coeficientului de debit pînă la un anumit unghi (25°), după care valoarea coeficientului de debit scade;

— poziţia orificiilor difuzorului faţă de capul acestuia nu influenţează valoarea coeficientului de debit;

— numărul de orificii la aceeaşi secţiune de curgere influenţează apreciabil valoarea coeficientului de debit; valoarea cea mai mare a coeficientului de debit se obţine la un difuzor cu un singur orificiu central.

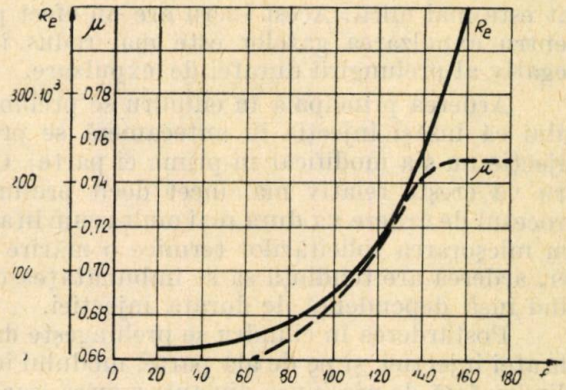


Fig. 12. — Valoarea cifrei Reynolds (Re) a curgerii prin orificiile difuzorului antecamerei din figura 10 în timpul compresiunii în funcţie de unghiul de rotaţie al arborelui motor θ; variaţia cu θ a coeficientului de debit μ al acestor orificii.

Orificiile dispuse lateral au valori ale coeficientului de debit care cresc pe măsură ce numărul de orificii creşte (la aceeaşi secţiune de curgere), probabil ca urmare a îmbunătăţirii curgerii.

Ansamblul de experienţe amintite aici arată importanţa pe care o are cunoaşterea corectă a valorii variaţiei coeficientului de debit în timpul procesului de ardere.

4. POSIBILITATEA SUPRAALIMENTĂRII ÎNALTE A MOTOARELOR CU ANTECAMERĂ

Deoarece o cale actuală de dezvoltare a motoarelor diesel o constituie mărirea presiunii de supraalimentare, s-au întreprins studii privitoare la supraalimentarea înaltă. S-a considerat că prin mărirea coeficientului excesului de aer α şi a gradului de baleiaj φ este posibil să se stăpînească solicitările termice din motor şi, în consecinţă, s-a urmărit modul în care sînt influenţate solicitările mecanice de supraalimentarea înaltă.

Mărirea presiunii de supraalimentare s-a efectuat în următoarele condiţii:

— aerul de supraalimentare este răcit înainte de a fi introdus în motor;

— dimensiunile camerelor de ardere ale motorului sînt nemodificate;

— cantitatea de combustibil pe ciclu s-a mărit prin prelungirea duratei injecţiei.

Analizarea desfăşurării procesului de ardere arată că acesta se modifică după cum urmează. Perioada de întîrziere la autoaprindere în antecameră scade într-o oarecare măsură, datorită creşterii presiunii; prin urmare, dacă durata avansului la injecţie se menţine constantă, arderea în antecameră va începe mai înainte de p.m.i., cu atît mai devreme cu cît gradul de supraalimentare este mai mare. Cum debitul de combustibil instantaneu este constant, rezultă că masa de combustibil aflată în antecameră la finele

perioadei de întîrziere la autoaprindere se micşorează cu cît gradul de supraalimentare creşte. Acest lucru trebuie corelat cu faptul că prezenţa unei cantităţi sporite de aer pentru o cantitate mai redusă de combustibil îmbunătăţeşte condiţiile de amestecare şi de ardere ulterioară.

Perioada arderii principale în antecameră se micşorează ca urmare a faptului că în momentul autoaprinderii cantitatea de combustibil injectat este mai mică. Acest lucru are un efect pozitiv ; consumul de energie pentru expulzarea gazelor este mai redus, în schimb poate avea efectul negativ al prelungirii duratei de expulzare.

Arderea principală în cilindru se prelungeşte datorită în special faptului că însăşi injecţia în antecameră se prelungeşte (deoarece legea de injecţie nu s-a modificat în prima ei parte). Ca urmare, presiunea în cilindru va creşte relativ mai încet decît presiunea de supraalimentare, iar procesul de ardere va dura mai mult ; cum în acelaşi timp se realizează, pentru micşorarea solicitărilor termice o mărire a coeficientului excesului de aer, arderea are tendinţa să se îmbunătăţească în camera principală, rămînînd însă dependentă de durata injecţiei.

Postarderea în cilindru se prelungeşte datorită, pe de o parte, măririi duratei injecţiei, şi pe de ală parte, modului în care variază presiunea în cilindru faţă de presiunea din antecameră, care tinde să fie ridicată pe o perioadă mai mare din cursa de destindere. Ca urmare, este de presupus că presiunea maximă în cilindrul motorului diesel cu antecameră (cu reglajele menţionate) creşte mai încet decît gradul de supraalimentare şi, prin urmare solicitările mecanice la acest motor sînt mai uşor de stăpînit. Acest lucru a fost verificat experimental, variindu-se presiunea la admisia în motor între 1 şi 3 kgf/cm^2.

Încercările efectuate [6], [7] arată creşterea valorii presiunii maxime o dată cu presiunea de supraalimentare ; presiunea maximă nu depinde de sarcină (cu observaţia că la grade mari de supraalimentare nu s-a putut atinge, din cauza echipamentului de injecţie, limita de fum ; figura 13), ceea ce se explică prin faptul că între anumite limite ale cantităţii de combustibil injectate se arde aproximativ aceeaşi cantitate de combustibil expulzat din antecameră în domeniul valorilor mici ale volumului camerei principale de ardere. Presiunea maximă scade cu creşterea turaţiei (fig. 14), aceasta deoarece prin variaţia turaţiei cantitatea de gaze expulzate, în perioada în care volumul camerei principale de ardere este mic, scade. Inspectarea aceleiaşi figuri arată că presiunea de sfîrşit de compresiune, care creşte cu presiunea de supraalimentare, creşte şi cu mărirea turaţiei ca urmare a micşorării transferului de căldură, a diminuării pierderilor de gaz din cilindru şi măririi relative a raportului de compresiune aparent al cilindrului, datorită faptului că se micşorează debitul de gaz ce trece în antecameră.

Faptul că presiunea maximă în cilindru scade în mod relativ rezultă şi din figura 15, în care s-a trasat diferenţa de presiune dintre presiunea maximă şi cea de la sfîrşitul compresiunii în funcţie de turaţie şi la diferite valori ale presiunii de supraalimentare ; cu cît presiunea de supraalimentare este mai mare şi turaţia mai ridicată, cu atît diferenţa de presiune este mai mică. Acest lucru se explică prin efectul de frînare a creşterii presiunii pe care-l are antecamera şi de asemenea prin faptul că, o dată cu mărirea gradului de supraalimentare, nu s-a micşorat valoarea avansului la injecţie ;

la valoarea fixă a avansului la injecție, arderea începe din ce în ce mai devreme în antecameră, presiunea crește în perioada în care și presiunea din cilindru crește și deci expulzarea gazelor este frînată ; cu toate că arderea este prelungită în destindere, performanțele motorului nu suferă, presiunea

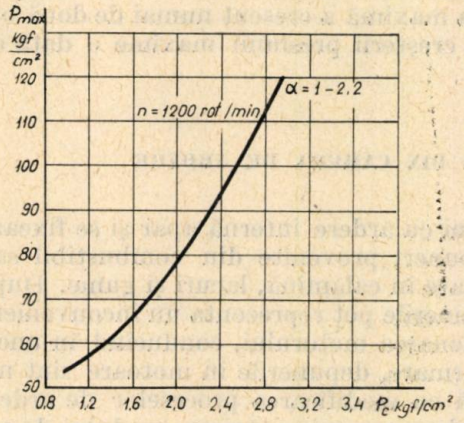


Fig. 13. — Variația presiunii maxime din camera principală de ardere p_{max} cu presiunea de supraalimentare p_c la diferite valori ale coeficientului excesului de aer α.

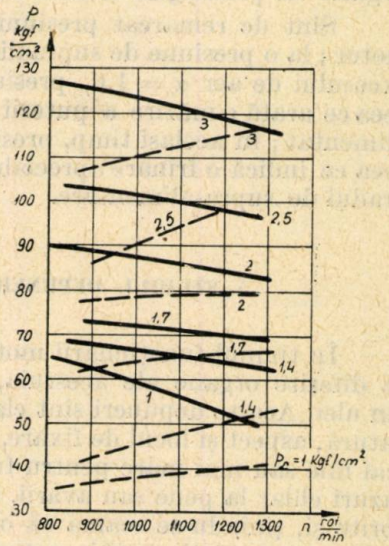


Fig. 14. — Variația presiunii maxime în cilindru (curbe pline) și a presiunii de sfîrșit de compresiune (curbe punctate) cu turația motorului n și cu presiunea de supraalimentare p_c, la o sarcină corespunzătoare limitei de fum constantă și la presiunea de admisie $p_c = 1$ kgf/cm².

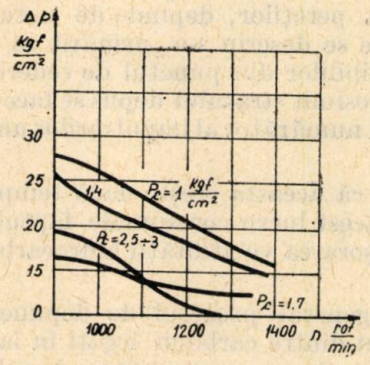


Fig. 15. — Variația diferenței de presiune Δp dintre presiunea maximă și presiunea de compresiune cu turația n ; aceeași sarcină ca în figura 14.

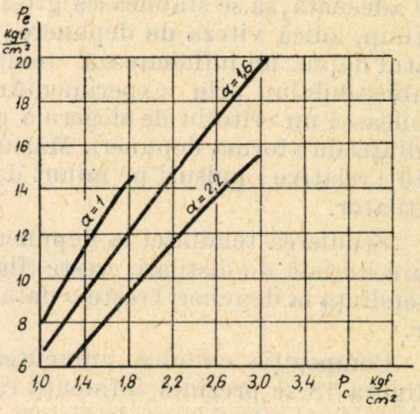


Fig. 16. — Variația presiunii medii efective p_e cu presiunea de supraalimentare p_e avînd ca parametru coeficientul excesului de aer α, $n = 1\,000$ rot/min.

medie efectivă variază aproape liniar cu presiunea de supraalimentare (fig. 16), scăzînd evident dacă se mărește coeficientul excesului de aer. Se poate explica acest lucru prin aceea că îmbunătățirea randamentului mecanic o dată cu mărirea gradului de supraalimentare compensează efectul negativ al prelungirii arderii în destindere.

Sînt de remarcat presiunile medii efective foarte mari realizate în motor ; la o presiune de supraalimentare $p_c = 3$ kgf/cm² și un coeficient al excesului de aer $\alpha = 1{,}6$, presiunea medie efectivă este $p_e = 20$ kgf/cm², ceea ce arată o mărire a puterii de circa 3,2 ori față de motorul nesupraalimentat ; în același timp, presiunea maximă a crescut numai de două ori, ceea ce indică o frînare apreciabilă a creșterii presiunii maxime o dată cu gradul de supra-alimentare.

5. STUDIUL DEPUNERILOR DIN CAMERA DE ARDERE

În timpul funcționării motorului cu ardere internă apar și se fixează pe diferite organe ale acestuia, depuneri provenite din combustibil sau din ulei. Aceste depuneri sînt clasificate în calamină, lacuri și gume. După natură, aspect și locul de fixare, depunerile pot reprezenta un inconvenient mai mic sau mai mare pentru funcționarea motorului, conducînd în unele cazuri chiar la pene sau avarii. Ca urmare, depunerile în motoare sînt nedorite și, ținîndu-se seama că o dată cu modificarea proceselor de ardere (prin varierea întîrzierii la autoaprindere sau prin mărirea gradului de supraalimentare) depunerile pot crește, apare necesitatea cercetării lor.

Problema depunerilor este în general mult studiată, însă toate cercetările experimentale au pornit de la valori globale ale cantității depuse.

În Institutul de energetică s-a dezvoltat o metodă care folosește radiațiile izotopilor radioactivi pentru măsurarea prin retrodifuziune a grosimii stratului depus [8]. Deoarece prin această metodă se pot aprecia grosimi extrem de reduse, este posibil, folosindu-se o metodică de experimentare adecuată, să se stabilească grosimea stratului depus la intervale scurte de timp, adică viteza de depunere. Deoarece viteza de depunere cît timp stratul depus nu influențează temperatura pereților, depinde de natura combustibilului, prin experimentările care se descriu s-a urmărit să se stabilească un criteriu de alegere a combustibililor din punctul de vedere a tendinței de a forma depuneri. Măsurarea grosimii stratului depus se face în unități relative : pulsuri pe minut date la un numărător al impulsurilor unui scintilator.

Studierea tendinței la depuneri arată că aceasta crește dacă temperatura inițială de distilare crește (fig. 17) ; acest lucru corespunde faptului că tendința la depuneri crește o dată cu micșorarea volatilității hidrocarburilor.

Compoziția chimică influențează în general procesul de depuneri. În figura 18 se prezintă influența raportului dintre carbonii legați în lanțuri parafinice C_P și legați în cicluri aromatice C_A asupra cantității de calamină depuse. În acest, caz rezultatele sînt mai grupate, așa că din analiza globală a datelor nu se poate trage o concluzie directă. Totuși, studiindu-se unele motorine apropiate în ceea ce privește temperaturile de distilare,

se constată că tendința la depunere crește cu cantitatea de carboni legați în cicluri aromatice.

S-au încercat diferite moduri de a caracteriza prin parametri măsurați în laborator tendința la depunere a motorinelor. Astfel s-a considerat

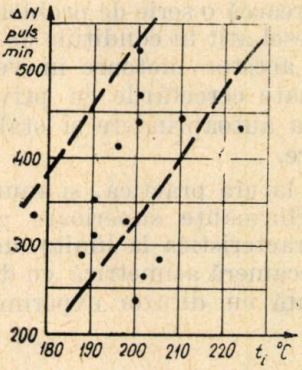


Fig. 17. — Influența temperaturii inițiale de distilare t_i asupra grosimii medii a stratului depus ΔN.

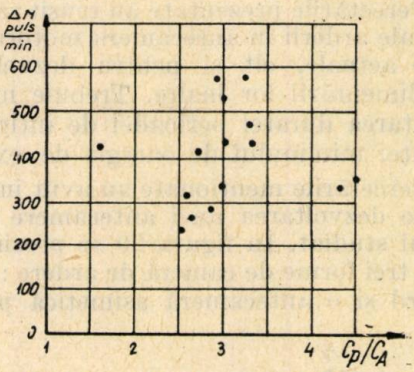


Fig. 18. — Influența raportului dintre carbonii legați în legături parafinice C_P și carbonii legați în cicluri aromatice C_A și grosimea stratului depus ΔN.

că este necesar să se pună în evidență, pe de o parte, cantitatea de fracții grele în motorină și, pe de altă parte, factorul chimic, adică modul în care sînt legați carbonii; s-a examinat și influența pe care o are factorul $D_{20}\frac{C_A}{C_P}\frac{R_A}{R_T}$ asupra depunerilor. Deoarece D_{20} crește cu cuantumul de fracții grele și cu acesta cresc depunerile și cum la C_P = const depunerile cresc cu cantitatea de carboni legați în cicluri aromatice, rezultă că depunerile vor trebui să crească cu mărimea $D_{20}\frac{C_A}{C_P}\frac{R_A}{R_T}$. Încercări în această direcție confirmă raționamentul, însă punctele rămîn încă disparate într-o oarecare măsură, și în plus, determinarea ciclurilor aromatice(R_A) și a ciclurilor totale (R_T) reprezintă o operație destul de complicată.

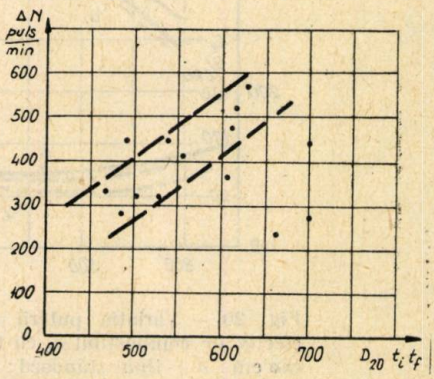


Fig. 19. — Influența produsului $D_{20}\, t_i\, t_f$ asupra grosimii stratului depus ΔN.

Pentru a se scoate în relief influența pe care o au temperaturile inițiale și finale de distilare, s-a pornit de la ipoteza că depunerile cresc cu cît raportul dintre temperatura inițială t_i și temperatura finală t_f și o temperatură de referință t_0 este mai mare și cu cît densitatea D_{20} este mai mare. De aceea s-au prelucrat datele obținute în privința depunerilor în diagrama din figura 19 în funcție de produsul $D_{20}\, t_i\, t_f$ (admițîndu-se o temperatură de referință t_0 = 1°C). Diagrama obținută arată creșterea intensității

depunerilor cu acest produs, gruparea punctelor fiind mai bună. Se remarcă o dependență aproape liniară a tendinței la depunere de factorul analizat.

★

Cercetările prezentate au reușit să lămurească o serie de probleme generale ale arderii în antecamera motorului diesel atît în condițiile de funcționare actuale, cît și pentru dezvoltarea acestor motoare în vederea supraalimentării lor înalte. Trebuie menționate cercetările cu privire la influențarea duratei perioadei de întîrziere la autoaprindere și stabilirea existenței minimului de energie de expulzare.

Cercetările menționate au avut însă și o latură practică, și anume legată de dezvoltarea unei antecamere cu performanțe superioare pentru motorul studiat. În figura 20 se prezintă caracteristica la limita de fum pentru trei forme de cameră de ardere : o antecameră asimetrică cu difuzor standard și o antecameră asimetică prevăzută cu difuzor experimental.

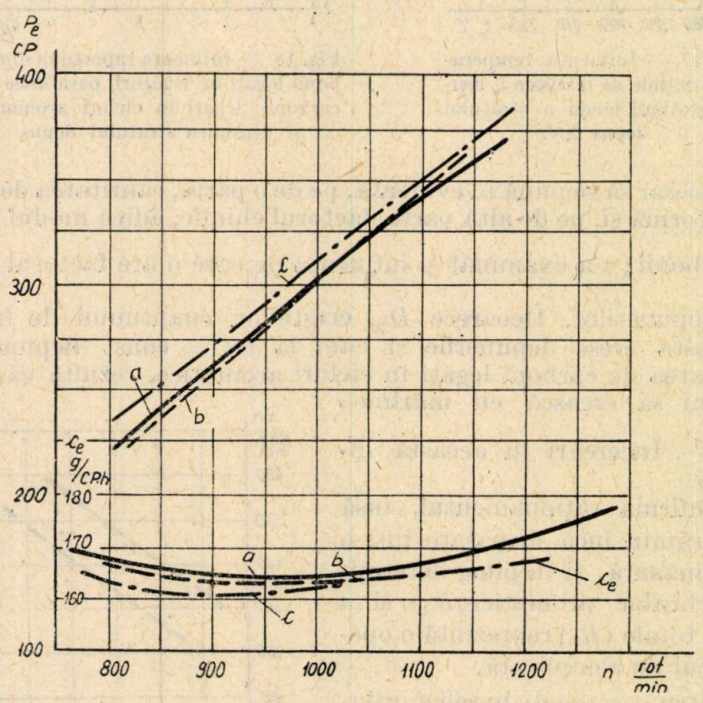


Fig. 20. — Variația puterii efective P_e și a consumului specific efectiv de combustibil c_e cu turația n pentru trei tipuri de antecameră : a — tipul standard ; b — antecameră asimetrică cu difuzor standard ; c — antecameră asimetrică cu difuzor experimental.

Se constată că prin stăpînirea energiei de expulzare a gazelor din antecameră prin intermediul controlării întîrzierii la autoaprindere și prin organizarea superioară a arderii în camera principală ca urmare a distribuirii mai bune a jetului de amestec combustibil în camera principală este posibil să se mărească puterea motorului și să se micșoreze consumul specific de

combustibil, comportarea în exploatare în limitele duratei de încercare fiind satisfăcătoare.

Totodată, cu ocazia acestor experimentări s-a putut dezvolta o bază materială adecvată și elabora metodicele de experimentare corespunzătoare.

Primit la redacție la 17 mai 1966

BIBLIOGRAFIE

1. C. A. Vasilescu, *Considerații termodinamice privind expulzarea gazelor din antecamera motorului cu aprindere prin compresiune*, St. cerc. energ., *4* B, 447 (1963).
2. C. A. Vasilescu, B. Barbescu, *Controlul întîrzierii la autoaprindere în motoarele cu antecameră prin dirijarea mișcării aerului*, St. cerc. energ., *3* B, 387 (1963).
3. C. A. Vasilescu, B. Barbescu, *Îmbunătățirea performanțelor motoarelor diesel cu antecameră prin modificarea desfășurării arderii*, St. cerc. energ., *1*, 221 (1964).
4. C. A. Vasilescu, *Studiul coeficientului de debit al orificiilor camerelor de ardere la motoarele cu aprindere prin compresiune*, St. cerc. energ., *4* B, 487 (1962).
5. C. A. Vasilescu, S. Hîngu, *Determinarea coeficientului de debit al orificiilor și canalelor camerelor de ardere ale motoarelor cu aprindere prin compresiune*, St. cerc. energ., *1* B, 53 (1962).
6. C. A. Vasilescu, B. Barbescu, *Efectul gradului de supraalimentare asupra presiunii maxime din camera de ardere principală a motorului diesel cu antecameră*, St. cerc. energ. *2*, 361 (1965).
7. C. A. Vasilescu, V. Pimsner, *Supraalimentara motoarelor diesel*, Editura Tehnică, București, 1965.
8. S. Faur, Al. Popescu, L. Teodorescu, C. A. Vasilescu, *Influența principalilor factori fizico-chimici ai motorinelor asupra tendinței de formare a calaminei*, St. cerc. energ., *2* B, 227 (1963).

INTRODUCEREA PARAMETRILOR TRANZITORII ÎN STUDIUL CIRCUITELOR ELECTRICE LINEARE AVÎND ELEMENTE NEFILIFORME ŞI PIERDERI SUPLEMENTARE[1)]

DE

ACAD. R. RĂDULEŢ, A. TIMOTIN şi A. ŢUGULEA

621.3.011.538.542 : 537.226.3

În lucrare se generalizează teoria circuitelor electrice lineare în cazul cînd elementele acestora sînt nefiliforme şi cu pierderi suplimentare. Pentru a le caracteriza intrinsec li s-au asociat anumite funcţiuni de timp (parametri tranzitorii) numite rezistenţă tranzistorie, inductivitate tranzitorie, conductanţă tranzitorie şi capacitate tranzitorie, pentru care s-au stabilit numeroase proprietăţi generale. S-a analizat influenţa condiţiilor iniţiale de cîmp, demonstrîndu-se teoremele de unicitate a soluţiilor şi de superpoziţie necesare rezolvării problemelor de cîmp şi determinării parametrilor tranzitorii.

Au fost generalizate ecuaţiile lui Kirchhoff la cazul considerat, cum şi ecuaţiile telegrafiştilor. Lucrarea se încheie cu exemple de calcul al unor parametri tranzitorii urmate de concluzii generale asupra problemelor tratate.

1. PROBLEMA PARAMETRILOR TRANZITORII

Teoria circuitelor electrice *lineare* de curent alternativ şi cu parametri concentraţi se bazează pe sistemul ecuaţiilor lui Kirchhoff, ce se presupune că le satisfac funcţiunile de timp pe care le reprezintă valorile instantanee ale tensiunilor şi curenţilor. În regim staţionar, adică în curent continuu, aceste ecuaţii sînt consecinţe *exacte* ale legilor cîmpului electromagnetic dacă dielectricul din jurul conductoarelor lineare e perfect izolant.

Pentru circuitele electrice în regim variabil, de exemplu pentru cele de curent alternativ, ecuaţiile lui Kirchhoff în valori instantanee ale tensiunilor şi curenţilor sînt însă numai *aproximaţii* [1] ale consecinţelor

[1)] Articol apărut în „Rev. roum. sci. tech.-Electrotechn. Energ." **16**, *4* (1966).

legilor cîmpului electromagnetic variabil, adică ale ecuațiilor lui Maxwell. Aproximațiile necesare deducerii ecuațiilor lui Kirchhoff în valori instantanee, pentru circuite lineare, din ecuațiile lui Maxwell sînt următoarele: caracterul perfect izolant al mediului ce înconjoară circuitele; existența unui regim cvasistaționar adică a unui regim de variație suficient de lent pentru a se putea neglija peste tot, cu excepția dielectricului din condensatoare, contribuția variației în timp a cîmpului electric (a curentului de deplasare) la producerea cîmpului magnetic, respectiv pentru a se putea neglija în dielectricul condensatoarelor contribuția variației în timp a cîmpului magnetic (prin inducție electromagnetică) la producerea cîmpului electric; circuit format din conductoare strict filiforme, adică suficient de subțiri pentru a se putea admite o repartiție de curent continuu a densității de curent pe secțiunea lor transversală și neglijarea influenței pierderilor de putere în dielectricul condensatoarelor asupra repartiției cîmpului electric interior, adică neglijarea influenței efectului de relaxație asupra acestei repartiții.

Dacă sînt îndeplinite aceste condiții și se pot face aceste aproximații, suma algebrică a curenților instantanei din laturile care concură într-un nod de rețea e nulă (prima teoremă a lui Kirchhoff) și deci curentul electric de conducție are în orice moment aceeași valoare prin toate secțiunile transversale ale oricărui conductor neramificat, sistemul valorilor instantanee ale curenților din laturile circuitului determină univoc repartiția instantanee (din același moment) a cîmpului magnetic în întregul spațiu, valorile instantanee ale sarcinilor condensatoarelor determină univoc repartiția instantanee (din același moment) a cîmpului electric din dielectricul respectiv, cîmpul magnetic și cîmpul electric la mare depărtare de circuitul electric izolat tind suficient de repede către zero (și anume invers proporțional cu cel puțin cubul distanței, astfel că efectele de radiație sînt neglijabile), suma algebrică a tuturor căderilor de tensiune instantanee ale elementelor de circuit care alcătuiesc un ochi de circuit e egală cu suma algebrică a tensiunilor electromotoare instantanee ale generatoarelor din acel ochi (a doua teoremă a lui Kirchhoff), iar elementele dipolare *reale* de circuit (bobine cu pierderi, rezistoare inductive, condensatoare cu pierderi) admit scheme echivalente cu parametri concentrați, constituite din elemente de circuit ideale în număr finit: rezistoare ideale, bobine ideale, condensatoare ideale.

Cu aceste aproximații rezultă pentru elementele de circuit lineare, pasive și ideale, reprezentate de rezistorul, bobina, respectiv condensatorul ideale, între căderea de tensiune $u\,(t)$ și curentul instantaneu $i\,(t)$, ecuațiile

$$u = r\,i, \quad i = g\,u \qquad \text{(rezistorul ideal)}, \tag{1}$$

$$u = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \sum l\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \qquad \text{(bobina ideală)}, \tag{2}$$

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = c\,\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \qquad \text{(condensatorul ideal)}, \tag{3}$$

în care parametrii constanți r — rezistențele, $g = 1/r$ — conductanțele, l — inductivitățile proprii și mutuale și c — capacitățile cu valorile lor de regim

staţionar, $\Phi(t)$ fiind fluxul total instantaneu al bobinei, iar $q(t)$—sarcina instantanee a condensatorului [1]).

Cu aceleaşi notaţii, prima teoremă a lui Kirchhoff are forma

$$\sum_k i_k(t) = 0 \tag{4}$$

pentru fiecare nod (sumarea efectuîndu-se asupra tuturor laturilor legate la nodul considerat), iar cea de a doua teoremă are forma

$$\sum_k e_k(t) = \sum_k u_k(t) \tag{5}$$

pentru fiecare ochi (sumarea efectuîndu-se asupra tuturor elementelor de circuit ale laturilor ochiului considerat), în care $e_k(t)$ sînt tensiunile electromotoare ale generatoarelor din laturile ochiului.

Sistemul de ecuaţii (1), (2), (3), (4), (5) reprezintă în general un sistem de ecuaţii diferenţiale cu coeficienţi constanţi şi de ordinul întîi, ale cărui soluţii $u_k(t)$, $i_k(t)$ sînt complet determinate de funcţiunile de timp $e_k(t)$ şi de valorile iniţiale $\Phi_k(0+)$ ale fluxurilor bobinelor şi $q_k(0+)$ ale sarcinilor condensatoarelor.

Dacă nu se fac aproximaţiile arătate mai sus, studiul circuitelor în regim variabil nu se mai poate face în general în limbajul teoriei circuitelor, adică utilizînd ca variabile de stare curenţii şi căderile de tensiune (un număr finit de grade de libertate), ci trebuie abordat în limbajul teoriei cîmpului electromagnetic, adică utilizînd ca variabile de stare funcţiunile de punct reprezentate de intensităţile cîmpului electric şi magnetic (o infinitate de grade de libertate). Dificultăţile analitice ale tratării exacte a problemei determinării cîmpului electromagnetic variabil, asociat unui circuit electric cu o structură ceva mai complicată, sînt atît de mari, încît în practică se preferă utilizarea teoremelor lui Kirchhoff chiar şi cînd aproximaţiile menţionate sînt nesatisfăcătoare, utilizînd pentru regimul permanent sinusoidal eventual forma complexă a ecuaţiilor (1)...(5) cu parametri de circuit dependenţi de frecvenţă.

Cele patru aproximaţii nu sînt însă la fel de importante şi nu sînt aplicabile totdeauna concomitent în diferite probleme concrete. Aproximaţia regimului cvasistaţionar (*b*) este îndreptăţită pentru studiul cîmpului electromagnetic în interiorul conductoarelor metalice (densitatea curentului de deplasare e neglijabilă faţă de densitatea curentului de conducţie pentru toată gama de frecvenţe utilizată azi în tehnică) şi este justificabilă şi în afara conductoarelor la frecvenţe nu prea înalte, la care e satisfăcută inegalitatea

$$\lambda_{min} = \frac{v}{f_{max}} \gg D_{max} \tag{6}$$

în care λ_{min} e cea mai mică lungime de undă, corespunzătoare celei mai înalte frecvenţe f_{max} care poate interveni în problema considerată, v e viteza de propagare a undei electromagnetice corespunzătoare, iar D_{max} e dimensiunea lineară maximă a circuitului (în direcţia de propagare).

[1]) S-au utilizat litere mici pentru parametrii *r*, *l*, *c* din ecuaţiile în valori instantanee, spre a rezerva majusculele pentru parametrii din ecuaţiile operaţionale.

Pentru o clasă foarte largă de probleme tehnice, corespunzătoare circuitelor cu parametri concentrați, condiția (6) e satisfăcută pînă la frecvențe de ordinul megahertzilor, ceea ce și justifică acceptarea aproximației de regim cvasistaționar.

Alta este situația aproximației corespunzătoare caracterului filiform al circuitelor. Teoria efectului pelicular [1] permite să se demonstreze că repartiția unui curent alternativ sinusoidal și de frecvență $f=\omega/2\pi$ e practic uniformă pe secțiunea transversală a unui conductor numai dacă adîncimea de pătrundere $\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \sigma \mu}}$ a cîmpului electromagnetic în materialul său e mult mai mare decît dimensiunile lineare maxime ale secțiunii transversale a acelui conductor :

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \sigma \mu}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{10^7}{f\sigma\mu_r}} \gg d_{max}, \tag{7}$$

relație în care σ și $\mu=\mu_r\,\mu_0=\mu_r\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}$ sînt conductivitatea și permeabilitatea magnetică a conductorului, iar d_{max} cea mai mare dimensiune liniară a secțiunii transversale. Chiar la frecvența industrială de 50 Hz, condiția (7) nu mai e satisfăcută în cupru de îndată ce dimensiunile secțiunii transversale depășesc cîțiva milimetri și deci nu se mai poate face aproximația de conductor filiform.

Influența efectului de relaxație din dielectricul condensatoarelor e neglijabilă în condensatoare lineare cu dielectric perfect omogen, sau în condensatoare lineare cu dielectric neomogen, în care materialele au timpuri de relaxație $t_r = \varepsilon/\sigma = 1/(2\pi f\cdot \operatorname{tg}\delta)$ foarte mari față de perioada $T = 1/f$, adică în care e verificată inegalitatea

$$\frac{T}{t_r} = 2\pi\cdot \operatorname{tg}\delta \ll 1 \tag{8}$$

unde tg δ e tangenta unghiului de pierderi, iar $\varepsilon = \varepsilon_0\cdot\varepsilon_r = \frac{1}{36\pi}10^{-9}\cdot\varepsilon_r$ permitivitatea materialului. Dacă această condiție nu e satisfăcută, sau dacă dielectricul condensatorului are pierderi prin polarizare (viscozitate), neglijarea efectelor de relaxație e principial inutilizabilă, chiar dacă regimul e cvasistaționar.

Nu există o teorie generală a circuitelor electrice lineare și cu parametri concentrați, valabilă pentru toate regimurile variabile în care nu se pot neglija influențele efectelor pelicular sau de relaxație, adică pentru circuitele nefiliforme, cînd nu mai pot fi valabile nici în regim permanent sinusoidal ecuații de forma (1), (2), (3). În cazul considerării efectului pelicular, densitatea de curent și cîmpul magnetic asociat în conductoare au faze variabile de la punct la punct și diferite una de alta, astfel că fluxul magnetic total al unui circuit închis nu este în fază cu intensitatea curentului și nu mai este proporțional cu această intensitate, pentru a se putea defini o inductivitate proprie constantă a circuitului. În cazul considerării efectului de relaxație din condensatoarele cu pierderi cu dielectric neomogen, densitatea de sarcină și cîmpul electric asociat au faze variabile de la punct la punct și diferite una de alta, astfel că sarcina unei armături

nu mai este în fază cu tensiunea aplicată la borne și nu mai este proporțională cu această tensiune, pentru a se putea defini o capacitate constantă a condensatorului.

Numai pentru cazul particular al regimului permanent sinusoidal s-au dezvoltat metode de studiu pentru circuite lineare nefiliforme și cu condensatoare cu pierderi, și anume folosind cunoscuta formă în complex a ecuațiilor cîmpului (eventual cu introducerea unor mărimi de material ε, μ, σ — complexe) și stabilind, în locul ecuațiilor (1), (2) și (3), ecuații lineare pe care le satisfac imaginile în complex $\underline{U}$ și $\underline{I}$ ale tensiunilor și curenților, și avînd forma

$$\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{I} \tag{9}$$

în care apar impedanțe echivalente complexe, dependente prin funcțiuni transcendente de frecvența $f = \omega/2\pi$, adică și de parametrul $j\omega$ ($j = \sqrt{-1}$). De asemenea, numai pentru regimurile tranzitorii particulare, cu valori inițiale nule ale intensităților cîmpurilor electric și magnetic în întregul spațiu, s-au dezvoltat metode operaționale [2] asemănătoare, care conduc la ecuații lineare satisfăcute de imaginile Laplace $U(p)$ și $I(p)$ ale tensiunilor și curenților — și avînd forma

$$U(p) = Z(p)\ I(p) \tag{10}$$

în care apar impedanțe operaționale echivalente, dependente prin funcțiuni transcendente de parametrul complex p cu $Z(j\omega) = \underline{Z}$.

Autorii își propun să dezvolte în lucrarea de față o teorie generală, în mărimi instantanee, a tuturor regimurilor permanente sau tranzitorii, cu sau fără mărimi inițiale nule, ale circuitelor electrice lineare cu conductoare nefiliforme și cu efecte de relaxație, care să răspundă următoarelor întrebări: În ce măsură caracterizarea unor astfel de circuite se mai poate face cu un număr finit de variabile, cum sînt valorile instantanee ale tensiunilor și curenților? Care este efectul repartiției inițiale a cîmpurilor magnetic și electric asupra evoluției stărilor circuitului? Care sînt relațiile între valorile instantanee ale tensiunilor și curenților, pentru elementele de circuit, care generalizează ecuațiile (1), (2) și (3) și sînt valabile și în aceste cazuri? Cum trebuie caracterizate, în acest caz, elementele lineare de circuit, ținînd seamă de faptul că definirea unor parametri r, l, c constanți nu este posibilă?

Lucrarea introduce pentru circuitele cu elemente nefiliforme și cu efecte de relaxație, parametri funcțiuni de timp ai elementelor de circuit, care vor fi numiți *parametri tranzitorii* și vor interveni în generalizarea respectivă a ecuațiilor lui Kirchhoff în valori instantanee. Expresiile acestor parametri tranzitorii vor putea fi stabilite numai pe baza rezolvării problemei de cîmp electromagnetic corespunzătoare, luîndu-se astfel în considerație variația în timp a repartiției spațiale a cîmpului magnetic sau electric în cuprinsul elementului de circuit. Necesitatea introducerii unor parametri tranzitorii pentru elementele anumitor circuite electrice s-a simțit în literatura de specialitate în tratarea unor probleme particulare [3] [4] [5], însă nu s-a ajuns să se formuleze pînă acum definiții și metode de studiu unitare și să se justifice teoretic condițiile generale ale utilizării unor astfel de parametri.

2. TEOREMA DE UNICITATE A ECUAȚIILOR CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC ASOCIAT UNUI ELEMENT DE CIRCUIT MULTIPOLAR LINEAR

Pentru a defini un model teoretic al unui *element* de circuit electric, ca parte a unui sistem electromagnetic a cărui interacțiune cu exteriorul să fie caracterizabilă cu ajutorul curenților aduși din exterior sau al tensiunilor la borne, considerăm un sistem electromagnetic cu corpuri imobile,

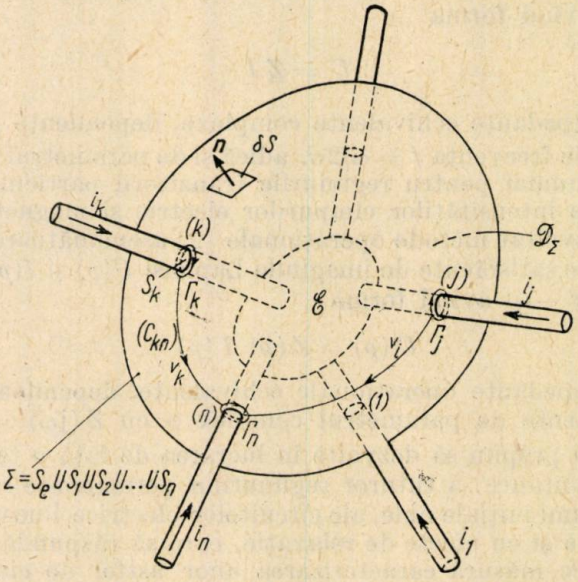


Fig. 1. — Element multipolar nefiliform de circuit electric.

fără cîmpuri electrice imprimate, cu caracteristici de material electrice și magnetice lineare, caracterizate prin permeabilitatea $\mu(M)$ permitivitatea $\varepsilon(M)$ și conductivitatea $\sigma(M)$, funcțiuni pozitive date de punctul M considerat, avînd vectorul de poziție $\boldsymbol{r}$, materialele fiind adeseori omogene pe porțiuni, adică mărimile μ, ε și σ fiind constante în subdomenii separate prin suprafețe de discontinuitate S_d, cu excluderea liniilor și a punctelor de discontinuitate. Fie $\boldsymbol{E}(M,t)$, $\boldsymbol{D}(M,t) = \varepsilon \boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}(M,t)$, $\boldsymbol{B}(M,t) = \mu \boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{J}(M,t)$ și $\rho_v(M,t)$ funcțiunile de punct și de moment care reprezintă respectiv intensitatea cîmpului electric, inducția electrică, intensitatea cîmpului magnetic, inducția magnetică, densitatea curentului electric de conducție și densitatea de sarcină electrică. În afara suprafețelor de discontinuitate, acestea sînt funcțiuni continue de punct împreună cu derivatele lor și verifică ecuațiile lui Maxwell:

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}, \tag{11}$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}, \tag{12}$$

$$\operatorname{div}(\varepsilon \boldsymbol{E}) = \rho_v \tag{13}$$

$$\operatorname{div}(\mu \boldsymbol{H}) = 0 \tag{14}$$

ca și legea conducției electrice

$$\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E}, \tag{15}$$

respectiv ecuația de conservare a sarcinii electrice (care rezultă din (11) și (13)) :

$$\operatorname{div}\left(\boldsymbol{J} + \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}\right) = \operatorname{div} \boldsymbol{J} + \frac{\partial \rho_v}{\partial t} = 0. \tag{16}$$

Pentru suprafețele de discontinuitate S_d ale mărimilor ε, μ și σ, condițiile de trecere corespunzătoare ecuațiilor (11)–(14) și (16) au următoarea formă :

$$(\boldsymbol{H}_1)_t = (\boldsymbol{H}_2)_t, \tag{11'}$$

$$(\boldsymbol{E}_1)_t = (\boldsymbol{E}_2)_t, \tag{12'}$$

$$\boldsymbol{n}_{12}(\varepsilon_2 \boldsymbol{E}_2 - \varepsilon_1 \boldsymbol{E}_1) = \rho_s, \tag{13'}$$

$$\boldsymbol{n}_{12}(\mu_2 \boldsymbol{H}_2 - \mu_1 \boldsymbol{H}_1) = 0 \tag{14'}$$

$$\boldsymbol{n}_{12}\left[\left(\boldsymbol{J}_2 + \varepsilon_2 \frac{\partial \boldsymbol{E}_2}{\partial t}\right) - \left(\boldsymbol{J}_1 + \varepsilon_1 \frac{\partial \boldsymbol{E}_1}{\partial t}\right)\right] = \boldsymbol{n}_{12}(\boldsymbol{J}_2 - \boldsymbol{J}_1) + \frac{\partial \rho_s}{\partial t} = 0, \tag{16'}$$

în care indicii 1 și 2 se referă la cele două fețe ale suprafeței S_d, $\boldsymbol{n}_{12}$ e versorul normalei cu sensul dinspre 1 spre 2, indicele t se referă la componentele vectoriale din planul tangent la suprafața S_d ale vectorilor cîmp, iar ρ_s e densitatea de suprafață a sarcinii electrice.

Considerăm în aceste condiții o suprafață închisă Σ avînd elementele de arie δs, versorul normal $\boldsymbol{n}$ îndreptat spre exterior ($\boldsymbol{n}_{int} = -\boldsymbol{n}$) și notăm cu δv elementele de volum ale domeniului $\mathcal{D}_\Sigma$ *definit de interiorul suprafeței* Σ *din care se exclud punctele suprafețelor de discontinuitate* S_d *eventual existente.*

Din ecuațiile (11) și (12), cu condițiile de trecere (11') și (12'), se obține teorema energiei electromagnetice (Poynting) :

$$-\oint_\Sigma (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H})\,\boldsymbol{n}\ \delta S = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{1}{\sigma} \boldsymbol{J}^2\ \delta v + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \left(\mu \frac{\boldsymbol{H}^2}{2} + \varepsilon \frac{\boldsymbol{E}^2}{2}\right) \delta v \tag{17}$$

sau

$$p_\Sigma(t) = p_J(t) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[W_m(t) + W_e(t)] \tag{18}$$

în care :

$$p_\Sigma(t) = -\oint_\Sigma (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H})\,\boldsymbol{n}\ \delta S = \oint_\Sigma (\boldsymbol{E}_t \times \boldsymbol{H}_t)\,\boldsymbol{n}_{int}\ \delta S \gtrless 0 \tag{19}$$

e puterea electromagnetică instantanee primită prin suprafață,

$$p_J(t) = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{1}{\sigma} \boldsymbol{J}^2 \, \delta v = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \sigma \boldsymbol{E}^2 \, \delta v = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \boldsymbol{E}\boldsymbol{J} \, \delta v \geqslant 0 \qquad (20)$$

e puterea instantanee disipată prin efect Joule în conductoarele din $\mathcal{D}_\Sigma$, cu densitatea de volum $\boldsymbol{E}\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E}^2 \geqslant 0$;

$$W_m(t) = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \mu \frac{\boldsymbol{H}^2}{2} \delta v = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{\boldsymbol{B}\boldsymbol{H}}{2} \delta v \geqslant 0 \qquad (21)$$

e energia magnetică localizată în $\mathcal{D}_\Sigma$ cu densitatea de volum $\boldsymbol{B}\boldsymbol{H}/2 = \mu \boldsymbol{H}^2/2 \geqslant 0$;

$$W_e(t) = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \varepsilon \frac{\boldsymbol{E}^2}{2} \delta v = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{\boldsymbol{E}\boldsymbol{D}}{2} \delta v \geqslant 0 \qquad (22)$$

e energia electrică localizată în $\mathcal{D}_\Sigma$ cu densitatea de volum $\boldsymbol{D}\boldsymbol{E}/2 = \varepsilon \boldsymbol{E}^2/2 \geqslant 0$.

Cu ajutorul relației (17) și utilizînd caracterul pozitiv definit al mărimilor (20), (21) și (22), se demonstrează că, în cazul general, funcțiunile $\boldsymbol{E}(M,t)$, $\boldsymbol{H}(M,t)$, soluții ale *ecuațiilor* (11), (12), (11′), (12′) și (15), sînt univoc determinate dacă se dau repartițiile lor în momentul $t=0$ (condițiile inițiale, care trebuie să fie compatibile cu (14) și (14′)) și valoriie *uneia* dintre componentele tangențiale $\boldsymbol{E}_t(M,t)$ *sau* $\boldsymbol{H}_t(M,t)$ în fiecare punct al suprafeței Σ și în fiecare moment (condițiile de frontieră). În aceste condiții ecuația (14) e demonstrabilă cu ajutorul relației (12) și al condițiilor inițiale, $\boldsymbol{J}(M,t)$ e dat de (15), iar funcțiunile $\rho_v(M,t)$ și $\rho_s(M,t)$ sînt univoc determinabile aposteriori, cu ajutorul ecuațiilor (13) și (13′). Condițiile de trecere (14′) și (16′) sînt automat satisfăcute.

Considerăm acum un element $\mathcal{E}$ al unui sistem electromagnetic înconjurat de un mediu izolant și avînd n conductoare de legătură cu exteriorul, prin care intră *curenții totali* (practic, numai de conducție)

$$i_k(t) = \oint_{\Gamma_k} \boldsymbol{H} \, \mathrm{d}\boldsymbol{r} \qquad (k=1,2,\ldots,n), \qquad (23)$$

unde Γ_k sînt curbe închise care îmbrățișează strîns conductoarele de acces.

Numim *suprafață de separație* (fig. 1) o suprafață închisă fixă Σ, de normală exterioară $\boldsymbol{n}$, care conține în interior elementul $\mathcal{E}$ și intercepteză cele n conductoare de legătură în secțiunile lor transversale S_k $(k=1,2,\ldots,n)$—numite *borne de acces*—cu conturele Γ_k (avînd sensul de referință asociat după regula burghiului drept sensului normalei interioare) și care satisface în orice moment următoarelor condiții:

$$\boldsymbol{n} \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{E}(M,t) = 0 \qquad (M \in \Sigma) \qquad (24)$$

$$\boldsymbol{n} \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{H}(M,t) = 0 \qquad (M \in S_e) \qquad (25)$$

$$\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{E}(M,t) = 0 \qquad (M \in S_k;\ k=1,2,\ldots,n) \qquad (26)$$

(S_e fiind partea suprafeței din afara conductoarelor de legătură :

$$\Sigma = S_e \cup S_1 \cup S_2 \cup \ldots \cup S_n).$$

Dacă o astfel de suprafață de separație există, elementul $\mathcal{E}$ va fi numit *element de circuit electric* (multipolar, sau n-polar) și se va arăta că interacțiunea lui cu exteriorul poate fi caracterizată și în regim variabil în limbajul teoriei circuitelor electrice, chiar dacă în *interiorul* său există conductoare nefiliforme, condensatoare cu pierderi suplimentare, prin relaxație în dielectric, piese conductoare neconectate conductiv (galvanic) la bornele de acces și în care se induc curenți turbionari etc. Pentru cazul circuitelor cu părți conductoare filiforme în dreptul bornelor, suprafața de separație a fost introdusă în lucrarea [6] sub numele de suprafață a tensiunii la borne.

Condițiile (24), (25) și (26) sînt mult mai puțin restrictive decît aproximațiile uzuale (v. §1) ale teoriei circuitelor electrice, pentru că se referă *numai* la suprafața de separație Σ și nu la structura interioară a elementului. Practic, ele pot fi satisfăcute numai cu aproximație : condiția (24) rezultă din neglijarea efectelor de inducție electromagnetică în punctele suprafeței Σ (suficient de depărtată de zonele de cîmp magnetic intens) adică din neglijarea unor cuplaje inductive ale elementului de circuit cu exteriorul și e echivalentă cu afirmarea caracterului biscalar al cîmpului electric la nivelul bornelor ; condiția (25) rezultă din neglijarea curenților electrici din afara conductoarelor de legătură, adică din neglijarea unor cuplaje capacitive și conductive (cu excepția bornelor) ale elementului de circuit cu exteriorul, și e totdeauna satisfăcută în cazul unui mediu exterior perfect izolant și în regim cvasistaționar, iar condiția (26) implică numai ipoteza unui cîmp electric biscalar cu linii de cîmp invariabile în timp în interiorul conductoarelor de legătură, astfel încît secțiunile transversale S_k ale acestor conductoare să poată fi luate ortogonale pe liniile de cîmp electric și deci pe liniile de curent. Calculînd fluxul — identic nul — al vectorului rot $\boldsymbol{H}$ prin întreaga suprafață Σ rezultă cu (23) și (25) o condiție de legătură pentru curenții aduși din exterior

$$\sum_{k=1}^{n} i_k\,(t) = 0 \tag{27}$$

care formează, deci, un sistem complet. Se observă că relațiile (25) și (26) sînt teoretic compatibile, chiar dacă se ține seama de (12′), (11) și (15), deoarece mărimile de material ε și σ pot avea teoretic orice valori ne-negative (și pot fi considerate nule în afara conductoarelor de legătură în aproximația considerată aici).

Din relația (24) rezultă independența de drum a tensiunii electrice calculată între două puncte oarecare ale suprafeței de separație și posibilitatea de a scrie componenta tangențială $\boldsymbol{E}_t$ a intensității cîmpului electric, în *toate* punctele suprafeței de separație, sub forma :

$$\boldsymbol{E}_t = -\operatorname{grad} \varphi + \boldsymbol{n}\frac{\partial \varphi}{\partial n} \tag{28}$$

în care $\varphi\,(\boldsymbol{M}, t)$ e un potențial scalar, astfel că

$$\int_{A[C_{AB}\subset\Sigma]}^{B} \boldsymbol{E}\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_{A}^{B} \boldsymbol{E}_t\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \varphi\,(A, t) - \varphi\,(B, t). \tag{29}$$

Din (26) rezultă că în conductoarele de legătură, în dreptul *bornelor de acces*, $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{n}\,E_n$ și $\boldsymbol{E}_t=0$, adică *secțiunile transversale* S_k *sînt echipotențiale*. Vom nota cu $\varphi_k(t)$ valorile pe care le ia funcțiunea φ în punctele acestor secțiuni

$$\varphi_k(t)=\varphi(M,t) \qquad (\text{cu } M\in S_k) \tag{30}$$

și cu $v_k(t)$ potențialele electrice ale bornelor $k=1,2,\ldots,n$-1 față de borna a n—a, calculate în lungul unor curbe oarecare C_{kn} conținute în suprafața de separație și numite și *tensiuni la borne*:

$$v_k(t)=\int_{(k)[C_{kn}\subset\Sigma]}^{(n)}\boldsymbol{E}\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\varphi_k(t)-\varphi_n(t). \tag{31}$$

Puterea electromagnetică instantanee (19) primită printr-o *suprafață de separație* se exprimă cu (28), (25) și (30) sub forma

$$p_\Sigma(t)=-\oint_\Sigma[-\operatorname{grad}\varphi\times\boldsymbol{H}]\,\boldsymbol{n}\,\delta S=-\oint_\Sigma(\varphi\operatorname{rot}\boldsymbol{H})\,\boldsymbol{n}\delta S=$$

$$=\sum_{k=1}^{n}\varphi_k(t)\,i_k(t) \tag{32}$$

sau, ținînd seama de (28) și (31), sub forma

$$p_\Sigma(t)\equiv-\oint_\Sigma(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H})\,\boldsymbol{n}\,\delta S=\sum_{k=1}^{n-1}v_k(t)\,i_k(t) \tag{33}$$

în care apar numai cei $n-1$ curenți exteriori independenți. Cu această expresie teorema energiei electromagnetice (18) se scrie sub forma

$$p_\Sigma(t)=\sum_{k=1}^{n=1}v_k(t)\,i_k(t)=p_J(t)+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[W_m(t)+W_e(t)]. \tag{34}$$

Putem acum formula în modul următor problema generală a determinării cîmpului electromagnetic variabil al unui element de circuit electric pasiv, linear și n-polar:

Se cer funcțiunile vectoriale de punct $\boldsymbol{E}(M,t)$ și $\boldsymbol{H}(M,t)$ definite în $\mathcal{D}_\Sigma$ și pentru $t>0$ care:

1. Pentru orice $M\in\mathcal{D}_\Sigma$ și $t>0$ verifică ecuațiile (11), (12) și (15), adică ecuațiile omogene

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{H}-\varepsilon\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}-\sigma\boldsymbol{E}=0\cdot \tag{35}$$

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{E}+\mu\frac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial t}=0\cdot \tag{36}$$

2. Pentru orice suprafață de discontinuitate S_d și $t>0$ verifică condițiile de trecere omogene (11′) și (12′), adică

$$(\boldsymbol{E}_1)_t=(\boldsymbol{E}_2)_t\,;\,(\boldsymbol{H}_1)_t=(\boldsymbol{H}_2)_t. \tag{37}$$

3. Pentru orice $M \in \mathcal{D}_\Sigma$ satisfac condițiile inițiale

$$\boldsymbol{E}(M, 0) = \boldsymbol{F}_e(M) \tag{38}$$

$$\boldsymbol{H}(M, 0) = \boldsymbol{F}_h(M) \tag{39}$$

cu

$$\operatorname{div}(\mu \boldsymbol{F}_h) = 0; \quad \boldsymbol{n}_{12}(\mu_2 \boldsymbol{F}_{h2} - \mu_1 \boldsymbol{F}_{h1})\,|_{s_d} = 0. \tag{39'}$$

4. În punctele $M \in \Sigma$ și pentru $t > 0$ satisfac condițiile de frontieră omogene (24), (25) și (26).

5. Pentru orice $t > 0$ satisfac *condițiile la borne*

$$\oint_{\Gamma_k \subset \Sigma} \boldsymbol{H}(M, t)\, d\boldsymbol{r} = i_k(t) \quad (k = 1, 2, \ldots, l), \tag{40}$$

$$\int_{(j)[C_{jn} \subset \Sigma]}^{(n)} \boldsymbol{E}(M, t)\, d\boldsymbol{r} = v_j(t) \quad (j = l+1, l+2, \ldots, n-1), \tag{41}$$

în care $i_k(t)$ și $v_j(t)$ sînt funcțiuni date de timp, iar numerotarea bornelor s-a făcut astfel încît primele l ($0 \leqslant l \leqslant n-1$) sînt cele pentru care s-au dat curenții. Cazul $l = n-1$ corespunde unor condiții la borne date exclusiv prin curenți, iar cazul $l = 0$ unor condiții la borne date exclusiv prin tensiuni. Curentul $i_n(t) = -\sum_{k=1}^{n-1} i_k(t)$ nu este independent de ceilalți și nu intervine în formularea condițiilor la borne.

Pentru $t = 0$ funcțiunile $i_k(t)$ și $v_j(t)$ trebuie să fie compatibile cu condițiile inițiale (38) și (39), adică trebuie să satisfacă condițiile

$$\left.\begin{aligned} i_k(0) &= \oint_{\Gamma_k} \boldsymbol{H}(M, 0)\, d\boldsymbol{r} = \oint_{\Gamma_k} \boldsymbol{F}_h(M)\, d\boldsymbol{r} \\ v_j(0) &= \int_{(j)C_{jn}}^{(n)} \boldsymbol{E}(M, 0)\, d\boldsymbol{r} = \int_{(j)C_{jn}}^{(n)} \boldsymbol{F}_e(M)\, d\boldsymbol{r} \end{aligned}\right\} \tag{42}$$

Rezolvarea acestei probleme generale se bazează pe teoremele care se demonstrează mai jos.

TEOREMA I. Problema omogenă, corespunzătoare unor condiții inițiale de repaus,

$$\boldsymbol{E}(M, 0) = \boldsymbol{F}_e(M) = 0; \quad \boldsymbol{H}(M, 0) = \boldsymbol{F}_h(M) = 0, \tag{43}$$

și unor condiții la borne omogene ($t > 0$)

$$\left.\begin{aligned} i_k(t) &= 0, \quad (k = 1, 2, \ldots, l), \\ v_j(t) &= 0, \quad (j = l+1, l+2, \ldots, n-1), \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

admite numai soluții identic nule

$$\boldsymbol{E}(M, t) \equiv 0; \quad \boldsymbol{H}(M, t) \equiv 0. \tag{45}$$

Din (43), (21) și (22) rezultă că în acest caz

$$W_m(0) + W_e(0) = 0 \tag{46}$$

iar din (44) și (33) rezultă $p_\Sigma(t) = 0$. Se obține astfel, din (34) cu (44) și (46),

$$W_m(t) + W_e(t) = -\int_0^t p_j(t)\,\mathrm{d}t \leqslant 0 \tag{47}$$

deoarece puterea (20) disipată prin efect Joule e pozitiv definită. Cum energiile magnetică $W_m(t)$ și electrică $W_e(t)$ sînt pozitive sau nule, relațiile (21), (22) și (47) pot fi satisfăcute numai dacă

$$W_m(t) + W_e(t) \equiv 0, \qquad t \in (0, \infty). \tag{48}$$

Din (21) și (22) rezultă însă că aceste energii sînt integralele unor funcțiuni pozitiv definite de $\boldsymbol{H}$ și $\boldsymbol{E}$, astfel încît din (48) rezultă (45).

TEOREMA a II-a (teorema de unicitate). *Problema neomogenă, corespunzătoare unor condiții inițiale (38) și (39) oarecare (cu restricția (39'))) și unor condiții la borne (40) și (41) oarecare (cu l arbitrar ales, $0 \leqslant l \leqslant n-1$) are soluții unice pentru funcțiunile $\boldsymbol{H}(M,t)$ respectiv $\boldsymbol{E}(M,t)$.*

În adevăr, dacă ar exista două soluții $\boldsymbol{H}^{(1)}$ și $\boldsymbol{H}^{(2)}$ respectiv $\boldsymbol{E}^{(1)}$ și $\boldsymbol{E}^{(2)}$, corespunzătoare acelorași condiții inițiale și la borne, funcțiunile diferență

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{H}^{(d)}(M,t) &\equiv \boldsymbol{H}^{(1)}(M,t) - \boldsymbol{H}^{(2)}(M,t), \\ \boldsymbol{E}^{(d)}(M,t) &\equiv \boldsymbol{E}^{(1)}(M,t) - \boldsymbol{E}^{(2)}(M,t), \end{aligned}\right\} \tag{49}$$

ar fi, din cauza linearității tuturor ecuațiilor (35)—(41) și (24)—(26), soluțiile problemei omogene, care sînt identic nule conform teoremei I:

$$\boldsymbol{H}^{(d)}(M,t) \equiv 0; \quad \boldsymbol{E}^{(d)}(M,t) \equiv 0. \tag{50}$$

Cu (49) rezultă

$$\boldsymbol{H}^{(1)}(M,t) \equiv \boldsymbol{H}^{(2)}(M,t); \quad \boldsymbol{E}^{(1)}(M,t) \equiv \boldsymbol{E}^{(2)}(M,t), \tag{51}$$

adică cele două soluții coincid în mod necesar.

Cum funcțiunile $\boldsymbol{J}(M,t)$; $\rho_v(M,t)$ și $\rho_s(M,t)$ sînt univoc determinate de $\boldsymbol{E}$ și $\boldsymbol{H}$ prin relațiile (15), (13) și (13'), rezultă că în condițiile inițiale și la borne, menționate, și repartițiile de curent și de sarcină sînt univoc determinate.

De asemenea în aceleași condiții rezultă univoc determinate prin intermediul lui $\boldsymbol{H}(M,t)$ și $\boldsymbol{E}(M,t)$ potențialele $v_k(t)$ ale primelor l borne, pentru care s-au dat curenții (40),

$$v_k(t) = \int_{(k)\,[C_{kn} \subset \Sigma]}^{(n)} \boldsymbol{E}(M,t)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} \qquad (k = 1,2,\ldots,l) \tag{52}$$

și curenții $i_j(t)$ ai ultimelor $n-1-l$ borne, pentru care s-au dat tensiunile (41),

$$i_j(t) = \oint_{\Gamma_j \subset \Sigma} \boldsymbol{H}(M,t)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} \quad (j = l+1, l+2, \ldots, n-1), \tag{53}$$

cum și curentul bornei (n) de referință

$$i_n(t) = -\sum_{k=1}^{n-1} i_k(t). \tag{54}$$

La rezolvarea ecuațiilor cîmpului electromagnetic asociat elementului de curent multipolar se consideră întotdeauna riguros satisfăcute condițiile de frontieră (24), (25) și (26). Practic, ele pot fi satisfăcute numai aproximativ. Observînd că aceste condiții au fost utilizate *numai* la deducerea expresiei (33) a puterii primite pe la borne, o condiție globală de valabilitate a acestei aproximații (care permite introducerea suprafeței de separație și a conceptului de element de circuit) este inegalitatea

$$\left| \oint_{\Sigma} (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H})\, \boldsymbol{n}\, \delta S - \sum_{k=1}^{n-1} v_k i_k \right| \ll \left| \oint_{\Sigma} (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H})\, \boldsymbol{n}\, \delta S \right|, \tag{55}$$

care include și neglijarea radiației de energie electromagnetică de către elementul de circuit.

Se înțelege că în condiții particulare de structură a elementului de circuit numărul variabilelor la borne independente poate fi mai mic decît $n - 1$. De asemenea formularea condițiilor la borne independente se poate face sub forme mai generale, prin relații integro-diferențiale lineare și neomogene între mărimile $v_k(t)$ și $i_k(t)$. Prezentarea de mai sus corespunde necesității de a găsi relațiile dintre mărimile de la borne, relații caracteristice elementului de circuit și independente de rețeaua mai complexă din care el face parte.

În regim *cvasistaționar* repartițiile inițiale $\boldsymbol{E}(M, 0)$ respectiv $\boldsymbol{H}(M, 0)$ sînt determinate univoc de repartițiile inițiale ale sarcinii $\rho_v(M, 0)$, $\rho_s(M, 0)$ respectiv ale curentului $\boldsymbol{J}(M, 0)$. În acest regim condițiile inițiale pot fi deci exprimate cu ajutorul funcțiunilor de punct care definesc aceste din urmă repartiții.

Teoremele I și II de mai sus rămîn valabile și în cazul cînd funcțiunile de timp (40) și (41), care exprimă condițiile la borne, admit discontinuități de prima specie, cum se poate arăta utilizînd forma operațională a ecuațiilor, care este deosebit de avantajoasă și în rezolvarea efectivă a problemei determinării cîmpului.

Introducînd transformarea Laplace a funcțiunilor de timp (care depind eventual și de punct) $f(M, t)$ sub forma

$$F(M, p) = \mathcal{L}[f(M, t)] = \int_{0-}^{\infty} f(M, t) \mathrm{e}^{-pt}\, \mathrm{d}t \tag{56}$$

cu convenția de a considera limita inferioară a intervalului de integrare din (56) *la stînga* eventualelor puncte de discontinuitate din origine, respectiv ale eventualelor singularități impulsive (de tipul $\delta(t)$) ale funcțiunii f. Cu această convenție teorema derivării are forma:

$$\mathcal{L}\left[\frac{\partial f}{\partial t}\right] = p\, \mathcal{L}[f] - f(M, 0-),$$

cînd derivata $\frac{\partial f}{\partial t}$ este luată în sens generalizat și poate include de asemenea singularități impulsive în origine.

În formularea problemei generale momentul inițial este acum momentul limită $t = 0-$, *la stînga* originii, iar condițiile inițiale (38), (39) iau (cu $\eta > 0$) forma :

$$\left.\begin{aligned} \lim_{\eta \to 0} \boldsymbol{E}(M, 0 - \eta) = \boldsymbol{E}(M, 0-) = \boldsymbol{F}_e(M), \\ \lim_{\eta \to 0} \boldsymbol{H}(M, 0 - \eta) = \boldsymbol{H}(M, 0-) = \boldsymbol{F}_h(M). \end{aligned}\right\} \tag{57}$$

Cu aceste convenții *formele operaționale* ale *ecuațiilor cîmpului* (35) și (36) sînt [1])

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}(M, p) - (p\varepsilon + \sigma)\, \mathbf{E}(M, p) = -\boldsymbol{F}_e(M), \tag{58}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}(M, p) + p\mu\, \mathbf{H}(M, p) = \boldsymbol{F}_h(M). \tag{59}$$

Condițiile de trecere (37) și condițiile de frontieră (24), (25) și (26) rămîn valabile pentru transformatele Laplace $\mathbf{H}(M, p)$ și $\mathbf{E}(M, p)$ ale vectorilor-cîmp, iar *condițiile la borne* (40)și (41) se scriu

$$\oint_{\Gamma_k \subset \Sigma} \mathbf{H}(M, p)\mathrm{d}\boldsymbol{r} = I_k(p) \quad (k = 1, 2, \ldots, l), \tag{60}$$

$$\int_{(j)\,[C_{jn} \subset \Sigma]}^{(n)} \mathbf{E}(M, p)\, \mathrm{d}\boldsymbol{r} = V_j(p) \quad (j = l+1, l+2, \ldots, n-1). \tag{61}$$

Din aceste relații se obțin două *consecințe integrale*, formal analoge teoremei (17), (33) a energiei electromagnetice, dar care nu reprezintă nici transformarea Laplace a ecuației care exprimă această teoremă — deoarece regula de transformare a produselor de funcțiuni de timp nu duce la produse obișnuite ale imaginilor, ci la produse de convoluție în planul complex — și nici nu au interpretarea energetică a relației (17). Una din consecințele integrale este relația

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n-1} V_k(p)\, I_k(p) = -\oint_{\Sigma} (\mathbf{E} \times \mathbf{H})\, \boldsymbol{n}\, \delta S = \\ = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \sigma \mathbf{E}^2\, \delta v + p \int_{\mathcal{D}_\Sigma} (\mu \mathbf{H}^2 + \varepsilon \mathbf{E}^2)\, \delta v - \int_{\mathcal{D}_\Sigma} (\varepsilon \mathbf{E} \boldsymbol{F}_e + \mu \mathbf{H} \boldsymbol{F}_h)\, \delta v \end{aligned} \tag{62}$$

care va permite interpretarea unor valori limită ale parametrilor tranzitorii caracteristici circuitelor, în special sub forma de mai jos, stabilită pentru condiții inițiale de repaus ($\boldsymbol{F}_e = 0$, $\boldsymbol{F}_h = 0$)

$$p \sum_{k=1}^{n-1} V_k(p)\, I_k(p) = \frac{1}{p} \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \sigma (p\mathbf{E})^2 \delta v + \int_{\mathcal{D}_\Sigma} [\mu (p\mathbf{H})^2 + \varepsilon (p\mathbf{E})^2]\, \delta v. \tag{63}$$

[1]) Notăm cu litere grase, drepte, transformatele Laplace ale vectorilor cîmp.

Cea de-a doua dintre consecințele integrale este relația

$$\sum_{k=1}^{n-1} V_k(p)\, I_k^*(p) = -\oint_{\Sigma} (\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*)\boldsymbol{n}\, \delta S = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \sigma\mathbf{E}\mathbf{E}^*\, \delta v + \tag{64}$$

$$+ p\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \mu\mathbf{H}\mathbf{H}^*\, \delta v + p^*\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \varepsilon\mathbf{E}\mathbf{E}^*\, \delta v - \int_{\mathcal{D}_\Sigma} [\mu\mathbf{H}^*\boldsymbol{F}_h + \varepsilon\mathbf{E}\boldsymbol{F}_e]\, \delta v,$$

în care asteriscul indică mărimi complex conjugate — și care permite generalizarea teoremei de unicitate a soluțiilor și pentru cazul în care funcțiunile de timp considerate au discontinuități (în special în origine), cu condiția ca transformatele lor Laplace să aibă sens [1]).

În adevăr din (64) rezultă [cu Re $\{p\} > 0$, $\sigma \geqslant 0$, $\varepsilon \geqslant 0$, $\mu \geqslant 0$] că ecuațiile (58) și (59) omogene (adică cu $\boldsymbol{F}_h = 0$, $\boldsymbol{F}_e = 0$), cu condiții la borne (60) și (61) omogene (adică cu $I_k(p) = 0$, $V_j(p) = 0$), admit numai soluții identic nule ($\mathbf{E}(M, p) \equiv 0$, $\mathbf{H}(M, p) \equiv 0$), deoarece produsele $\mathbf{E}\mathbf{E}^*$ și $\mathbf{H}\mathbf{H}^*$ sînt pozitiv definite. Ca urmare, printr-un raționament analog celui utilizat la demonstrarea teoremei a II-a de mai sus, rezultă că soluțiile ecuațiilor neomogene (58) și (59) sînt univoc determinate de condițiile la borne neomogene (60) și (61) formulate cu transformatele Laplace ale mărimilor aplicate la borne și de repartițiile inițiale (la $t = 0-$), (57) ale cîmpurilor electric și magnetic.

Rezolvînd ecuațiile operaționale (58) și (59) se obțin imaginile Laplace ale vectorilor-cîmp și prin inversiune funcțiunile de timp respective. După determinarea imaginii Laplace $F(M, p)$ se pot calcula valorile limită la dreapta, în origine, ale oricărei funcțiuni de timp $f(M, t)$ cu teorema valorilor inițiale

$$\lim_{p\to\infty} [pF(M, p)] = \lim_{t\to 0} f(M, t) = f(M, 0+). \tag{65}$$

În funcție de condițiile la borne adoptate și de regimul considerat, este posibil să se constate existența unor discontinuități în origine:

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{E}(M, 0+) &\neq \boldsymbol{F}_e(M) = \boldsymbol{E}(M, 0-), \\ \boldsymbol{H}(M, 0+) &\neq \boldsymbol{F}_h(M) = \boldsymbol{H}(M, 0-). \end{aligned}\right\} \tag{66}$$

3. TEOREMA SUPERPOZIȚIEI ȘI RELAȚIILE DINTRE TENSIUNI ȘI CURENȚI PENTRU UN ELEMENT DE CIRCUIT MULTIPOLAR

Sub formă operațională condițiile la borne (60) și (61) sînt *independente* de condițiile inițiale (57), deoarece imaginile Laplace $\mathbf{H}(M, p)$ și $\mathbf{E}(M, p)$ ale vectorilor-cîmp nu sînt afectate de existența unor eventuale discontinuități de forma (66) ale vectorilor-cîmp, în origine.

Se poate demonstra deci imediat superpoziția soluțiilor.

Fie

$$\{\boldsymbol{F}_e^{(s)}(M);\ \boldsymbol{F}_h^{(s)}(M);\ I_k^{(s)}(p);\ V_j^{(s)}(p)\} \tag{67}$$

[1]) Dacă discontinuitățile sînt de tipul $\delta(t)$, $\delta'(t)$, etc., „funcțiunile" de timp considerate au sensul generalizat de *distribuții*.

un ansamblu de condiții de forma (57), (60) și (61), care conform teoremei de unicitate determină univoc o soluție caracterizată de vectorii cîmp

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^{(s)}(M, p), \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}^{(s)}(M, p). \tag{67'}$$

Fie

$$\left\{ \sum_s \lambda_s \boldsymbol{F}_e^{(s)}(M) ; \quad \sum_s \lambda_s \boldsymbol{F}_h^{(s)}(M) ; \quad \sum_s \lambda_s I_k^{(s)}(p) ; \quad \sum_s \lambda_s V_j^{(s)}(p) \right\} \tag{68}$$

un ansamblu de condiții de forma (57), (60) și (61), definit de o combinație liniară și omogenă cu coeficienții λ_s a condițiilor (67).

Fie

$$\mathbf{E}(M, p) = \sum_s \lambda_s \mathbf{E}^{(s)}(M, p) ; \quad \mathbf{H}(M, p) = \sum_s \lambda_s \mathbf{H}^{(s)}(M, p) \tag{68'}$$

combinațiile lineare corespunzătoare ale vectorilor cîmp (67'). Pe baza liniarității ecuațiilor și folosind teorema de unicitate rezultă :

Teorema a III-a (de superpoziție) : *Dacă în condițiile de unicitate (67) soluțiile ecuațiilor operaționale (58), (59) sînt (67'), atunci în condițiile de unicitate (68), definite de o combinație liniară și omogenă a condițiilor (67), soluțiile ecuațiilor operaționale (58), (59) sînt date de combinația liniară și omogenă (68'), cu aceeași coeficienți, a soluțiilor (67').*

Teorema superpoziției permite prezentarea unor condiții de unicitate complexe ca reuniunea unor condiții de unicitate disjuncte și mai simple, care permit obținerea soluțiilor generale ale ecuațiilor prin suprapunerea soluțiilor unor probleme particulare corespunzătoare acelor condiții mai simple.

În particular, soluția generală a ecuațiilor (58), (59) poate fi considerată ca o superpoziție a soluțiilor corespunzătoare unor condiții inițiale omogene (de repaus) cu condiții la borne neomogene și a soluțiilor corespunzătoare unor condiții inițiale neomogene cu condiții la borne omogene. *În acest fel se pot separa în soluții termenii care depind de condițiile inițiale de cîmp (57) de cei care depind de condițiile la borne (60), (61), adică de interacțiunea cu exteriorul.*

Vom căuta soluțiile ecuațiilor (57)—(61) prin superpoziție în următoarele două situații extreme de formulare a condițiilor la borne : fie cînd pentru toate cele $n - 1$ borne „independente" se dau curenții aduși din exterior (ceea ce corespunde cazului $l = n - 1$ în relațiile (60) și (61)) ; — fie cînd pentru toate cele $n - 1$ borne „independente" se dau potențialele față de borna (n) de referință (ceea ce corespunde cazului $l = 0$ în relațiile (60) și (61)), determinînd de fiecare dată relațiile dintre mărimile la borne date și mărimile la borne necunoscute.

3.1. Exprimarea potențialelor bornelor în funcțiune de curenții aduși din exterior.

Căutăm soluțiile $\mathbf{E}(M, p)$ și $\mathbf{H}(M, p)$ ale ecuațiilor operaționale (58) (59) cu condițiile la borne

$$\oint_{\Gamma_k} \mathbf{H}(M, p)\, d\boldsymbol{r} = I_k(p) \qquad (k = 1, 2, \ldots, n - 1) \tag{69}$$

sub forma

$$\mathbf{E}(M, p) = \sum_{k=1}^{n-1} \mathbf{e}_{\mathrm{I}}^{k}(M, p) \cdot pI_k(p) + \mathbf{E}_{\mathrm{I}}^{0}(M, p), \tag{70}$$

$$\boldsymbol{H}(M, p) = \sum_{k=1}^{n-1} \mathbf{h}_{\mathrm{I}}^{k}(M, p) \cdot pI_k(p) + \mathbf{H}_{\mathrm{I}}^{0}(M, p). \tag{71}$$

În aceste relații :

a) $\mathbf{E}_{\mathrm{I}}^{0}(M, p)$ și $\mathbf{H}_{\mathrm{I}}^{0}(M, p)$ sînt soluțiile acestor ecuații determinate exclusiv de condițiile inițiale de cîmp $\boldsymbol{F}_e(M)$ și $\boldsymbol{F}_h(M)$, adică cu condițiile la borne omogene

$$\oint_{\Gamma_i} \mathbf{H}_{\mathrm{I}}^{0}(M, p)\, \mathrm{d}\boldsymbol{r} = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, n-1), \tag{72}$$

corespunzătoare unui regim de mers în gol la toate bornele.

b) $\mathbf{e}_{\mathrm{I}}^{k}(M, p)$ și $\mathbf{h}_{\mathrm{I}}^{k}(M, p)$ (cu $k = 1,2, \ldots, n-1$) sînt soluțiile ecuațiilor omogene

$$\operatorname{rot} \mathbf{h}_{\mathrm{I}}^{k} - (p\varepsilon + \sigma)\, \mathbf{e}_{\mathrm{I}}^{k} = 0, \tag{73}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{e}_{\mathrm{I}}^{k} + p\mu\, \mathbf{h}_{\mathrm{I}}^{k} = 0, \tag{74}$$

cu condițiile de frontieră și de trecere omogene corespunzătoare relațiilor (24) (26) și (37) și cu condițiile la borne ($i = 1, 2, \ldots, n-1$) :

$$\oint_{\Gamma_i} \mathbf{h}_{\mathrm{I}}^{k}(M, p)\, \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \frac{1}{p}\, \delta_{ik}; \quad (\delta_{kk} = 1\,;\, \delta_{ik} = 0,\ i \neq k). \tag{75}$$

Aceste soluții sînt corespunzătoare alimentării circuitului prin bornele (k) cu cîte un singur curent treaptă unitate care se întoarce prin borna (n) de referință, toate celelalte borne fiind lăsate în gol, în condiții inițiale de „repaus" ($\boldsymbol{F}_e(M) = 0$, $\boldsymbol{F}_h(M) = 0$).

Din cauza liniarității ecuațiilor e ușor de verificat cu ajutorul teoremei de unicitate că soluțiile (70) și (71) corespund efectiv problemei generale puse.

Presupunînd rezolvate cele n probleme parțiale considerate, imaginile $V_j(p)$ ale potențialelor bornelor pot fi calculate cu (61) și (70) și se obțin relații de forma

$$V_j(p) = \sum_{k=1}^{n-1} Z_{jk}(p)\, I_k(p) + V_j^{0}(p) \quad (j = 1, 2, \ldots, n-1) \tag{76}$$

în care

$$Z_{jk}(p) = p \int_{(j)C_{jn}}^{(n)} \mathbf{e}_{\mathrm{I}}^{k}(M, p)\, \mathrm{d}\boldsymbol{r} \quad (j, k = 1, 2, \ldots, n-1), \tag{77}$$

sînt *impedanțele operaționale de intrare* ($k = j$) *și de transfer* ($k \neq j$) dintre bornele (k) și borna (j), iar

$$V_j^{0}(p) = \int_{(j)C_{jn}}^{(n)} \mathbf{E}_{\mathrm{I}}^{(0)}(M, p)\, \mathrm{d}\boldsymbol{r} \tag{78}$$

este *imaginea tensiunii care se stabilește între borna* (j) *și borna* (n) *cînd toate bornele sînt întrerupte (la* $t = 0 +$ *) iar circuitul evoluează exclusiv sub acțiunea condițiilor inițiale de cîmp (de la* $t = 0-$*).*

Dacă

$$\zeta_{jk}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\int_{(j)}^{(n)} \mathbf{e}_{\mathrm{I}}^{k}(M, p)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Z_{jk}(p)}{p}\right] \tag{79}$$

sînt potențialele instantanee la bornele (j) cînd (în condiții inițiale de „repaus") se injectează un curent unitate prin borna (k), cu întoarcere prin borna (n) (celelalte fiind în gol), iar

$$v_j^0(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[V_j^0(p)\right] \tag{80}$$

e potențialul instantaneu al bornei (j) determinat (la mers în gol) de condițiile inițiale, relațiile în valori instantanee caracteristice multipolului se deduc din (76) și (77) cu teorema produsului imaginilor (Borel) și cu teorema derivării, sub forma :

$$v_j(t) = \sum_k \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^\infty \zeta_{jk}(t-\xi)\, i_k(\xi)\,\mathrm{d}\xi + v_j^0(t), \qquad (j = 1, 2, \ldots, n-1) \tag{81}$$

Funcțiunile $\zeta_{jk}(t)$ sînt *funcțiunile de răspuns tranzitoriu la alimentarea cu curenți unitate, în regim de mers în gol,* și pot caracteriza multipolul din punctul de vedere al interacțiunii lui cu exteriorul. Aceste funcțiuni sînt nule pentru $t < 0$

$$\zeta_{jk}(t) = 0, \; t < 0 \qquad (j, k = 1, 2, \ldots, n-1) \tag{82}$$

și au dimensiunea unor impedanțe.

3.2. Exprimarea curenților aduși din exterior în funcțiune de potențialele bornelor

Căutăm soluțiile $\mathbf{E}(M, p)$ și $\mathbf{H}(M, p)$ ale ecuațiilor operaționale (61) — (64), cu condiția la borne

$$\int_{(l)\,C_{ln}}^{(n)} \mathbf{E}(M, p)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = V_l(p) \qquad (l = 1, 2, \ldots, n-1) \tag{83}$$

sub forma

$$\mathbf{E}(M, p) = \sum_{l=1}^{n-1} \mathbf{e}_{\mathrm{II}}^{l}(M, p) \cdot pV_l(p) + \mathbf{E}_{\mathrm{II}}^{0}(M, p) \tag{84}$$

$$\mathbf{H}(M, p) = \sum_{l=1}^{n-1} \mathbf{h}_{\mathrm{II}}^{l}(M, p) \cdot pV_l(p) + \mathbf{H}_{\mathrm{II}}^{0}(M, p) \tag{85}$$

În aceste relații :

a) $\mathbf{E}_{\mathrm{II}}^{0}(M, p)$ și $\mathbf{H}_{\mathrm{II}}^{0}(M, p)$ sînt soluțiile acestor ecuații determinate exclusiv de condițiile inițiale de cîmp $\boldsymbol{F}_e(M)$ și $\boldsymbol{F}_h(M)$, adică cu condițiile la borne omogene

$$\int_{(i)\,C_{in}}^{(n)} \mathbf{E}_{\mathrm{II}}^{0}(M, p)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n-1) \tag{86}$$

corespunzătoare unui regim de scurtcircuit la toate bornele.

b) $\mathbf{e}^l_{\mathrm{II}}(M,p)$ și $\mathbf{h}^l_{\mathrm{II}}(M,p)$ cu $l = 1, 2, \ldots, n-1$ sînt soluțiile ecuațiilor omogene

$$\operatorname{rot} \mathbf{h}^l_{\mathrm{II}} - (p\varepsilon + \sigma)\,\mathbf{e}^l_{\mathrm{II}} = 0, \tag{87}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{e}^l_{\mathrm{II}} + p\mu\,\mathbf{h}^l_{\mathrm{II}} = 0, \tag{88}$$

cu condițiile de frontieră și de trecere omogene corespunzătoare relațiilor (24) (26) și (37) și cu condițiile la borne ($i = 1, 2, \ldots, n-1$):

$$\int_{(i)C_{in}}^{(n)} \mathbf{e}^l_{\mathrm{II}}(M,p)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \frac{1}{p}\,\delta_{il}\,;\quad (\delta_{ll} = 1\,;\ \delta_{il} = 0,\ i \neq l). \tag{89}$$

Aceste soluții sînt corespunzătoare alimentării circuitului cu cîte o singură tensiune treaptă unitate între borna (l) și borna (n) de referință, toate celelalte borne fiind scurtcircuitate la borna de referință, în condiții inițiale de repaus ($\boldsymbol{F}_e(M) = 0$, $\boldsymbol{F}_h(M) = 0$).

Din cauza liniarității ecuațiilor e ușor de verificat cu ajutorul teoremei de unicitate că soluțiile (84) și (85) corespund efectiv problemei generale puse.

Presupunînd rezolvate cele n probleme parțiale considerate, imaginile $I_k(p)$ ale curenților pot fi calculate cu (60) și (85) și se obțin relații de forma

$$I_k(p) = \sum_{l=1}^{n-1} Y_{kl}(p)\,V_l(p) + I^0_k(p) \qquad (k = 1, 2, \ldots, n-1), \tag{90}$$

în care

$$Y_{kl}(p) = p \oint_{\Gamma_k} \mathbf{h}^l_{\mathrm{II}}(M,p)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} \qquad (l, k = 1, 2, \ldots, n-1) \tag{91}$$

sînt *admitanțele operaționale de intrare* ($k = l$) și *de transfer* ($k \neq l$) dintre bornele (l) și borna (k), iar

$$I^0_k(p) = \oint_{\Gamma_k} \mathbf{H}^0_{\mathrm{II}}(M,p)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} \tag{92}$$

este *imaginea curentului care trece prin conductorul bornei* (k) *cînd toate bornele sînt scurtcircuitate* (*la* $t = 0+$) *între ele, iar circuitul evoluează exclusiv sub acțiunea condițiilor inițiale de cîmp* (*de la* $t = 0-$)

Dacă

$$\gamma_{lkl}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\oint_{\Gamma_k} \mathbf{h}^l_{\mathrm{II}}(M,p)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}\right] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Y_{kl}(p)}{p}\right] \tag{93}$$

sînt curenții instantanei care intră prin bornele (k) cînd (în condiții inițiale de repaus) se aplică o tensiune unitate între borna (l) și borna (n) de referință (celelalte fiind scurtcircuitate), iar

$$i^0_k(t) = \mathcal{L}^{-1}[I^0_k(p)] \tag{94}$$

este curentul instantaneu din borna (k) determinat (la mersul în scurtcircuit) de condițiile inițiale, relațiile în valori instantanee caracteristice multi-

polului se deduc din (90) și (91) cu teorema produsului imaginilor (Borel) și cu teorema derivării, sub forma :

$$i_k(t) = \sum_{l=1}^{n-1} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_0^{\infty} \gamma_{kl}(t-\xi)\, v_l(\xi)\, \mathrm{d}\xi + i_k^0(t), \quad (k = 1, 2, \ldots, n-1). \tag{95}$$

Funcțiunile $\gamma_{kl}(t)$ sînt *funcțiunile de răspuns tranzitoriu, în regim de scurtcircuit, la alimentarea cu potențiale unitate* și pot caracteriza multipolul din punctul de vedere al interacțiunii lui cu exteriorul. Aceste funcțiuni sînt nule pentru $t < 0$

$$\gamma_{kl}(t) = 0, \quad t < 0 \quad (k, = 1, 2, \ldots, n), \tag{96}$$

și au dimensiunile unor *admitanțe*.

Ținînd seama de relațiile (84) și (97) rezultă între mărimile $Z_{jk}(p)$, $V_j^0(p)$ și $Y_k(p)$, $I_k^0(p)$ relațiile

$$\sum_{k=1}^{n-1} Z_{jk}(p)\, Y_{kl}(p) = \delta_{jl} \begin{cases} = 0 & j \neq l \\ = 1 & j = l, \end{cases} \tag{97}$$

(adică matricile corespunzătoare sînt inverse una alteia) și

$$V_j^0(p) = -\sum_{k=1}^{n-1} Z_{jk}(p)\, I_k^0(p); \qquad I_k^0(p) = -\sum_{l=1}^{n-1} Y_{kl}(p)\, V_l^0(p), \tag{98}$$

care permit determinarea unora în funcție de celelalte.

Ținînd seama de analiza efectuată în §§ 2 și 3 rezultă următoarele :

Caracterizarea regimurilor circuitelor lineare nefiliforme și cu pierderi suplementare de putere se poate face cu ajutorul valorilor instantanee ale tensiunilor la borne și ale curenților dacă elementele de circuit pot fi definite cu ajutorul unor suprafețe de separație pe care să fie satisfăcute condițiile (24), (25) și (26) și numai în condiții inițiale de repaus (la $t = 0-$). Efectul condițiilor inițiale consistă în apariția unor termeni aditivi în expresiile mărimilor de la borne, termeni care — fiind în general determinați de repartiția inițială a cîmpului magnetic și electric (în regim cuasistaționar, a densităților de curent și de sarcină) — *nu sînt univoc determinați de valorile inițiale ale mărimilor la borne*. Spre deosebire de cazul circuitelor filiforme, condițiile inițiale de cîmp nu pot fi deci înlocuite prin surse fictive echivalente lor. În absența condițiilor inițiale de cîmp, relațiile în valori instantanee dintre tensiuni și curenți sînt integrale de convoluție de forma celor din relațiile (81) sau (95) ireductibile în general la ecuații diferențiale cu coeficienți constanți de forma (1), (2), (3), datorită caracterului transcendent al funcțiunilor de p reprezentate de impedanțele și admitanțele operaționale. Elementele de circuit nefiliforme și cu pierderi suplementare nu admit, în general, scheme echivalente cu elemente de circuit ideale în număr finit.

4. PARAMETRII TRANZITORII AI ELEMENTELOR DE CIRCUIT NEFILIFORME

În cele ce urmează vom considera numai condiții inițiale de repaus ($F_e(M) = 0$, $F_h(M) = 0$), cu scopul de a introduce parametri tranzitorii adecvați caracterizării elementelor nefiliforme de circuit din punctul de vedere al relațiilor dintre tensiunile la borne și curenți. În astfel de con-

diţii, aceste relaţii [(76), (81), (90) şi (95)] iau formele omogene operaţionale

$$V_j(p) = \sum_{k=1}^{n-1} Z_{jk}(p) \cdot I_k(p), \tag{99}$$

$$I_k(p) = \sum_{l=1}^{n-1} Y_{kl}(p) \cdot V_l(p), \tag{100}$$

respectiv în valori instantanee

$$v_j(t) = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_0^\infty \zeta_{jk}(t-\xi)\, i_k(\xi)\, \mathrm{d}\xi; \tag{101}$$

$$i_k(t) = \sum_{l=1}^{n-1} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_0^\infty \eta_{kl}(t-\xi)\, v_l(\xi)\, \mathrm{d}\xi. \tag{102}$$

Funcţiunile de răspuns tranzitoriu $\zeta_{jk}(t) = \mathcal{L}^{-1}[Z_{jk}(p)/p]$ respectiv $\eta_{kl}(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y_{kl}(p)/p]$ depind numai de structura elementului de circuit oricare ar fi regimul lui de funcţionare. Cu toate acestea ele nu sînt adecvate pentru a fi utilizate în aplicaţii ca parametri tranzitorii ai unui astfel de element din următoarele motive:

În majoritatea aplicaţiilor referitoare la problemele de regim cvasistaţionar funcţiunile $\zeta_{jk}(t)$ sau $\eta_{kl}(t)$ includ singularităţi de tip $\delta(t)$ în origine. De aceea integralele de convoluţie (101) şi (102) au fost scrise cu *aceste* funcţiuni luate în momentele retardate $t-\xi$, iar intervalul de integrare a fost extins pînă la infinit pentru a include singularitatea din momentul $\xi = t$, deşi pentru $\xi > t$ integrandul respectiv se anulează. Astfel în cazul circuitului *filiform* (r, l)*-serie* există relaţiile

$$Z(p) = r + pl = \frac{1}{Y(p)}; \quad \zeta(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Z(p)}{p}\right] = 1(t)\, r + \delta(t)\, l, \tag{103}$$

iar în cazul circuitului *filiform* (g, c)*-paralel* există relaţiile

$$Y(p) = g + pc = \frac{1}{Z(p)}; \quad \eta(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Y(p)}{p}\right] = 1(t)\, g + \delta(t)\, c. \tag{104}$$

Prezenţa singularităţilor $\delta(t)$ în funcţiunile de răspuns tranzitoriu caracteristice elementului de circuit face principial imposibilă determinarea lor experimentală. Totodată din punctul de vedere metodologic interesează acei parametri tranzitorii care pot fi generalizarea naturală a parametrilor constanţi r, g, l şi c ai elementelor ideale de circuit şi anume care coincid cu aceşti parametri constanţi ca valori asimptoptice sau în cazul cînd aproximaţiile teoriei circuitelor filiforme şi fără pierderi suplementare sînt practic acceptabile. Cum funcţiunile de răspuns tranzitoriu care intervin în relaţiile (101) şi (102) prezintă inconvenientul prezenţei „funcţiunilor" $\delta(t)$ şi totodată nu se reduc la parametrii obişnuiţi în cazul circuitelor filiforme, cum se poate observa din relaţiile (103) şi (104), în cele ce urmează se vor introduce parametri tranzitorii care să nu prezinte aceste inconveniente.

4.1. Elementul de circuit dipolar

Considerăm un element de circuit dipolar ($n = 2$), linear și pasiv (v. fig. 2), în condiții inițiale de repaus, pentru a introduce parametri tranzitorii care să îndeplinească condițiile menționate mai sus. Regimul elementului de circuit dipolar poate fi caracterizat prin tensiunea la borne instantanee

$$u(t) = \int_{(1)\,[C\subset\Sigma]}^{(2)} \boldsymbol{E}(M,t)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \mathcal{L}^{-1}\,[U(p)] \tag{105}$$

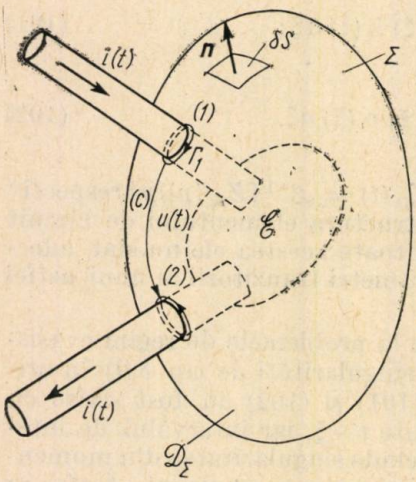


Fig. 2. — Element de circuit dipolar, linear și pasiv.

cu imaginea Laplace

$$U(p) = \int_{(1)\,[C\subset\Sigma]}^{(2)} \mathbf{E}(M,p)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \mathcal{L}\,[u(t)], \tag{106}$$

sau prin curentul instantaneu

$$i(t) = \oint_{\Gamma_1\subset\Sigma} \boldsymbol{H}(M,t)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \mathcal{L}^{-1}\,[I(p)] \tag{107}$$

cu imaginea Laplace

$$I(p) = \oint_{\Gamma_1\subset\Sigma} \mathbf{H}(M,p)\,\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \mathcal{L}\,[i(t)]. \tag{108}$$

În acest caz particular, relațiile (99), (100), (97), și respectiv (63), iau formele

$$U(p) = Z(p)\cdot I(p), \qquad I(p) = Y(p)\cdot U(p), \tag{109}$$

$$Z(p)\cdot Y(p) = 1, \tag{110}$$

respectiv

$$pU(p)\cdot I(p) = pZ(p)\cdot I^2(p) = pY(p)\cdot U^2(p) =$$

$$= \frac{1}{p}\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \sigma(p\mathbf{E})^2\,\delta v + \int_{\mathcal{D}_\Sigma} [\mu(p\mathbf{H})^2 + \varepsilon(p\mathbf{E})^2]\,\delta v. \tag{111}$$

În cazul injectării unui curent treaptă $i(t) = I_0\,1(t)$ cu $I(p) = I_0/p$ se obține din această relație egalitatea

$$\frac{U(p)}{I_0} = \frac{Z(p)}{p} = \frac{1}{I_0^2 p}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{1}{\sigma}(p\mathbf{J})^2\,\delta v\right]_{i=I_0 1(t)} +$$

$$+ \frac{1}{I_0^2}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma} [\mu(p\mathbf{H})^2 + \varepsilon(p\mathbf{E})^2]\,\delta v\right]_{i=I_0 1(t)}. \tag{112}$$

În cazul aplicării unei tensiuni treaptă $u(t) = U_0\, 1(t)$ cu $U(p) = U_0/p$ se obține din relația (111) egalitatea

$$\frac{I(p)}{U_0} = \frac{Y(p)}{p} = \frac{1}{U_0^2 p}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \sigma(p\mathbf{E})^2\, \delta v\right]_{u=U_0\,1(t)} + \\ + \frac{1}{U_0^2}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma} [\mu(p\mathbf{H})^2 + \varepsilon(p\mathbf{E})^2]\, \delta v\right]_{u=U_0\,1(t)} \tag{113}$$

Relațiile operaționale de mai sus permit să se interpreteze fizic anumite expresii limită cu ajutorul teoremei valorilor inițiale :

$$\lim_{p\to\infty} pF(p) = \lim_{t\to 0} f(t) = f(0+), \tag{114}$$

și cu ajutorul teoremei valorilor finale (aplicabilă numai dacă $F(p) = \mathcal{L}[f]$ nu are singularități în semiplanul Re $(p) \geqslant 0$) :

$$\lim_{p\to 0} pF(p) = \lim_{t\to\infty} f(t) = f(\infty) \tag{115}$$

În particular :

$$\lim_{p\to\infty}\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \sigma(p\mathbf{E})^2\, \delta v = \lim_{p\to\infty}\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{1}{\sigma}(p\mathbf{J})^2\, \delta v = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{1}{\sigma}\boldsymbol{J}^2(M, 0+)\, \delta v = p_J(0+) \geqslant 0, \tag{116}$$

$$\lim_{p\to\infty}\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \varepsilon(p\mathbf{E})^2\, \delta v = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \varepsilon\boldsymbol{E}^2(M, 0+)\, \delta v = 2W_e(0+) \geqslant 0, \tag{117}$$

$$\lim_{p\to\infty}\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \mu(p\mathbf{H})^2\, \delta v = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \mu\boldsymbol{H}^2(M, 0+)\, \delta v = 2W_m(0+) \geqslant 0, \tag{118}$$

iar

$$\lim_{p\to 0}\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \sigma(p\mathbf{E})^2\, \delta v = \lim_{p\to 0}\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{1}{\sigma}(p\mathbf{J})^2\, \delta v = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{1}{\sigma}\boldsymbol{J}^2(M, \infty)\, \delta v = p_J(\infty) \geqslant 0, \tag{119}$$

$$\lim_{p\to 0}\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \varepsilon(p\mathbf{E})^2\, \delta v = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \varepsilon\boldsymbol{E}^2(M, \infty)\, \delta v = 2W_e(\infty) \geqslant 0, \tag{120}$$

$$\lim_{p\to 0}\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \mu(p\mathbf{H})^2\, \delta v = \int_{\mathcal{D}_\Sigma} \mu\boldsymbol{H}^2(M, \infty)\, \delta v = 2W_m(\infty) \geqslant 0, \tag{121}$$

dacă toate aceste limite există.

Cu ajutorul ecuațiilor (58), (59) și al condițiilor la borne (106), (108), în condiții inițiale de repaus ($\boldsymbol{F}_e(M) \equiv 0$, $\boldsymbol{F}_h(M) \equiv 0$), se poate demonstra existența următoarelor limite, referitoare la valorile inițiale ale puterii disipate $p_J(t)$, ale energiei magnetice $W_m(t)$ și ale energiei electrice $W_e(t)$ la

injectarea unui curent treaptă $i(t) = I_0 1(t)$ sau la aplicarea unei tensiuni treaptă $u(t) = U_0\, 1(t)$:

$$\lim_{p\to\infty} \frac{1}{I_0^2 p}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{1}{\sigma}(p\mathbf{J}^2)\,\delta v\right]_{i=I_0 1(t)} = 0, \tag{122}$$

$$\lim_{p\to\infty} \frac{1}{U_0^2 p}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \sigma(p\mathbf{E})^2\,\delta v\right]_{u=U_0 1(t)} = 0, \tag{123}$$

$$\lim_{p\to\infty} \frac{1}{I_0^2}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \mu(p\mathbf{H})^2\,\delta v\right]_{i=I_0 1(t)} = \frac{2W_m(0+)}{I_0^2}\bigg|_{i=I_0 1(t)} \geqslant 0, \tag{124}$$

$$\lim_{p\to\infty} \frac{1}{I_0^2}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \varepsilon(p\mathbf{E})^2\,\delta v\right]_{i=I_0 1(t)} = \frac{2W_e(0+)}{I_0^2}\bigg|_{i=I_0 1(t)} = 0, \tag{125}$$

$$\lim_{p\to\infty} \frac{1}{U_0^2}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \mu(p\mathbf{H})^2\,\delta v\right]_{u=U_0 1(t)} = \frac{2W_m(0+)}{U_0^2}\bigg|_{u=U_0 1(t)} = 0, \tag{126}$$

$$\lim_{p\to\infty} \frac{1}{U_0^2}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \varepsilon(p\mathbf{E})^2\,\delta v\right]_{u=U_0 1(t)} = \frac{2W_e(0+)}{U_0^2}\bigg|_{u=U_0 1(t)} \geqslant 0. \tag{127}$$

În adevăr, în *regim general variabil* nu se neglijează în ecuațiile cîmpului (61), (62) nici fenomenul inducției electromagnetice (nu se consideră formal $\mu = 0$, v. § 4.2) și nici curentul de deplasare (nu se consideră formal $\varepsilon = 0$, v. § 4.3). Dar în acest caz ecuațiile cîmpului admit numai soluții sub formă de unde cu *viteză de front finită*. Din acest motiv, în condițiile inițiale de repaus, la aplicarea unei tensiuni treaptă $u = U_0\, 1(t)$ sau la injectarea unui curent treaptă $i = I_0\, 1(t)$, cîmpul electric și cîmpul magnetic din $\mathcal{D}_\Sigma$ sînt nule la t pozitiv și arbitrar de mic, peste tot, cu excepția unei vecinătăți de măsură arbitrar de mică a suprafeței de separație Σ, astfel că integralele (122)—(127) sînt sigur nule nu numai la $t = 0$ — (condiții inițiale de repaus), ci și la $t = 0+$.

În §§ 4.2 și 4.3 vom demonstra că pentru regimul cvasistaționar această proprietate se păstrează pentru toate aceste integrale ; exceptînd pentru una dintre integralele (124) *sau* (127) care poate avea o valoare diferită de zero, dar finită, în condițiile la borne arătate.

Din relațiile de mai sus, cu (112) și (113) rezultă că există și limitele pozitive sau nule

$$l(0+) = \lim_{p\to\infty} \frac{Z(p)}{p} = \frac{2W_m(0+)}{I_0^2}\bigg|_{i=I_0 1(t)}, \tag{128}$$

respectiv

$$c(0+) = \lim_{p\to\infty} \frac{Y(p)}{p} = \frac{2W_e(0+)}{U_0^2}\bigg|_{u=U_0 1(t)}, \tag{129}$$

pe care — în acord cu interpretarea energetică cunoscută a inductivității, respectiv capacității — le vom numi *inductivitate inițială*, respectiv *capacitate inițială* ale elementului de circuit dipolar.

În cazul elementelor de circuit reale, cu pierderi $\left(\sigma \neq 0 \text{ și } \frac{1}{\sigma} \neq 0\right.$ într-un subdomeniu finit și conex al lui $\mathcal{D}_\Sigma$, care include și bornele de acces$\left.\right)$ există și limitele pozitive (v. (112), (113), (119))

$$r_0 = \lim_{p \to 0} Z(p) = \frac{1}{I_0^2} p_J(\infty) \Big|_{i = I_0 1(t)} > 0, \tag{130}$$

respectiv

$$g_0 = \lim_{p \to \infty} Y(p) = \frac{1}{U_0^2} p_J(\infty) \Big|_{u = U_0 1(t)} > 0, \tag{131}$$

egale cu *rezistența de curent continuu*, respectiv *conductanța de curent continuu* ale elementului de circuit, legate prin relația

$$r_0 g_0 = 1 \tag{132}$$

care rezultă imediat din (110).

Numai în cazul unor circuite idealizate, cu părți fără pierderi, putem avea sau $r_0 = 0$ și $g_0 = \infty$ (există o cale perfect conductoare între cele două borne de acces, datorită, de exemplu, unei bobine ideale conectată în paralel cu orice alte elemente) *sau* $g_0 = 0$ și $r_0 = \infty$ (nu există nici o cale conductoare între borne, datorită, de exemplu, unui condensator ideal conectat în serie cu orice alte elemente). În cele ce urmează vom presupune de obicei că operăm cu elemente de circuit reale, pentru care *ambele* limite (130) și (131) există și vom considera cazurile idealizate ale elementelor fără pierderi *numai prin trecere la limită în expresiile finale* cu

$$r_0 \to 0 \qquad (g_0 \to \infty) \tag{133}$$

dacă rezistența de curent continuu e practic neglijabilă, sau cu

$$g_0 \to 0 \qquad (r_0 \to \infty) \tag{134}$$

dacă conductanța de curent continuu e practic neglijabilă.

Ținînd seama de existența limitelor (128), (129), (130) și (131), vom defini pentru elementul de circuit dipolar în funcțiune de impedanța lui operațională $Z(p)$, respectiv de admitanța lui operațională $Y(p) = 1/Z(p)$, următorii *parametri tranzitorii*, funcțiuni de timp caracteristice elementului și definite pentru $t \in (0, \infty)$:

rezistența tranzitorie

$$r(t) = \mathcal{L}^{-1}[R(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Z(p)}{p} - \lim_{p \to \infty} \frac{Z(p)}{p}\right], \tag{135}$$

cu imaginea Laplace

$$R(p) = \mathcal{L}[r(t)] = \frac{Z(p)}{p} - \lim_{p \to \infty} \frac{Z(p)}{p} = \frac{Z(p)}{p} - l(0+); \tag{136}$$

conductanța tranzitorie

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}[G(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Y(p)}{p} - \lim_{p\to\infty}\frac{Y(p)}{p}\right], \tag{137}$$

cu imaginea Laplace

$$G(p) = \mathcal{L}[g(t)] = \frac{Y(p)}{p} - \lim_{p\to\infty}\frac{Y(p)}{p} = \frac{Y(p)}{p} - c(0+); \tag{138}$$

inductivitatea tranzitorie (dacă $g_0 \neq 0$)

$$l(t) = \mathcal{L}^{-1}[L(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{p^2}\,(Z(p) - \lim_{p\to 0} Z(p))\right], \tag{139}$$

cu imaginea Laplace

$$L(p) = \mathcal{L}[l(t)] = \frac{1}{p^2}(Z(p) - \lim_{p\to 0} Z(p)) = \frac{Z(p) - r_0}{p^2}; \tag{140}$$

capacitatea tranzitorie (dacă $r_0 \neq 0$)

$$c(t) = \mathcal{L}^{-1}[C(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{p^2}(Y(p) - \lim_{p\to 0} Y(p))\right], \tag{141}$$

cu imaginea Laplace

$$C(p) = \mathcal{L}[c(t)] = \frac{1}{p^2}(Y(p) - \lim_{p\to 0} Y(p)) = \frac{Y(p) - g_0}{p^2}. \tag{142}$$

Mărimile $r(t)$, $g(t)$, $l(t)$ și $c(t)$ au fost numite ca mai sus deoarece au efectiv dimensiunile rezistenței, conductanței, inductivității și capacității. Imaginile Laplace ale lor, $R(p)$, $G(p)$, $L(p)$ și $C(p)$ — în opoziție cu imaginile Carson — nu mai au aceleași dimensiuni, deoarece transformarea (56) nu păstrează dimensiunile. De aceea *nu* vor fi numite rezistență operațională, conductanță operațională, inductivitate operațională, capacitate operațională. Pentru același motiv originalele $z(t) = \mathcal{L}^{-1}[Z(p)]$, respectiv $y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(p)]$, ale impedanței operaționale, respectiv admitanței operaționale *nu* trebuie numite impedanță tranzitorie, respectiv admitanță tranzitorie. Terminologia introdusă aici păstrează denumirile cunoscute din teoria regimului staționar pentru mărimi cu aceleași dimensiuni caracteristice studiului în valori instantanee (rezistența, conductanța, inductivitatea și capacitatea) și denumirile cunoscute din teoria reprezentării în complex pentru mărimi operaționale cu aceeași dimensiune (impedanță, admitanță).

Se verifică imediat că există limitele

$$\lim_{p\to\infty} R(p) = 0, \quad \lim_{p\to\infty} G(p) = 0, \quad \lim_{p\to\infty} L(p) = 0, \quad \lim_{p\to\infty} C(p) = 0 \tag{143}$$

de unde rezultă că funcțiunile (136), (138), (140) și (142) satisfac o condiție necesară cerută unei *funcțiuni imagine* [7]. Parametrii tranzitorii cores-

punzători sînt funcțiuni de timp nesingulare, identic nule pentru $t < 0$ (deși în general valorile lor inițiale, la $t = 0 +$, sînt diferite de zero)

$$r(t) = 0\,;\ g(t) = 0\,;\ l(t) = 0\,;\ c(t) = 0\ \ (t < 0) \tag{144}$$

Utilizarea transformării Laplace propriu-zise, în locul transformării Laplace — Carson, ale cărei imagini provin din înmulțirea imaginilor Laplace cu p și care păstrează dimensiunile, nu reflectă nimic esențial. Dacă s-ar fi operat cu imaginile Carson, s-ar fi obținut alte relații între imaginile parametrilor tranzitorii (uneori mai simple), dar relațiile finale, în valori instantanee, ar fi fost aceleași.

Parametrii transitorii $r(t)$, $g(t)$, $l(t)$, $c(t)$ mai au următoarele proprietăți remarcabile :

1. Pentru un *circuit filiform* (r, l) — *serie* rezistența tranzitorie și inductivitatea tranzitorie sînt constante și coincid cu rezistența și inductivitatea definite *în regim staționar*

$$r(t) = 1(t)\, r\,;\ \ l(t) = 1(t)\, l. \tag{145}$$

Demonstrația rezultă din (135), (136), (137) și (138) cu

$$Z(p) = r + p\, l\ \ R(p) = r/p \ \text{ și } \ L(p) = l/p.$$

2. Pentru un *circuit filiform* (g, c) — *paralel* conductanța tranzitorie și capacitatea tranzitorie sînt constante și coincid cu conductanța și capacitatea definite *în regim staționar*

$$g(t) = 1(t)\, g\,;\ \ c(t) = 1(t)\, c. \tag{146}$$

Demonstrația rezultă din (139), (140), (141) și (142) cu

$$Y(p) = g + pc,\ \ G(p) = g/p \ \text{ și } \ C(p) = c/p.$$

3. Între *impedanța operațională*, respectiv *admitanța operațională* și imaginile parametrilor tranzitorii rezultă relațiile

$$\boxed{Z(p) = p\, l(0+) + pR(p) = r_0 + p^2\, L(p)} = \frac{U(p)}{I(p)}, \tag{147}$$

$$\boxed{Y(p) = pc(0+) + pG(p) = g_0 + p^2 C(p)} = \frac{I(p)}{U(p)}. \tag{148}$$

4. Valorile limită *în origine* ale inductivității tranzitorii, respectiv capacității tranzitorii, sînt chiar inductivitatea inițială (128), respectiv capacitatea inițială (129)

$$\lim_{t\to 0} l(t) = \lim_{p\to\infty} pL(p) = \lim_{p\to\infty} \frac{Z(p)}{p} = l(0+) \geqslant 0, \tag{149}$$

$$\lim_{t\to 0} c(t) = \lim_{p\to\infty} pC(p) = \lim_{p\to\infty} \frac{Y(p)}{p} = c(0+) \geqslant 0. \tag{150}$$

Demonstrația rezultă din (139), respectiv (141), cu (130), respectiv (131).

5. *În regim general variabil* atît inductivitatea inițială cît și capacitatea inițială sînt *nule*

$$c(0+) = 0\,;\quad l(0+) = 0\,;\ (\varepsilon \neq 0,\ \mu \neq 0). \tag{151}$$

În adevăr am demonstrat mai sus că în regim general variabil integralele (124) și (127) sînt sigur nule (și odată cu ele parametrii inițiali (128) și (129)).

6. În *regim cuasistaționar* cel mult una dintre mărimile inițiale $l(0+)$ și $c(0+)$ este *diferită de zero*, deoarece în general

$$l(0+) \cdot c(0+) = 0. \tag{152}$$

Demonstrația rezultă din (110) cu (128) și (129). Dacă

$$l(0+) \neq 0,\quad c(0+) = 0 \tag{153}$$

elementul de circuit este de *tip inductiv*, iar dacă

$$l(0+) = 0,\quad c(0+) \neq 0 \tag{154}$$

elementul de circuit este de *tip capacitiv*.

7. Valoarea *asimptotică* a rezistenței tranzitorii e egală cu rezistența de *curent continuu* a elementului (dacă e diferită de zero)

$$r(\infty) = \lim_{t\to\infty} r(t) = \lim_{p\to 0} pR(p) = r_0 > 0. \tag{155}$$

Demonstrația rezultă cu (136), (128) și (130).

Pentru elemente idealizate, cu $r_0 = 0$, această proprietate poate să nu existe, deoarece teorema valorilor finale (115) nu mai e aplicabilă, $R(p)$ avînd poli imaginari.

8. Valoarea *asimptotică* a conductanței tranzitorii e egală cu conductanța de *curent continuu* a elementului (dacă aceasta e diferită de zero)

$$g(\infty) = \lim_{t\to\infty} g(t) = \lim_{p\to\infty} pG(p) = g_0 > 0. \tag{156}$$

Demonstrația rezultă cu (138), (129) și (131). Pentru elemente idealizate cu $g_0 = 0$ această proprietate poate să nu existe, pentru că $G(p)$ are poli imaginari.

9. Între valorile *asimptotice* ale inductivității tranzitorii și capacității tranzitorii există relația

$$r_0\, c(\infty) + g_0\, l(\infty) = 0 \quad (r_0 \neq 0,\ \ g_0 \neq 0) \tag{157}$$

În adevăr, cu (110), (132), (147) și (148) se obține relația

$$p^3 L(p)\ C(p) + r_0\, p\ C(p) + g_0\, p\ L(p) = 0 \tag{158}$$

din care, cu $p \to 0$ și dacă există limitele

$$c(\infty) = \lim_{t\to\infty} c(t) = \lim_{p\to 0} p\ C(p), \tag{159}$$

$$l(\infty) = \lim_{t\to\infty} l(t) = \lim_{p\to 0} p\ L(p), \tag{160}$$

rezultă (157).

10. Între *parametrii tranzitorii* $r(t)$ *și* $l(t)$, respectiv $g(t)$ *și* $c(t)$ există relațiile

$$r(t) = r_0 + \frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} \qquad (t > 0), \quad (161)$$

și

$$l(t) = l(0+) + \int_0^t (r(t) - r_0)\,\mathrm{d}t \qquad (t \geqslant 0), \quad (162)$$

respectiv

$$g(t) = g_0 + \frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}t} \qquad (t > 0), \quad (163)$$

și

$$c(t) = c(0+) + \int_0^t (g(t) - g_0)\mathrm{d}t \qquad (t \geqslant 0). \quad (164)$$

Aceste relații rezultă imediat din relațiile (147) și (148) puse sub forma

$$R(p) = \frac{r_0}{p} + pL(p) - l(0+) \quad (165)$$

$$G(p) = \frac{g_0}{p} + pC(p) - c(0+) \quad (166)$$

utilizînd teorema derivării și (144).

11. Între *parametrii tranzitorii* $r(t)$ *și* $g(t)$, respectiv $l(t)$ *și* $c(t)$, există relațiile

$$c(0+)\,r(t) + l(0+)\,g(t) + \int_0^t r(t-\xi)\,g(\xi)\,\mathrm{d}\xi = t, \qquad (t \geqslant 0) \quad (167)$$

respectiv (dacă $r_0 \neq 0$, $g_0 \neq 0$)

$$r_0\,c(t) + g_0 l(t) + \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\int_0^t l(t-\xi)c(\xi)\,\mathrm{d}\xi = 0, \qquad (t \geqslant 0). \quad (168)$$

Aceste relații rezultă din (110), (147), (148) și (152) puse sub forma

$$c(0+)\,R(p) + l(0+)\,G(p) + R(p)\,G(p) = \frac{1}{p^2} \quad (169)$$

respectiv din (158) pusă sub forma

$$r_0\,C(p) + g_0 L(p) + p^2 L(p)\,G(p) = 0 \quad (170)$$

cu teoremele integrării și produsului imaginilor.

12. Între valorile *inițiale* (la $t = 0+$) ale parametrilor tranzitorii există relația

$$c(0+)\,r(0+) + l(0+)\,g(0+) = 0 \quad (171)$$

care se obține din (167) cu $t \to 0$, dacă există limitele

$$r(0+) = \lim_{t \to 0} r(t) \quad \text{și} \quad g(0+) = \lim_{t \to 0} g(t)$$

4.2. Elementul de circuit dipolar inductiv în regim cvasistaționar

În regim cvasistaționar și în afara dielectricului condensatoarelor se neglijează densitatea curentului de deplasare, adică efectul variației în timp a cîmpului electric asupra cîmpului magnetic, care rezultă astfel univoc determinat de repartiția instantanee a curenților de conducție. Din cauza inducției electromagnetice, repartiția curenților din conductoare nu e cea de regim staționar și variază în timp. De aceea și repartiția cîmpului magnetic e în general variabilă în timp și nu permite definirea unei inductivități constante (v. și [3] [4]).

Ecuațiile cîmpului, sub forma operațională (58), (59) și în absența condițiilor inițiale de cîmp iau forma

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{rot} \mathbf{H}(M, p) - \sigma \mathbf{E}(M, p) = 0, \\ &\operatorname{rot} \mathbf{E}(M, p) + p\,\mu\, \mathbf{H}(M, p) = 0. \end{aligned}\right\} \tag{172}$$

Relația (112) corespunzătoare este

$$\frac{Z(p)}{p} = \frac{U(p)}{I_0}\bigg|_{i = I_0 1(t)} = \left[\frac{1}{I_0^2}\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{(p\mathbf{J})^2}{p\sigma}\,\delta v + \frac{1}{I_0^2}\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \mu\,(p\mathbf{H})^2\,\delta v\right]_{i = I_0 1(t)} \cdot \tag{173}$$

Aceste relații se obțin *formal* din relațiile regimului nestaționar (58), (59) și (112), în condiții inițiale de repaus cu valorile

$$\varepsilon \equiv 0, \quad \mu \neq 0, \tag{174}$$

care caracterizează *elementele inductive* în regim cvasistaționar din punctul de vedere al teoriei generale.

În acest regim se demonstrează (cu 172) *teorema continuității* curentului de conducție

$$\operatorname{div}(\sigma \mathbf{E}(M, p)) = \operatorname{div} \mathbf{J}(M, p) = 0 \tag{175}$$

din care rezultă că $I(p) \neq 0$ numai dacă există un tub de curent conținînd material conductor ($\sigma \neq 0$) care unește cele două borne (fig. 3).

Rezistența de curent continuu a unui element inductiv în regim cvasistaționar e deci finită (eventual nulă), adică limita (130) există

$$r_0 = \lim_{p \to 0} Z(p) = \text{finită}, \qquad \left(g_0 = \frac{1}{r_0} \neq 0\right). \tag{176}$$

Domeniul $\mathcal{D}_\Sigma$ poate fi împărțit în două subdomenii disjuncte : subdomeniul $\mathcal{D}_e$ multiplu conex, exterior conductoarelor, în care $\sigma = 0$ și ecuațiile (172) se pot scrie

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{rot}(p\mathbf{H}(M, p)) = 0 \\ &\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{E}(M, p) + (p\mathbf{H}(M, p)) = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (M \in \mathcal{D}_e) \tag{177}$$

și subdomeniul interior $\mathcal{D}_i$ (eventual neconex, dacă există piese conductoare neconectate la borne și înconjurate de mediul perfect izolant) în care $\sigma \neq 0$ și ecuațiile (172) se pot scrie cu $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$,

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{p\sigma}\operatorname{rot}\left[p\,\mathbf{H}\,(M,\,p)\right]-\mathbf{E}\,(M,\,p)=0\\ &\frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\mathbf{E}+\left[p\,\mathbf{H}\,(M,\,p)\right]=0 \end{aligned}\right\} \qquad (M \in \mathcal{D}_i). \quad (178)$$

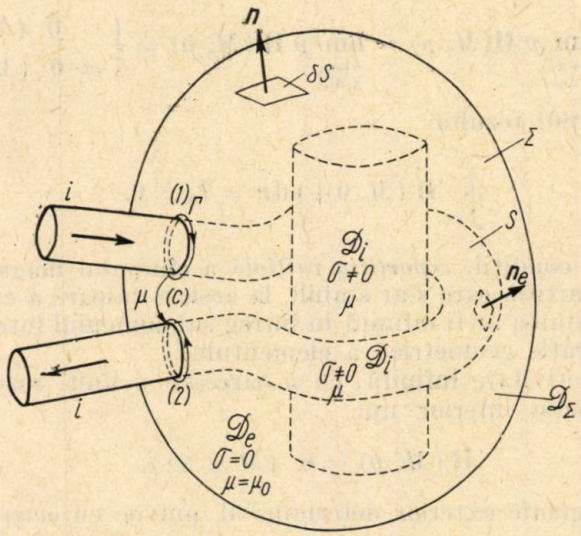


Fig. 3. — Element de circuit inductiv în regim cvasistaționar.

Ecuațiile (177) și (178) cu condițiile de trecere (37) pe care le vom scrie

$$(\mathbf{E}_1)_t = (\mathbf{E}_2)_t\,; \quad (p\,\mathbf{H}_1)_t = (p\,\mathbf{H}_2)_t \qquad (179)$$

și cu condiția la borne (108), care — în cazul injectării unui curent treaptă $i = I_0\,1\,(t) = \mathfrak{L}^{-1}\,[I_0/p]$ — se scrie sub forma

$$\oint_{\Gamma_1} p\,\mathbf{H}\,(M,\,p)\,d\boldsymbol{r} = I_0\,, \qquad (180)$$

admit în $\mathcal{D}_\Sigma$ o soluție unică. Din modul cum au fost scrise relațiile rezultă imediat că vectorii-cîmp $p\mathbf{H}$ și $\mathbf{E}$ corespunzători acestei soluții depind de p și de σ numai prin intermediul produsului $p\sigma$, adică sînt funcții de acest produs și au aceleași repartiții la toate valorile mărimilor p și σ care satisfac condiția $p\sigma$ = constant. De aici rezultă imediat următoarea consecință : În regim cvasistaționar, cîmpul electromagnetic al unui element de circuit inductiv, căruia, în condiții inițiale de repaus, i se injectează un curent treaptă are aceeași repartiție asimptotică a vectorilor-cîmp

$p\mathbf{H}(M, p)$ și $\mathbf{E}(M, p)$ fie la $p \to \infty$ (σ oarecare), fie la $\sigma \to \infty$ (p oarecare). În particular, din (178) rezultă (cu $p\mathbf{J} = \text{rot}\, p\mathbf{H}$)

$$\left.\begin{aligned} &\lim_{p\sigma\to\infty} \mathbf{E}(M, p) = 0 \\ &\lim_{p\sigma\to\infty} p\,\mathbf{H}(M, p) = 0 \\ &\lim_{p\sigma\to\infty} p\,\mathbf{J}(M, p) = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (M \in \mathcal{D}_i), \qquad (181)$$

și, cu teorema valorilor inițiale,

$$\mathbf{H}(M, 0+) = \lim_{\substack{p\to\infty \\ \sigma \text{ dat}}} p\,\mathbf{H}(M, p) = \lim_{\substack{\sigma\to\infty \\ p \text{ dat}}} p\,\mathbf{H}(M, p) = \begin{cases} 0 & (M \in \mathcal{D}_i) \\ \neq 0 & (M \in \mathcal{D}_e) \end{cases}, \qquad (182)$$

deoarece din (180) rezultă

$$\oint_{\Gamma_i} \mathbf{H}(M, 0+)\, d\boldsymbol{r} = I_0 \neq 0. \qquad (183)$$

În aceste condiții, *repartiția inițială* a cîmpului magnetic este deci identică cu repartiția care s-ar stabili, la aceiași valoare a curentului dat, dacă conductivitatea ar fi infinită în întreg subdomeniul interior, pentru o aceiași configurație geometrică a elementului.

La conductivitate infinită, cu p oarecare și finit, rezultă din (181) un cîmp magnetic interior nul

$$\mathbf{H}_i(M, p) = 0 \quad (M \in \mathcal{D}_i), \qquad (184)$$

și un cîmp magnetic exterior determinabil univoc cu ecuațiile

$$\text{rot}\, \mathbf{H}_e(M, p) = 0, \quad \text{div}\, \mu \mathbf{H}_e(M, p) = 0, \qquad (M \in \mathcal{D}_e) \qquad (185)$$

cu condițiile de frontieră (pe suprafața de separație Σ și pe suprafețele S ale conductoarelor, care separă domeniul exterior de cel interior):

$$\boldsymbol{n}\, \mathbf{H}_e(M, p) = 0 \quad (M \in \Sigma, M \in S), \qquad (186)$$

(deoarece $\boldsymbol{n}\, \mathbf{H}_e = \boldsymbol{n}\, \mathbf{B}_e/\mu_e = \boldsymbol{n}\, B_i/\mu_e = \dfrac{\mu}{\mu_e} \boldsymbol{n}\, \mathbf{H}_i = 0$ cu (184)) și cu condiția la borne

$$\oint_{\Gamma_i} \mathbf{H}_e(M, p) = I(p) \qquad (187)$$

Originalele ecuațiilor operaționale (185), (186), (187), în care variabila p nu mai apare explicit, coincid cu ecuațiile unui cîmp magnetic staționar produs în ipoteza unei conductivități infinite a conductoarelor.

De aici rezultă că repartiția inițială a cîmpului magnetic la injectarea curentului treaptă în condiții inițiale de repaus e repartiția de regim staționar asociată valorii date a curentului în cazul unei conductivități infinite a conductoarelor. Din (186) rezultă că suprafețele conductoarelor

sînt suprafețe de cîmp pentru $\mathbf{H}_e$, iar repartiția curentului din conductoare e strict superficială cu densitatea lineară

$$\mathbf{J}_s = \mathrm{rot}_s\, \mathbf{H} = \boldsymbol{n} \times \mathbf{H}_e\,|_S \tag{188}$$

Energia magnetică corespunzătoare, diferită de zero dacă prin ipoteză $\mathcal{D}_e \neq 0$,

$$W_m(0+) = \int_{\mathcal{D}_e} \frac{\mu}{2} \boldsymbol{H}_e^2(M,0+)\, \delta v = W_{m,\,\mathrm{ext}}\Big|_{i=I_0} > 0 \tag{189}$$

este *energia magnetică exterioară* asociată valorii date a curentului la conductivitate infinită a conductoarelor.

Se verifică fără dificultăți că aceste proprietăți subsistă oricare ar fi variația în timp a curentului injectat din exterior pentru $t > 0$, dacă $I_0 = \lim\limits_{t\to 0} i(t)$ e saltul de curent inițial ($i(0-) = 0$).

Identitatea dintre repartiția inițială a cîmpului magnetic și repartiția lui corespunzătoare aceleiași valori a curentului în cazul unor conductoare perfecte cu o aceeași configurație geometrică permite să se demonstreze și existența limitelor (122) și (124)

$$\lim_{p\to\infty} \frac{1}{I_0^2}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{1}{p\sigma}(p\mathbf{J})^2\, \delta v\right]_{i=I_0 l(t)} = \lim_{\sigma\to\infty} \frac{1}{I_0^2}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{1}{p\sigma}(p\mathbf{J})^2\, \delta v\right]_{i=I_0 l(t)} = 0, \tag{190}$$

$$\frac{2W_m(0+)}{I_0^2}\Big|_{i=I_0 l(t)} = \lim_{p\to\infty} \frac{1}{I_0^2}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \mu\,(p\,\mathbf{H})^2\, \delta v\right]_{i=I_0 l(t)} =$$

$$= \lim_{\sigma\to\infty} \frac{1}{I_0^2}\left[\int_{\mathcal{D}_\sigma} \mu\,(p\,\mathbf{H})^2\, \delta v\right]_{i=I_0 l(t)} = \frac{2W_{m,\,ext}}{I_0^2} > 0 \tag{191}$$

(ținînd seama de (181)).

Și relația (125) e satisfăcută datorită condiției (174); din același motiv se anulează și expresia (127). Relațiile (123) și (126) se demonstrează pe o cale analogă.

Cu (128), (152), (173), (171) și (191) rezultă următoarele proprietăți: În regim cvasistaționar inductivitatea inițială e egală cu *inductivitatea exterioară* l_{ext}, determinabilă în ipoteza unei conductivități infinite a conductoarelor, iar capacitatea inițială și conductanța inițială sînt nule

$$l(0+) = \frac{2W_{m,\mathrm{ext}}}{I_0^2} = l_{\mathrm{ext}} > 0, \quad c(0+) = 0; \quad g(0+) = 0. \tag{192}$$

Valoarea asimptotică a inductivității tranzitorii pentru $t\to\infty$, cînd repartiția cîmpului magnetic tinde asimptotic spre repartiția de regim staționar, este *inductivitatea de curent continuu* a elementului, care include atît inductivitatea exterioară cît și inductivitatea interioară

$$l(\infty) = \lim_{p\to 0} p\, L(p) = \lim_{p\to 0}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{\mu\,(p\,\mathbf{H})^2}{I_0^2}\, \delta v\right]_{i=I_0 l(t)} =$$

$$= \lim_{t\to\infty}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{\mu \boldsymbol{H}^2}{I_0^2}\, \delta v\right]_{i=I_0 l(t)} = \frac{2W_{m,\,st}}{I_0^2}\Big|_{\substack{i=I_0\\ \sigma\neq\infty}}. \tag{193}$$

Pentru un element inductiv ecuațiile (147), (148) și (167), iau următoarele forme ($c\ (0+) = 0$, $g_0 = 1/r_0$)

$$Z(p) = p\, l_{ext} + pR\ (p) = r_0 + p^2 L\ (p), \tag{194}$$

$$Y(p) = pG\ (p) = g_0 + p^2 C(p), \tag{195}$$

și

$$l\ (0+)\, g\ (t) + \int_0^t r(t-\xi)\, g\ (\xi) \mathrm{d}\xi = t. \tag{196}$$

4.3. Elementul de circuit dipolar capacitiv în regim cvasistaționar

În regim cvasistaționar cîmpul electromagnetic din dielectricul unui condensator electric se studiază considerînd armăturile perfect conductoare și neglijînd cîmpul electric indus, adică efectul variației în timp a cîmpului magnetic asupra cîmpului electric din dielectric, care e considerat practic irotațional. Dacă dielectricul are pierderi suficient de mari și este neomogen, repartiția cîmpului electric nu este cea electrostatică, fiind variabilă în timp și influențată de repartiția curentului de conducție din dielectric ceea ce nu permite definirea unei capacități constante. În aproximația de cîmp electric irotațional și în condiții inițiale de repaus ecuațiile cîmpului iau forma

$$\operatorname{rot}\ \mathbf{H}\ (M, p) + [\sigma(M) + p\ \varepsilon\ (M)]\ \mathbf{E}\ (M, p) = 0, \tag{197}$$

$$\operatorname{rot}\ \mathbf{E}\ (M, p) = 0, \tag{198}$$

sau eliminînd cîmpul magnetic

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{div}\ [\sigma\ (M) + p\, \varepsilon\ (M)]\ \mathbf{E}\ (M, p) = 0, \\ &\operatorname{rot}\ \mathbf{E}\ (M, p) = 0 \end{aligned}\right\} \tag{199}$$

Ecuația (113) corespunzătoare acestei aproximații rezultă a fi

$$\frac{Y(p)}{p} = \frac{I(p)}{U_0}\bigg|_{u=U_0 I(t)} = \left[\frac{1}{U_0^2}\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \frac{\sigma}{p}(p\mathbf{E})^2\, \delta v + \frac{1}{U_0^2}\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \varepsilon (p\mathbf{E})^2\, \delta v\right]_{u=U_0 I(t)}. \tag{200}$$

Ecuațiile (197), (198) și (200) se obțin formal din ecuațiile generale (58), (59) și (113), în condiții inițiale de repaus, considerînd

$$\varepsilon \neq 0,\ \mu \equiv 0. \tag{201}$$

Aceste valori caracterizează regimul cvasistaționar din dielectricul condensatoarelor din punctul de vedere al teoriei generale.

Ecuațiile (199) trebuie rezolvate cu condițiile de trecere corespunzătoare

$$(\mathbf{E}_1)_t = (\mathbf{E}_2)_t, \tag{202}$$

$$[(\sigma_1 + p\, \varepsilon_1)\ \mathbf{E}_1]_n = [(\sigma_2 + p\, \varepsilon_2)\, \mathbf{E}_2]_n, \tag{203}$$

pentru orice suprafață de discontinuitate și cu condițiile de frontieră (26), respectiv (25) (pe armaturile S_1 și S_2, respectiv pe suprafața laterală S_l a dielectricului) care se pot scrie

$$\mathbf{E}_t(M, p) = 0, \quad (M \in S_1, S_2), \tag{204}$$

$$\mathbf{E}_n(M, p) = 0, \quad (M \in S_l). \tag{205}$$

În acest caz (v. fig. 4) suprafața de separație este $\Sigma = S_1 \cup S_l \cup S_2$, iar bornele de acces sînt armaturile perfect conductoare. Ecuațiile

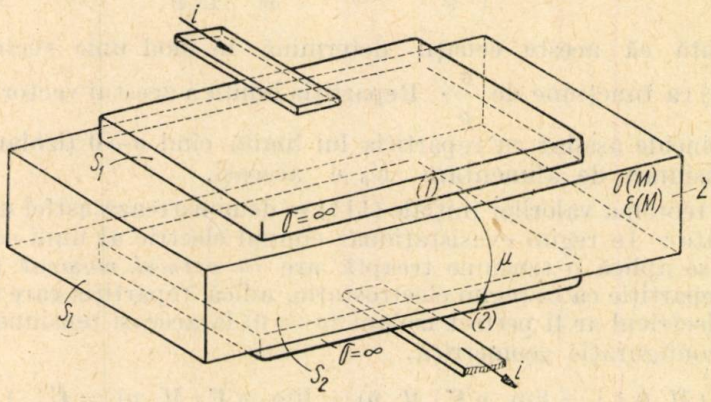


Fig. 4. — Element de circuit capacitiv în regim cvasistaționar.

omogene (199), (202)—(205) se rezolvă cu condiția la borne (106) sau (107).

Din ecuațiile (199) și (106) rezultă că $\mathbf{E} \to 0$ și $U \to 0$ dacă $\sigma \to 0$. Conductivitatea trebuie deci considerată finită pentru ca elementul capacitiv să prezinte interes pentru studiu, adică în acest caz limita (131) există :

$$g_0 = \lim_{p \to 0} Y(p) = \text{finită}, \qquad r_0 \neq 0. \tag{206}$$

Practic această conductivitate trebuie să fie destul de mică pentru ca să nu devină neglijabil curentul de deplasare față de cel de conducție și totodată destul de mare pentru ca tratarea *electrostatică* a elementului (cu neglijarea pierderilor) să nu fie suficient de exactă. Totodată ecuațiile arată că, dacă dielectricul este omogen mărimea $\sigma + p\,\varepsilon$ e constantă și cîmpul are de asemnea o structură electrostatică (div $\mathbf{E} = 0$, rot $\mathbf{E} = 0$). Condensatorul linear cu dielectric omogen admite o schemă echivalentă (g, c)-paralel iar introducerea parametrilor tranzitorii nu mai aduce nimic nou [v. (146)].

Punînd ecuațiile (199) sub forma

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{div}\left(\frac{\sigma(M)}{p} + \varepsilon(M)\right) p\,\mathbf{E} = 0 \\ &\operatorname{rot}(p\,\mathbf{E}) = 0 \end{aligned}\right\}, \tag{207}$$

cu condiția la borne corespunzătoare aplicării unei tensiuni treaptă $u = U_0 \cdot 1(t) = \mathcal{L}^{-1}[U_0/p]$

$$\int_{(1)C}^{(2)} p\,\mathbf{E}\,d\mathbf{r} = U_0 \tag{208}$$

și cu condițiile de trecere

$$(p\mathbf{E}_1)_t = (p\mathbf{E}_2)_t, \quad \left[\left(\frac{\sigma_1}{p} + \varepsilon_1\right) p\,\mathbf{E}_1\right]_n = \left[\left(\frac{\sigma_2}{p} + \varepsilon_2\right) p\,\mathbf{E}_2\right]_n, \tag{209}$$

se constată că aceste ecuații determină în mod unic vectorul cîmp $p\,\mathbf{E}(M,p)$ ca funcțiune de $\frac{\sigma}{p}$. Repartiția limită a acestui vector-cîmp cînd $p \to \infty$ coincide așadar cu repartiția lui limită cînd $\sigma \to 0$ (izolant perfect) dacă tensiunea de alimentare U_0 e aceeași.

Cu teorema valorilor inițiale (114) se demonstrează astfel următoarea proprietate : În regim cvasistaționar cîmpul electric al unui condensator căruia i se aplică o tensiune treaptă are *în primul moment* ($t = 0+$) aceeași repartiție ca în regim electrostatic, adică repartiția care s-ar stabili dacă dielectricul ar fi perfect izolant ($\sigma = 0$) la aceeași tensiune și pentru aceeași configurație geometrică.

$$\boldsymbol{E}(M, 0+) = \lim_{p\to\infty} p\,\mathbf{E}(M,p) = \lim_{\sigma\to 0} p\,\mathbf{E}(M,p) = \boldsymbol{E}_{\text{elst}}(M)\Big|_{\substack{u=U_0\\ \sigma=0}} \tag{210}$$

Se verifică fără dificultăți că această proprietate subsistă oricare ar fi variația în timp a tensiunii aplicate pentru $t > 0$, dacă $U_0 = \lim_{t\to 0} u(t)$ e saltul de tensiune inițial ($u(0-) = 0$).

În aceleași condiții rezultă că există limitele (123) și (127)

$$\lim_{p\to\infty}\left[\frac{1}{U_0^2}\int_{\mathcal{D}_\Sigma}\frac{\sigma}{p}(p\mathbf{E})^2\,\delta v\right]_{u=U_0 1(t)} = \lim_{\sigma\to 0}\left[\frac{1}{U_0^2}\int_{\mathcal{D}_\Sigma}\frac{\sigma}{p}(p\mathbf{E})^2\delta v\right]_{u=U_0 1(t)} = 0, \tag{211}$$

și

$$W_e(0+) = \lim_{p\to\infty}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma}\frac{\varepsilon}{2}(p\mathbf{E})^2\delta v\right]_{u=U_0 1(t)} =$$

$$= \lim_{\sigma\to 0}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma}\frac{\varepsilon}{2}(p\mathbf{E})^2\delta v\right]_{u=U_0 1(t)} = W_{elst}\Big|_{\substack{u=U_0\\ \sigma=0}} > 0. \tag{212}$$

Energia electrică inițială (212) rezultă diferită de zero și calculabilă ca în regim electrostatic în dielectric de conductivitate nulă.

Și relația (126) e satisfăcută datorită condiției (201) ; din același motiv și expresia (124) se anulează. Relațiile (122) și (125) se demonstrează pe căi analoge.

Cu (129), (200), (211), (212), (152) și (171) rezultă următoarele proprietăți :

În regim cvasistaționar capacitatea inițială e egală cu *capacitatea electrostatică* c_0 a condensatorului determinabilă în ipoteza unei conducti-

vităţi nule a dielectricului, iar inductivitatea iniţială şi rezistenţa iniţială sînt nule :

$$c(0+) = \frac{2W_{elst}}{U_0^2} = c_0 < 0,\ l(0+) = 0,\ r(0+) = 0. \tag{213}$$

În mod analog, din ecuaţiile cîmpului electric sub forma (199) rezultă că repartiţia asimptotică a cîmpului electric din dielectric, după aplicarea unei tensiuni treaptă $u(t) = U_0 1(t)$ se obţine fie considerînd $p \to 0$ (cu teorema valorilor finale) fie considerînd $\varepsilon \to 0$, ceea ce arată că această repartiţie e hotărîtă de regimul electrocinetic staţionar care se stabileşte. Valoarea asimptotică a capacităţii tranzitorii la $t \to \infty$ corespunde deci repartiţiei de regim electrocinetic staţionar a cîmpului electric

$$c(\infty) = \lim_{t\to\infty} c(t) = \lim_{p\to 0} pC(p) = \lim_{p\to 0} \frac{1}{U_0^2}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \varepsilon (p\mathbf{E})^2\, \delta v\right]_{u=U_0 1(t)} =$$

$$= \lim_{t\to\infty} \frac{1}{U_0^2}\left[\int_{\mathcal{D}_\Sigma} \varepsilon \boldsymbol{E}(M,t)^2\, \delta v\right]_{u=U_0 1(t)} = \frac{2W_{elst}}{U_0^2}\bigg|_{\substack{u=U_0\\ \sigma\neq 0}}. \tag{214}$$

Pentru un element capacitiv ecuaţiile (147), (148), (167) şi (168) iau formele ($l(0+) = 0$, $r_0 = 1/g_0$)

$$Z(p) = p\ R(p) = r_0 + p^2 L(p), \tag{215}$$

$$Y(p) = pc_0 + pG(p) = g_0 + p^2 C(p), \tag{216}$$

$$c_0 r(t) + \int_0^t g(t-\xi)\, r(\xi)\, \mathrm{d}\xi = t. \tag{217}$$

4.4. Elemente de circuit multipolare

Generalizarea conceptelor şi proprietăţilor arătate la cazul elementelor de circuit multipolare nu prezintă dificultăţi de principiu.

Folosind impedanţele operaţionale $Z_{jk}(p)$, respectiv admitanţele operaţionale $Y_{kl}(p)$, care intervin în relaţiile (99) respectiv (100), se pot introduce parametri tranzitorii *de intrare* ($j = k$, respectiv $k = l$) şi *de transfer* ($j \neq k$, respectiv $k \neq l$). Vom numi aceşti parametri *coeficienţi* deoarece constituie generalizarea naturală a coeficienţilor de capacitate, respectiv de conductanţă, din cunoscutele relaţii ale lui Maxwell privitoare la relaţiile (din electrostatică) dintre sarcini şi potenţiale, respectiv (din electrocinetică) dintre curenţi şi potenţiale. Ca şi aceşti din urmă coeficienţi de capacitate sau de conductanţă, coeficienţii tranzitorii de transfer pot fi negativi în cazul unor circuite idealizate filiforme (cînd se reduc la nişte constante). Totodată spre a-i deosebi de parametrii proprii şi mutuali care ar interveni în relaţiile dintre curenţi şi tensiunile perechilor de borne, *îi vom nota cu o bară deasupra.*

Se pot introduce astfel : coeficienţii de rezistenţă tranzitorii $\bar{r}_{jk}(t) = \mathcal{L}^{-1}[\bar{R}_{ik}(p)]$, coeficienţii de conductanţă tranzitorii $\bar{g}_{kl}(t) = \mathcal{L}^{-1}[\bar{G}_{kl}(p)]$, coeficienţii de inductivitate tranzitorii $\bar{l}_{jk}(t) = \mathcal{L}^{-1}[\bar{L}_{jk}(p)]$ (numai dacă coeficienţii de rezistenţă şi de curent continuu $\bar{r}_{jk0}$ sînt finiţi) şi coeficienţii

de capacitate tranzitorii $\bar{c}_{kl}(t) = \mathcal{L}^{-1}[\bar{C}_{kl}(p)]$ (numai dacă coeficienții de conductanță de curent continuu $\bar{g}_{klo}$ sînt finiți) prin relațiile

$$\bar{r}_{jk}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Z_{jk}(p)}{p} - \lim_{p\to\infty}\frac{Z_{jk}(p)}{p}\right], \tag{218}$$

$$\bar{g}_{kl}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Y_{kl}(p)}{p} - \lim_{p\to\infty}\frac{Y_{kl}(p)}{p}\right], \tag{219}$$

$$\bar{l}_{jk}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Z_{jk}(p) - \bar{r}_{jk0}}{p^2}\right], \tag{220}$$

$$\bar{c}_{kl}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Y_{jk}(p) - \bar{g}_{jk0}}{p^2}\right], \tag{221}$$

$$\bar{r}_{jko} = \lim_{p\to 0} Z_{jk}(p), \tag{222}$$

$$\bar{g}_{kl0} = \lim_{p\to 0} Y_{kl}(p). \tag{223}$$

Cu aceste definiții, impedanțele operaționale și admitanțele operaționale se scriu sub formele:

$$Z_{jk}(p) = p\bar{l}_{jk}(0+) + p\bar{R}_{jk}(p) = \bar{r}_{jk0} + p^2\bar{L}_{jk}(p) \tag{224}$$

și

$$Y_{kl}(p) = p\bar{c}_{kl}(0+) + p\bar{G}_{kl}(p) = \bar{g}_{kl0} + p^2\bar{C}_{kl}(p), \tag{225}$$

iar relațiile (99), respectiv (100) devin (în condiții inițiale de repaus)

$$V_j(p) = \sum_{k=1}^{n=1} \bar{l}_{jk}(0+)\cdot pI_k(p) + \sum_{k=1}^{n-1} p\bar{R}_{jk}(p)\,I_k(p), \tag{226}$$

respectiv, dacă $\bar{r}_{jk0} \neq \infty$:

$$V_j(p) = \sum_{k=1}^{n-1} \bar{r}_{jk0}I_k(p) + \sum_{k=1}^{n-1} p^2\bar{L}_{jk}(p)\,I_k(p), \tag{227}$$

și

$$I_k(p) = \sum_{l=1}^{n-1} \bar{c}_{kl}(0+)\cdot pV_l(p) + \sum_{l=1}^{n-1} p\bar{G}_{kl}(p)V_l(p), \tag{228}$$

respectiv, dacă $\bar{g}_{kl0} \neq \infty$:

$$I_k(p) = \sum_{l=1}^{n-1} \bar{g}_{kl0}V_l(p) + \sum_{l=1}^{n-1} p^2\bar{C}_{kl}(p)\,V_l(p). \tag{229}$$

Elementele multipolare generale cu n borne de acces și $n-1$ curenți independenți nu sînt incluse în teoria clasică a rețelelor electrice lineare care consideră numai circuite constituite din elemente dipolare, eventual cuplate inductiv între ele. Aplicațiile mai noi ale teoriei circuitelor, privitoare la așa numitele *circuite integrate* sau la *schemele echivalente linearizate* ale tuburilor electronice și tranzistoarelor, impun însă introducerea de elemente multipolare, care nu sînt totdeauna reductibile la asociații de elemente dipolare.

4.5. Elementele multiport

Considerăm în cele ce urmează cazul particular, deosebit de important pentru teoria clasică a rețelelor lineare, al *elementelor multiport* care au $n = 2m$ borne grupate în m perechi, fiecare pereche de borne constituind o *poartă de acces* și avînd curenți egali și de sensuri opuse, datorită fie

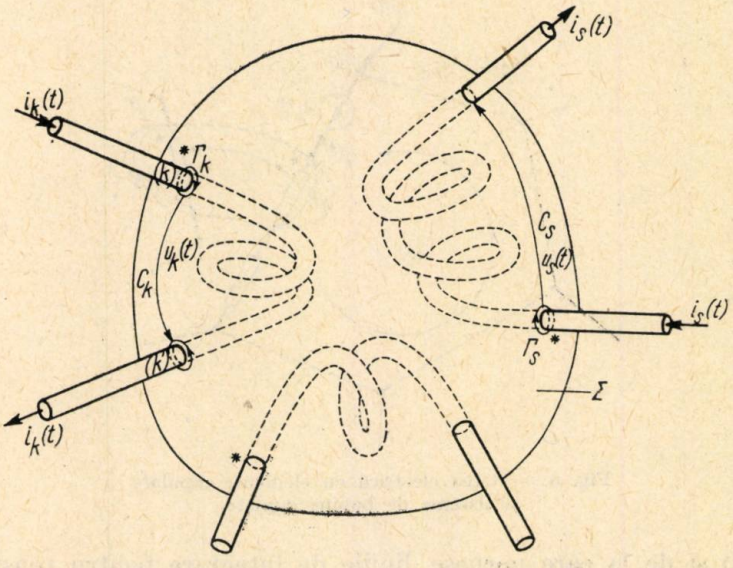


Fig. 5. — Element multiport inductiv.

structurii interioare a elementului, fie structurii rețelei exterioare la care el e conectat.

Pentru a nu impune nici o particularizare rețelei exterioare, vom considera în cele ce urmează numai elemente la care caracterul multiport este impus de structura lor interioară și anume datorită existenței între cele două borne ale fiecărei porți, a unor căi de curent neramificate spre alte borne.

Astfel de elemente multiport sînt în particular *sistemele de bobine cuplate inductiv* (v. fig. 5), sau sistemele de conductoare paralele [8].

Un element multiport (m-port) are numai m curenți independenți ($s = 1,2, \ldots, m$)

$$i_s(t) = \oint_{\Gamma_s \subset \Sigma} \boldsymbol{H}(M, t)\, \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \mathcal{L}^{-1}[I_s(p)] \tag{230}$$

și m tensiuni la borne independente ($k = 1,2, \ldots, m$)

$$u_k(t) = \int_{(k)\,[C_k \subset \Sigma]}^{(k')} \boldsymbol{E}(M, t)\, \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \mathcal{L}^{-1}[U_k(p)]. \tag{231}$$

Expresia puterii instantanee primite pe la borne (33) ia în acest caz forma

$$p_\Sigma(t) = \sum_{k=1} u_k(t)\, i_k(t) = p_J(t) + \frac{\mathrm{d}W_m(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}W_e(t)}{\mathrm{d}t}, \tag{232}$$

și teorema de unicitate se poate acum demonstra cu condițiile la borne (230) sau (231).

Pentru ca sensurile de referință ale curenților și tensiunilor să fie univoc definite și, o dată cu ele, expresiile admitanțelor și impedanțelor operaționale definite mai jos, este necesar să se convină de la început asupra bornelor prin care *intră* curenții i_k (marcate cu un asterisc în figură

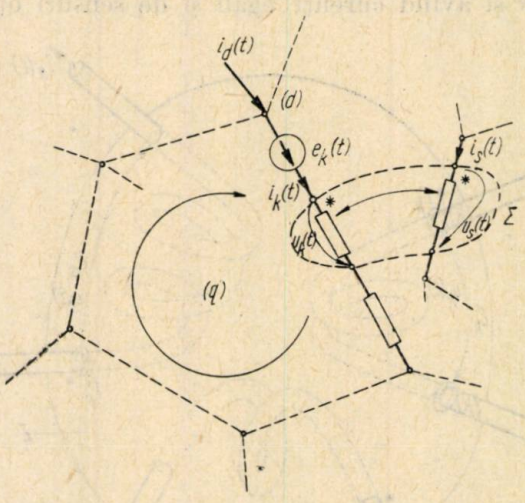


Fig. 6. — Rețea electrică cu elemente dipolare și sisteme de bobine cuplate.

(v. fig. 6) și de la care pornesc liniile de integrare pentru tensiunile u_k (convenția de asociere de la receptoare).

În condiții inițiale oarecare, prin rezolvarea ecuațiilor cîmpului sub formă operațională, mărimile la borne necunoscute se pot exprima în funcție de mărimile la borne date prin relații de forma

$$U_k(p) = \sum_{s=1}^{m} Z_{ks}(p) I_s(p) + U_k^0(p) \tag{233}$$

sau

$$I_s(p) = \sum_{l=1}^{m} Y_{sl}(p) U_l(p) + I_s^0(p) \tag{234}$$

în care : $Z_{ks}(p)$, respectiv $Y_{sl}(p)$ sînt impedanțe operaționale, respectiv admitanțe operaționale, *proprii* ($k = s$, respectiv $s = l$) și *mutuale* ($k \neq l$, respectiv $s \neq l$) ale porților respective ; $U_k^0(p)$ e imaginea tensiunii de la bornele (k, k') determinată de condițiile inițiale de cîmp cînd toate legăturile la borne sînt întrerupte pentru $t > 0$; $I_s^0(p)$ e curentul de scurt circuit din poarta (s) determinat de condițiile inițiale de cîmp cînd toate porțile sînt scurtcircuitate pentru $t > 0$. Impedanțele mutuale și admitanțele mutuale sînt definite relativ la sensurile de intrare ale porților, marcate cu asterisc (borne polarizate).

În condiții inițiale de repaus, ecuațiile multiportului sînt omogene :

$$U_k(p) = \sum_{s=1}^{m} Z_{ks}(p)\, I_s(p) \tag{235}$$

$$I_s(p) = \sum_{l=1}^{m} Y_{sl}(p) U_l(p). \tag{236}$$

Între impedanțele operaționale și admitanțele operaționale există evident relația

$$\sum_{s=1}^{m} Z_{ks} Y_{sl} = \delta_{kl}. \tag{237}$$

În acest caz rezistențele de *curent continuu* și conductanțele de *curent continuu* sînt

$$r_{k0} = \lim_{p \to 0} Z_{kk}(p) = \frac{1}{g_{k0}} \neq \infty, \tag{238}$$

și

$$g_{s0} = \lim_{p \to 0} Y_{ss}(p) = \frac{1}{r_{s0}} \neq 0, \tag{239}$$

iar

$$\lim_{p \to 0} Z_{ks}(p) = 0 \qquad (k \neq s), \tag{240}$$

și

$$\lim_{p \to 0} Y_{sl}(p) = 0 \qquad (s \neq l), \tag{241}$$

deoarece nu există cuplaje de curent continuu între porți. Ca și în cazul dipolului există limitele

$$l_{ks}(0+) = \lim_{p \to \infty} \frac{Z_{ks}(p)}{p}, \tag{242}$$

diferite de zero la elementele inductive, la care ele reprezintă inductivitățile inițiale, egale cu inductivitățile exterioare proprii și mutuale, și

$$c_{ks}(0+) = \lim_{p \to \infty} \frac{Y_{ks}(p)}{p}, \tag{243}$$

egale cu zero la elementele inductive.

Parametrii tranzitorii ai elementului multiport sînt :

—*rezistențele tranzitorii proprii și mutuale*

$$r_{ks}(t) = \mathcal{L}^{-1}[R_{ks}(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Z_{ks}(p)}{p} - \lim_{p \to \infty} \frac{Z_{ks}(p)}{p}\right], \tag{244}$$

cu valorile finale egale cu rezistențele de curent continuu și diferite de zero numai pentu indici egali

$$r_{ks}(\infty) = \delta_{ks}\, r_{k0} = \begin{cases} r_{k0} & (k = s) \\ 0 & (k \neq s) \end{cases}, \tag{245}$$

în conformitate cu (240) și (241);

— *inductivitățile tranzitorii proprii și mutuale*

$$l_{ks}(t) = \mathcal{L}^{-1}[L_{ks}(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Z_{ks}(p) - r_{k0}\,\delta_{ks}}{p^2}\right], \tag{246}$$

cu valorile inițiale (242) și valorile finale egale cu inductivitățile de curent continuu (interioare + exterioare);

— *conductanțele tranzitorii proprii și mutuale*

$$g_{sl}(t) = \mathcal{L}^{-1}[G_{sl}(p)] = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Y_{sl}(p)}{p} - \lim_{p\to\infty}\frac{Y_{sl}(p)}{p}\right], \tag{247}$$

cu valorile finale egale cu conductanțele de curent continuu și diferite de zero numai pentru indici egali

$$g_{sl}(\infty) = \delta_{sl}\,g_{so} = \delta_{sl}\frac{1}{r_{s0}} = \begin{cases} g_{s0} & (s = l) \\ 0 & (s \neq l) \end{cases}, \tag{248}$$

și *capacitățile tranzitorii proprii și mutuale*

$$c_{sl}(t) = \mathcal{L}^{-1}[C_{sl}(p) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{Y_{sl}(p) - g_{s0}\,\delta_{sl}}{p^2}\right], \tag{249}$$

cu valorile inițiale (243) nule la elementele inductive.

Cu ajutorul imaginilor acestor parametri, impedanțele operaționale și admitanțele operaționale se scriu cum urmează:

$$Z_{ks}(p) = pl_{ks}(0+) + p\,R_{ks}(p) = \delta_{ks}\,r_{k0} + p^2 L_{ks}(p), \tag{250}$$

$$Y_{sl}(p) = p\,C_{sl}(0+) + pG_{sl}(p) = \delta_{sl}\,g_{s0} + p^2 C_{sl}(p), \tag{251}$$

iar relațiile (233) și (234) se scriu sub forma

$$U_k(p) = \sum_{s=1}^{m} l_{ks}(0+)\cdot p\,I_s(p) + \sum_{s=1}^{m} pR_{ks}(p)\,I_s(p) + U_k^0(p), \tag{252}$$

sau

$$U_k(p) = r_{k0}\,I_k(p) + \sum_{s=1}^{m} p^2 L_{ks}(p)\,I_s(p) + U_k^0(p), \tag{253}$$

și

$$I_s(p) = \sum_{l=1}^{m} c_{sl}(0+)\cdot p\,U_l(p) + \sum_{l=1}^{m} pG_{sl}(p)\,U_l(p) + I_s^0(p), \tag{254}$$

sau

$$I_s(p) = g_{s0}U_s(p) + \sum_{s=1}^{m} p^2 C_{sl}(p)\,U_l(p) + I_s^0(p), \tag{255}$$

în care ultimii termeni iau în considerare condițiile inițiale de cîmp.

5. RELAȚIILE INTEGRALE DINTRE TENSIUNILE INSTANTANEE ȘI CURENȚII INSTANTANEI ȘI GENERALIZAREA ECUAȚIILOR LUI KIRCHHOFF

5.1. Ecuațiile integrale ale elementului de circuit dipolar

Cu ajutorul ecuației operaționale (147) scrisă sub formele

$$U(p) = l(0+)\,p\,I(p) + p\,R(p)\cdot I(p), \tag{256}$$

respectiv (dacă $r_0 \neq \infty$),

$$U(p) = r_0 I(p) + p^2 L(p)\cdot I(p), \tag{257}$$

și al teoremelor produsului imaginilor și derivării rezultă (în condiții inițiale de repaus și chiar dacă curenții și tensiunile au un salt în momentul inițial) *ecuația integrală a curentului*, explicitată în raport cu tensiunea

$$\boxed{u(t) = l(0+)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^t r(t-\xi)\,i(\xi)\,\mathrm{d}\xi}\,, \tag{258}$$

respectiv, dacă $r_0 \neq \infty$,

$$\boxed{u(t) = r_0 i + l(0+)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^{t-\varepsilon} l'(t-\xi)\,i(\xi)\,\mathrm{d}\xi}\,, \tag{259}$$

unde ε e pozitiv și arbitrar de mic.

Cu ajutorul ecuației operaționale (148) scrisă sub formele

$$I(p) = c(0+)\,pU(p) + pG(p)\cdot U(p), \tag{260}$$

respectiv, dacă $g_0 \neq \infty$

$$I(p) = g_0\,U(p) + p^2\,C(p)\cdot U(p), \tag{261}$$

și al teoremelor produsului imaginilor și derivării, rezultă în aceleași condiții *ecuația integrală a tensiunii*, explicitată în raport cu curentul

$$\boxed{i(t) = c(0+)\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^t g(t-\xi)\;u(\xi)\,\mathrm{d}\xi}\,, \tag{262}$$

respectiv, dacă $g_0 \neq \infty$,

$$\boxed{i(t) = g_0\,u + c(0+)\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^{t-\varepsilon} c'(t-\xi)\,u(\xi)\,\mathrm{d}\xi}\,. \tag{263}$$

Ecuațiile (258), (259), (262) și (263) reprezintă generalizarea ecuațiilor (1), (2), (3), ale elementelor de circuit dipolare ideale, la elementele nefiliforme și cu pierderi suplementare.

În condiții inițiale oarecare la relațiile (258) și (259), respectiv (262) și (263), se adaogă termenii $u^0(t)$, respectiv $i^0(t)$, pe care i-ar determina numai condițiile inițiale de cîmp, dacă $i(t) = 0$ $(t > 0)$, respectiv dacă $u(t) = 0$ $(t > 0)$.

Ecuația (259) admite o interpretare imediată în cazul *elementelor de circuit inductive* (în regim cvasistaționar), la care $l(0+) = l_{ext} > 0$, $c(0+) = 0$, $r_0 \neq \infty$. În această ecuație apar: *căderea de tensiune rezistivă* $r_0 i$, determinată de rezistența de curent continuu a elementului; *căderea de tensiune inductivă* $l(0+)\dfrac{di}{dt} = l_{ext}\dfrac{di}{dt}$ determinată de inductivitatea exterioară (aeriană) a elementului și care conține un termen impulsiv de forma $l(0+)\,i(0+)\,\delta(t)$ dacă curentul are un salt de la 0 la $i(0+)$ în momentul inițial, și *căderea de tensiune suplementară determinată de efectul pelicular tranzitoriu*. Această cădere de tensiune suplementară este exprimată de derivata unei integrale de convoluție al cărei nucleu este derivata inductivității tranzitorii $l(t)$ luată în momentul retardat $t - \xi$. Nucleul este simetrizabil deoarece integrala e luată pentru $\xi \in (0, t)$ și se poate scrie $l'(t - \xi) = l'(|t - \xi|) = l'(|\xi - t|)$. Inductivitatea tranzitorie e o funcțiune continuă și derivabilă de timp în intervalul $(0, \infty)$ care trece de la valoarea $l(0+) = l_{ext}$ din momentul inițial la valoarea $l(\infty) = l_{ext} + l_{int}$ din momentul final (adică la inductivitatea de curent continuu (193)). Căderea de tensiune suplementară include și eventualele efecte de proximitate determinate de curenții turbionari induși în corpuri conductoare din vecinătatea conductorului bobinei (de ex. în miezul ei feromagnetic, studiat prin linearizare).

Ecuația (263) are o interpretare imediată în cazul *elementelor de circuit capacitive* (în regim cvasistaționar), la care: $c(0+) = c_0 > 0$, $l(0+) = 0$, $g_0 \neq \infty$. În această ecuație apare: *curentul de pierderi* $g_0 u$, determinat de conductanța de curent continuu a elementului; *curentul capacitiv* $c(0+)\dfrac{du}{dt} = c_0\dfrac{du}{dt}$ determinat de capacitatea electrostatică (calculată la conductivitate nulă) a elementului și care conține un termen impulsiv de forma $c(0+)\,u(0+)\,\delta(t)$ dacă tensiunea are un salt de la 0 la $u(0+)$ în momentul inițial, și *curentul suplementar determinat de redistribuirea tranzitorie a sarcinii*, a cărei repartiție finală e cea electrocinetică. Acest curent suplementar e exprimat de derivata unei integrale de convoluție al cărei nucleu este derivata capacității tranzitorii $c(t)$ luată în momentul retardat $t - \xi$. Nucleul e simetrizabil, deoarece integrala e luată pentru $\xi \in (0, t)$ și se poate scrie $c'(t - \xi) = c'(|t - \xi|) = c'(|\xi - t|)$. Capacitatea tranzitorie e o funcțiune continuă și derivabilă de timp în intervalul $(0, \infty)$ care trece de la valoarea $c(0+) = c_0$ din momentul inițial la valoarea $c(\infty)$ din momentul final (capacitatea echivalentă de regim staționar (214)).

Deși parametrii tranzitorii $l(t)$ și $r(t)$ au o interpretare imediată numai pentru elementele inductive, iar parametrii tranzitorii $c(t)$ și $g(t)$ au o interpretare imediată numai pentru elementele capacitive, în lucrarea de față au fost introduși *toți acești parametri tranzitorii* pentru *orice element de circuit cu pierderi* $\left(r_0 \neq 0,\ g_0 = \dfrac{1}{r_0} \neq 0\right)$, fie că este inductiv, fie că este

capacitiv, fie că este studiat în regim variabil general, cînd aproximațiile regimului cvasistaționar nu mai sînt luate în considerare în interiorul suprafeței de separație Σ, iar clasificarea în elemente inductive și capacitive nu mai are semnificația dată. Procedînd astfel s-au putut obține ecuațiile integrale ale elementelor de circuit de orice fel, explicitate fie în raport cu tensiunea (258) și (259), fie în raport cu curentul (262) și (263).

Numai pentru elemente idealizate, unii dintre parametrii tranzitorii nu pot fi definiți, iar unele dintre ecuațiile (256)—(263) își pierd sensul. Astfel, în cazul elementelor idealizate cu $r_0 = 0$ ($g_0 = \infty$), de exemplu în cazul unei bobine ideale (chiar dacă este situată în vecinătatea unor piese conductoare de conductivitate finită în care se pot produce pierderi prin curenți turbionari), *nu se poate defini o capacitate tranzitorie*, deoarece limita (131) nu există și relația (141) nu are sens; de aceea nici ecuația (263) nu este utilizabilă cînd $g_0 = \infty (r_0 = 0)$. De asemenea în cazul elementelor idealizate cu $g_0 = 0$ ($r_0 = \infty$), de exemplu în cazul unui condensator ideal, *nu se poate defini o inductivitate tranzitorie*, deoarece limita (130) nu există și relația (139) nu are sens; de aceea nici ecuația (259) nu este utilizabilă cînd $r_0 = \infty$ ($g_0 = 0$).

Deoarece limitele (128) și (129) există întotdeauna, *rezistența tranzitorie* (*135*) *și conductanța tranzitorie* (*137*) *pot fi definite pentru orice element de circuit* și ecuațiile (258) și (262) au sens întotdeauna.

Capacitatea tranzitorie $c(t)$ a unui element inductiv, a cărui energie electrică e permanent neglijată, nu mai are interpretarea energetică clasică a capacității unui condensator. Considerînd însă un element de circuit cu rezistența de curent continuu diferită de zero $\left(r_0 = \frac{1}{g_0} \neq 0\right)$ ca fiind alcătuit dintr-un rezistor filiform de conductanță $g_0 \neq \infty$ dispus în paralel cu un element avînd conductanță de curent continuu nulă — și definind drept *sarcină electrică echivalentă* $q_e(t)$, acumulată de acesta, integrala în timp a diferenței dintre curentul total absorbit în condiții inițiale de repaus și dintre curentul de pierderi din rezistorul filiform dispus în paralel — se obține din (263)

$$q_e(t) = \int_{0-\varepsilon}^{t} [i(t) - g_0 u(t)]\, \mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{0-\varepsilon}^{t} c(t-\xi)\, (u)\xi)\, \mathrm{d}\xi \qquad (264)$$

cu

$$Q_e(p) = \mathcal{L}[q_e(t)] = \frac{1}{p} [I(p) - g_0 U(p)] = p\, C(p)\, U(p), \qquad (265)$$

astfel încît

$$i(t) = g_0 u(t) + \frac{\mathrm{d}q_e}{\mathrm{d}t}, \qquad (266)$$

cu derivata luată în sens generalizat.

Relațiile (264) și (266) constituie generalizările relațiilor $q = c_0 u$ și $i = g_0 u + \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ din cazul circuitelor filiforme (g, c)—paralel, pentru *orice* element de circuit dipolar cu $r_0 \neq 0$.

Inductivitatea tranzitorie $l(t)$ a unui element capacitiv, a cărui energie magnetică e permanent neglijată, nu mai are interpretarea ener-

getică clasică a inductivității unei bobine. Considerînd însă un element de circuit cu conductanța de curent continuu diferită de zero $\left(g_0 = \frac{1}{r_0} \neq 0\right)$ ca fiind alcătuit dintr-un rezistor filiform de rezistență $r_0 \neq \infty$ dispus în serie cu un element avînd rezistența de curent continuu nulă — și definind drept *flux magnetic echivalent* $\Phi_e(t)$ al acestuia integrala în timp a diferenței dintre tensiunea totală la borne în condiții inițiale de repaus și căderea de tensiune din rezistorul filiform dispus în serie — se obține din (259)

$$\Phi_e(t) = \int_{0-\varepsilon}^{t} [u(t) - r_0 i(t)]\,\mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{0-\varepsilon}^{t} l(t-\xi)\,i(\xi)\,\mathrm{d}\xi \tag{267}$$

cu

$$\Phi_e(p) = \mathcal{L}[\Phi_e(t)] = \frac{1}{p}[U(p) - r_0 I(p)] = pL(p)\,I(p) \tag{268}$$

astfel încît

$$u(t) = r_0\,i(t) + \frac{\mathrm{d}\Phi_e}{\mathrm{d}t} \tag{269}$$

cu derivata luată în sens generalizat.

Relațiile (267) și (269) constituie generalizările relațiilor $\Phi = li$ și $u = ri + \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$ din cazul circuitelor filiforme (r, l)-serie, pentru *orice* element de circuit dipolar cu $g_0 \neq 0$.

Din (265) și (268) mai rezultă

$$\Phi_e(p) = -r_0 Q_e(p) \qquad Q_e(p) = -g_0\,\Phi_e(p), \tag{270}$$

și

$$\Phi_e(t) = -r_0 q_e(t) \qquad q_e(t) = -g_0 \Phi_e(t). \tag{271}$$

5.2. Interpretări experimentale ale parametrilor tranzitorii

Cu ajutorul relațiilor (256)—(263) se pot stabili și următoarele relații care permit interpretarea experimentală a parametrilor tranzitorii:

— La injectarea unui curent treaptă unitate $i = 1(t)$ și $I(p) = 1/p$

$$u(t) = l(0+)\,\delta(t) + r(t) \tag{272}$$

și

$$\int_{0-\varepsilon}^{t} u(t)\,\mathrm{d}t = r_0 t + l(t). \tag{273}$$

— La injectarea unui curent rampă unitate $i = t \cdot 1(t)$ și $I(p) = 1/p^2$

$$u(t) = r_0 t + l(t) \tag{274}$$

și

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = l(0+)\,\delta(t) + r(t). \tag{275}$$

— La aplicarea unei tensiuni treaptă unitate $u = 1(t)$ și $U(p) = 1/p$

$$i(t) = c(0+)\ \delta(t) + g(t), \tag{276}$$

$$\int_{0-\varepsilon}^{t} i(t)\,\mathrm{d}t = g_0 t + c(t). \tag{277}$$

— La aplicarea unei tensiuni rampă unitate $u = t \cdot 1(t)$ și $U(p) = 1/p^2$

$$i(t) = g_0 t + c(t), \tag{278}$$

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = c(0+)\ \delta(t) + g(t). \tag{279}$$

Relațiile de mai sus confirmă faptul că parametrii tranzitorii introduși în această lucrare constituie o generalizare firească a parametrilor constanți ai circuitelor filiforme și fără pierderi suplementare.

Astfel, la injectarea unui curent treaptă, respectiv rampă, tensiunea la bornele unui circuit filiform inductiv, (r, l) -serie, ar fi fost dată de relația

$$u(t) = l\delta(t) + r, \qquad (i = 1(t)), \tag{280}$$

respectiv de relația

$$u(t) = rt + l, \qquad (i = t \cdot 1(t)), \tag{281}$$

în loc de (272) și de (274).

Constatarea experimentală a abaterii răspunsului (274) al unui element inductiv de la forma lineară (281) permite să se evidențieze caracterul *nefiliform* al elementului și să se măsoare inductivitatea lui tranzitorie $l(t)$, ceea ce permite și deducerea rezistenței lui tranzitorii prin relația :

$$r(t) = r_0 + \frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}, \qquad (t > 0). \tag{282}$$

Analog, la aplicarea unei tensiuni treaptă, respectiv rampă, curentul unui circuit *filiform* capacitiv (g, c) -paralel ar fi fost dat de relația

$$i(t) = c\delta(t) + g, \qquad (u = 1(t)), \tag{283}$$

respectiv de relația

$$i(t) = gt + c, \qquad (u = t \cdot 1(t)), \tag{284}$$

în loc de (276) și de (278).

Constatarea experimentală a abaterii răspunsului (276) al unui element capacitiv de la forma lineară (284) permite să se evidențieze caracterul *nefiliform* al elementului și să se măsoare capacitatea lui tranzitorie $c(t)$, ceea ce permite și deducerea conductanței lui tranzitorii prin relația

$$g(t) = g_0 + \frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}t}, \qquad (t > 0). \tag{285}$$

Din relațiile (272) și (279) rezultă că, în cazul unui element capacitiv ($l(0+) = 0$), variația în timp a tensiunii la borne, după injectarea unui curent treaptă unitate, reprezintă chiar *rezistența lui tranzitorie*

$$u(t) = r(t), \qquad (l(0+) = 0\,;\ i = 1(t)), \tag{286}$$

iar în cazul unui element inductiv ($c(0+) = 0$) variația în timp a curentului, după aplicarea unei tensiuni treaptă unitate, reprezintă chiar *conductanța* lui *tranzitorie*

$$i(t) = g(t), \qquad (c(0+) = 0\,;\ u = 1(t)). \tag{287}$$

Cele mai comode condiții de determinare experimentală se obțin așadar pentru rezistența tranzitorie a elementelor capacitive și pentru conductanța tranzitorie a celor inductive.

5.3. Ecuațiile integrale ale unui element multiport

Cu ajutorul ecuațiilor operaționale (252)—(255) și al teoremelor produsului imaginilor și derivării se obțin următoarele relații în valori instantanee dintre tensiunile la borne și curenții unui element multiport

$$u_k(t) = \sum_{s=1}^{m} l_{ks}(0+)\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} + \sum_{s=1}^{m}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^t r_{ks}(t-\xi)\,i_s(\xi)\,\mathrm{d}\xi + u_k^0(t), \tag{288}$$

$$u_k(t) = r_{k0}\,i_k(t) + \sum_{s=1}^{m} l_{ks}(0+)\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} + \sum_{s=1}^{m}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^{t-\varepsilon} l'_{ks}(t-\xi)\,i_s(\xi)\,\mathrm{d}\xi + u_k^0(t), \tag{289}$$

$$i_s(t) = \sum_{l=1}^{m} c_{sl}(0+)\frac{\mathrm{d}u_l}{\mathrm{d}t} + \sum_{l=1}^{m}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^t g_{sl}(t-\xi)u_l(\xi)\,\mathrm{d}\xi + i_s^0(t), \tag{290}$$

$$i_s(t) = g_{s0}\,u_s(t) + \sum_{l=1}^{m} c_{sl}(0+)\frac{\mathrm{d}u_l}{\mathrm{d}t} + \sum_{l=1}^{m}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^{t-\varepsilon} c'_{sl}(t-\xi)\,i_l(\xi)\,\mathrm{d}\xi + i_s^0(t). \tag{291}$$

Relațiile (288) și (290) de mai sus au sens și pot fi utilizate întotdeauna deoarece parametrii $l_{ks}(0+)$, $c_{sl}(0+)$, $r_{ks}(t)$, $g_{sl}(t)$ pot fi definiți întotdeauna. Relația (289) poate fi utilizată numai dacă $g_{k0} \neq 0$, $r_{k0} \neq \infty$ (ramuri care nu conțin condensatoare ideale, de exemplu înfășurări de bobine cuplate etc.) iar relația (291) poate fi utilizată numai dacă $r_{k0} \neq 0$, $g_{k0} \neq \infty$ (ramuri care nu conțin bobine ideale).

Ecuațiile elementelor dipolare sînt cazuri particulare ale ecuațiilor (288)—(291) cu $m = 1$.

5.4. Forma generalizată a ecuațiilor lui Kirchhoff pentru rețele cu elemente nefiliforme

Teoria clasică a rețelelor electrice cu elemente filiforme în regim staționar sau cvasistaționar, care conduce la ecuațiile lui Kirchhoff, ia în considerare numai elemente dipolare și cel mult sisteme de bobine cuplate, adică elemente multiport inductive.

Vom considera în cele ce urmează o rețea cu generatoare ideale de tensiuni electromotoare $e_k(t)$ în laturi și cu generatoare ideale de curent $i_{(d)}(t)$ în noduri. Laturile pasive sînt elemente dipolare sau sînt constituite din porțile unor elemente multiport. Pentru generalitate vom presupune că toate laturile aparțin acestei ultime categorii, anularea mărimilor mutuale r_{ks}, l_{ks}, g_{sl}, $c_{sl}(k \neq s,\ s \neq l)$ corespunzînd cazului elementelor dipolare. Notînd cu (q) ochiurile rețelei și cu (d) nodurile, care pot fi și numai punctele de întîlnire a cîte două laturi, dacă acest lucru e impus de modul cum au putut fi alese suprafețele de separație ale elementelor multiport, și notînd cu

$$e_{(q)}(t) = \sum_{k \in (q)} e_k(t) \tag{292}$$

tensiunile electromotoare ale generatoarelor din fiecare ochi, ecuațiile lui Kirchhoff se scriu sub formele

$$i_{(d)}(t) = \sum_{k \in (d)} i_k(t) \tag{293}$$

și

$$e_{(q)}(t) = \sum_{k \in (q)} u_k(t), \tag{294}$$

în care apar ca variabile și tensiunile și curenții.

Cu ajutorul ecuațiilor (288) se pot elimina tensiunile la bornele laturilor pasive și se obține *forma generalizată a ecuațiilor lui Kirchhoff în variabilele curenți*

$$i_{(d)}(t) = \sum_{k \in (d)} i_k(t) \tag{295}$$

$$e_{(q)}(t) = \sum_{k \in (q)} \left[\sum_s \left(l_{ks}(0+) \frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_0^t r_{ks}(t-\xi)\, i_s(\xi)\, \mathrm{d}\xi \right) + u_k^{\circ}(t) \right] \tag{296}$$

pentru orice nod (d), respectiv pentru orice ochi (q) și în care s ia toate valorile corespunzătoare numerotării laturilor, inclusiv $s = k$.

Dacă $g_{k0} = \dfrac{1}{r_{k0}} \neq 0$, tensiunile se pot exprima și cu ecuațiile (289), iar ecuațiile Kirchhoff de ochi (296) se pot scrie

$$e_{(q)}(t) = \sum_{k \in (q)} \left[u_k^{\circ}(t) + r_{0k} i_k(t) + \right.$$

$$\left. + \sum_s \left(l_{ks}(0+) \frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_0^{t-\varepsilon} l'_{ks}(t-\xi)\, i_s(\xi)\, \mathrm{d}\xi \right) \right]. \tag{297}$$

Cu ajutorul ecuațiilor (289) se pot elimina curenții laturilor și se obține *forma generalizată a ecuațiilor lui Kirchhoff în variabilele tensiuni*, adică forma generalizată duală a lor

$$i_{(d)}(t) = \sum_{s \in (d)} \left[\sum_{l} \left(c_{sl}(0+) \frac{du_l}{dt} + \frac{d}{dt} \int_0^t g_{sl}(t-\xi)\, u_l(\xi)\, d\xi \right) + i_s^{\circ}(t) \right], \tag{298}$$

$$e_{(q)}(t) = \sum_{s \in (q)} u_s(t), \tag{299}$$

pentru orice nod (d), respectiv pentru orice ochi (q) și în care l ia toate valorile corespunzătoare laturilor rețelei, inclusiv $l = s$.

Dacă $r_{s0} = \dfrac{1}{g_{s0}} \neq 0$ curenții se pot exprima și cu ecuațiile (291), în care caz ecuațiile Kirchhoff de nod (298) se scriu

$$i_{(d)}(t) = \sum_{s \in (d)} \left[i_s^{\circ}(t) + g_{s0}\, u_s(t) + \right.$$

$$\left. + \sum_{l} \left(c_{sl}(0+) \frac{du_l}{dt} + \frac{d}{dt} \int_{0+\varepsilon}^{t-\varepsilon} c'_{sl}(t-\xi)\, u_l(\xi)\, d\xi \right) \right]. \tag{300}$$

3.5. Rețele cu condensatoare ideale

În numeroase aplicații, introducerea parametrilor tranzitorii este necesară numai pentru bobine, iar condensatoarele pot fi considerate ideale, eventual cu o rezistență echivalentă de pierderi în paralel, ceea ce introduce numai o nouă latură. În acest caz căderea de tensiune dintr-o latură, care conține o poartă a unui multiport inductiv în serie cu un condensator ideal de capacitate c_{k0}, se scrie însumînd expresii de forma (288) sau (289) cu căderea de tensiune a condensatorului ideal.

În acest caz ecuațiile (295), (296) cu (292) iau forma

$$i_{(d)}(t) = \sum_{k \in (d)} i_k(t) \tag{301}$$

$$\sum_{k \in (q)} e_k(t) = \sum_{k \in (q)} \left[u_k^{\circ}(t) + r_{k0}\, i_k(t) + \frac{1}{c_{k0}} \int_{0-\varepsilon}^{t} i_k(\xi)\, d\xi + \right.$$

$$\left. + \sum_{s} \left(l_{ks}(0+) \frac{di_s}{dt} + \frac{d}{dt} \int_0^{t-\varepsilon} l'_{ks}(t-\xi)\, i_s(\xi)\, d\xi \right) \right]. \tag{302}$$

În aceste ecuații, alături de căderile de tensiune determinate de rezistențele de curent continuu, de condensatoarele ideale și de inductivi-

tăţile exterioare, apar *căderile de tensiune suplementare* condiţionate de efectele pelicular şi de proximitate, tranzitorii

$$\Delta u_k(t) = \sum_s \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^{t-\varepsilon} l'_{ks}(t-\xi)\, i_s(\xi)\,\mathrm{d}\xi, \tag{303}$$

cum şi căderea de tensiune $u_k^\circ(t)$, determinată de condiţiile iniţiale de cîmp, care s-ar stabili în latura considerată dacă ar fi întrerupte toate laturile la $t = 0$ şi care include şi o eventuală tensiune iniţială a condensatorului (de la $t = 0 - \varepsilon$).

Forma operaţională a ecuaţiilor (301) şi (302) este

$$I_{(d)}(p) = \sum_{k\in(d)} I_k(p), \tag{304}$$

$$\sum_{k\in(q)} E_k(p) = \sum_{k\in(q)} Z_k(p)\, I_k(p) + \sum_{k\in(q)}\sum_{s\neq k} Z_{ks}(p)\, I_s(p) + \sum_{k\in(q)} U_k^\circ(p), \tag{305}$$

cu

$$Z_k(p) = Z_{kk}(p) = r_{k0} + \frac{1}{pc_{k0}} + p^2 L_{kk}(p) \tag{306}$$

şi

$$Z_{ks}(p) = p^2 L_{ks}(p), \qquad (k \neq s). \tag{307}$$

Dacă, în particular, reţeaua este alimentată cu tensiuni electromotoare sinusoidale de aceeaşi frecvenţă de forma

$$e_k(t) = E_k\sqrt{2}\,\sin(\omega t + \alpha_k) = \mathrm{Im}\,\{E_k\sqrt{2}\;\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\} \tag{308}$$

cu reprezentările în complex $\underline{E}_k = E_k \mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha_k}$, se caută soluţii asimptotice (pentru $t \to \infty$, cînd $u_k^\circ(t) \to 0$) ale ecuaţiilor (301) şi (302), de forma

$$i_k(t) = I_k\sqrt{2}\,\sin(\omega t + \gamma_k) = \mathrm{Im}\,\{\underline{I}_k\sqrt{2}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\}, \tag{309}$$

cu reprezentările în complex $\underline{I}_k = I_k \mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma_k}$, ţinînd seama că transformata Fourier[1] $F(\mathrm{j}\omega)$ a unui parametru tranzitoriu $f(t)$ (nul pentru $t < 0$) este

$$F(\mathrm{j}\omega) = \lim_{\substack{t\to\infty\\ c\to 0}} \int_0^t f(\xi)\,\mathrm{e}^{-(c+\mathrm{j}\omega)\xi}\,\mathrm{d}\xi = \lim_{p\to\mathrm{j}\omega} \mathcal{L}\,[f(t)]. \tag{310}$$

Se obţin astfel ecuaţiile satisfăcute de reprezentările în complex, cu forma cunoscută din teoria circuitelor filiforme:

$$\underline{I}_{(d)} = \sum_{k\in(d)} \underline{I}_k \tag{311}$$

şi

$$\sum_{k\in(q)} \underline{E}_k = \sum_{k\in(q)} \underline{Z}_k\,\underline{I}_k + \sum_{k\in(q)}\sum_{s\neq k} \underline{Z}_{ks}\,\underline{I}_s \tag{312}$$

[1]) Vom considera transformarea Fourier în $(0,\infty)$ ca limită a transformării Laplace cînd $c = \mathrm{Re}\,\{p\} \to 0$.

în care

$$\underline{Z}_k = Z_k(\mathrm{j}\omega) = r_{k0} + \frac{1}{\mathrm{j}\omega c_{k0}} + (\mathrm{j}\omega)^2 L_{kk}(\mathrm{j}\omega), \tag{313}$$

$$\underline{Z}_{ks} = Z_{ks}(\mathrm{j}\omega) = (\mathrm{j}\omega)^2 L_{ks}(\mathrm{j}\omega) \tag{314}$$

și

$$L_{ks}(\mathrm{j}\omega) = \lim_{p \to \mathrm{j}\omega} L_{ks}(p) = \lim_{p \to \mathrm{j}\omega} \mathcal{L}\,[l_{ks}(t)], \ (k = l \text{ sau } k \neq s). \tag{315}$$

5.6. Forma generalizată a ecuațiilor telegrafiștilor

Studiul liniilor electrice lungi și cu pierderi, la care se ia în considerare efectul pelicular tranzitoriu din fire și sol și eventual efectele de redistribuire tranzitorie a sarcinii din dielectric, adică efectele de relaxație se poate face după modelul arătat în această lucrare pentru circuite, introducînd *parametri lineici tranzitorii*. Un astfel de studiu a fost dezvoltat de autori într-o lucrare anterioară [9] cu neglijarea efectului de relaxație.

Considerînd o linie multifilară omogenă cu n conductoare paralele dispuse deasupra solului (sau în interiorul unui ecran), notînd cu $v_k(z, t)$ potențialele firelor față de sol (ecran) și cu $i_k(z, t)$ curenții, la distanța z de începutul liniei se obțin ecuații de forma

$$-\frac{\partial v_k}{\partial z} = r_k^{\circ} i_k + \sum_{m=1}^{n} l_{km}(0+) \frac{\partial i_m}{\partial t} + \sum_{m=1}^{n} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{t-\varepsilon} \left(\frac{\mathrm{d}l_{km}}{\mathrm{d}t}\right)_{t-\xi} i_m(z, \xi)\,\mathrm{d}\xi - \left(\frac{\partial v_k}{\partial z}\right)_0 \tag{316}$$

și

$$-\frac{\partial i_k}{\partial z} = \sum_{m=1}^{n} g_{km}^{\circ} v_m + \sum_{m=1}^{n} c_{km}(0+) \frac{\partial v_m}{\partial t} + \sum_{m=1}^{n} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{t-\varepsilon} \left(\frac{\mathrm{d}c_{km}}{\mathrm{d}t}\right)_{t-\xi} v_m(z, \xi)\,\mathrm{d}\xi - \left(\frac{\partial i_k}{\partial z}\right)_0 \tag{317}$$

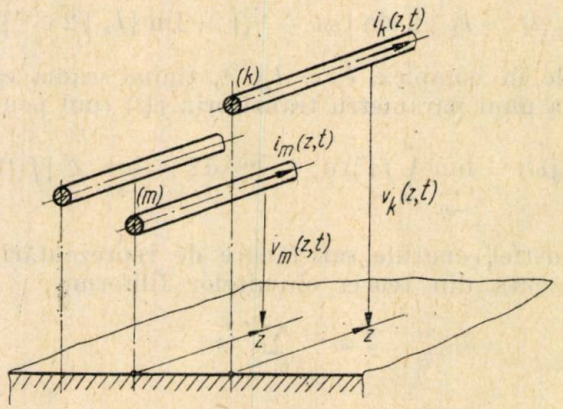


Fig. 7. — Linie multifilară omogenă în prezența solului.

care generalizează cunoscutele ecuații ale telegrafiștilor de ordinul întîi pentru liniile cu pierderi. În aceste ecuații r_k° sînt rezistențele lineice de curent continuu ale firelor, g_{km}° coeficienții lineici de conductanță de izo-

laţie de curent continuu, $l_{km}(t)$ inductivităţile lineice tranzitorii, iar $c_{km}(t)$ coeficienţii lineici tranzitorii de capacitate. Termenii $-\left(\frac{\partial v_k}{\partial z}\right)_0$ şi $-\left(\frac{\partial i_k}{\partial z}\right)_0$ depind numai de condiţiile iniţiale de cîmp.

6. CALCULUL UNOR PARAMETRI TRANZITORII

Calculul parametrilor tranzitorii $r(t)$, $g(t)$, $l(t)$ şi $c(t)$ necesită în general integrarea ecuaţiilor lui Maxwell în domeniul $\mathcal{D}_\Sigma$, mărginit de suprafaţa de separaţie Σ care defineşte elementul de circuit considerat, în condiţii iniţiale de repaus şi cu condiţii la borne particulare, corespunzătoare determinării parametrului tranzitoriu căutat.

De obicei cea mai potrivită este calea operaţională, care consistă în integrarea ecuaţiilor (58), (59) cu $\boldsymbol{F}_e = 0$, $\boldsymbol{F}_h = 0$, cu condiţiile de trecere (37), condiţiile de frontieră (24), (25), (26) şi cu condiţii la borne adecvate identificării impedanţei operaţionale sau admitanţei operaţionale cu ajutorul căreia este definită imaginea Laplace a parametrului tranzitoriu căutat [cu una dintre relaţiile (136), (138), (140) şi (142)]. În regim cvasistaţionar, pentru elemente inductive, respectiv capacitive, se integrează ecuaţiile (171) şi (172), respectiv (198) şi (199). Odată determinat unul dintre parametrii tranzitorii ai unui element dipolar, determinarea celorlalţi se poate face în principiu şi cu ajutorul ecuaţiilor diferenţiale (161) şi (163) sau al ecuaţiilor integrale (167) şi (168). Parametrii tranzitorii ai circuitelor filiforme se determină imediat pe baza expresiilor admitanţelor şi impedanţelor lor.

Fără a urmări aici sistematizarea acestui calcul, prezentăm în cele ce urmează cîteva exemple simple referitoare la elemente dipolare, dintre care primele se vor referi chiar la circuite filiforme pentru a pune în evidenţă, în situaţii idealizate, proprietăţile generale demonstrate în § 4.

6.1. Circuit filiform (r, l)-serie

Din expresia (103) a impedanţei operaţionale, $Z(p) = r + pl = 1/Y(p)$, cu (128)—(141), se obţin expresiile

$$r_0 = r,\ g_0 = \frac{1}{r},\quad l(0+) = l,\ c(0+) = 0, \tag{318}$$

$$R(p) = \frac{r}{p},\quad r(t) = r\,1(t) \geqslant 0, \tag{319}$$

$$L(p) = \frac{l}{p},\quad l(t) = l\,1(t) \geqslant 0, \tag{320}$$

$$G(p) = \frac{1}{p(r + pl)},\quad g(t) = \frac{1}{r}\left[1 - \mathrm{e}^{-\frac{r}{l}t}\right] 1(t) \geqslant 0, \tag{321}$$

$$C(p) = -\frac{1}{pr(r + pl)},\quad c(t) = -\frac{l}{r^2}\left[1 - \mathrm{e}^{-\frac{r}{l}t}\right] 1(t) \leqslant 0. \tag{322}$$

Aceste funcțiuni (reprezentate în fig. 8) au valorile limită

$$r(\infty) = r,\ g(\infty) = \frac{1}{r},\ r(0+) = r,\ g(0+) = 0,$$
$$l(\infty) = l,\ c(\infty) = -\frac{l}{r^2}. \tag{323}$$

Se verifică imediat proprietățile (132), (152), (155), (156), (157) și (171). Bobina *ideală* ($r = 0$) are rezistența, inductivitatea și conductanța tranzitorii definite:

$$r(t) = 0,\ l(t) = 1(t),\ g(t) = \frac{t}{l}1(t), \tag{324}$$

și o capacitate tranzitorie divergentă ($c(0) = 0,\ c(t) = -\infty,\ t > 0$).

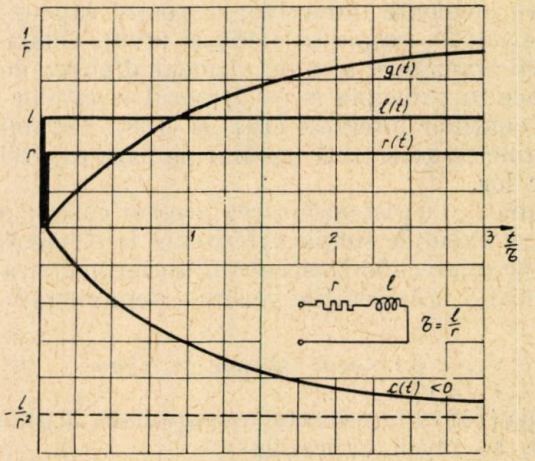


Fig. 8. — Parametrii tranzitorii ai circuitului (r, l)-serie.

6.2. Circuit filiform (g, c)-paralel

Din expresia (104) a admitanței operaționale, $Y(p) = g + pc = 1/Z(p)$, cu (128)—(141), se obțin expresiile

$$r_0 = \frac{1}{g},\ g_0 = g,\ l(0+) = 0,\ c(0+) = c, \tag{325}$$

$$R(p) = \frac{1}{p(pc + g)},\ r(t) = \frac{1}{g}\left[1 - e^{-\frac{g}{c}t}\right] 1(t) \geqslant 0, \tag{326}$$

$$L(p) = -\frac{c}{pg(pc+g)}, \quad l(t) = -\frac{c}{g^2}\left[1 - e^{-\frac{g}{c}t}\right] 1(t) \leqslant 0, \quad (327)$$

$$G(p) = \frac{g}{p}, \quad g(t) = g\,1(t) \geqslant 0, \quad (328)$$

$$C(p) = \frac{c}{p}, \quad c(t) = c\,1(t) \geqslant 0. \quad (329)$$

Aceste funcțiuni (reprezentate în fig. 9) au valorile limită :

$$r(\infty) = \frac{1}{g}, \quad g(\infty) = g, \quad r(0+) = 0, \quad g(0+) = g,$$
$$l(\infty) = -\frac{c}{g^2}, \quad c(\infty) = c. \quad (330)$$

Se verifică imediat proprietățile (132), (152), (155), (156), (157) și (171). Condensatorul ideal ($g = 0$) are rezistența, conductanța și capacitatea tranzitorii definite,

$$r(t) = \frac{t}{c}\,1(t), \quad g(t) = 0, \quad c(t) = c\,1(t), \quad (331)$$

și o inductivitate tranzitorie divergentă ($l(0) = 0$, $l(t) = -\infty$, $t > 0$).

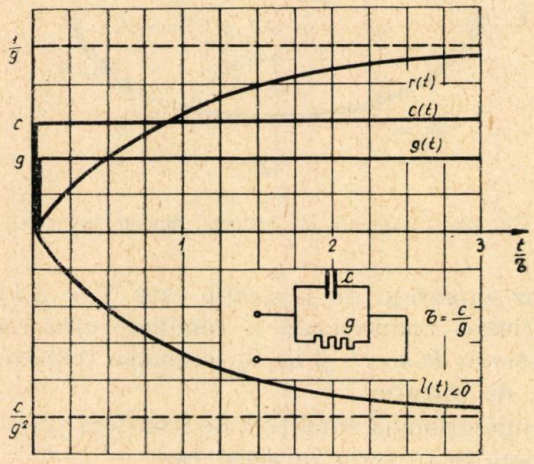


Fig. 9. — Parametrii tranzitorii ai circuitului (g, c)-paralel.

6.3. Element dipolar nefiliform, inductiv

Ca exemplu de element inductiv, studiat în regim cvasistaționar, considerăm un *tronson de conductă coaxială* de înălțime h, constituit (v. fig. 10) dintr-un conductor cilindric central de rază a, având conductivi-

tatea σ și permeabilitatea magnetică $\mu = \mu_r \mu_0$, și o coajă cilindrică circulară S_l de rază interioară $b > a$, perfect conductoare ($\sigma = \infty$), separată de conductorul cilindric central printr-un dielectric perfect izolant ($\sigma = 0$) avînd permeabilitatea magnetică μ_0. La capătul inferior conducta este închisă cu un capac S_f presupus, de asemenea, perfect conductor.

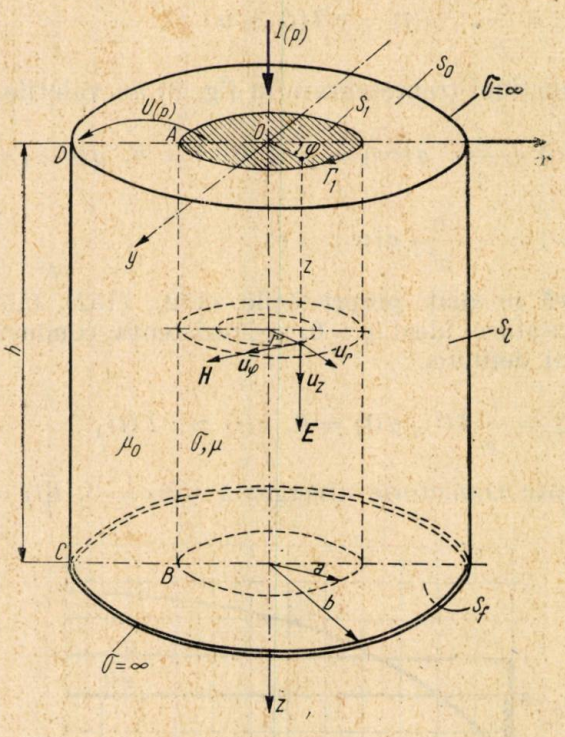


Fig. 10. — Exemplu de element dipolar inductiv.

În acest caz suprafața de separație este $\Sigma = S_l \cup S_f \cup S_0 \cup S_1$. S-a notat cu S_1 secțiunea transversală a conductorului central la capătul de intrare, adică *borna de acces*, și cu S_0 secțiunea transversală a dielectricului la capătul de intrare.

Sub formă operațională condițiile de frontieră (24)—(26) ce definesc suprafața de separație se scriu în acest caz

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{n}\cdot\mathbf{H}(M,\ p) = 0, && M \in \Sigma \\ &\boldsymbol{n}\cdot\mathbf{J}(M,\ p) = 0, && M \in S_f \cup S_l \cup S_0, \\ &\boldsymbol{n}\times\mathbf{J}(M,\ p) = 0, && M \in S_1. \end{aligned}\right\} \tag{332}$$

Elementul e alimentat cu curentul $I(p)$ prin conductorul central, întoarcerea curentului efectuîndu-se prin coaja cilindrică.

Ţinînd seama de simetria cilindrică a problemei, alegem un sistem de coordonate cilindrice (r, φ, z) şi, în interiorul conductorului central $(r \leqslant a)$, căutăm soluţii ale ecuaţiilor (171) şi (172) de forma

$$\mathbf{H}(M, p) = \boldsymbol{u}_{\varphi} H(r, p), \quad \mathbf{E}(M, p) = \boldsymbol{u}_{z} E(r, p), \tag{333}$$

care asigură satisfacerea tuturor condiţiilor (332), deoarece $\sigma = \infty$ în S_1 şi S_f. Din ecuaţiile (171) şi (172) rezultă pentru $E(r, p)$ ecuaţia Bessel de ordinul zero

$$\frac{\mathrm{d}^2 E}{\mathrm{d}r^2} + \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}r} + k^2 E = 0. \tag{334}$$

Notăm

$$k = \sqrt{-p\sigma\mu} = \frac{1}{a}\sqrt{-p\tau}, \quad \tau = a^2\mu\sigma, \tag{335}$$

unde τ e *constanta de timp interioară*.

Soluţia, mărginită în ax $(r = 0)$, a ecuaţiei (328) este

$$E(r, p) = C J_0(kr) \qquad (0 \leqslant r \leqslant a), \tag{336}$$

$J_0(x)$ fiind funcţiunea Bessel de specia întîi şi de ordinul zero. Constanta C se determină din condiţia la borne care impune valoarea curentului total

$$I(p) = \oint_{\Gamma_1} H\,dr = \int_0^a \sigma E\, 2\pi r\,\mathrm{d}r. \tag{337}$$

Se obţine astfel pentru cîmpul electric interior expresia

$$E(r, p) = I(p)\frac{\mu}{2\pi\tau}\frac{ka}{J_1(ka)}J_0(kr), \quad (0 \leqslant r \leqslant a), \tag{338}$$

în care $J_1(x)$ e funcţiunea Bessel de specia întîi şi de ordinul întîi. Cîmpul magnetic exterior este

$$H(r, p) = \frac{I(p)}{2\pi}\frac{1}{r} \qquad (a \leqslant r \leqslant b) \tag{339}$$

şi calculînd circulaţia vectorului $\mathbf{E}$ pe conturul ABCDA (fig. 10), ţinînd seama de legea inducţiei electromagnetice şi de anularea cîmpului electric pe S_1 şi S_f, se determină tensiunea la borne

$$\oint_{ABCDA} \mathbf{E}\,\mathrm{d}\mathbf{r} = hE(a, p) - U(p) = -p\mu_0 h\frac{I(p)}{2\pi}\ln\frac{b}{a}. \tag{340}$$

Cu (338) şi (340) se obţine *impedanţa operaţională* a elementului inductiv considerat

$$Z(p) = \frac{U(p)}{I(p)} = p\,\frac{\mu_0 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a} + \frac{\mu h}{\pi\tau}\frac{ka\,J_0(ka)}{2J_1(ka)} \tag{341}$$

care, conform definițiilor date în această lucrare, se va scrie sub forma (147)

$$Z(p) = pl(0+) + pR(p) = r_0 + p^2 L(p). \tag{342}$$

Inductivitatea inițială (128)

$$l(0+) = \lim_{p\to\infty} \frac{Z(p)}{p} = \frac{\mu_0 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a} = l_{\text{ext}} \tag{343}$$

rezultă egală cu inductivitatea exterioară (conform cu (192)), iar limita

$$r_0 = \lim_{p\to 0} Z(p) = \frac{\mu h}{\pi \tau} = \frac{h}{\sigma \pi a^2} \tag{344}$$

rezultă egală cu rezistența de curent continuu (conform cu (130)).

Rezistența tranzitorie are imaginea

$$R(p) = \frac{Z(p)}{p} - l(0+) = \frac{r_0}{2p} \frac{J_0(ka)}{\dfrac{J_1(ka)}{ka}}. \tag{345}$$

Această funcțiune de p satisface condițiile cerute unei imagini [7]. Se poate calcula originalul și se obține expresia rezistenței tranzitorii

$$r(t) = r_0 \left[1 + \sum_{s=1}^{\infty} \mathrm{e}^{-x_s^2 \frac{t}{\tau}}\right] \cdot 1(t) \tag{346}$$

în care : x_s sînt rădăcinile nenule ale funcțiunii $J_1(x) = 0$: $x_1 = 3{,}832$, $x_2 = 7{,}016$, ..., $x_s \approx s\pi + \pi/4$ ($s \gg 1$).

Cu expresiile asimptotice ale funcțiunilor Bessel, se calculează expresia asimptotică la infinit a imaginii $R(p)$, din care se obține expresia asimptotică a lui $r(t)$ în origine

$$r(t) \approx r_0 \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\tau}{t}}, \qquad \left(\frac{t}{\tau} \ll 1, \quad t > 0\right). \tag{347}$$

Pentru $t/\tau > 1$ seria (346) e extrem de rapid convergentă și se poate reține numai primul termen, ceea ce conduce la expresia asimptotică la infinit

$$r(t) \approx r_0 \left(1 + \mathrm{e}^{-14{,}67 \frac{t}{\tau}}\right), \qquad \left(\frac{t}{\tau} > 1\right), \tag{348}$$

Inductivitatea tranzitorie $l(t)$ se deduce ușor din (161) ținînd seama de (343)

$$l(t) = \left[\int_0^t (r(t) - r_0)\, dt + l(0+)\right] \cdot 1(t), \tag{349}$$

se obține expresia [1])

$$l(t) = \left[l_{\text{ext}} + l_{\text{int}} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{8}{x_s^2} \left(1 - \mathrm{e}^{-x_s^2 \frac{t}{\tau}}\right)\right] \cdot 1(t), \tag{350}$$

[1]) Partea „interioară" a acestei inductivități a fost calculată prima dată (cu o altă definiție) de A. Avramescu [3].

în care

$$l_{\text{int}} = \frac{\mu h}{8\pi} = \frac{\mu_r}{4\ln\frac{b}{a}} \cdot l_{\text{ext}} = \frac{\tau}{8} r_0 \tag{351}$$

este inductivitatea interioară a conductorului central.

Expresiile asimptotice ale inductivității tranzitorii în origine și la infinit sînt

$$l(t) \approx l_{\text{ext}} + l_{\text{int}} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{t}{\tau}}, \quad \left(\frac{t}{\tau} \ll 1,\ t > 0\right), \tag{352}$$

și

$$l(t) = l_{\text{ext}} + l_{\text{int}} \left[1 - 0{,}545\, e^{-14{,}67\frac{t}{\tau}}\right], \quad \left(\frac{t}{\tau} > 1\right), \tag{353}$$

(unde s-a ținut seama că $\sum_{s=1}^{\infty} (1/x_s^2) = 1/8$), iar valoarea ei asimptotică rezultă $l(\infty) = l_{\text{ext}} + l_{\text{int}}$, în acord cu (193).

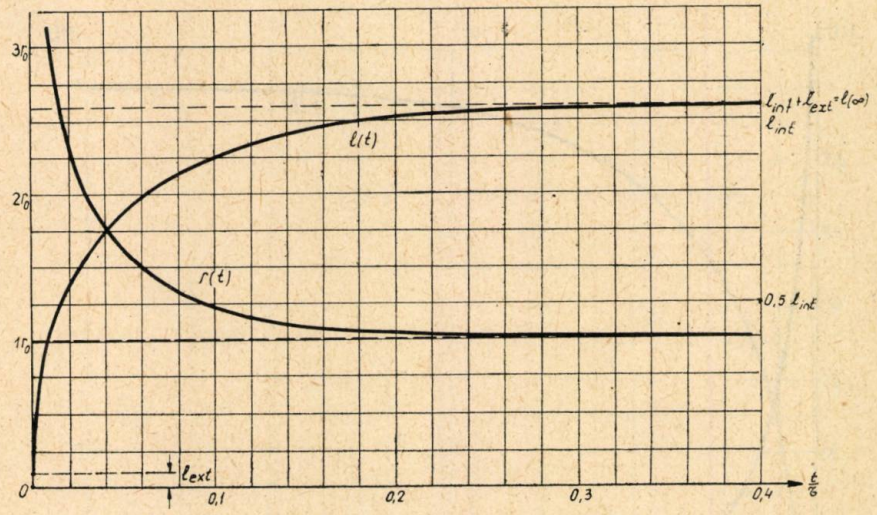


Fig. 11. — Rezistența și inductivitatea tranzitorii ale unui element inductiv, avînd $l_{\text{int}} = 25\, l_{\text{ext}}$.

În fig. 11 sînt reprezentate funcțiunile $r(t)$ și $l(t)$, considerînd $l_{\text{ext}} = \frac{1}{25} l_{\text{int}}$, iar în fig. 12 sînt reprezentate *funcțiunile universale numerice*

$$\rho(\theta) = \rho\left(\frac{t}{\tau}\right) = \frac{r(t)}{r_0} = 1 + \sum_{s=1}^{\infty} e^{-x_s^2\theta}, \tag{354}$$

$$\lambda(\theta) = \lambda\left(\frac{t}{\tau}\right) = \frac{l(t) - l_{\text{ext}}}{l_{\text{int}}} = 1 - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{8}{x_s^2} e^{-x_s^2\theta}, \tag{355}$$

între care există relațiile

$$\rho(\theta) = 1 + \frac{1}{8}\frac{d\lambda(\theta)}{d\lambda}, \quad \lambda(\theta) = 8\int_0^{\theta}[\rho(\theta) - 1]d\theta, \tag{356}$$

care caracterizează toate elementele inductive de tipul considerat, oricare ar fi natura materialului sau dimensiunile. Pentru orientare, observăm că, dacă $a = 0{,}5$ cm și $b = 3{,}69$ cm, se obține în cazul cuprului, respectiv în cazul fierului moale la cîmpuri slabe, considerat linear și cu o permeabilitate inițială $\mu_2 \approx 200$

$$\tau_{Cu} \approx 1{,}8 \cdot 10^{-3}\text{s}, \quad \left(\frac{l_{\text{int}}}{l_{\text{ext}}}\right)_{Cu} \approx 1/8, \tag{357}$$

respectiv

$$\tau_{Fe} \approx 63 \cdot 10^{-3}\text{ s}, \quad \left(\frac{l_{\text{int}}}{l_{\text{ext}}}\right)_{Fe} \approx 25. \tag{357'}$$

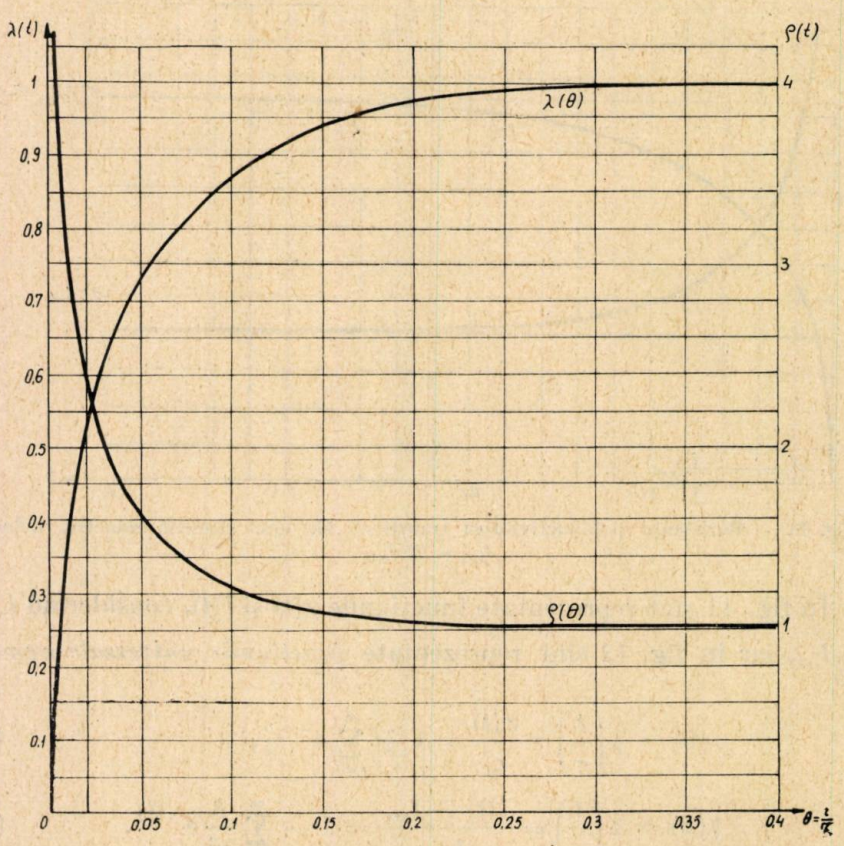


Fig. 12. — Funcțiunile universale numerice $\rho(\theta)$ și $\lambda(\theta)$.

Cu (341), (343) și (344) se obține admitanța operațională

$$Y(p) = \frac{1}{Z(p)} = \frac{\frac{2}{ka} J_1(ka)}{l_{ext}\, p \frac{2}{ka} J_1(ka) + r_0 J_0(ka)}, \tag{358}$$

din care rezultă o capacitate inițială nulă

$$c(0+) = \lim_{p\to\infty} \frac{Y(p)}{p} = 0, \tag{359}$$

ca la orice element inductiv (v. (153)) și limita

$$g_0 = \lim_{p\to 0} Y(p) = \frac{1}{r_0} = \frac{\pi\tau}{\mu h} = \frac{\pi a^2 \sigma}{h}, \tag{360}$$

egală cu conductanța de curent continuu.

Deoarece $c(0+) = 0$ relația (148) se scrie

$$Y(p) = pG(p) = g_0 + p^2 C(p). \tag{361}$$

Conductanța tranzitorie are deci imaginea

$$G(p) = \frac{Y(p)}{p} = g_0 \frac{\frac{2}{ka} J_1(ka)}{p[J_0(ka) - m\, ka\, J_1(ka)]}, \tag{362}$$

cu

$$m = \frac{1}{\mu_r} \ln \frac{b}{a} = \frac{l_{ext}}{4 l_{int}} = \frac{2 l_{ext}}{\tau r_0}. \tag{363}$$

Prin inversiune se obține expresia conductanței tranzitorii

$$g(t) = g_0 \left[1 - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{4}{\xi_s^2 (1 + m^2 \xi_s^2)} e^{-\xi_s^2 \frac{t}{\tau}}\right] \cdot 1(t) \tag{364}$$

în care ξ_s sînt rădăcinile ecuației transcendente de valori proprii ($s = 1, 2, \ldots, \infty$)

$$J_0(\xi) - m\xi J_1(\xi) = 0 \tag{365}$$

care sînt date în lucrarea [10] din care extragem pentru orientare următoarele valori:

m	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5	ξ_6
0	2,405	5,520	8,654	11,792	14,431	18,071
$\frac{1}{100}$	2,381	5,465	8,568	11,675	14,783	17,893
$\frac{1}{10}$	2,180	5,033	7,957	10,827	13,857	16,918
$\frac{1}{2}$	1,599	4,291	7,288	10,366	13,472	16,591
1	1,256	4,080	7,156	10,271	13,398	16,531
2	0,941	3,959	7,086	10,222	13,361	16,501
10	0,442	—	—	—	—	—
100	0,141	—	—	—	—	—
∞	0	3,832	7,016	10,174	13,324	16,471

Deoarece din (362) și în acord cu (359) și (171)

$$g(0+) = \lim_{p\to\infty} pG(p) = 0$$

rădăcinile ξ_1 verifică relația

$$\sum_{s=1}^{\infty} \frac{4}{\xi_s^2(1 + m^2\xi_s^2)} = 1. \tag{366}$$

În cazul unui conductor central feromagnetic $m \ll 1$ și valorile proprii care prezintă interes [seria (364) fiind extrem de rapid convergentă] sînt practic rădăcinile ξ_{s0} ale ecuației $J_0(\xi) = 0$, corespunzătoare liniei $m = 0$ din tabelul de mai sus și cu $\xi_{s0} \approx s\pi - \frac{\pi}{4}$, dacă $x \gg 1$.

Deoarece imaginea $G(p)$ din (362) are expresia asimptotică

$$G(p) \approx \frac{2g_0}{m\tau}\frac{1}{p^2} = \frac{1}{p^2 l_{ext}}, \quad (|p| \to \infty), \tag{367}$$

rezultă pentru $g(t)$ expresia aproximativă în origine

$$g(t) \approx \frac{t}{l_{ext}} = g_0\frac{t}{\tau_{ext}} = \frac{2g_0}{m}\frac{t}{\tau}, \qquad \left(\frac{t}{\tau} \ll 1, t > 0\right), \tag{368}$$

în care

$$\tau_{ext} = \frac{l_{ext}}{r_0} = \tau\frac{\ln\frac{b}{a}}{2\mu_r} = \tau\frac{m}{2}, \tag{369}$$

e constanta de timp calculată ca în teoria circuitelor filiforme cu inductivitatea exterioară și cu rezistența de curent continuu.

Pentru $t \to \infty$ (din 364) se obține

$$g(t) = g_0\left(1 - \frac{4}{\xi_1^2(1 + m^2\xi_1^2)}\, e^{-\xi_1^2 \frac{t}{\tau}}\right), \qquad \left(\frac{t}{\tau} > 1\right), \tag{370}$$

sau, dacă $m \ll 1$, cu $\xi_1 \approx \xi_{10} \approx 2{,}4$

$$g(t) = g_0\left[1 - \frac{1}{1{,}44} e^{-5{,}76\frac{t}{\tau}}\right]. \tag{371}$$

Din (322) rezultă că în cazul unui circuit filiform această expresie ar fi fost, (în ipotezele $m \ll 1$, $l_{int} \gg l_{ext}$)

$$g(t) \approx g_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}}) \tag{372}$$

cu constanta de timp *de curent continuu*

$$\tau_0 = \frac{l_{int} + l_{ext}}{r_0} = (1 + 4m)\frac{l_{int}}{r_0} \approx \frac{l_{int}}{r_0} = \frac{\tau}{8}. \tag{372'}$$

Constanta de timp a expresiei asimptotice (371) este $\tau/5{,}76 \approx 1{,}38\ \tau_0$, adică este cu 38% mai mare decît aceea calculată cu inductivitatea totală ca în teoria circuitelor filiforme.

Capacitatea tranzitorie $c(t)$ se deduce ușor din (163), ținînd seama de (359)

$$c(t) = 1(t) \cdot \int_0^t (g(t) - g_0)\, dt = -g_0\tau \sum_{s=1}^{\infty} \frac{4}{\xi_s^4(1 + m^2\xi_s^2)}(1 - e^{-\xi_s^2 \frac{t}{\tau}}) \cdot 1(t). \tag{373}$$

Ea este permanent negativă și are valoarea asimptotică

$$c(\infty) = \lim_{p \to 0} pC(p) = \lim \frac{1}{p}(Y(p) - g_0) =$$

$$= -\frac{1}{8} g_0 \tau (1 + 4m) = -g_0^2 l(\infty), \tag{373'}$$

în acord cu (157). Ținînd seama de (373) rezultă că există și următoarea relație satisfăcută de rădăcinile ecuației transcendente (365)

$$\sum_{s=1}^{\infty} \frac{32}{\xi_s^4(1 + m^2\xi_s^2)} = 1 + 4m. \tag{374}$$

Pentru $t \to 0$ se obține

$$c(t) = \int_0^t (g(t) - g_0)\, dt \approx -g_0 t = -|c(\infty)| \frac{t}{\tau_0}, \tag{375}$$

iar pentru $t \to \infty$ se obține cu (373), (373') și (374)

$$c(t) \approx -|c(\infty)|\left(1 - \frac{32}{(1+4m)\xi_1^4(1+m^2\xi_1^2)} e^{-\xi_1^2 \frac{t}{\tau}}\right), \tag{376}$$

sau, dacă $m \ll 1$

$$c(t) \approx -|c(\infty)|\,(1 - 0{,}96\, e^{-5{,}76\frac{t}{\tau}}). \tag{376'}$$

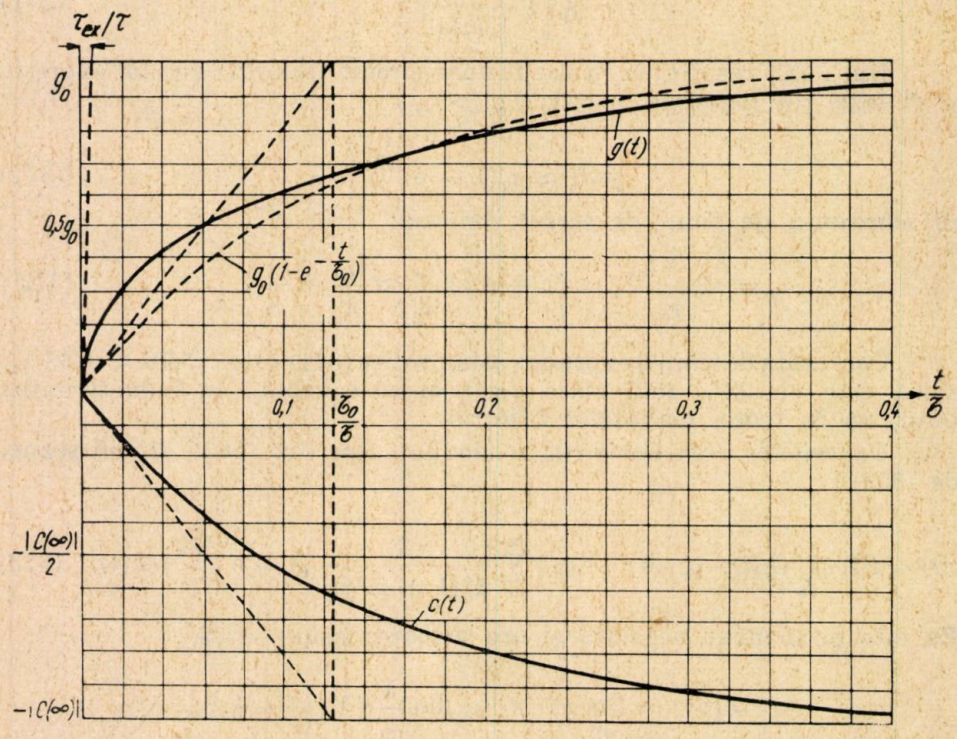


Fig. 13. — Conductanța și capacitatea tranzitorii ale unui element inductiv, avînd $l_{int} = 25\ l_{ext}$.

Comparînd reprezentările grafice ale parametrilor tranzitorii ai unui element de circuit inductiv nefiliform (fig. 11 și 13) cu cele corespunzătoare unui element inductiv filiform (fig. 8) se constată abateri esențiale pentru $\frac{t}{\tau} < 0{,}2$. În particular, rezistența tranzitorie inițială a elementului nefiliform inductiv e infinită, iar inductivitatea tranzitorie inițială poate fi foarte mică dacă inductivitatea interioară e mult mai mare decît cea exterioară.

Din compararea alurii conductanțelor tranzitorii, care în acest caz coincid cu așa numitele admitanțe indiciale (curentul de răspuns la aplicarea unei tensiuni treaptă unitate), se observă că dacă inductivitatea

interioară e foarte mare, comportarea elementului inductiv nefiliform e diferită de aceea a elementului filiform care ar avea aceeași inductivitate în curent continuu, pentru valori oricît de mari ale timpului, constantele de timp ale expresiilor asimptotice (371) și (372) fiind diferite cu 38%.

6.4. Element dipolar capacitiv neomogen

Ca exemplu de element capacitiv, studiat în regim cvasistaționar, considerăm un strat de material imperfect izolant și neomogen din punctul de vedere al conductivității electrice, de exemplu un strat semiconductor cu impurificare dirijată, cuprins între două plăci plane, perfect conductoare (fig. 14). Vom admite ca model teoretic corespunzător un conden-

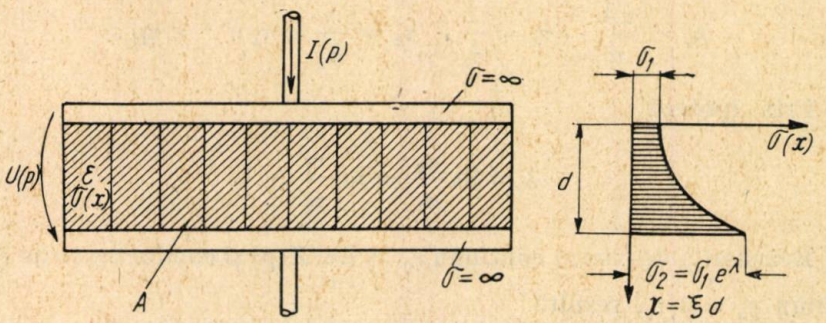


Fig. 14. — Element dipolar capacitiv cu izolant neomogen.

sator plan, cu pierderi, cu armaturi de arie A și dielectricul de grosime d, avînd permitivitatea ε constantă, iar conductivitatea variabilă în lungul coordonatei x presupusă măsurată normal pe armături conform relației

$$\sigma(x) = \sigma_1 e^{\lambda \frac{x}{d}} = \sigma_1 e^{\lambda \xi} = \sigma_2 e^{-\lambda(1-\xi)} \tag{377}$$

Aici $\xi = \dfrac{x}{d} \in [0,1]$ e valoarea relativă numerică, raportată la distanța d dintre armături, a coordonatei de poziție, λ e indicele de creștere exponențială a conductivității, σ_1 e valoarea ei la $x = 0$ ($\xi = 0$), iar σ_2 e valoarea ei la $x = d$ ($\xi = 1$). Neglijînd efectele de margine, mărimile de cîmp depind numai de $x = \xi d$ și liniile de cîmp sînt normale pe planele armăturilor, iar suprafața de separație Σ e definită de armături și de marginea laterală a dielectricului. Din ecuația (199) rezultă pentru imaginea Laplace a intensității cîmpului electric (cu sensul axei x) expresia

$$E(x,p) = \frac{I(p)}{A[\sigma(x) + p\varepsilon]} \tag{378}$$

Prin integrare se obține tensiunea dintre armături și se deduce impedanța operațională $Z(p) = \dfrac{U(p)}{I(p)}$, respectiv admitanța operațională, $Y(p) = 1/Z(p)$,

$$Z(p) = \frac{1}{Y(p)} = \frac{1}{pc_0\lambda} \ln \frac{1 + \tau_1 p}{1 + \tau_2 p}. \tag{379}$$

Am notat cu c_0 capacitatea electrostatică (calculată cu repartiția omogenă a cîmpului corespunzătoare cazului dielectricului perfect izolant, $\sigma = 0$) a condensatorului și cu τ_1, respectiv cu τ_2, constantele de timp de relaxație corespunzătoare valorilor extreme $\sigma_1 = \sigma(0)$ și $\sigma_2 = \sigma(d)$ ale conductivității :

$$c_0 = \frac{\varepsilon A}{d}, \quad \tau_1 = \frac{\varepsilon}{\sigma_1}, \quad \tau_2 = \frac{\varepsilon}{\sigma_2} = \tau_1 \, e^{-\lambda} < \tau_1, \tag{380}$$

Prin ipoteză

$$\lambda = \ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \ln \frac{\tau_1}{\tau_2} > 1. \tag{381}$$

Rezistența de curent continuu $r_0 = \lim\limits_{p \to 0} Z(p)$ și conductanța de curent continuu $g_0 = 1/r_0$, rezultă

$$r_0 = \frac{1}{g_0} = \frac{d}{A} \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_1\sigma_2 \ln \dfrac{\sigma_2}{\sigma_1}} = \frac{1}{c_0} \frac{\tau_1 - \tau_2}{\ln \dfrac{\tau_1}{\tau_2}}. \tag{382}$$

Cu (380) din (136), (138), (140) și (142) se obțin imaginile parametrilor tranzitorii ai acestui element :

$$R(p) = \frac{r_0}{(\tau_1 - \tau_2)p^2} \ln \frac{1 + p\tau_1}{1 + p\tau_2} = \frac{r_0}{(\tau_1 - \tau_2)p^2} \left[\ln \frac{\tau_1}{\tau_2} - \ln \frac{1 + \dfrac{1}{\tau_2 p}}{1 + \dfrac{1}{\tau_1 p}} \right], \tag{383}$$

$$G(p) = c_0 \left[\frac{\ln \dfrac{\tau_1}{\tau_2}}{\ln \dfrac{1 + p\tau_1}{1 + p\tau_2}} - 1 \right] = c_0 \frac{\ln \dfrac{1 + \dfrac{1}{\tau_2 p}}{1 + \dfrac{1}{\tau_1 p}}}{\ln \dfrac{\tau_1}{\tau_2} - \ln \dfrac{1 + \dfrac{1}{\tau_2 p}}{1 + \dfrac{1}{\tau_1 p}}}, \tag{384}$$

$$L(p) = \frac{r_0}{p^2}\left[\frac{1}{(\tau_1 - \tau_2)\,p}\ln\frac{1+\tau_1 p}{1+\tau_2 p} - 1\right], \tag{385}$$

și

$$C(p) = c_0\,\frac{\ln\dfrac{\tau_1}{\tau_2}}{(\tau_1 - \tau_2)p^2}\left[\frac{p(\tau_1 - \tau_2)}{\ln\dfrac{1+p\tau_1}{1+p\tau_2}} - 1\right]. \tag{386}$$

Cu aceste imagini se obțin valorile limită

$$r(0+) = \lim_{p\to\infty} p\,R(p) = 0, \tag{387}$$

$$r(\infty) = \lim_{p\to 0} p\,R(p) = r_0, \tag{388}$$

$$g(0+) = \lim_{p\to\infty} p\,G(p) = g_0\,\frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1\tau_2\ln\dfrac{\tau_1}{\tau_2}} > g_0, \tag{389}$$

$$g(\infty) = \lim_{p\to 0} p\,G(p) = g_0, \tag{390}$$

$$l(0+) = \lim_{p\to\infty} p\,L(p) = 0, \tag{391}$$

$$l(\infty) = \lim_{p\to 0} p\,L(p) = -\,r_0\,\frac{\tau_1 + \tau_2}{2} < 0, \tag{392}$$

$$c(0+) = \lim_{p\to\infty} p\,C(p) = c_0, \tag{393}$$

$$c(\infty) = \lim_{p\to 0} p\,C(p) = c_0\,\frac{\ln\dfrac{\tau_1}{\tau_2}}{\tau_1 - \tau_2}\cdot\frac{\tau_1 + \tau_2}{2} > c_0, \tag{394}$$

în acord cu proprietățile generale (154)—(157), (171) și (213).

Deoarece [11]

$$\mathcal{L}\left[\frac{1}{t}(\mathrm{e}^{-at} - \mathrm{e}^{-bt})\right] = \ln\frac{p+b}{p+a} \tag{395}$$

originalul imaginii (383) se determină fără dificultăți și se obține rezistența tranzitorie

$$r(t) = r_0\left[1 - \frac{1}{\tau_1 - \tau_2}\left[\tau_1\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau_1}} - \tau_2\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau_2}} + t\left(-\mathrm{Ei}\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) + \mathrm{Ei}\left(-\frac{t}{\tau_2}\right)\right)\right]\right] \tag{396}$$

în care $\mathrm{Ei}(x)$ e funcțiunea exponențială integrală. Această rezistență tranzitorie crește monoton de la valoarea inițială nulă (387) la valoarea

finală de curent continuu r_0 și are următoarele expresii (inițială, respectiv asimptotică) :

$$r(t) \approx r_0 \frac{\ln\frac{\tau_1}{\tau_2}}{\tau_1 - \tau_2} t - \frac{t^2}{2\tau_1\tau_2} = \frac{1}{c_0} t - \frac{t^2}{2\tau_1\tau_2}, \quad (t \to 0), \tag{397}$$

$$r(t) \approx r_0 \left(1 - \frac{\tau_1^2}{\tau_1 - \tau_2} \frac{e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{t} + \frac{\tau_2^2}{\tau_1 - \tau_2} \frac{e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{t}\right), \quad (t \to \infty). \tag{398}$$

Cu (161) și (392) se calculează din (396) *inductivitatea tranzitorie* (negativă)

$$l(t) = -|l(\infty)| \left[1 + \right. \tag{399}$$

$$\left. + \frac{t^2\left[\mathrm{Ei}\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) - \mathrm{Ei}\left(-\frac{t}{\tau_2}\right)\right] + t(\tau_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \tau_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}}) - (\tau_1^2 e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \tau_2^2 e^{-\frac{t}{\tau_2}})}{\tau_1^2 - \tau_2^2} \right],$$

cu următoarele expresii inițială, respectiv asimptotică :

$$l(t) \approx -|l(\infty)| \left[\frac{2}{\tau_1 + \tau_2} t - \frac{\ln\frac{\tau_1}{\tau_2}}{\tau_1^2 - \tau_2^2} t^2 \right] = -\left[r_0 t - \frac{1}{c_0} \frac{t^2}{2} \right], \quad (t \to 0) \tag{400}$$

respectiv

$$l(t) \approx -|l(\infty)| \left[1 - \frac{2}{\tau_1^2 - \tau_2^2} \left[\frac{\tau_1^3}{t} e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{\tau_2^3}{t} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right] \right], \quad (t \to \infty). \tag{401}$$

Prin dezvoltarea expresiilor (384) și (386) în serie de $\frac{1}{p}$ se deduc expresiile aproximative ale conductanței tranzitorii și capacității tranzitorii, pentru $t \to 0$

$$c(t) \approx c_0 \left[1 + \frac{g(0+) - g_0}{c_0} t - \frac{g(0+) r_0}{\tau_1 \tau_2} \left[\frac{c(\infty)}{c_0} - 1 \right] \frac{t^2}{2} + \ldots \right], \tag{402}$$

și

$$g(t) = g(0+) \left[1 - \frac{r_0 c_0}{\tau_1 \tau_2} \left[\frac{c(\infty)}{c_0} - 1 \right] t + \ldots \right]. \tag{403}$$

În fig. 15 sînt reprezentate curbele de variație ale mărimilor $\frac{c(t)}{c(0+)}$, $\frac{g(t)}{g(0+)}$, $\frac{l(t)}{|l(\infty)|}$, $\frac{r(t)}{r(\infty)}$ pentru elementul capacitiv studiat, ca funcțiune de timpul raportat la constanta de timp de relaxație τ_1, cea mai mare, în cazul $\ln\frac{\tau_1}{\tau_2} = \lambda = 3$.

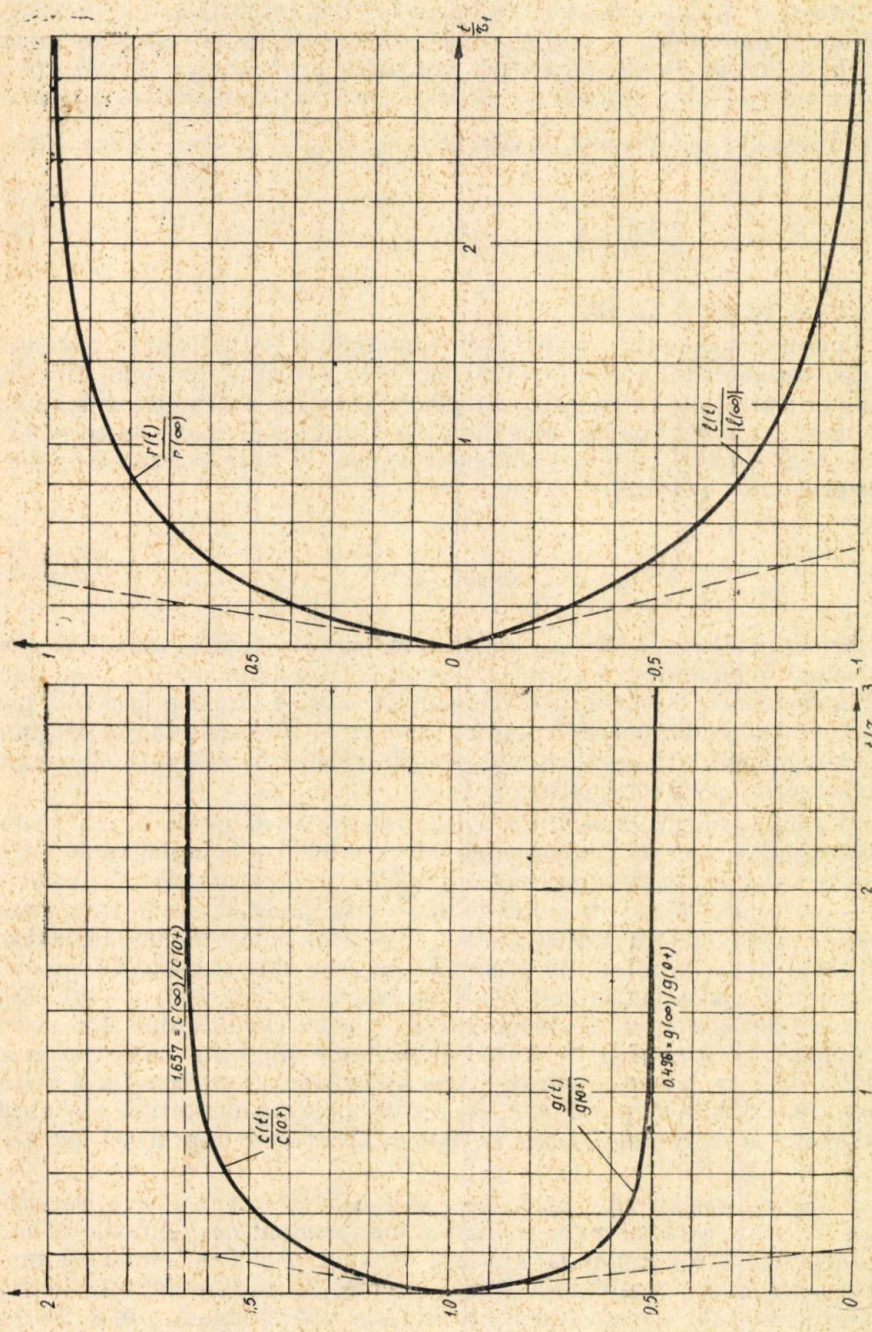


Fig. 15. — Parametrii tranzitorii ai unui element capacitiv cu izolant neomogen.

Se observă creșterea monotonă a capacității tranzitorii de la valoarea electrostatică $c_0 = c(0+)$ la valoarea finală asimptotică $c(\infty) = 1{,}657\, c_0$ și scăderea monotonă a conductanței tranzitorii de la valoarea inițială $g(0+)$ la valoarea finală de curent continuu $g(\infty) = g_0 = 0{,}496\, g(0+)$. Pentru comparație s-a considerat variația rezistenței tranzitorii a unui circuit filiform (g, c)—paralel, avînd $c = c_0$ și $g = g_0 = \frac{1}{r_0}$ adică funcția

$$\frac{r(t)}{r_0} = 1 - e^{-\frac{t}{r_0 c_0}} = 1 - e^{-1{,}648\frac{t}{\tau_1}} \tag{404}$$

care diferă sensibil de (397).

Curbele de variație a rezistenței tranzitorii și inductivității tranzitorii s-au determinat cu expresiile (396) și (399) utilizînd tabelele din [12]. Curbele de variație a capacității tranzitorii și conductanței tranzitorii s-au determinat cu aproximație, calculînd un număr mai mare de termeni ai seriilor (402) și (403), care sînt slab convergente și ținînd seama de valorile asimptotice ale mărimilor respective.

CONCLUZII

Principalele rezultate noi, stabilite în lucrarea de față, care reprezintă în principal o generalizare a teoriei circuitelor electrice lineare și cu parametri concentrați, la cazul cînd elementele acestor circuite prezintă pierderi suplementare de putere în regim variabil — de exemplu, determinate de efectul pelicular în conductoare, sau de efectul de relaxație neomogen în dielectrici —, sînt următoarele :

1° Conceptul de *element de circuit electric* — ca parte a unui sistem electromagnetic a cărui interacțiune cu exteriorul e complet caracterizabilă prin valorile instantanee ale curenților și potențialelor bornelor de acces — se poate defini în condiții mult mai generale decît cele uzuale (caracter filiform, regim cvasistaționar, neglijarea pierderilor suplementare) cu ajutorul unei suprafețe de separație pe care sînt satisfăcute (practic, cu o anumită aproximație) condițiile de frontieră (24), (25) și (26). Soluțiile ecuațiilor cîmpului electromagnetic asociat elementului sînt univoc determinate de *condițiile la borne* (funcțiunile de timp care reprezintă mărimile date la borne — curenți sau potențiale) și de *condițiile inițiale de cîmp* (funcțiunile de punct care reprezintă repartițiile inițiale ale cîmpului magnetic și cîmpului electric în domeniul interior suprafeței de separație).

2° Spre deosebire de cazul elementelor de circuit filiforme, condițiile inițiale de cîmp, care intervin explicit și independent de condițiile la borne în determinarea regimului tranzitoriu al unui astfel de element, numit generic *nefiliform*, *nu* sînt reductibile la condiții inițiale definite exclusiv de valorile inițiale ale unor curenți sau ale unor tensiuni ; însă teorema de superpoziție demonstrată în lucrare permite ca în soluții să se separe aditiv termenii determinați de condițiile inițiale de cîmp (din momentul $t = 0 - \varepsilon$), de termenii determinați de condițiile la borne (formulate pen-

tru $t > 0$). Un exemplu de studiu al influenței condițiilor inițiale de cîmp e dat în [9].

3° În condiții inițiale numite *de repaus*, caracterizate prin valori identic nule ale funcțiunilor de punct ce definesc repartițiile cîmpurilor electric și magnetic din momentul $t = 0 - \varepsilon$, s-au stabilit formele generale ale relațiilor dintre valorile instantanee ale tensiunilor (potențialelor) bornelor și curenți; ele sînt ecuații integro-diferențiale în care intervin integrale de convoluție și sînt ireductibile la sisteme de ecuații diferențiale. Elementele de circuit lineare dar nefiliforme nu mai pot fi deci caracterizate prin parametrii constanți, caracteristici elementelor filiforme: rezistență, inductivitate, conductanță și capacitate.

În particular, repartiția spațială a cîmpului magnetic al unei bobine variază în timp ca urmare a efectului pelicular și a curenților turbionari și, din acest motiv, raportul dintre fluxul magnetic instantaneu și curentul instantaneu care îl produce nu este constant și nu constituie o caracteristică a elementului, deoarece depinde și de regimul de funcționare, adică de modul de variație în timp a curentului injectat din exterior. De asemenea, repartiția spațială a cîmpului electric al unui condensator cu pierderi și dielectric neomogen variază în timp ca urmare a efectului de relaxație și, din acest motiv, raportul dintre sarcina instantanee a unei armături și tensiunea instantanee aplicată nu este constant și nu constituie o caracteristică a condensatorului, deoarece depinde și de regimul lui de funcționare, adică de modul de variație în timp a tensiunii aplicate. Nici rapoartele dintre tensiunile instantanee aplicate și curenții instantanei corespunzători, definite de unii autori drept impedanțe instantanee [5], nu sînt caracteristici ale elementelor de circuit, deoarece depind și de regimul de funcționare.

4° Caracterizarea intrinsecă, independentă de regimul de funcționare, a unui element de circuit nefiliform se poate face în mai multe moduri, cu ajutorul unor *parametri tranzitorii* care sînt funcțiuni de timp, însă determinate exclusiv de structura interioară a elementului considerat. Acești parametri tranzitorii au fost astfel definiți în lucrare, încît să reprezinte generalizarea firească a parametrilor constanți ai circuitelor filiforme, la care să se reducă în cazul acestor din urmă circuite, și anume, s-au definit pentru *orice* element de circuit o *rezistență tranzitorie* $r(t)$ și o *conductanță tranzitorie* $g(t)$, iar pentru elementele avînd o rezistență de curent continuu *finită* (chiar și nulă), o *inductivitate tranzitorie* $l(t)$, respectiv pentru elementele avînd o conductanță de curent continuu *finită* (chiar și nulă) o *capacitate tranzitorie* $c(t)$. Se arată că, folosind acești parametri tranzitorii, ecuația care exprimă tensiunea la bornele unui element de circuit dipolar în funcțiune de curent include o integrală de convoluție al cărei nucleu e rezistența tranzitorie sau derivata în raport cu timpul a inductivității tranzitorii, iar ecuația care exprimă curentul elementului în funcțiune de tensiunea aplicată la borne include o integrală de convoluție al cărei nucleu e conductanța tranzitorie sau derivata în raport cu timpul a capacității tranzitorii.

5° Parametrii tranzitorii astfel introduși prezintă anumite proprietăți remarcabile. Rezistența tranzitorie, respectiv conductanța tranzitorie tind asimptotic, la elemente disipative, către rezistența, respectiv conductanța de curent continuu. Inductivitatea tranzitorie a unui element inductiv

(studiat în regim cvasistaționar) este o funcție monoton crescătoare, a cărei valoare inițială e egală cu inductivitatea exterioară (calculată cu conductivitate infinită a conductoarelor) și a cărei valoare asimptotică finală e inductivitatea de curent continuu (interioară plus exterioară). Capacitatea tranzitorie a elementului inductiv e nulă în momentul inițial și negativă în orice alt moment ulterior. Capacitatea tranzitorie a unui element capacitiv în regim cuasistaționar e o funcțiune monoton crescătoare, a cărei valoare inițială e egală cu capacitatea electrostatică, calculată cu conductivitate nulă a dielectricului, și a cărei valoare asimptotică finală e egală cu capacitatea corespunzătoare repartiției de regim staționar a cîmpului electric în dielectricul slab conductor, considerat. Inductivitatea tranzitorie a elementului capacitiv e nulă în momentul inițial și negativă în orice alt moment ulterior.

6° Determinarea parametrilor tranzitorii necesită fie rezolvarea unei probleme de cîmp electromagnetic în regim variabil (cvasistaționar sau chiar nestaționar), fie efectuarea unor măsurători în regimuri de alimentare particulare, în care acești parametri tranzitorii coincid cu funcțiunile de răspuns tranzitoriu corespunzătoare. Cei patru parametri tranzitorii introduși nefiind independenți între ei, trebuie determinat în principiu unul singur dintre ei, pe una din căile de mai sus, ceilalți trei putînd fi deduși apoi din expresia primului prin derivări, prin integrări sau prin rezolvarea unor ecuații integrale cu nucleu simetric, stabilite în lucrare.

7° Cu ajutorul parametrilor tranzitorii se pot formula, pentru o rețea electrică lineară cu elemente nefiliforme, *ecuații integro-diferențiale care generalizează ecuațiile lui Kirchhoff*. Forma operațională a acestor ecuații, respectiv forma lor în complex în regim armonic permanent, coincide cu forma operațională, respectiv complexă a ecuațiilor lui Kirchhoff, — cu impedanțe care depind prin funcții transcendente de variabila complexă respectivă, în primul caz numai dacă se consideră condiții inițiale de repaus în întreaga rețea.

8° Elementele nefiliforme de circuit nu admit în general scheme echivalente alcătuite dintr-un număr finit de elemente filiforme și cu parametri concentrați, nici măcar în regim permanent de frecvență dată ; studiul lor exact, în valori instantanee, impune deci introducerea parametrilor tranzitorii.

9° Exemplele de calcul de parametri tranzitorii, pentru regimul cuasistaționar, ilustrează proprietățile generale, demonstrate ; ele pun în evidență faptul că neglijarea efectelor care au dus la introducerea parametrilor tranzitorii poate atrage erori grosolane — nu numai pentru valori mici ale timpului trecut de la stabilirea condițiilor la borne, ci și în privința comportării asimptotice a funcțiunilor de răspuns tranzitoriu, necesare în practică — și că studiul exact, cu ajutorul parametrilor tranzitorii, permite să se aprecieze și condițiile în care, cu o aproximație corespunzătoare scopului urmărit, se poate considera o schemă echivalentă aproximativă, cu parametri constanți, pentru elementul de circuit considerat.

Eficacitatea practică a utilizării conceptelor noi, introduse, va putea fi apreciată mai bine după dezvoltarea unui număr suficient de aplicații.

Deoarece teoria dezvoltată permite ca în anumite condiții să se înlocuiască problemele de cîmp electromagnetic privitoare la un ansamblu

de elemente nefiliforme cu problema integrării unui sistem de ecuații integro-diferențiale, ea deschide posibilitatea utilizării calculatoarelor analogice pentru o clasă de probleme încă neatacată.

Rezultatele lucrării sînt aplicabile în studiul tuturor proceselor tranzitorii din numeroase elemente ale instalațiilor electrice și sistemelor energetice, cum sînt : comportarea transformatoarelor la unde de șoc, regimurile de scurt-circuit ale mașinilor electrice, regimurile tranzitorii ale dispozitivelor de măsură și control, propagarea undelor pe linii electrice lungi, regimurile de șoc ale unor aparate electrice etc., în limita în care se pot neglija efectele de nelinearitate — și cu aceeași limitare în studiul prin linearizare al elementelor electronice de circuit și în special al elementelor integrate.

Lucrarea deschide calea unor noi cercetări teoretice, cum sînt cele privitoare la metodele de determinare a parametrilor tranzitorii prin integrarea ecuațiilor cîmpului, la extinderea teoriei la elemente cu părți mobile, la demonstrarea unor noi clase de proprietăți generale ale parametrilor tranzitorii, la metodele de rezolvare exactă sau numerică a ecuațiilor integrale care apar acum în studiul circuitelor, sau cele privitoare la metodele de aproximare a parametrilor tranzitorii.

Primit la redacție la 14 iunie 1966

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleț, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. III, IV, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1954.
2. K. W. Wagner, *Operatorenrechnung und Laplace Transformation nebst Anwendungen in Physik und Technik*, Johann Ambrosius Barth, Leipzig, 1950 (ed. II).
3. A. Avra scu, *Efectul pelicular tranzitoriu*, Bul. șt. Acad. R.P.R., Șt. tehn. chim., **IV**, *3—4*, 225—239 (1952).
4. N. W. Mc Lachlan, *Complex variable theory and transform calculus with technical applications*, Univ. Press, Cambridge, 1953 (ed. II).
5. Sh. Hayashi, *Surges on transmission systems*, Denki-shoin, Kyoto, 1955.
6. R. Răduleț, *Schimbul de energie electromagnetică pe la bornele comune a doi dipoli electrici*, Comunicările Academiei R.P.R., **IV**, *6*, 779—786 (1956).
7. G. Doetsch, *Handbuch der Laplace-Transformation*, Birkhäuser — Basel 1950, vol. I.
8. A. Timotin, *Unicitatea soluțiilor și calculul puterii în cîmpul electromagnetic cvasistaționar al unui sistem de conductoare paralele*, St. cerc. Energ. Electr. — sub tipar.
9. R. Răduleț, A. Timotin, A. Țugulea, *O teorie generală a parametrilor lineici tranzitorii ai liniilor electrice lungi în prezența solului*, St. cerc. energ. electr., **16**, *3*, 417—449 (1966).
10. G. Fodor, *Laplace Transforms in Engineering*, Akademiai Kiado, Budapesta, 1965.
11. В. А. Диткин, П. И. Кузнецов, *Справочник по операционному исчислению*, Гостехтеориздат, Москва, 1951
12. E. Jahnke, D. Emde, *Funktionen Tafeln mit Formeln und Kurven*, Dover Publication, New York, 1945.

MŰSZAKI KÖNYVTÁR
DOKUMENTÁCIÓS OSZTÁLY
1863

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI :

Revista „Studii şi cercetări de energetică şi electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile energetică generală, electroenergetică şi electrotehnică, termoenergetică şi termotehnică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde şi rubricile : discuţii, recenzii, informaţii şi altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări ştiinţifice şi tehnice.

1. Structura lucrării.

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoştinţelor actuale, va desemna obiectivele şi indica metodele utilizate ;

b) Tratarea (despărţită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate şi va discuta rezultatele, erorile, posibilităţile şi comoditatea aplicării ;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obţinute, limita lor de valabilitate şi aplicaţiile posibile.

2. Forma lucrării.

a) Lucrările se predau în 4 exemplare dactilografiate la 2 rînduri (2 000 semne pe pagină) inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenţii.

b) Se vor anexa :

Bibliografia după standardele în vigoare ; figurile pe calc în tuş, însoţite de cîte două copii şi de o listă a titlurilor figurilor ; un rezumat de cinci, şase rînduri ; un rezumat de circa 2 000 semne.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internaţională.

d) Volumul lucrării să nu depăşească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacţie ; Bucureşti Şos. Vitan nr. 236, raionul Tudor Vladimirescu.

M. BERCOVICI

620.9.001.5

CONTRIBUȚII ROMÂNEȘTI LA PROGNOZA NECESARULUI DE ENERGIE ȘI LA OPTIMIZAREA SOLUȚIILOR ÎN ECONOMIA ENERGETICĂ

Se prezintă contribuțiile colectivului de economie energetică din Institutul de energetică în domeniul prognozei necesarului de energie prin metode globale (extrapolarea șirurilor statistice și corelația cu indici economici sintetici) și prin metode analitice.

De asemenea se prezintă unele rezultate obținute în domeniul prognozei necesarului de putere instalată în sistem, al optimizării structurii sistemului electroenergetic și al optimizării bilanțului energetic general cu ajutorul modelelor matematice.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 4 p. 745 București 1966

REMUS RĂDULEȚ

537.322.2. : 538.541 : 537.311.6.621.3.017.2 : 621.3.017.3

CONTRIBUȚII ROMÂNEȘTI LA STUDIUL CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC CVASISTAȚIONAR ÎN MEDII CONDUCTOARE

În lucrare se face o sinteză a principalelor lucrări de cercetare efectuate în România privind studiul cîmpului electromagnetic cvasistaționar în conductoare masive. Sînt prezentate pe scurt rezultatele obținute în studiul efectului pelicular și de proximitate al curenților turbionari în conductoare imobile și în mișcare.

O bibliografie cuprinzînd cele mai reprezentative lucrări publicate este dată în anexă.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 4 p. 761 București 1966

PAUL DIMO

621.316.001.5

REZULTATE DE CERCETARE ÎN ANALIZA REȚELELOR ELECTROENERGETICE

Printre cercetările efectuate în domeniul rețelelor electroenergetice, în cadrul Academiei Republicii Socialiste România, Institutul de energetică, se relevă în special rezultatele obținute prin „analiza nodală" a sistemelor electroenergetice pe echivalenți radiali, metodă unitară, ce asociază concepte figurative simple calculelor efectuate de mașinile electronice de calcul.

Se prezintă de asemenea rezultatele de cercetare obținute în domeniul *supratensiunilor prelungite*, al optimizării parametrilor sistemelor de reglaj cu introducerea fluctuațiilor sarcinilor, al utilizării calculatoarelor electronice numerice și analogice în studiul stabilității și contribuțiile la teoria generală a circuitelor electrice.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 4 p. 785 București 1966

M. MARINESCU, C. APETREI

621.313.001.5

CERCETĂRI ÎN DOMENIUL MAȘINILOR ELECTRICE

Se prezintă două dintre problemele de cercetare inițiate în cadrul Institutului de energetică în domeniul mașinilor electrice referitoare la studiul oscilomotoarelor parametrice și la optimizarea prin calcul a mașinilor și transformatoarelor electrice.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 4 p. 797 București 1966

V. M. POPOV

621.5.15

CU PRIVIRE LA ORIENTAREA CERCETĂRILOR INSTITUTULUI DE ENERGETICĂ ASUPRA STABILITĂȚII SISTEMELOR AUTOMATE NELINIARE

Se expun obiectivele principale urmărite și cîteva dintre rezultatele obținute în cursul cercetărilor desfășurate în ultimii ani de Institutul de energetică al Academiei Republicii Socialiste România în problema stabilității sistemelor automate neliniare.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 4 p. 813 București 1966

N. ANTONESCU, D. GRECOV

662.611 : 662.95

CERCETĂRI PRIVIND STABILITATEA PROCESELOR DE ARDERE A COMBUSTIBILILOR GAZOȘI

Studiul stabilității procesului de ardere a amestecului combustibil scoate în evidență modul în care energia de aprindere este furnizată continuu în lungul distanței de acroșare prin schimb direct de căldură și masă și prin evoluția unor centre interioare de aprindere. Stabilitatea flăcărilor în cazul cînd amestecul se formează în cadrul procesului de ardere este puternic influențată și de condițiile de amestecare aer-gaz. În baza unui model fizic adoptat pentru procesul de stabilizare s-au putut determina condițiile de stabilitate ale flăcării în funcție de parametrii geometrici și aerodinamici ai jeturilor.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 4 p. 823 București 1966

CĂLIN ADRIAN VASILESCU

621.432.001.5

CERCETĂRI ASUPRA PROCESULUI DE ARDERE ÎN MOTORUL DIESEL CU ANTECAMERĂ

În lucrarea de față se prezintă o sinteză a cercetărilor originale întreprinse în ultimul timp în domeniul proceselor de ardere în motoarele diesel cu antecameră. Se redau cercetări referitoare la stăpînirea procesului de întîrziere la autoaprindere prin intermediul mișcării dirijate a aerului, valoarea și importanța pierderilor de natură aerodinamică în orificiile difuzorului antecamerei, aspecte ale arderii în cazul supraalimentării înalte și factorii chimici ai combustibilului care influențează depunerile de calamină.

Cercetările experimentale se referă la un motor cu antecameră avînd diametrul $D = 175$ mm și cursa $S = 205$ mm.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 4 p. 839 București 1966

R. RĂDULEȚ, A. TIMOTIN, A. ȚUGULEA

621.3.011.1 : 538.542:537.226.3

INTRODUCEREA PARAMETRILOR TRANZITORII ÎN STUDIUL CIRCUITELOR ELECTRICE LINEARE AVÎND ELEMENTE NEFILIFORME ȘI PIERDERI SUPLIMENTARE

În lucrare se generalizează teoria circuitelor electrice lineare în cazul cînd elementele acestora sînt nefiliforme și cu pierderi suplimentare. Pentru a le caracteriza intrinsec li s-au asociat anumite funcțiuni de timp (parametri tranzitorii), numite rezistență tranzitorie, inductivitate tranzitorie, conductanță tranzitorie și capacitate tranzitorie, pentru care s-au stabilit numeroase proprietăți generale. S-a analizat influența condițiilor inițiale de cîmp, demonstrîndu-se teoremele de unicitate a soluțiilor și de superpoziție necesare rezolvării problemelor de cîmp și determinării parametrilor tranzitorii.

Au fost generalizate ecuațiile lui Kirchhoff la cazul considerat, cum și ecuațiile telegrafiștilor. Lucrarea se încheie cu exemple de calcul al unor parametrii tranzitorii urmate de concluzii generale asupra problemelor tratate.

St. cerc. energ. electr. Tom. 16 Nr. 4 p. 857 București 1966

ERATĂ

Pag.	rîndul	în loc de:	se va citi:
714	29 de sus	[110]	[109]
724	10 „ „	[283]	[293]
737	20 de jos	—	* * *

1967 FEB 3

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

V. PIMSNER, C. A. VASILESCU și GH. RĂDULESCU, **Energetica turbomotoarelor cu ardere internă**, 1957, 756 p., 45 lei.

D. DAMSKER, **Principii și mijloace noi de automatizare a acționărilor electrice**, 1964, 439 p., 24,50 lei.

N. TIPEI, V. N. CONSTANTINESCU, AL. NICA și O. BIȚĂ, **Lagăre cu alunecare (calcul, proiectare, ungere)**, (în limba rusă), 1964, 459 p., 30 lei.

GH. CARTIANU, **Modulație de frecvență** (în limba rusă), 1961, 579 p. + 7 pl., 39,10 lei.

V. N. CONSTANTINESCU, **Teoria lubrifiației în regim turbulent**, 1965, 343 p., 29 lei.

SUZANA GÎDEA, M. PROTOPOPESCU, D. DRIMMER, **Metalurgia fizică a semiconductorilor**, 1963, 501 p. + 4 pl., 31 lei.

VASILE MARCU, **Metalizarea prin pulverizare**, 1963, 340 p., 21 lei.

A. MORARU, **Amplidina (mașina electrică amplificatoare de curent continuu cu cîmp transversal)**, 1962, 328 p. + 2 pl., 14,90 lei.

T. OROVEANU, **Scurgerea fluidelor prin medii porose neomogene**, 1963, 329 p., 16,30 lei.

TRAIAN SĂLĂGEAN, **Fenomene fizice și metalurgice la sudarea cu arcul electric a oțelurilor**, 1963, 219 p., 12,10 lei.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU, PERICLE SVORONOS și VICTOR PIMSNER, **Exploatarea rațională a gazelor naturale**, 1963, 367 p. + 7 pl., 26,40 lei.

C. C. TEODORESCU, **Teoria șinei fără joanțe supuse la variații de temperatură**, 1965, 260 p., 3 pl., 19,50 lei.

T. OROVEANU, **Scurgerea fluidelor multifazice prin medii poroase**, 1966, 597 p., 41 lei.

V. MANEA, **Cîteva probleme ale teoriei plăcilor plane elastice**, 1966, 254 p., 8,75 lei.

V. M. POPOV, **Hiperstabilitatea sistemelor automate**, 1966, 304 p., 16 lei

1 P. „Informația" – c. 3831

43821

Lei 18.—